



تحلیل کمانش تیرهای کامپوزیتی مدرج تابعی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در محیط حرارتی و رطوبتی

زهره مزروعی سبدانی^{۱*}، علیرضا شاطرزاده^۲

۱ کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران (Zohre.mazroei@yahoo.com)

۲ دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹-۱۰-۲۸ تاریخ دریافت: ۱۳۹۹-۱۰-۲۸

چکیده: مطالعات بسیاری نشان داده‌اند که استفاده از تقویت‌کننده نانولوله کربنی می‌تواند تأثیر چشمگیری بر افزایش مقاومت کمانشی تیر کامپوزیتی داشته باشد؛ طی این تحقیق رفتار کمانشی تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی مدرج تابعی در محیط‌های حرارتی-رطوبتی بر اساس تئوری‌های مختلف تغییر شکل برشی مورد بررسی قرار گرفت. خواص ماده در راستای ضخامت تیر متغیر می‌باشد و شرایط مرزی تیر دو سر ساده در نظر گرفته شده است. همچنین خواص ماده تشکیل دهنده تابع دما و رطوبت می‌باشد. تغییرات دمای تیر در راستای ضخامت به صورت یکنواخت فرض شده است. برای استخراج معادلات تعادل از تئوری‌های تغییر شکل برشی، از جمله تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و مراتب بالاتر استفاده شده است. معادله‌های حاکم با در نظر گرفتن تغییرات دما و رطوبت با استفاده از روش انرژی استخراج شده‌اند سپس نتایج پژوهش با مراجع دیگر مورد راستی آزمایی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از تیر کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی در برابر کمانش بسیار مقاوم‌تر از تیر کامپوزیتی گرافیت-اپوکسی می‌باشد. در رابطه با تأثیر استفاده هر یک از تئوری‌های تغییر شکل برشی متفاوت بر دامنه کمانش تیرهای FG-CNTRC بحث صورت گرفته است. تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با CNT به ترتیب با طرح‌های توزیع FGX و FGO دارای بیشترین و کمترین دمای کمانش می‌باشند.

واژه‌های کلیدی: تقویت‌کننده نانولوله کربنی؛ تیر مدرج تابعی؛ کمانش حرارتی؛ کمانش رطوبتی؛ تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا.

۱. مقدمه

نانولوله‌ها به موادی گفته می‌شود که قطر آن‌ها تا حدود ۱۰۰ نانومتر است و از لوله شدن صفحه‌ی گرافیتی به شکل استوانه‌ای توخالی با ضخامت یک اتم، نانولوله‌های کربنی تولید می‌شوند و اولین بار توسط سامیو ایچیمابر دوده‌های حاصل از تخلیه‌ی قوس الکتریکی کشف شدند [۱]. لغت نانولوله در حالت کلی در مورد نانولوله‌های کربنی به کار می‌رود. نانولوله‌های کربنی به علت شکل هندسی خاص دارای خواص گوناگونی هستند که منجر به کاربردهای زیادی به خصوص در صنایع نفت، گاز و هوایی شده است. همچنین تیرهای کامپوزیتی با پایه نانولوله‌ی کربنی می‌توانند دارای

¹ Samiu Iijima

نسبت استحکام به وزن بالایی در مقایسه با سایر کامپوزیت‌های تقویت شده داشته باشند. سازه‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی مثل تیرهای تقویت شده ممکن است در اختلاف دمای نسبتاً کم ناپایدار شوند و این امر منجر به بروز کمانش سازه در منطقه الاستیک می‌شود [۲]. کمانش در علم مقاومت مصالح، به رفتاری گفته می‌شود که معمولاً از عضو تحت فشار سر می‌زند. کمانش به صورت تغییر شکل جانبی ناگهانی در یک عضو سازه‌ای تعریف می‌شود [۳ و ۴]. بررسی‌ها نشان داده‌اند که تئوری‌های مرتبه بالاتر، در پیش‌بینی رفتار مکانیکی تیرهای ساندویچ هسته نرم، دقیق‌تر و کارآمدتر از تئوری اویلر-برنولی کلاسیک می‌باشند [۵]؛ و تئوری‌های کلاسیک و مرتبه بالا در حالت پس‌کمانش استاتیکی بسیار نزدیک به واقعیت هستند [۶]. مطالعات نشانگر آن هستند که معادله منتج شده از یک حل دقیق برای پس‌کمانش تیرهای کامپوزیتی متقارن یا نامتقارن مشابه معادله تیرهای ساخته شده از مواد ایزوتروپیک است [۷]. همچنین یافته‌های محققان بیانگر جواب دقیق‌تر استفاده از تئوری‌های مراتب بالاتر در تحلیل ارتعاشات آزاد تیر نانو کامپوزیت با الیاف نانولوله‌های کربنی با خواص مدرج تابعی نسبت به تئوری‌های کلاسیک و مرتبه اول می‌باشند [۸ و ۹]. از سوی دیگر نتایج پژوهش‌ها حاکی از آن است که توزیع نانولوله‌ها، نسبت لاغری و شرایط مرزی تأثیر چشم‌گیری روی رفتار پس‌کمانشی حرارتی دارند [۱۰]. مطالعات دیگری نیز نشان داده‌اند که کسر حجمی نانولوله‌های کربنی می‌تواند باعث کاهش تنش‌های محوری و محیطی در سطح داخلی پوسته شود [۱۱]. همچنین نتایج پژوهش دیگری نشان داد که برخی از تیرها با لایه چینی‌های عمود بر هم، به جای اینکه در هنگام گرم شدن کمانش کنند، در هنگام سرد شدن دچار کمانش می‌شوند و برخی از آن‌ها در صورت گرم یا سرد شدن، کمانش نمی‌کنند [۱۲]. برخلاف برخی یافته‌های تحقیقاتی که مؤید بی‌اثر بودن حرارت بر نحوه توزیع تقویت‌کننده‌ی نانولوله‌های کربنی می‌باشند، نتایج پژوهش‌های دیگری نشان داده‌اند که با توزیع مدرج تابعی نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت، بارحرارتی و مکانیکی کمانش و همچنین مقاومت پس‌کمانش سازه افزایش می‌یابد [۱۳ و ۱۴]؛ نتایج پژوهش دیگری حاکی از آن هستند که توزیع غیریکنواخت نانولوله‌ها در پوسته استوانه‌ای دمای کمانش و همچنین استحکام پس‌کمانش حرارتی را افزایش می‌دهد. در حالی که این اثر برای همان پوسته تحت بار فشاری محوری کمتر است. از سوی دیگر نتایج تأیید کردند که پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی دارای مسیر تعادلی پس‌کمانشی حرارتی پایداری هستند [۱۵]. بررسی‌ها نشان داده‌اند که توزیع خطی تقویت‌کننده‌ها در راستای ضخامت باعث افزایش فشار مکانیکی می‌گردد و رفتار کمانشی و پس‌کمانشی پوسته‌های کامپوزیتی استوانه‌ای شکل تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تحت بار فشاری خارجی در محیط‌های حرارتی به طور قابل ملاحظه‌ای با رفتار این پوسته‌ها تحت بار فشاری محوری متفاوت است [۱۶]. از سوی دیگر بررسی‌های تجربی نشان داده‌اند که برای کامپوزیت‌های فیبرکربنی، مقدار مقاومت برشی به مقدار رطوبت بستگی دارد و مقاومت کششی زمانی که رطوبت جذب کامپوزیت می‌شود کاهش می‌یابد [۱۷]. یافته‌های تحقیقی دیگری بیانگر اثرات قابل ملاحظه رطوبت و حرارت بر کمانش و پس‌کمانش تیرهای کامپوزیتی در محیط حرارتی-رطوبتی می‌باشند [۱۸]. با توجه به کاربردهای گسترده و روزافزون مواد مرکب در دهه اخیر و نیز با توجه به اثرات کاربردی متعدد و خاص صفحات تقویت شده با هندسه‌های مختلف به عنوان عنصر سازه‌ای در صنایع نظامی؛ دریایی؛ هوافضا و... و همچنین نظر به اینکه عمده مطالعات قبلی در خصوص بررسی کمانش تیرهای کامپوزیتی معطوف به بررسی اثرات تقویت‌کننده‌های غیر از نانولوله کربنی بوده‌اند بر این اساس در پژوهش حاضر به محاسبه کمانش تیر کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله-کربنی در دما و رطوبت متغیر و مقایسه آن با تیر کامپوزیتی گرافیت-پوکسی پرداخته شد. استخراج معادلات در این پژوهش با استفاده از روش انرژی صورت گرفته است و در نهایت به بیان میدان جابه‌جایی با تئوری تغییر شکل برشی مراتب بالا پرداخته شده است. پیاده‌سازی تمامی پارامترهای معرفی شده و فرمول‌های ارائه شده در ارتباط با قانون اختلاط در نرم‌افزار برنامه‌نویسی متلب صورت گرفته است و برای صحت‌سنجی مدل از مرجع [۱۸] استفاده شد. در این پژوهش از نرم‌افزار متلب استفاده شده است.

۲. معادلات حاکم

در این مقاله یک روش تحلیلی به منظور بررسی کمانش تیرهای کامپوزیتی زمینه پلیمری از نوع زمینه پلی‌متیل متاکریلات (PMMA) [۱۹] تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک دیواره دسته‌سندلی (۱۰، ۱۰) در محیط حرارتی-رطوبتی ارائه شده است. خواص این مواد وابسته به دما و رطوبت بوده و میدان جابجایی بر اساس تئوری‌های تیر کلاسیک اویلر-برنولی، مرتبه اول تیموشینکو، آیدگدو، کارما و

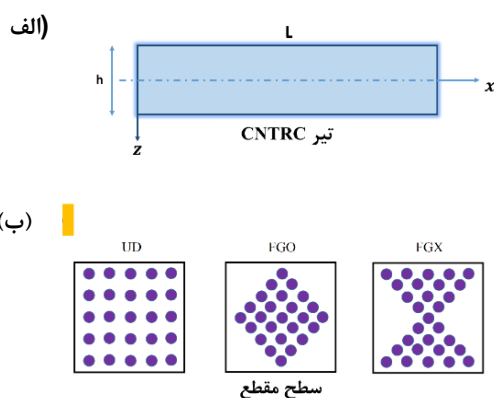
² Functionally graded

همکاران و توریتهیر و تئوری‌های مرتبه بالای ردی در نظر گرفته شده است. این تیر از جنس مواد FGM با ضریب پواسون ثابت در نظر گرفته شده است. توزیع دما و رطوبت در راستای ضخامت به صورت خطی و یکنواخت و شرایط مرزی تیر دو سر ساده می‌باشد. برای یک ماده‌ی کامپوزیتی حاصل از ترکیب دو ماده‌ی مجزا، اغلب اطلاعات دقیقی از اندازه و شکل و توزیع اجزای تشکیل‌دهنده‌ی آن در دسترس نیست. در نتیجه مدول الاستیک معادل یا هر خاصیت معادل مورد نیاز دیگر ماده‌ی مورد نظر باید بر اساس توزیع کسر حجمی و شکل تقریبی فازهای تشکیل‌دهنده محاسبه شوند. در طول این سال‌ها چندین مدل جهت پیش‌بینی خواص معادل مواد کامپوزیتی ارائه شده است که قانون اختلاط یکی از تکنیک‌های معمول در این حوزه می‌باشد که به صورت معادلات مرجع [۱۰] بیان شده است. میدان جابجایی تیر در این پژوهش بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مراتب بالاتر بیان شده است.

$$u(x, z, t) = u(x, t) - z w'(x, t) f(z) \phi(x, t) \quad (۱-الف)$$

$$w(x, z, t) = w(x, t) \quad (۱-ب)$$

u ، w و ϕ مؤلفه‌ی چرخش حول محور y و جابجایی‌های صفحه میانی تیر در جهات x و z هستند. $f(z)$ یک تابع شکل است که بیانگر تغییر شکل برشی عرضی است و با توجه به نوع تئوری مورد استفاده، تغییر می‌کند. این تئوری‌ها مطابق تئوری‌های مورد استفاده در مقاله کارما می‌باشند [۲۰]. در مقاله مذکور دو مدل برای نشان دادن وابستگی خواص مواد به دما و رطوبت استفاده شده است. اولین مدل، یک مدل گسسته است که در آن خصوصیات مواد در دمای خاص و غلظت رطوبت متفاوت نشان داده شده است؛ مدل دوم بر مبنای میکرومکانیک‌ها می‌باشد. اولین مدل توسط پاتل و همکارانش در مرجع [۲۱] استفاده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، مدول الاستیسیته به دلیل افزایش دما یا رطوبت، کاهش می‌یابد؛ در ضمن فرض بر این است که ضرایب انبساط حرارتی و رطوبتی بدون تغییر باقی می‌ماند و همچنین می‌توانیم درجه حرارت و رطوبت را بطور هم زمان تغییر دهیم. تیر تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به طول L ، عرض b و ضخامت h ساخته شده از مخلوطی از نانولوله‌های کربنی و ماتریس ایزوتروپیک در یک سیستم مختصات دکارتی مطابق شکل (۱) در نظر گرفته شده است؛ و از روش انرژی برای استخراج معادلات تعادل این تیر استفاده شده است.



شکل (۱) (الف) نمای جانبی تیر CNTRC [۱۰]، (ب) طرح‌های توزیع متفاوت CNT در سطح مقطع تیر [۱۰].

³ Rissón's ratio

جابجایی‌های یک نقطه‌ی دلخواه در تیر در راستاهای x و z به ترتیب با U و W مشخص شده است. به منظور بررسی تأثیر نحوه‌ی توزیع CNT5 ها در زمینه‌ی پلیمری، حالت توزیع یکنواخت و حالت توزیع متغیر تابعی در نظر گرفته شده. برای حالت دوم دو نوع طرح توزیع در نظر گرفته شده است، که در آن‌ها کسر حجمی CNTها به صورت پیوسته و معینی در جهت ضخامت تیر تغییر کرده است (شکل ۱-ب) و در حقیقت تابعی از ضخامت تیر (راستای z) بودند. کسر حجمی سه نوع نانولوله‌ی کربنی شرح داده شده مطابق جدول ۱ تعریف شده است.

جدول (۱) توابع کسر حجمی CNT برای انواع مختلف تیرهای CNTRC.

الگوی توزیع	کسر حجمی (V_{cn})
UD	V_{cn}^*
FGX	$4 \frac{ z }{h} V_{cn}^*$
FGO	$\left(2 - 4 \frac{ z }{h} \right) V_{cn}^*$

V_{cn}^* معرف کسر حجمی کل است که بر اساس رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$V_{cn}^* = \frac{w_{cn}}{w_{cn} + (\rho_{cn}/\rho_m) - (\rho_{cn}/\rho_m) w_{cn}} \quad (2)$$

لازم به ذکر است که مقدار کسر حجمی کل برای انواع تیرهای CNTRC موجود در جدول (۱)، برابر است. در رابطه‌ی فوق، w_{cn} کسر جرمی نانولوله‌ها، ρ_m و ρ_{cn} به ترتیب چگالی‌های نانولوله و ماتریس می‌باشند. کرنش‌های نرمال و برشی برای یک تغییر به صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_0 + zk_0 + f(z) \phi' \quad (3-الف)$$

$$\gamma_{xz} = \phi f'(z) \quad (3-ب)$$

ε_0 و k_0 به ترتیب کرنش و انحنای نرمال صفحه میانی هستند که به صورت رابطه زیر تعریف می‌شوند.

$$\varepsilon_0 = u' + \frac{1}{2} w'^2 \quad (4-الف)$$

$$k_0 = -w'' \quad (۴-ب)$$

که [T] ماتریس تبدیل است که به صورت رابطه زیر تعریف می شود:

$$[T] = \begin{bmatrix} m'^2 & n'^2 & m'n' \\ n'^2 & m'^2 & -m'n' \\ -2m'n' & 2m'n' & m'^2 - n'^2 \end{bmatrix} \quad (۵)$$

ضرایب انبساط حرارتی درون صفحه‌ای عبارتند از:

$$\alpha_x = (m'^2 \alpha_1 + n'^2 \alpha_2) \quad (۶-الف)$$

$$\alpha_y = (n'^2 \alpha_1 + m'^2 \alpha_2) \quad (۶-ب)$$

$$\alpha_{xy} = 2m'n'(\alpha_1 - \alpha_2) \quad (۶-ج)$$

α_1 و α_2 ضرایب انبساط حرارتی در مختصات اصلی ماده هستند و ΔT تغییر درجه حرارت و θ زاویه‌ای است که الیاف با محور x می‌سازند. m' و n' به ترتیب برابر $\cos\theta$ و $\sin\theta$ می‌باشد. کامپوزیت‌های پایه پلیمری در اثر جذب رطوبت دچار انبساط رطوبتی می‌شوند. معادلات آن مشابه تأثیر حرارت می‌باشد. کرنش‌های آزاد ناشی از جذب رطوبت (کرنش رطوبتی) به صورت زیر تعریف می‌شوند که فرض می‌شود با درصد جذب رطوبت (ΔC) متناسب است:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^c \\ \varepsilon_y^c \\ \gamma_{xy}^c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \beta_x \Delta C \\ \beta_y \Delta C \\ \beta_{xy} \Delta C \end{Bmatrix} \quad (۷)$$

$$\beta_x = (m'^2 \beta_1 + n'^2 \beta_2) \quad (۸-الف)$$

$$\beta_y = (n'^2 \beta_1 + m'^2 \beta_2) \quad (۸-ب)$$

$$\beta_{xy} = 2m'n'(\beta_1 - \beta_2) \quad (۸-ج)$$

β_1 و β_2 ضرایب انبساط رطوبتی در مختصات اصلی هستند. درصد جذب رطوبت (ΔC) را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\Delta C = \frac{\Delta C_f + \Delta C_m}{C_f + C_m} \quad (۹)$$

C_f و C_m به ترتیب رطوبت الیاف و ماتریس در محیط خشک هستند. ΔC_f و ΔC_m تغییرات رطوبت ماتریس و رطوبت الیاف بعد از جذب رطوبت هستند. قانون هوک با احتساب کرنش‌های حرارتی و رطوبتی به شکل زیر قابل بیان است:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \left\{ \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^T \\ \varepsilon_y^T \\ \gamma_{xy}^T \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^c \\ \varepsilon_y^c \\ \gamma_{xy}^c \end{Bmatrix} \right\} \quad (۱۰)$$

که σ_x و τ_{xy} تنش‌های برشی و نرمال درون صفحه‌ای هستند. γ_{yz} و γ_{xy} از رطوبت و حرارت تأثیر نمی‌گیرند بنابراین بدون تغییر باقی می‌مانند. تنش برشی نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

\bar{Q}_{ij} مؤلفه‌های سفتی انتقال یافته هستند و Q_{ij} سفتی کاهش یافته هستند. که با روابط زیر به هم مرتبط می‌شود [18]:

$$\begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} [T] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (12)$$

و:

$$\bar{Q}_{44} = m'^2 Q_{44} + n'^2 Q_{55} \quad (13-الف)$$

(الف)

$$\bar{Q}_{45} = m' n' (Q_{55} - Q_{44}) \quad (13-ب)$$

$$\bar{Q}_{55} = m'^2 Q_{55} + n'^2 Q_{44} \quad (13-ج)$$

Q_{ij} ها در حالت تنش صفحه‌ای از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (14-الف)$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (14-ب)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (14-ج)$$

$$Q_{66} = G_{12} \quad (14-د)$$

$$Q_{55} = G_{13} \quad (14-ه)$$

$E_2, E_1, \nu_{21}, \nu_{12}, G_{12}$ ثابت‌های مستقل‌اند و رابطه زیر (در مواد ارتوتروپیک) بین آن‌ها برقرار است [10]:

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad (15)$$

⁵ Transformed stiffness coefficients

⁶ Transformed reduced stiffness coefficients

این تیر در جهت y آزاد است، در نتیجه σ_y و τ_{xy} و τ_{yz} صفر هستند (حالت تنش صفحه‌ای برای یک ماده ارتو تروپیک)؛ بنابراین روابط زیر نتیجه می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^T \\ \varepsilon_y^T \\ \gamma_{xy}^T \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^c \\ \varepsilon_y^c \\ \gamma_{xy}^c \end{Bmatrix} \quad (۱۶)$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (۱۷)$$

از حل معادلات (۱۶) و (۱۷) داریم:

$$\sigma_x = \bar{Q}_{11}(\varepsilon_x - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^c) + \bar{Q}_{12}(\varepsilon_y - \varepsilon_y^T - \varepsilon_y^c) + \bar{Q}_{16} \quad (۱۸-الف)$$

$$\bar{Q}_{12}(\varepsilon_x - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^c) + \bar{Q}_{22}(\varepsilon_y - \varepsilon_y^T - \varepsilon_y^c) + \bar{Q}_{26}(\gamma_{xy} - \gamma_{xy}^T - \gamma_{xy}^c) = 0 \quad (۱۸-ب)$$

$$\bar{Q}_{16}(\varepsilon_x - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^c) + \bar{Q}_{26}(\varepsilon_y - \varepsilon_y^T - \varepsilon_y^c) + \bar{Q}_{66}(\gamma_{xy} - \gamma_{xy}^T - \gamma_{xy}^c) = 0 \quad (۱۸-ج)$$

$$\bar{Q}_{44}\gamma_{yz} + \bar{Q}_{45}\gamma_{xz} = 0 \quad (۱۸-د)$$

$$\tau_{xz} = \bar{Q}_{45}\gamma_{yz} + \bar{Q}_{55}\gamma_{xz} \quad (۱۸-ه)$$

از حل معادلات (۱۸) معادلات زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_x = \bar{\bar{Q}}_{11}(\varepsilon_x - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^c) = \bar{\bar{Q}}_{11}(\varepsilon_0 + zk_0 \phi' f(z) - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^c) \quad (۱۹)$$

(الف)

$$\tau_{xz} = \bar{\bar{Q}}_{55}\gamma_{xz} \quad (۱۹-ب)$$

که:

$$\bar{\bar{Q}}_{11} = \bar{Q}_{11} + \quad (۱۹-ج)$$

$$\frac{\bar{Q}_{16}(\bar{Q}_{16}\bar{Q}_{22} - \bar{Q}_{12}\bar{Q}_{26}) + \bar{Q}_{12}(\bar{Q}_{12}\bar{Q}_{66} - \bar{Q}_{16}\bar{Q}_{26})}{\bar{Q}_{26}^2 - \bar{Q}_{22}\bar{Q}_{66}}$$

$$\bar{\bar{Q}}_{55} = \bar{Q}_{55} - \frac{\bar{Q}_{45}^2}{\bar{Q}_{44}} \quad (۱۹-د)$$

است. برای چند لایه‌های با لایه‌های متقاطع که در آن زاویه بین صفحات 0° یا 90° است ضرایب \bar{Q}_{16} و \bar{Q}_{26} صفر هستند چون ماتریس \bar{Q} متقارن است و \bar{Q}_{16} و \bar{Q}_{26} از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند زیرا آن‌ها کوپلینگ بین کشش و برش درون صفحه‌ای را ایجاد می‌کنند. برای مواد همسانگرد و مواد ارتوتروپیک با زاویه‌ی الیاف صفر و 90° درجه کوپلینگ بین کشش و برش وجود ندارد. در برخی از مراجع اثر پواسون به دلیل لایه‌های بدون محدودیت در جهت y (لایه‌های آزاد) نادیده گرفته شده و به همین دلیل به جای \bar{Q}_{11} از \bar{Q}_{11} استفاده شده است. با تعریف p به عنوان بار فشاری و P به عنوان نیروی جانبی یکنواخت و ریش انرژی پتانسیل به صورت زیر بیان می‌شود [18]:

$$\begin{aligned} \delta V &= \int_0^L \int (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dx - \int_0^L P w' \delta w' dx - \int_0^L p \delta w dx \\ &= \int_0^L \int [\sigma_x (\delta \varepsilon_0 + z \delta k_0 + f(z) \delta \phi' + \tau_{xz} f'(z) \delta \phi) dA dx - \int_0^L P w' \delta w' dx \\ &\quad - \int_0^L p \delta w dx \end{aligned} \quad (20)$$

نیرو و ممان‌های منتجه به صورت روابط زیر تعریف می‌شوند [18]:

$$N = \int \sigma_x dA \quad (21-الف)$$

$$M = \int z \sigma_x dA \quad (21-ب)$$

$$M_s = \int \sigma_x f(z) dA \quad (21-ج)$$

$$Q_s = \int \tau_{xz} f'(z) dA \quad (21-د)$$

با جایگذاری روابط (21) در (20) داریم:

$$\delta V = \int_0^L (N \delta \varepsilon_0 + M \delta k_0 + M_s \delta \phi' + Q_s \delta \phi - P w' \delta w' - p \delta w) dx \quad (22)$$

با جایگذاری روابط (19)، در روابط (21) داریم:

$$N = \int \bar{Q}_{11} (\varepsilon_0 + z k_0 \phi' f(z) - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^C) dA \quad (23-الف)$$

$$M = \int \bar{Q}_{11} z (\varepsilon_0 + z k_0 \phi' f(z) - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^C) dA \quad (23-ب)$$

⁷ cross-ply

$$M_s = \int \bar{Q}_{11} f(z) (\varepsilon_0 + z k_0 \phi' f(z) - \varepsilon_x^T - \varepsilon_x^C) dA \quad (23-ج)$$

$$Q_s = \int \bar{Q}_{55} \gamma_{xz} f'(z) dA = \int \bar{Q}_{55} \phi f'^2(z) dA \quad (23-د)$$

با جایگذاری (۲۵)، (۲۶) و (۲۷) در (۲۳) داریم:

$$N = A_{11} \varepsilon_0 + B_{11} k_0 + E_{11} \phi' - N^T - N^C$$

$$M = B_{11} \varepsilon_0 + D_{11} k_0 + F_{11} \phi' - M^T - M^C \quad (24)$$

$$M_s = E_{11} \varepsilon_0 + f_{11} k_0 + H_{11} \phi' - M_s^T - M_s^C$$

$$Q_s = A_{55} \phi$$

که:

$$A_{11} = \int \bar{Q}_{11} dA$$

$$B_{11} = \int z \bar{Q}_{11} dA$$

$$D_{11} = \int z^2 \bar{Q}_{11} dA$$

$$E_{11} = \int f(z) \bar{Q}_{11} dA \quad (25)$$

$$f_{11} = \int z f(z) \bar{Q}_{11} dA$$

$$H_{11} = \int f^2(z) \bar{Q}_{11} dA$$

$$A_{55} = \int f'^2(z) \bar{Q}_{55} dA$$

منتجه‌های دمایی و رطوبتی نیرو و ممان به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\{N^T, M^T, M_s^T\} = \int \{1, z, f(z)\} \bar{Q}_{11} \alpha_x \Delta T dA \quad (26)$$

$$\{N^C, M^C, M_s^C\} = \int \{1, z, f(z)\} \bar{Q}_{11} \beta_x \Delta C dA \quad (27)$$

با استفاده از اصل همیلتون و با انتگرال‌گیری به روش جزء به جزء ضرایب δw و δu و $\delta \phi$ به ترتیب معادلات تعادل به صورت روابط زیر به دست می‌آیند:

$$N' = 0 \quad (28)$$

$$M'' + (N w')' - p w'' + p = 0 \quad (29)$$

$$M_s' - Q_s = 0 \quad (30)$$

شرایط مرزی حاصل با استفاده از رابطه (۳۱) به دست می آید:

$$N|_{x=0,L} = 0 \quad \text{یا} \quad u|_{x=0,L} = 0$$

$$W'|_{x=0,L} = 0 \quad \text{یا} \quad M|_{x=0,L} = 0 \quad (31)$$

$$Q_e|_{x=0,L} = 0 \quad \text{یا} \quad W|_{x=0,L} = 0$$

$$Q_s|_{x=0,L} = 0 \quad \text{یا} \quad \phi|_{x=0,L} = 0$$

Q_e نیروی برشی عرضی معادل است و به صورت رابطه (۳۲) تعریف می شود.

$$Q_e = M' + N w' - p w' \quad (32)$$

با جایگذاری روابط (۴) در روابط (۲۴) و قرار دادن رابطه های حاصل شده در روابط (۲۸)، (۲۹) و (۳۰) نیروی محوری N به صورت زیر محاسبه می شود:

$$N = \frac{A_{11}}{2L} \int_0^L w'^2 dx - N^T - N^C + \beta \quad (33)$$

که در آن β از طریق رابطه زیر تعریف می شود:

$$\beta = \frac{E_{11}}{L} (\phi(L) - \phi(0)) - \frac{B_{11}}{L} (w'(L) - w'(0)) \quad (34)$$

پاسخ استاتیکی توابع حاکم بر تیر کامپوزیتی در محیط هیگروترمال بر اساس روابط زیر بیان می شوند.

$$(D_{11} - \frac{B_{11}^2}{A_{11}}) w'''' + (P + N^T + N^C - \frac{A_{11}}{2L} \int_0^L w'^2 dx - \beta) w'' + (\frac{B_{11} E_{11}}{A_{11}} - F_{11}) \phi'''' = p \quad (35)$$

$$(H_{11} - \frac{E_{11}^2}{A_{11}}) \phi'' + (\frac{B_{11} E_{11}}{A_{11}} - F_{11}) w'''' - A_{55} \phi = 0 \quad (36)$$

و جواب های فرضی که شرایط مرزی را ارضا می کنند به صورت روابط زیر بیان می شوند:

$$w(x) = a \sin \frac{\pi}{L} x \quad (37)$$

$$\phi(x) = b \cos \frac{\pi}{L} x \quad (38)$$

با قرار دادن روابط (۳۷) و (۳۸) در (۳۵) و (۳۶) داریم:

$$(P + N^T + N^C)a - \frac{\pi^2}{L^2} (D_{11} - \frac{\pi^2 F_{11}^2}{L^2 A_{55} + \pi^2 H_{11}} - \frac{\pi^2 A_{11}}{4L^2}) a^3 = 0 \quad (39)$$

بار کمانش را با حذف قسمت غیرخطی و حل قسمت خطی رابطه بالا می‌توان به دست آورد:

$$(P + N^T + N^C)_{cr} = \frac{\pi^2}{L^2} (D_{11} - \frac{\pi^2 F_{11}^2}{L^2 A_{55} + \pi^2 H_{11}}) \quad (40)$$

معادلات فوق نشان می‌دهد که حرارت و رطوبت باعث کاهش بار کمانش بحرانی می‌شود. به‌عنوان نمونه، بار کمانش مکانیکی بحرانی می‌تواند به‌صورت زیر بیان شود:

$$P_{cr} = -N^T - N^C + \frac{\pi^2}{L^2} D_{11} - \frac{\pi^4 F_{11}^2}{L^4 A_{55} + \pi^2 L^2 H_{11}} \quad (41)$$

بدیهی است که با افزایش دما و رطوبت، بار محوری کششی به وجود می‌آید و خواص مواد نیز تغییر می‌کند. واز و همکارانش [۲۲]، وثوقی و همکارانش [۲۳]، اسدی و همکارانش [۲۴]، بزا و همکارانش [۲۵]، کویی و هو [۲۶] و لی و کیاو [۲۷] تأثیر دما و رطوبت بر خواص مواد را در نظر گرفتند؛ در حالی که آیدگو [۱۲]، بارتن [۲۸]، جیانگ و همکارانش [۲۹] و شن [۳۰] فرض می‌کنند که خواص مواد با تغییرات دما و رطوبت بدون تغییر باقی می‌ماند. در این پژوهش، هر دو روش در نظر گرفته شده است. بار کمانش بحرانی در محیط ایده‌آل، به‌عنوان مثال $T = T_0$ و $C = 0$ ، که به‌صورت P_0 مشخص شده است، به‌عنوان یک مقدار مرجع در نظر گرفته می‌شود. از طرف دیگر، اگر تیر تنها تحت تأثیر تغییر دما یا رطوبت (بدون بار مکانیکی) قرار گیرد، می‌توان دمای بحرانی یا تغییر رطوبتی را تعیین کرد که موجب کمانش می‌شود. با توجه به رابطه (۴۰)، دمای بحرانی و تغییرات رطوبت، به ترتیب از طریق روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$\Delta T_{cr} = 1/T_{11} \left\{ -P - N^C + \frac{\pi^2}{L^2} \left(D_{11} - \frac{\pi^2 F_{11}^2}{L^2 A_{55} + \pi^2 H_{11}} \right) \right\} \quad (42)$$

$$\Delta C_{cr} = 1/C_{11} \left\{ -P - N^T + \frac{\pi^2}{L^2} \left(D_{11} - \frac{\pi^2 F_{11}^2}{L^2 A_{55} + \pi^2 H_{11}} \right) \right\} \quad (43)$$

که در آن:

$$T_{11} = \int \alpha_x \bar{Q}_{11} dA \quad (44)$$

$$C_{11} = \int \beta_x \bar{Q}_{11} dA \quad (45)$$

برای پاسخ پس‌کمانش بر اساس معادله (۴۴) سه حل وجود دارد: حل بدیهی $a = 0$ ، که اشاره به حالت بدون کمانش دارد، و دو پاسخ دیگر برای حالت پس‌کمانش است. دامنه کمانش تیر از طریق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$a = \pm \frac{2}{\pi \sqrt{A_{11}}} \quad (46)$$

$$\sqrt{-\pi^2 D_{11} + \frac{L^2(P+N^T + N^C)}{L^2 A_{55} + \pi^2 H_{11}} + \frac{\pi^2 F_{11}^2}{L^2 A_{55} + \pi^2 H_{11}}}$$

این معادله علاوه بر بار مکانیکی اعمال شده، نشان دهنده سهم درجه حرارت و رطوبت است. با استفاده از این رابطه می توان دامنه خیز کمانش در شکل بی بعد را به دست آورد. برای این منظور، دامنه کمانش بی بعد در نقطه میانی تیر می تواند به صورت $\bar{a} = \frac{a}{h}$ تعریف شود که h ضخامت تیر است. به عنوان یک نتیجه رابطه (۴۶) را می توان به صورت زیر بیان کرد.

$$\frac{a}{h} = \pm \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\frac{L^2 P}{h^2 A_{11}} - \frac{L^2}{h^2 A_{11}}}{(-N^T - N^C + \frac{\pi^2 D_{11}}{L^2} - \frac{\pi^4 F_{11}^2}{L^4 A_{55} + \pi^2 L^2 H_{11}})}} \quad (47)$$

این معادله به صورت زیر خلاصه می شود

$$\bar{a} = \pm \frac{2}{\pi} \sqrt{\bar{P} - \bar{P}_{cr}} \quad (48)$$

بار محوری بی بعد برای بارهای مکانیکی و هیگروترمال به صورت $\bar{P} = \frac{L^2}{h^2 A_{11}}$ تعریف می شود. با توجه به معادله (۴۰)، بار کمانش بحرانی بی بعد به صورت زیر تعریف می شود:

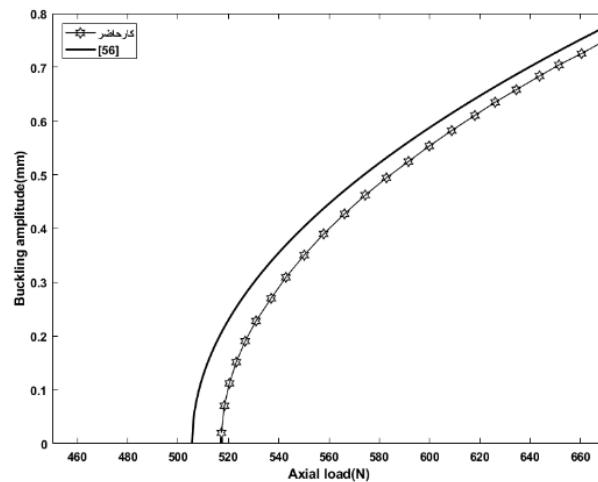
$$\bar{P}_{cr} = \frac{L^2}{h^2 A_{11}} \left(-N^T - N^C + \frac{\pi^2 D_{11}}{L^2} - \frac{\pi^4 F_{11}^2}{L^4 A_{55} + \pi^2 L^2 H_{11}} \right) \quad (49)$$

این معادلات برای محاسبه بار کمانش بحرانی، دمای بحرانی و رطوبت بحرانی بیان شده است. که با استفاده از این معادلات نتایج عددی ارائه شده است.

۳. نتایج

۳-۱- صحت سنجی و نتایج

صحت سنجی مدل با استفاده از مرجع [۱۸] انجام شده است و همانطور که مشاهده می شود تطابق خوبی بین نتایج مقاله حاضر با محاسبات انجام شده در این پژوهش حاصل شده است. در ادامه در شکل ۲ نمودار دامنه کمانش بر حسب بار محوری برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با گرافیت با $V_f = 0.7$ حاصل از کار حاضر و مرجع [۱۸] نشان داده شده است. با مشاهده نمودار می توان دریافت که نتایج کار حاضر از دقت مطلوبی برخوردار است. با مشاهده نمودار می توان دریافت که نتایج کار حاضر از دقت مطلوبی برخوردار است.



شکل ۲) مقایسه نتایج کار حاضر با مرجع [۱۸] برای تیر کامپوزیتی تقویت شده با گرافیت.

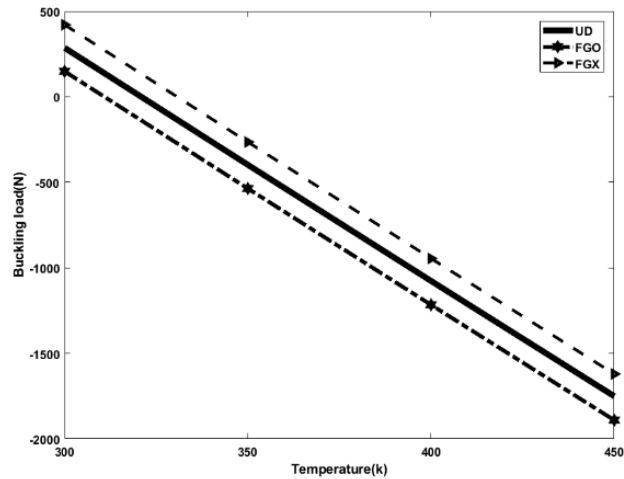
نتایج حاصل از بررسی تأثیر نوع تقویت کننده بر کمانش تیر کامپوزیتی در درجه حرارت متفاوت به ازای کسر حجمی‌های مختلف و برای تیرهای UD-CNTRC و FGX-CNTRC و FGO-CNTRC و تیر کامپوزیتی گرافیت-اپوکسی مطابق جدول ۲ نشان داد که به ازای کسر حجمی یکسان 0.17 بار کمانش تیر تقویت شده با نانولوله کربنی در دمای 298 کلوین بیشتر از حالتی بوده که تیر با گرافیت تقویت شده است.

جدول ۲) بار کمانش بی‌بعد $\frac{L^2 p_0}{bh^3 A_{11}}$ تیرها، با تقویت کننده گرافیت و نانولوله کربنی با استفاده از تئوری‌های تیر مرتبه بالا در دماها و کسر حجمی‌های مختلف و رطوبت صفر.

دما	$=V_f$	$=V_f$	$=V_f$	$=0.17V_{cn}$	$=0.17V_{cn}$	$=0.17V_{cn}$
K	0.17	0.4	0.5	FGX	UD	FGO
298	214.97	417.48	617.05	369.48	300.38	137.34
323	-278.14	-75.12	123.54	281.14	195.78	-4.63
348	-770.04	-566.6	-	192.35	90.72	-147.17
			368.79			
373	-	-	-	103.49	-14.40	-289.87
	1260.69	1056.9	859.90			

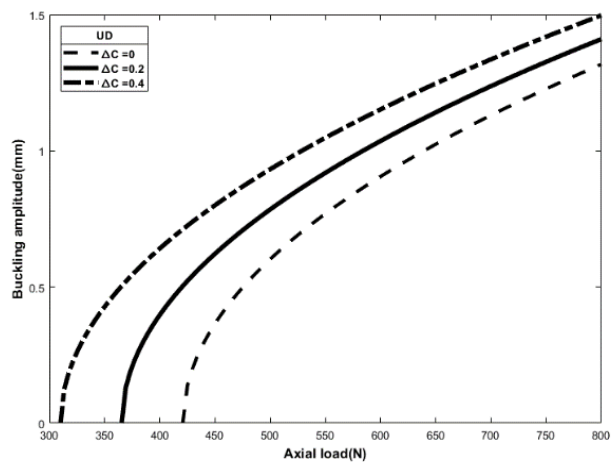
در شکل ۳ به بررسی کمانش تیرهای کامپوزیتی حاوی نانولوله‌های کربنی در سه حالت مختلف توزیع یکنواخت UD، توزیع نانولوله از وسط به سمت بالا و پایین FGO و توزیع نانولوله از بالا و پایین به وسط FGX پرداخته شد. رفتار نمودار خطی بوده و برای بارهای کمانشی مثبت افزایش دما باعث کاهش بار کمانش شد و در ادامه با توجه به اینکه بار کمانش منفی شد افزایش دما منجر به افزایش بار

کمانش شد؛ همچنین اختلاف زیادی بین سه نوع توزیع مشاهده نگردید با این حال بیشترین میزان تغییر مربوط به حالتی بود که توزیع نانولوله‌های کربنی به صورت FGX بود.

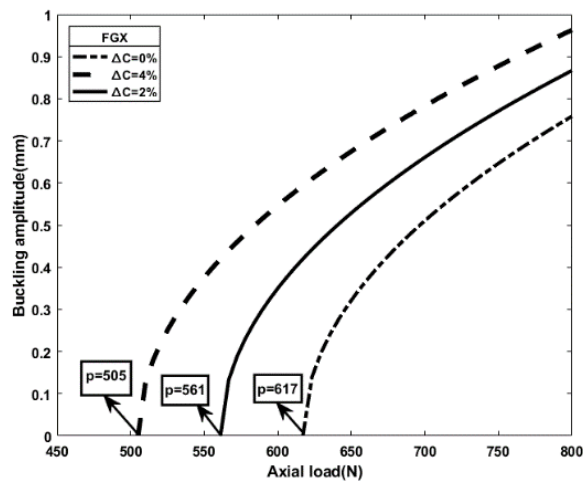


شکل ۳) بار کمانش برحسب دما برای تیر با تقویت‌کننده نانولوله کربنی

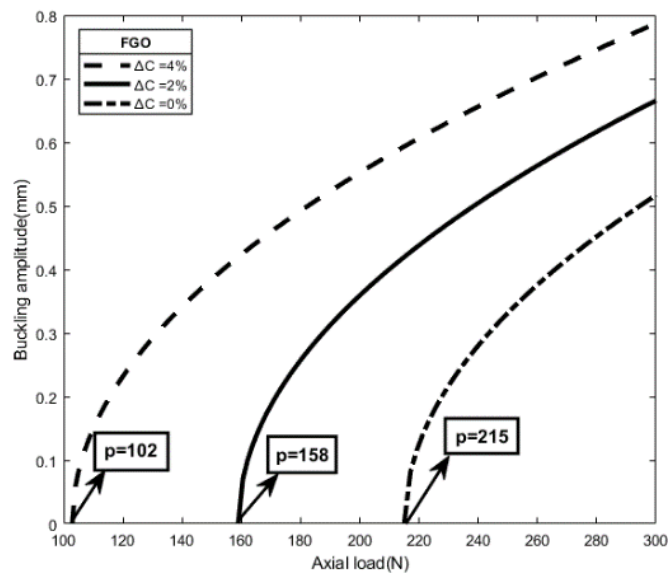
شکل‌های ۴ تا ۶ تغییرات دامنه کمانش که از طریق رابطه (۴۷) به دست می‌آیند را برای توزیع‌های مختلف نانولوله کربنی به همراه تغییرات بار محوری با تغییر رطوبت نشان می‌دهند. نتایج حاصل از بررسی این نمودارها نشان داد که با افزایش غلظت رطوبت، بار کمانش کاهش و دامنه کمانش افزایش می‌یابد. با توجه به محاسبات انجام گرفته بار کمانش بحرانی در تیر با توزیع FGX نسبت به توزیع UD و FGO با افزایش غلظت رطوبت کاهش چشم‌گیرتری داشته یعنی با افزایش غلظت رطوبت نقطه شروع بار کمانش بحرانی در تیر با توزیع FGX دیرتر از تیر با توزیع UD و FGO اتفاق افتاد و دیرتر از دو حالت دیگر توزیع نانولوله‌های کربنی در تیر کمانش کرد، و همچنین افزایش دامنه کمانش بیشتری نیز نسبت به دو حالت دیگر توزیع در تیر به همراه دارد.



شکل ۴) دامنه کمانش برحسب بار برای تیر با تقویت‌کننده UD

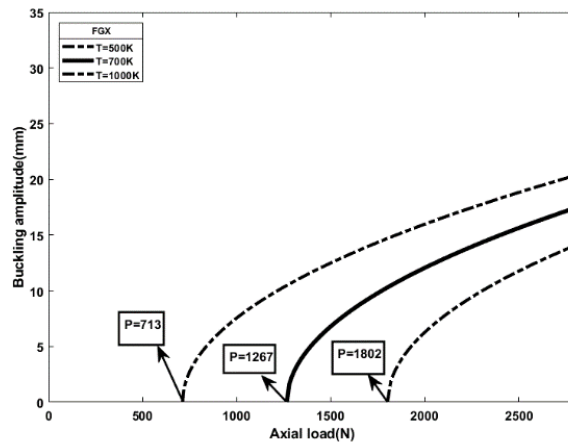


شکل ۵) دامنه کمانش برحسب بار برای حالت توزیع FGX نانولوله کربنی در تیر

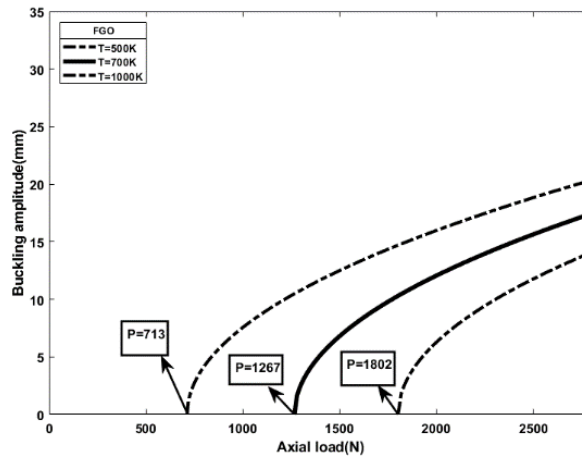


شکل ۶) دامنه کمانش برحسب بار برای حالت توزیع FGO نانولوله کربنی در تیر

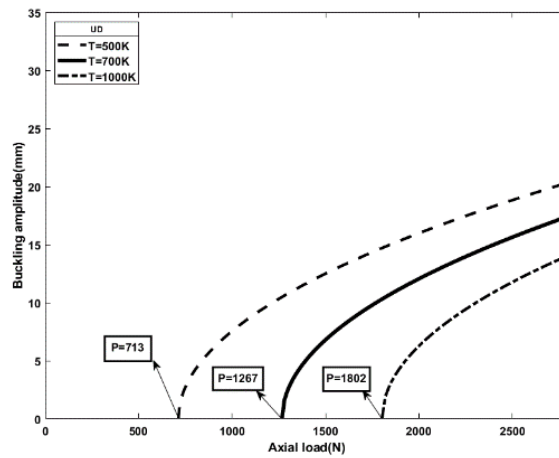
در ادامه کار پاسخ کمانش تیر با تغییر دما، بدون تأثیر بار مکانیکی مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده شد که افزایش غلظت رطوبت باعث افزایش دامنه کمانش و همچنین کاهش کمانش حرارتی شده و تیر با توزیع UD در مقابل افزایش غلظت رطوبت بهتر از تیر با توزیع FGO عمل می‌کند یعنی دیرتر کمانش می‌کند، و تیر با توزیع FGX در مقابل افزایش غلظت رطوبت بهتر از تیر با توزیع UD عمل کرده و در آن کمانش حرارتی دیرتر به وقوع می‌پیوندد. در ادامه کار به بررسی پاسخ کمانش تیر با تغییر دما، تحت تأثیر بار مکانیکی در شکل‌های ۷، ۸ و ۹ پرداخته شد و مشاهده شد که افزایش درجه حرارت باعث کاهش دامنه کمانش و افزایش بار کمانش بحرانی می‌شود. همانطور که در شکل‌ها نشان داده می‌شود؛ تغییرات درجه حرارت در تغییر دامنه کمانش و بار کمانش بحرانی نقش عمده‌ای را ایفا می‌کند.



شکل ۷) دامنه کمانش بر حسب بار برای توزیع FGX نانولوله کربنی در تیر



شکل ۸) دامنه کمانش بر حسب بار برای تیر با تقویت کننده FGO



شکل ۹) دامنه کمانش بر حسب بار در حالت توزیع یکنواخت نانولوله کربنی در تیر

مطالعات بسیاری نشان داده‌اند رطوبت و حرارت دارای اهمیت قابل توجهی در کمانش تیرهای کامپوزیتی با حالت مختلف توزیع نانولوله‌های کربنی دارد [۳۱،۱۳] و همچنین بار حرارتی تأثیر قابل توجهی بر کمانش تیرهای کامپوزیتی با حالت‌های مختلف توزیع نانولوله‌های کربنی ندارد [۳۳،۳۲] همانطور که نتایج این مطالعه نشان داد وقتی حرارت و نیرو با یکدیگر به تیرها وارد می‌شوند میزان کمانش در هر سه نوع توزیع به صورت یکسان بوده و تفاوت چندانی با یکدیگر ندارد در واقع میتوان اینگونه نتیجه گرفت که دما تأثیر چندانی بر تغییر کمانش در تیر با حالت‌های مختلف توزیع نانولوله‌های کربنی ندارد، و میتوان از این پارامتر برای مقایسه تیرها صرف نظر کرد و از نتایج دیگر این مطالعه این بود که وقتی رطوبت در تیرها لحاظ می‌شود و همچنین به آن‌ها نیرو نیز وارد می‌شود کمانش برای حالتی که توزیع نانولوله به صورت FGO می‌باشد زودتر از سایر موارد اتفاق افتاده و بیشترین میزان نیروی وارد شده برای کمانش در اثر وارد کردن نیرو مربوط به FGX می‌باشد که میتوان نتیجه گرفت در صورتی که عامل کمانش به تنهایی نیرو باشد تیر کامپوزیتی در حالت FGX عملکرد بهتری نسبت به حالت‌های دیگر دارد. در نهایت نتیجه دیگری که از این مطالعه حاصل شد این بود که در حالتی که فقط بار حرارتی به تیرها وارد شود توزیع کمانش تیرها به صورت خطی بوده و اختلاف زیادی با یکدیگر ندارند؛ با این حال بار کمانش برای تیر با حالت توزیع FGO در کمترین مقدار ممکن نسبت به دو حالت توزیع دیگر در تیر می‌باشد؛ ولی اختلاف زیاد نبوده و میتوان نتیجه گرفت مقدار بار حرارتی به تنهایی تأثیر چندانی بر روی کمانش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی ندارد. درباره علت تأثیر رطوبت بر کمانش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با توزیع‌های مختلف نانولوله باید گفت از آنجا که مطالعات قبلی هم نشان می‌دهند [۱۷] ممکن است رطوبت باعث جذب آب در سازه شده و این امر باعث افزایش وزن در سازه شده در نتیجه کمانش دیرتر رخ داده چون در حالت توزیع FGX تیر رطوبت بیشتری جذب می‌کند کمانش در آن نسبت به دو حالت دیگر توزیع دیرتر رخ می‌دهد و در مورد بی تأثیر بودن حرارت در دو نتیجه حاصل شده دیگر در این پژوهش می‌توان با استناد به نتایج مطالعات قبلی [۱۲] بیان کرد که احتمالاً حرارت باعث نرم‌تر شدن سازه شده در نتیجه سختی یا سفتی کاهش پیدا کرده پس فرکانس طبیعی کم شده و به موازات آن بار کمانش هم کاهش می‌یابد ولی در این پژوهش این کاهش بار کمانش در سه نوع توزیع نانولوله‌های کربنی چشم‌گیر و قابل توجه نبوده و می‌توان از آن صرف نظر کرد.

۴. نتیجه‌گیری

در مجموع نتایج حاصل از این پژوهش نشان دادند که با مقایسه نتایج در هر سه مدل UD، FGX و FGO در حالتی که فقط بار حرارتی به تیرها وارد شد توزیع کمانش تیرها به صورت خطی بود و اختلاف زیادی با یکدیگر نداشتند؛ با این حال بار کمانش برای تیر با حالت توزیع FGO در کمترین مقدار ممکن نسبت به دو حالت توزیع دیگر در تیر بود؛ ولی اختلاف زیاد نبود و می‌شد نتیجه گرفت مقدار بار حرارتی به تنهایی تأثیر چندانی بر روی کمانش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی ندارد و نیز در جاتی که اثر دما و نیرو با یکدیگر به تیرها اعمال شد میزان کمانش در هر سه مدل به صورت یکسان بود و تفاوت چندانی با یکدیگر نداشتند در واقع اینگونه نتیجه گرفته شد که دما تأثیر چندانی بر تغییر کمانش در تیر با حالت‌های مختلف توزیع نانولوله‌های کربنی ندارد، و میتوان از این پارامتر برای مقایسه تیرها صرف نظر کرد. و زمانی که اثر رطوبت در تیرها لحاظ شد و همچنین به تیرها نیرو نیز وارد شد کمانش برای حالتی که توزیع نانولوله به صورت FGO بود زودتر از سایر موارد اتفاق افتاد و بیشترین میزان نیروی وارد شده برای کمانش در اثر وارد کردن نیرو مربوط به FGX بود که می‌شد نتیجه گرفت در صورتی که عامل کمانش به تنهایی نیرو باشد تیر کامپوزیتی در حالت FGX عملکرد بهتری نسبت به حالت‌های دیگر دارد. یافته‌های این پژوهش می‌توانند دارای کاربرد در حوزه شبیه سازی آسیب در تیرهای کامپوزیتی (که نمونه رایج یک سازه واقعی مانند تیرک اصلی بدنه یک هواپیمای کامپوزیتی هستند)، برای بررسی رفتار مکانیکی آن‌ها

از منظر بار کمانشی باشند. در این مطالعه تحلیلی به بررسی کمانش تیر کامپوزیتی تقویت شده با نانوله‌های کربنی متغیر تابعی در محیط حرارتی-رطوبتی پرداخته شده و از نظر بررسی به صورت تجربی (آزمایشگاهی) دارای محدودیت‌هایی می‌باشد. محققین این طرح امیدوارند در ادامه این پژوهش امکان مطالعه در این خصوص در سطح تجربی و همچنین بررسی اثر نقص هندسی در تحلیل رفتار کمانشی تیرهای CNT فراهم آید.

مراجع

- [1] Survey, J.M., "Structure and dynamics of the composites Industry (Abstract) ", 2005,
- [2] Survey, J.M., "Structure and dynamics of the composites Industry (Abstract) ", 2005,
- [3] Brush, D.O., and B.O. Almroth, "Buckling of bars, plates, and shells", 1975, McGraw-Hill, USA.
- [4] Eslami, M.R., "Buckling and Post buckling of beams, plates, and shells", 2017: Springer International Publishing.
- [5] Zhen, W. and C. Wanji, "An assessment of several displacement-based theories for the vibration and stability analysis of laminated composite and sandwich beams", Composite Structures, 2008, 84(4), pp. 337-349.
- [6] Emam, S.A., "Analysis of shear-deformable composite beams in post buckling", Composite Structures, 2011, 94(1), pp. 24-30.
- [7] Emam, S.A. and A.H. Nayfeh, "Post buckling and free vibrations of composite beams", Composite Structures, 2009, 88(4), pp. 636-642.
- [8] Aydogdu, M., "Comparison of various Shear deformation theories for bending, buckling, and vibration of rectangular symmetric cross-ply Plate with simply supported edges", Journal of Composite Materials, 2006, 40(23), pp. 2143-2155.
- [9] Aydogdu, M., "A new shear deformation theory for laminated composite plates", Composite Structures, 2009, 89(1), pp. 94-101.
- [10] Wu, H., S. Kitipornchai, and J. Yang, "Imperfection sensitivity of thermal post-buckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams", Applied Mathematical Modelling, 2017, 42, pp. 735-752.
- [11] Mehrabadi, S.J., and B.S. Aragh, "Stress analysis of functionally graded open cylindrical shell reinforced by agglomerated carbon nanotubes" Thin-Walled Structures, 2014, 80, pp. 130-141.
- [12] Adogdu, M., "Thermal buckling analysis of cross-ply laminated composite beams with general boundary conditions", Composites Science and Technology, 2007, 67(6), pp. 1096-1104.
- [13] Shen, H.S., and C.-L. Zhang, "Thermal buckling and post buckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates", Materials & Design, 2010, 31(7), pp. 3403-3411.

- [14] Shen, H.S., and Z.H. Zhu, "Buckling and post buckling behavior of functionally graded nanotube-reinforced composite plates in thermal environments", 2010.
- [15] Shen, H.S., Thermal buckling and post buckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical shells. *Composites Part B: Engineering*, 2012. 43(3): p. 1030-1038.
- [16] Shen, H.S., "Post buckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments, Part II: Pressure-loaded shells", *Composite Structures*, 2011, 93(10), pp. 2496-2503.
- [17] Joshi, O.K., "The effect of moisture on the shear properties of carbon fiber composites", *Composites*, 1983, 14(3), pp. 196-200.
- [18] Emam, S., and M. Eltaher, "Buckling and post buckling of composite beams in hygrothermal environments. *composite structures*", 2016, 152, pp. 665-675.
- [19] Iijima, S., "Helical microtubules of graphitic carbon", *nature*, 1991, 354, pp. 56-58.
- [20] Karama, M., K.S. Afaq, and S. Mistou, "Mechanical behavior of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity", *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40(6), pp. 1525-1546.
- [21] Patel, B., M. Ganapathi, and D. Makhecha, "Hygrothermal effects on the structural behavior of thick composite laminates using higher-order theory", *Composite Structures*, 2002, 56(1), pp. 25-34.
- [22] Vaz, M., J. Cyrino, and A. Neves, "Initial thermo-mechanical post-buckling of beams with temperature-dependent physical properties", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2010, 45(3), pp. 256-262.
- [23] Vosoughi, A., et al., "Thermal buckling and post buckling of laminated composite beams with temperature-dependent properties", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2012, 47(3), pp. 96-102.
- [24] Asadi, H., "Exact solution for nonlinear thermal stability of hybrid laminated composite Timoshenko beams reinforced with SMA fibers", *Composite Structures*, 2014, 108, pp. 811-822.
- [25] Bouazza, M., "Hygrothermal effects on the post buckling response of composite beams" *American Journal of Materials Research*, 2014, 1(2), pp. 35-43.
- [26] Cui, D., and H. Hu, Thermal buckling and natural vibration of the beam with an axial stick-slip-stop boundary, *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(8), pp. 2271-2282.
- [27] Li, Z.-M., and P. Qiao, "Thermal post buckling analysis of anisotropic laminated beams with different boundary conditions resting on two-parameter elastic foundations", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2015, 54, pp. 30-43.
- [28] Barton Jr, O., "Eigen sensitivity analysis of moisture-related buckling of marine composite panels", *Ocean engineering*, 2007, 34(11-12), pp. 1543-1551.
- [29] Jiang, X., H. Kolstein, and F.S. Bijlaard, "Moisture diffusion in glass-fiber-reinforced polymer composite bridge under hot/wet environment" *Composites Part B: Engineering*, 2013, 45(1), pp. 407-416.
- [30] Shen, H.-S., "Nonlinear analysis of functionally graded fiber reinforced composite laminated beams in hygrothermal environments", Part I: Theory and solutions, *Composite Structures*, 2015, 125, pp. 698-705.

- [31] Yang, J. and H.S. Shen, "Nonlinear bending analysis of shear deformable functionally graded plates subjected to thermo-mechanical loads under various boundary conditions", *Composites Part B: Engineering*, 2003, 34(2), pp. 103-115.
- [32] Shen, H.S., and Y. Xiang, "Nonlinear analysis of nanotube-reinforced composite beams resting on elastic foundations in thermal environments", *Engineering Structures*, 2013, 56, pp. 698-708.
- [33] Alibeigloo, A. and K. Liew, "Thermoelastic analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plate using theory of elasticity", *Composite Structures*, 2013, 106, pp. 873-881.