بررسی عددی آبشستگی اثر طوقه های ال شکل بر الگوی فرسایش در اطراف تکیه گاه پل با استفاده ازنرم افزار Flow 3D

علی افروس[1]، سلوا عبیات[2]

۱- استادیار،گروه مهندسی آب، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، دزفول ایران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشدگروه عمران- سازه های هیدرولیکی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، دزفول ایران،
salva.abyat58@yahoo.com

تاریخ دریافت:۱۳۹۸/۰۲/۲۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۳/۰۶

چکیده

در تحقیق حاضر تأثیر دو نمونه طوقه ی کامل و ال شکل در کاهش آبشستگی پیرامون تکیه گاه پل به صورت عددی و با استفاده از نرم افزار Flow 3D مورد بررسی قرار گرفت و نتایج حاصل با تحقیق آزمایشگاهی مشابهی مقایسه شد و نموداری کاربردی در این زمینه استخراج و مشخص گردید که ابعاد طوقه بر عملکرد آن، تاثیر بسزایی دارد. نتایج نشان داد با افزایش ابعاد طوقه عملکرد آن بهبود می یابد. با مقایسه ی دو نوع طوقه، مشخص شد، درصورتی که پیش آمدگی طوقه در طول، بیش از نیم برابر طول تکیه گاه باشد، طوقه های ال شکل موثرتر از طوقه ی کامل عمل می کنند. طوقه های ال شکل به دلیل اینکه مانع حرکت رسوبات ناشی از فعالیت گرداب برخاستگی در پایین دست تکیه گاه نمی شوند، عملکرد بهتری از خود نشان دادند، از طرفی طوقه های ال شکل به دلیل مساحت کمتر درمقایسه با طوقه های کامل، در صورت کاربردی شدن از نظر اقتصادی نیز به صرفه تر خواهند بود.

واژه های کلیدی: ***آبشستگی، پایه پل، طوقه ال شکل، نرم افزار Flow 3D***

مقدمه

پدیده فرسایش را می‌توان فرآیندی تعریف کرد که در آن ذرات خاک توسط عوامل فرساینده از بستر اصلی خود جدا شده و توسط یکی از عوامل انتقال دهنده جابجا شوند. رودخانه‌ها تحت تأثیر پدیده فرسایش دستخوش تغییرات گوناگونی می‌شوند که از آن جمله می‌توان تغییر راستا،جابجایی‌های عرضی و طولی، وقوع میان برها، تغییر نوع رودخانه، تغییر تراز بستر، تغییر دانه بندی و دگرگونی ویژگی‌های هندسی مسیر را نام برد.

سازه‌های متقاطع و موازی موجود در مسیر رودخانه‌ها مانند پل‌ها، بندها، سدها، دیواره‌های سیل بند سازه‌های حفاظت بستر و کناره‌ها از فرایندهای مختلف فرسایش تأثیر پذیری مستقیم دارند. بررسی‌ها مبین آن است که در بسیاری از موارد، پدیده فرسایش و پیامدهای آن، عامل اصلی در تخریب پل‌ها و دیگر تأسیسات هیدرولیکی می‌باشند.

اهمیت پل‌ها در برقراری راه‌های ارتباطی بر کسی پوشیده نیست. همه ساله هزاران پل در سراسر جهان در اثر آبشستگی در اطراف پایه‌های آنها خسارت می‌بینند. تخریب پل‌ها علاوه بر خسارات مادی، در مواقع سیلابی، خسارت جانی و مسائل اجتماعی زیادی به دنبال دارد. تمهیدات حفاظتی پایه‌ها و تکیه گاه پل در مقابل آبشستگی، خطر تخریب آنها را کاهش می‌دهد. پل‌ها در محل احداث خود به چند دلیل، باعث فرسایش (آبشستگی) در رودخانه‌هامی‌شوند. اول اینکه

برای کوتاه کردن طول پل، مقطع پل تنگ‌تر از مقطع رودخانه در نظر گرفته می‌شود که باعث افزایش سرعت جریان و تنش برشی در بستر شده و موجب آبشستگی می‌شود (آبشستگی بر اثر تنگشدگی). دوم به دلیل وجود پایه و تکیه گاه، یک سامانه سه بعدی جریان گردابی در اطراف آنها تولید شده که باعث جداشدن دانه‌ها از بستر و آبشستگی موضعی می‌شود. این نوع آبشستگی به دلیل پیچیده بودن جریان‌های ایجاد شده دارای اهمیت زیادی می‌باشد. اگر آبشستگی عمومی در مسیر رودخانه وجود داشته باشد، آن هم به آبشستگی حاصل از احداث پل اضافه می‌شود. این فرسایش تا جایی که ظرفیت حمل رسوب برابر با ظرفیت حمل رسوب در مقاطع بالادست پل گردد، ادامه می‌یابد. این فرسایش‌ها در نهایت موجب به خطر افتادن پایداری سازه پل خواهند شد.

الگوی جریان در اطراف پایه‌های پل بسیار پیچیده بوده که این پیچیدگی با تشکیل حفره آبشستگی در اطراف پایه تشدید می‌شود. سامانه‌های گردابی پیچیده‌ای در اطراف پایه به وجود می‌آید که عملکرد آنها باعث حفر گودالی در اطراف پایه‌ها شده که حفره آبشستگی نامیده می‌شود. توسعه این گودال در اطراف پایه‌ها باعث خالی شدن زیر پایه‌ها و در نتیجه خرابی آنها و خرابی پل می‌شود. دو عامل مهم باعث ایجاد چنین سامانه‌هاییمی‌باشند: یکی برخورد جریان به پایه و دیگری جداشدن جریان از پایه پل. الگوی جریانی که در اطراف پایه پل شکل می‌گیرد، به طور مستقیم یا غیرمستقیم با یکی از این دو عامل در ارتباط می‌باشد. برخورد جریان به پایه گرداب نعل اسبی را شکل داده و جدایی جریان از پایه باعث به وجود آمدن گردابه هایی که به گرداب برخاستگی موسومند، می‌شود. گرداب نعل اسبی عامل اصلی فرسایش بستر رودخانه در اطراف پایه پل به ویژه در جلو آن می‌باشد.

انواع روش‌های موجود کنترل آبشستگی رامی‌توان به طورعمده به دودسته اصلی تقسیم نمود: دسته نخست، روش‌هایی هستندکه باقراردادن اجزای وزین درمجاورت پایه‌های پل،بستر رودخانه دراطراف پایه‌هاکه همواره موردتهدید فرسایش قرار دارند،حفاظت شده ودرنتیجه خطرآبشستگی تاحدود قابل توجهی کاهش می‌یابد دسته دوم شامل مواردی است که بااثرگذاری برجریان اطراف پایه‌های پل،انرژی جریان‌های گردابی مؤثردرایجادآبشستگی راتضعیف می‌کند. ازجمله این روش‌ها، استفاده ازطوقه است. طوقه صفحه‌ای استکه درارتفاعات مختلف پایه‌ی پل ومعمولاًنزدیک بستردر اطراف پایه قرارمی‌گیرد. این صفحه‌ی محافظ به صورتی که سطح صاف ودارای ضخامت ناچیز می‌باشد و درکاهش توسعه یا آبشستگی موثر است. طوقه نباید خیلی ضخیم باشد، چراکه ضخامت زیاد طوقه،سبب ایجاد مانع دربرابر جریان شده وآبشستگی راافزایش می‌دهد. یک طوقه که درهرسطحی نسبت به بسترنصب می‌شود،جریان رابه دوناحیه یبالاوپایین طوقه تقسیم می‌کند.ناحیه‌ی بالایطوقه به عنوان یک مانع درمقابل جریان روبه پایین عملکرده وقدرت جریان روبه پایین را در اثر برخورد با طوقه کاهش می‌دهد. درناحیه‌یپایین طوقه، قدرت جریان رو به پایین و درنتیجه گرداب نعل اسبی کاهش می‌یابد.کارایی یک طوقه به اندازه و محل قرارگیری آن برروی پایه نسبت به بستر،بستگی دارد.موقعی که طوقه برای محافظت ازآبشستگی روی پایه نصب می‌شود،جریان رو به پایین، درحین برخوردبه طوقه ازبسترمنحرف شده وجلوی آبشستگی گرفته می‌شود.

مطالعه حاضر تأثیر دو نمونه طوقه‌ی کامل و ال شکل در کاهش آبشستگی پیرامون تکیه گاه پل به صورت عددی را بررسی می‌نماید تا نتایج حاصل، با تحقیق آزمایشگاهی مشابهی [۱] مقایسه گردد. اکثر تحقیقات انجام شده در زمینهٔ تاثیر طوقه بر کاهش یا کنترل آبشستگی اطراف پایه‌های پل بوده است و در

زمینهٔ تاثیر طوقه بر کاهش یا کنترل آبشستگی اطراف تکیه گاه‌های پل مطالعات محدودی صورت گرفته است. در مرجع [۱]، این موضوع مورد تحلیل آزمایشگاهی قرار گرفته است و لذا آنالیز عددی تاثیر استفاده از طوقه‌ی ال شکل بر الگوی فرسایش و مقایسه‌ی نتایج حاصل با نتایج آزمایشگاهی، در این پژوهش تعریف شده که کاری جدید می‌باشد.

مواد و روش ها

حل عددی

روش اجزاء محدود

روش اجزای محدود روندی است که در آن دامنه مشخص به صورت ترکیبی از دامنه‌های ثابت به نام اجزای محدود بیان می‌گردد، به طوریکه امکان تشکیل منظم توابع تقریب مورد نیاز در تقریب باقیمانده وزنی برای حل یک مسئله روی هر جزء وجود دارد. بنابراین روش اجزای محدود با روش‌های سنتی گالرکین، حداقل مربعات و روش‌های باقیمانده وزنی دیگر از نظر طرز تشکیل توابع تقریبی تفاوت دارد.

لیکن این تفاوت عهده دار سه ویژگی روش اجزای محدود می‌باشد:

۱. تقسیم کل به جزءها. ارائه دامنه‌های با هندسه‌های پیچیده را به صورت ترکیبی از دامنه‌های ساده هندسی مجاز می‌سازد و استخراج منظم توابع تقریب را امکان پذیر می‌نماید.

۲. استخراج توابع تقریب برای هر جزء، توابع تقریب اغلب چند جمله‌ای‌های جبری هستند که با استفاده از نظریه میان یابی استخراج می‌گردند.

۳. جمع بندی اجزا، که بر اساس پیوستگی حل و توازن شارهای داخلی می‌باشند.

۴. این سه ویژگی که گام‌های اصلی استخراج روابط اجزای محدود را تشکیل می‌دهند با هم ارتباط تنگاتنگ دارند. هندسه اجزای مورد استفاده برای بیان دامنه مسئله باید به گونه‌ای باشد که توابع تقریب را بتوان منحصرا استخراج نمود. توابع تقریب نه تنها به هندسه وابسته هستند بلکه به تعداد و محل نقاط یا گره‌ها در جزء و کمیت‌های میان یابی شده نیز بستگی دارند.

مراحل روش اجزای محدود به ترتیب زیر می‌باشد:

۵. پیش پردازش: تقسیم دامنه مسئله به اجزای محدود (گسسته سازی)

۶. رابطه سازی جزء: فراهم آوردن معادلات حاکم بر یک جزء.

۷. سوار کردن: بدست آوردن معادلات حاکم بر دامنه مسئله از روی هم گذاری معادله‌های حاکم بر هر جزء.

۸. حل معادلات

۹. پس پردازش: بدست آوردن کمیت‌های مورد نیاز مانند سرعت‌ها و فشارها.

۱۰.در حالت ساده‌ای مانند سیستم‌های شامل فنر و یا خرپاها، می‌توان رفتار جزء را به طور مستقیم تعریف کرد و نیازی به در نظر گرفتن معادله دیفرانسیل حاکم نیست.

شبکه بندی دامنه

تقسیم دامنه به اجزای محدود به این علت است که جواب مسئله برای هر یک از اجزا، با دقت بالا بدست آمده و سپس با سرهم سازی جواب در کل اجزا، جواب کلی مسئله تعیین شود. قوانین عمومی ایجاد شبکه برای روابط اجزاء محدود شامل موارد زیر می‌باشد:

۱. تعداد، شکل و نوع (یعنی خطی یا درجه دوم) اجزاء باید به گونه‌ای باشد که هندسه دامنه را با دقت مورد نظر تقسیم کند.

۲. تراکم اجزا باید به گونه‌ای باشد که نواحی با گرادیان بزرگ متغیر مسئله، به طور مناسب شبیه سازی شوند. (یعنی اجزای مرتبه بالا باید در نواحی با گرادیان بزرگ به کار برده شوند)

۳. آرایش شبکه باید به تدریج از نواحی با تراکم زیاد با نواحی با تراکم کم تغییر کند.

۴. هندسه مسئله باید توسط اجزا، به طور کامل پوشش داده شود.

نشان دادن یک دامنه توسط مجموعه‌ای از اجزای محدود، مستلزم رعایت نکات زیادی می‌باشد. تعداد، نوع (مثلا خطی یا درجه دوم)، شکل (مثلا مثلثی یا مستطیلی) و تراکم (یعنی اصلاح سازی شبکه) اجزای به کاربرده شده در یک مسئله بستگی به ملاحظات زیر دارد:

۱. تقسیم بندی دامنه به اجزای قابل قبول، تا حد امکان نزدیک به یکدیگر باشند.

۲. دومین ملاحظه‌ای که نیاز به دقت مهندسی دارد عبارتست از تقسیم بندی جسم یا قسمتی از جسم به اجزای نسبتا کوچک به طوری که تندی شیب گرادیان‌های حل، دقیقا قابل محاسبه باشند.

۳. برای مثال، جریان سیال لزج در اطراف یک استوانه در یک کانال در نظر گرفته می‌شود. جریان از سمت چپ وارد کانال می‌شود و پس از عبور از اطراف استوانه، در سمت راست از کانال خارج می‌شود. چون سطح مقطع استوانه کوچکتر از سطح مقطع کانال می‌باشد، انتظار می‌رود جریان در پیرامون استوانه شتاب بگیرد. همچنین سرعت در فاصله‌ای دورتر از استوانه (مثلا در مدخل ورودی) اساسا یکنواخت است. چون این دانش کیفی از رفتار جریان، یک شبکه درشت (یعنی اجزاء به طور نسبی از لحاظ اندازه بزرگ باشند) در فضایی تقریبا دور از استوانه، و شبکه ظریف در فواصل نزدیک استوانه را تشکیل می‌دهد. برای اصلاح شبکه سه شرط زیر باید تامین شود:

الف) ساختار هندسی مسئله تغییر نکند.

ب) جایگاه گره‌های قبلی تغییر نکند.

ج) همان مرتبه تقریب سازی برای حل در کلیه مراحل روند اصلاح سازی باقی بماند.

قسمت مهم مدل کردن اجزای محدود مربوط به شبکه سازی است که شامل شماره گذاری گره‌ها و اجزاء و ایجاد مختصات گره‌ای و ماتریس اتصال می‌باشد. در حالی که ایجاد کردن چنین اطلاعاتی کاملا ساده بوده و نوع اطلاعات روی بازدهی محاسبات و دقت آنها تاثیر دارد. دقت حل اجزای محدود همچنین وابسته به انتخاب شبکه اجزای محدود می‌باشد. برای مثال اگر شبکه انتخاب شده تقارن مسئله را بهم بزند، جواب دقت کمتری نسبت به حل بدست آمده با استفاده از تقارن فیزیکی آن دارد. از لحاظ هندسی یک جزء مثلثی خطوط تقارن کمتری در مقایسه با جزء مستطیلی دارد، بنابراین باید شبکه‌های اجزای مثلثی را با دقت به کار برد .

دقت پاسخ‌های روش اجزا محدود به اندازه شبکه بندی آن بستگی دارد. چنانچه با ریز کردن شبکه بندی، پاسخ‌ها به مقدار خاصی همگرا شوند، گفته می‌شود که حل دارای همگرایی است. انتخاب پاسخ‌های آزمونی و همچنین تابع‌های وزنی در همگرایی حل اجزاء محدود موثر است. تابع‌های وزنی و همچنین پاسخ آزمونی باید به اندازه کافی نرم باشند. این نرمی به درجه مشتق‌های ظاهر شده در شکل ضعیف معادله حاکم بستگی دارد. در اجزا محدود، تابع‌های وزنی و همچنین پاسخ آزمونی و مشتق‌های آنها تا درجه‌ای که در شکل ضعیف معادله حاکم وجود دارد، باید بتوانند مقدارهای ثابت را بپذیرند.

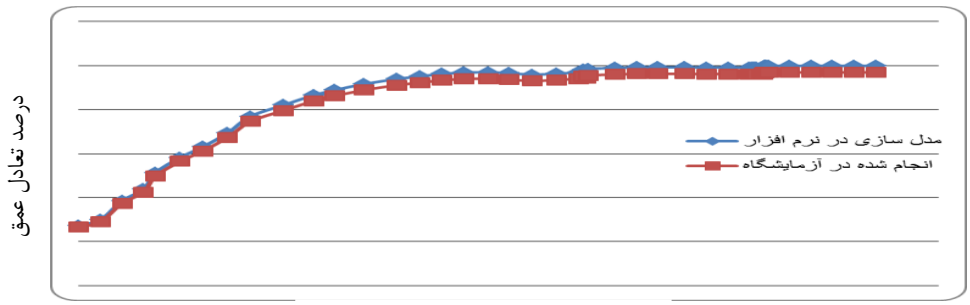
صحت سنجی

به منظور اطمینان از مدل سازی در برنامه Flow3D وصحت نتایج جهت مطالعه پارامتریک با توجه به آزمایش انجام شده توسط خزیمه نژاد درسال ۱۳۹۵ استفاده می‌شود، که در این آزمایش به بررسی آب شستگی اطراف پل به صورت آزمایشگاهی پرداخته شده است، بدین منظور با توجه به هندسه شکل آزمایش صورت گرفته است که در این پژوهش هندسه مورد آزمایش قرار گرفته را در نرم افزارFlow3D مدل سازی شده است.

شکل ۱- هندسه آزمایشگاهی جهت صحت سنجی

در این آزمایش یک فلوم ۹ متری با عرض ۱ متر مدل سازی کرده‌اند وسپس یک تکیه گاه مستطیلی با اطول ۰,۲ متر و عرض ۰,۱۲ متر با ارتفاع ثابت آب ۰,۱۵ متر در نظر گرفته شده است، با توجه به ابعاد مورد نظر در نرم افزار مدل سازی شده است.

در ادامه به مقایسه نتایج حاصل از مدل سازی جهت اعتبار سنجی با پژوهش مورد نظر می‌پردازیمکه در پژوهش حاضر با توجه بهمدل مورد بررسی جهت صحت سنجی هندسه مربوطه را در نرم افزار Flow3d مدل سازی گردیده است، که پس از مدل سازی و آنالیز در تغییرات آب شستگی اطراف پل پرداخته شده است در شکل نشان داده شده مقایسه می‌گردد.



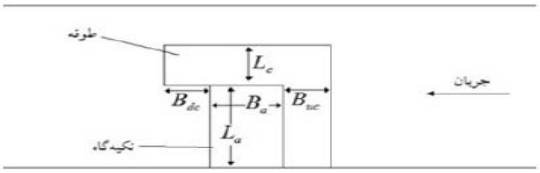
شکل ۲- نمودار مقایسه نتایج صحت سنجی

با توجه به شکل حداکثر مقدار تغییر تعادل آب شستگی به وجود آمده با توجه به تحلیل در نتایج آزمایشگاهی و در مدل سازی با نرم افزار آورده شده است که تقریبا با هم برابر می‌باشد و مقدار اختلاف آن بسیار نا چیزی می‌باشد.

معرفی مدل مورد مطالعه

با توجه به این که هدف این پژوهش استفاده از طوقه‌های ال شکل در اطراف تکیه گاه پل و تاثیر آن بر اطراف پایه‌های پل فرسایش اطراف پایه‌ها می‌باشد، با تغییر هندسه طوق دال شکل اطراف پایه پل را مدل سازی می‌کنیم تا بتوانیم تاثیر آن را در کاهش میزان آب شستگی بررسی کنیم، بدین منظور ابعاد کنال و فلوم را مطابق آزمایش صورت گرفته در قسمت صحت سنجی انتخاب می‌کنیم و سپس با تغییرابعاد طوقه ال شکل، که در شکل و جدولآورده شده است مدل سازی

می‌شود و سپس باتجزیه و تحلیل به کمک Flow3D
انجام شده و مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد.

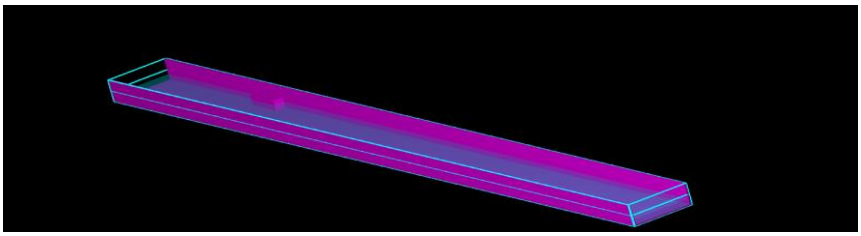


شکل۳- هندسه و پارامترهای مورد بررسی در طوقه ال شکل

جدول۱- نسبت پارامترهای مورد بررسی در طوقه ال شکل

متغییر	نسبت منغییر
Lc/La	0.2-0.4-.06-0.8-1
Buc/La	0.25-.05-.075-1-1.25-1.5
Bdc/La	0.1-0.2-0.3-0.4-0.5

هندسه مدل برای بررسی هیدرولیکی در نرم افزار FLOW3D به صورت سه بعدی همان طور که در شکل زیر مشاهده می‌شود، مدل سازی شده است.

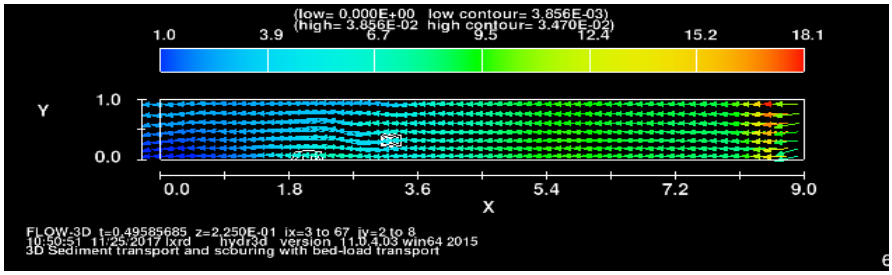


هندسه سه بعدی مدل در Flow3d

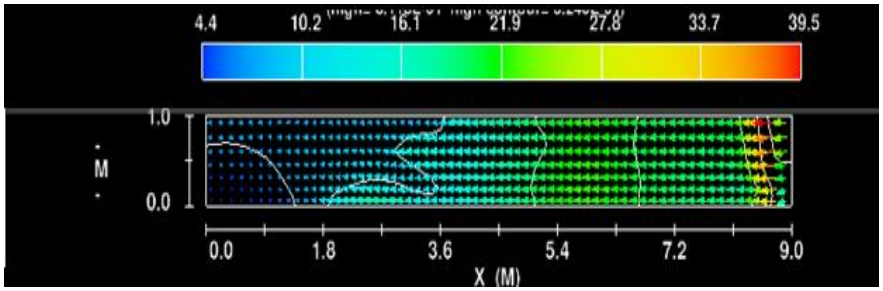
در مدل سازی جریان به صورت یک سیال تعریف می‌شود. همچنین سیال به صورت تراکم ناپذیر در نظر گرفته می‌شود.

یافته‌ها

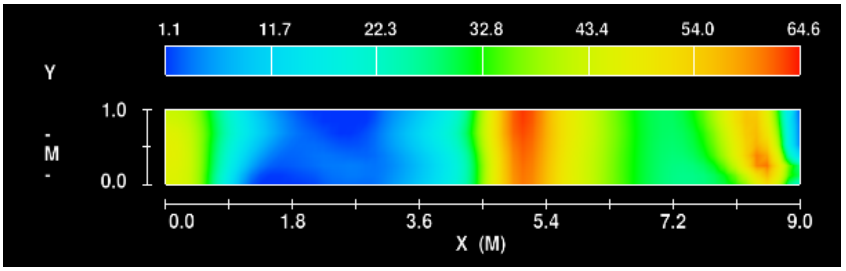
نمونه‌ای از تغییرات دبی و لزجن دینامیکی سیال در مدل سازی فلوم در شکلنشان داده شده است.



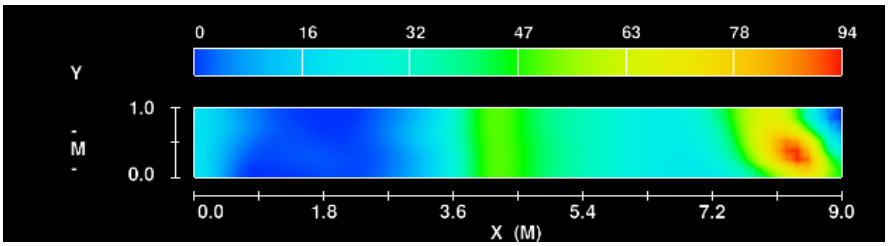
تغییرات دبی در جریان مدل سازی شده فلوم در مدل پل با طوقه ال شکل



تغییرات دبی در جریان مدل سازی شده فلوم در مدل پل بدون طوقه ال شکل



تغییرات لزجت سیال در مدل سازی شده فلوم در مدل پل با طوقه ال شکل



تغییرات لزجت سیال در مدل سازی شده فلوم در مدل پل بدون طوقه ال شکل

نتایج

در تحقیق حاضر عملکرد دو نوع طوقهٔ کامل و ال شکل در کاهش آبشستگی موضعی پیرامون تکیه گاه پل مورد بررسی قرارگرفت. نتایج نشان داد که در هر دو نوع طوقه، افزایش ابعاد طوقه، عملکرد آن را بهبود می‌بخشد. در حالت نصب طوقه رسوبات پیرامون تکیه گاه توزیع یکنواختی دارند و اختلاف بین گودترین و مرتفع‌ترین نقاط بستر به بیش از دو برابر حالت بدون طوقه کاهش می‌یابد. نتایج نشان داد که در محدودهٔ نزدیک تکیه گاه با توجه به عملکرد پایین دو نوع طوقه، قدرت گردابهای اولیه پایین است. محافظت بستر به وسیلهٔ طوقه تا حدود۰/۵ برابر طول تکیه گاه

نیز تأثیر قابل توجهی در کاهش عمق آبشستگی پیرامون تکیه گاه نداشت و عملکرد طوقه کمتر از ۳۰ درصد بود. افزایش طول بی بعد طوقه از ۰/۵ به ۰/۷۵ که برابر ۲۵ درصد طول تکیه گاه بود عملکرد طوقه را حدودا ۲ برابر افزایش داد. بررسی طوقه‌های با ابعاد بزرگتر نشان داد که در طوقه‌های کامل به دلیل اینکه بخش زیادی از محدودهٔ گرداب برخاستگی توسط طوقه کنترل می‌شود عملکرد آنها نسب به طوقه‌ی ال شکل کمتر می‌باشد و بنابراین در صورت استفاده از طوقه به عنوان سازهٔ کنترل آبشستگی تکیه گاه پل، به کاربردن طوقه‌ی ال شکل با توجه به اینکه دارای مساحت کمتری نیز می‌باشد، به صرفه‌تر خواهد بود.[۱]

منابع

۱. همتی، محمد؛ نصیبه قلی زاده و سعیده دولتخواه، ۱۳۹۴، بررسی آزمایشگاهی اثر طوقه های مشبک بر الگوی فرسایش در اطراف پایه پل، دهمین کنگره بین المللی مهندسی عمران، تبریز، دانشگاه تبریز دانشکده مهندسی عمران.

۲. افروس ، علی؛ شهرام جلالی بررسی عددی آبشستگی اثر طوقه های ال شکل بر الگوی فرسایش در اطراف تکیه گاه پل دانشگاه ازاد اسلامی واحد دزفول دانشکده فنی مهندسی

۳. بلوچی ، . چمنی ، م . ر . و بیرامی ، م . ک ، ۱۳۸۱ ، بررسی اثر تغییر شکل طوق بر روند و میزان ابشستگی موضعی . مجموعه – مقالات ششمین کنفرانس هیدرولیک ایران . دانشگاه شهر کرد .

۴. خزیمه نژاد ، حسین ؛ مهدی قمیشی ؛ یوسف رمضانی و خیرا... خادمی ، ۱۳۹۲ ، تاثیر زبری سطح طوقه بر کارایی آن در کاهش آبشستگی تکیه گاه پل با مقطع مستطیلی ، دوازدهمین کنفرانس ایران ، کرج ، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی دانشگاه تهران ، انجمن هیدرولیک ایران .

۵. گرامی ، احسان ؛ منوچهر حیدرپور و محمدحسن صادق ، ۱۳۹۲ ، بررسی آبشستگی در اطرافپایه استوانه ای شکل پل ها در حضور طوق و کابل ، هشتمین همایش انجمن زمین شناسی مهندسی و محیط زیست ایران ، مشهد ، دانشگاه فردوسی مشهد .

۶. محجوب ، امیر و امیر حسین عباس نیا ، ۱۳۹۴ ، بررسی ابعاد طوقهی پایه پل در رژیمهای مختلف جریان با استفاده از تنش برشی ، کنفرانس بین المللی پژوهش های نوین در عمران ، معماری و شهرسازی ، تهران ، شرکت مدیران ایده پردازان پایتخت ایلیا .

7. Richardson , ev & davis , s. R. , 1995. "evaluating scour at bridges" , hydr eng. Circular no. 18 , fhwa-ip-90-017 , fairbank turner hwy. Res ctr. , mclean , va

8. bohan , j.p. , 1970 , "erosion and riprap requirements for culvert and storm drain outlets" , hydr lab investigation , rep. H-70-2 , us army waterway. Experiment station , vicksburg , miss

9. Buchko, me, Kolman, p. A and pilarczy, kw, 1987 "investigation of local scour in cohesionless sediments using a tunnel model", the-congress Claussen: topics in hydraulic modeling: 23-239.

10. chiew, ym (1992). Scour protection at bridge piers. Journal of hydraulic engineering, 118 (9), 1260-1269. The