

## تأثیر انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی در فرآیند گسترش ترک در تیرهای بتنی

احمد ملکی، عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مراغه، مراغه، ایران  
مهدی شهبابی علمدار\*، دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مراغه، مراغه، ایران

\*Shahabi68m\_civilengineer@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۹۳/۰۷/۱۲ تاریخ پذیرش نهایی: ۹۳/۱۲/۲۶

### چکیده:

بسیاری از سازه‌های حجیم و مهم مانند نیروگاه‌ها، پل‌ها، سدها و همچنین ساختمان‌ها از بتن به عنوان مصالح اصلی استفاده می‌نمایند. گسترش ترک یکی از دلایل اصلی و مهم شکست سازه‌های بتنی محسوب می‌شود. فرآیند شکل‌گیری و رشد ترک در بتن، یکی از موضوعات مهم و پیچیده است، زیرا بتن یک ماده ناهمگن بوده و عوامل متفاوتی مانند فرآیند ساخت و شیوه عمل‌آوری بتن، طول ترک اولیه، نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی، عرض ترک، شرایط بارگذاری، شرایط جوی و... در ایجاد ترک خوردگی و رشد ترک تأثیر دارد. در این مقاله به بررسی تأثیر پارامتر انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی ( $G_c$ ) در فرآیند گسترش ترک اولیه در تیرهای بتنی غیرمسلح پرداخته می‌شود. برای مدل‌سازی گسترش ترک اولیه از نرم‌افزار المان محدود آباکوس و روش المان محدود بسط‌یافته (Extended Finite Element Method) استفاده می‌شود. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که با افزایش نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی در تیرهای بتنی با ابعاد یکسان، مقدار بار ماکزیمم شکست افزایش یافته و تغییر مکان دهانه بازشونده ترک (Crack Mouth Opening Displacement) افزایش می‌یابد.

**کلید واژگان:** رشد ترک، المان محدود بسط‌یافته، نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی، تیر بتنی ترک‌خورده

### ۱- مقدمه

بتن یکی از مصالح پر مصرف در صنعت ساخت و ساز می‌باشد. استفاده از بتن در سازه‌های مختلفی همچون نیروگاه‌ها، پل‌ها، سدها، ساختمان‌ها، راه‌ها و... در حال افزایش است. پدیده ترک‌خوردگی یکی از موضوعات مهمی است که از سالیان طولانی توجه محققان را به خود جلب کرده است (۱). اهمیت رفتار واقعی اجسام در حضور ترک، منجر به ایجاد شاخه جدیدی از دانش، به نام علم مکانیک شکست (Fracture Mechanics) شده است که اصول آن توسط Griffith پایه‌گذاری شده است. گریفیث در سال ۱۹۲۰ با بررسی فرآیند شکست بر روی الیاف شیشه و نادیده گرفتن پلاستیسیته نوک ترک، حالت خاصی از مکانیک شکست، به نام مکانیک شکست خطی (Elastic Fracture Mechanic Linear) را پدید آورد. وی توانست تئوری مکانیک شکست را براساس یک تعادل ساده انرژی، پایه‌گذاری کند. بر طبق این تئوری، تعادلی بین کاهش انرژی

بتن یکی از مصالح پر مصرف در صنعت ساخت و ساز می‌باشد. استفاده از بتن در سازه‌های مختلفی همچون نیروگاه‌ها، پل‌ها، سدها، ساختمان‌ها، راه‌ها و... در حال افزایش است. پدیده ترک‌خوردگی یکی از موضوعات مهمی است که از سالیان طولانی توجه محققان را به خود جلب کرده است (۱). اهمیت رفتار واقعی اجسام در حضور ترک، منجر به ایجاد شاخه جدیدی از دانش، به نام علم مکانیک شکست

در این رابطه  $L_c$  طول مشخصه ترک،  $E$  مدول الاستیسیته و  $G_c$  انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی،  $f_t^c$  مقاومت کششی تک محوره مصالح است. پارامتر طول مشخصه، از خصوصیات مصالح بوده و معیاری برای تردی محسوب می‌شود. هرچه طول مشخصه بزرگتر باشد ماده شکل‌پذیرتر و هرچه طول مشخصه کوچکتر باشد ماده تردتر است. در سال ۱۹۸۳ مدل ترک چسبنده ( Crack Band Model) توسط Bazant و Oh معرفی شده‌است که این روش مشابه روش FCM است و پارامتر دیگری به نام عرض ترک به آن اضافه شده‌است [۷]. در سال‌های اخیر از روش‌های آزمایشگاهی مختلفی مانند آزمایش رادیوگرافی، روش آلتراسونیک، روش امواج آکوستیک، روش همبستگی تصویر دیجیتال و ... برای بررسی فرآیند ترک‌خوردگی استفاده می‌شود. Kishen و Fathima به مدل‌سازی چندین ترک متعدد با استفاده از روش مکانیک شکست و مکانیک آسیب پرداختند. شاخص عمومی خسارت  $D$  به کار رفته در تحقیق آن‌ها به صورت زیر است.

$$D=1-\frac{\lambda_{\min d}}{\lambda_{\min u}} \quad (۳)$$

که  $\lambda_{\min u}$  حداقل مقادیر ویژه مربوط به تیر ترک نخورده و  $\lambda_{\min d}$  حداقل مقادیر ویژه مربوط به تیر ترک خورده‌است. آن‌ها با استفاده از نرم‌افزار آباکوس، چندین ترک متعدد را به یک ترک منفرد معادل و منطقه آسیب دیده معادل مدل‌سازی نمودند که نتایج مدل‌سازی و آزمایشگاهی مطابقت خوبی با یکدیگر داشتند. تحقیق آن‌ها نشان می‌دهد که تبدیل کردن ترک‌های متعدد به یک ترک منفرد معادل و یا یک منطقه آسیب دیده معادل سبب می‌شود که مشکلات مدل‌سازی ترک‌های متعدد، بسیار کاهش یابد [۸].

Slowik و Smarzewski تاثیر مقیاس بر فرآیند گسترش ترک‌های مورب در تیرهای بتنی را مطالعه نمودند. تحقیقات آن‌ها نشان می‌داد که مکانیزم شکست برشی در تیرهای بتن مسلح، فقط به عمق تیر بستگی نداشته و به صورت قابل توجهی تابعی از نسبت دهانه به عمق تیر است [۷]. Dong و همکاران نیز از یک ضابطه جدید برای محاسبه مقاومت گسترش ترک در تیرهای بتنی استفاده نمودند. در این ضابطه زمانی که تفاضل بین فاکتور شدت تنش ناشی از اعمال بار و تنش چسبندگی از چقرمگی شکست اولیه تجاوز کند، ترک گسترش می‌یابد.

$$K_I^P - K_I^\sigma < K_{IC}^{ini} \quad \text{ترک گسترش نمی‌یابد.} \\ K_I^P - K_I^\sigma = K_{IC}^{ini} \quad \text{ترک در حالت بحرانی است.} \\ K_I^P - K_I^\sigma > K_{IC}^{ini} \quad \text{ترک گسترش می‌یابد.} \quad (۴)$$

در این ضابطه  $K_I^P$  شدت تنش ناشی از اعمال بار و  $K_I^\sigma$  تنش چسبندگی و  $K_{IC}^{ini}$  چقرمگی شکست اولیه است. به منظور صحت سنجی ضابطه، از نمونه‌های آزمایشگاهی استفاده شده‌است و نتایج

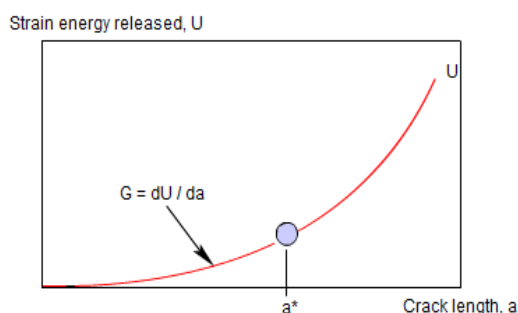
پتانسیل در جسم تحت تنش در اثر گسترش ترک و افزایش انرژی سطح ترک وجود دارد و مفهوم اولیه انرژی شکست توسط گریفیت بیان شده است. در جنگ جهانی دوم یک مهندس آمریکایی به نام Kaiser با استفاده از اتصالات جوشکاری شده به جای پرچ شده، باعث افزایش سرعت ساخت کشتی‌های جنگی شده‌است. اما در کمتر از ۱۲ ماه تعداد زیادی از این کشتی‌ها دچار شکست جدی، در دریچه‌های مستطیلی شکل جوشکاری شده عرشه فوقانی شدند. طبق گزارش نیروی دریایی آمریکا در بیشتر حالات، شکست در وسط کشتی و در خطی به امتداد تیغه میانی اتفاق افتاده و کشتی‌ها دو نیم شدند. یکی از مزیت‌های اصلی استفاده از پرچ در اتصالات، جلوگیری از گسترش ترک در صفحه بعدی است. پس از این واقعه در سال ۱۹۵۶ میلادی گروهی از مهندسان ارتش آمریکا به سرپرستی Irwin تحقیقات جدیدی را برای بهبود دانش مکانیک شکست انجام دادند [۲]. Irwin نظریه گریفیت را برای رشد یک ترک دلخواد توسعه داد. مطابق این ضابطه، برای رشد ترک بایستی انرژی کرنشی آزاد شده  $G$  از انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی  $G_C$  بزرگتر باشد. Irwin در سال ۱۹۷۵ ضریب شدت تنش ( Stress Intensity Factor) را با نماد  $(K_I)$  برای مصالح ترد معرفی کرد. Irwin با استفاده از نتایج کارهای آزمایشگاهی گریفیت روابطی را برای محاسبه فاکتور شدت تنش ارائه نمود. جایجایی سطوح ترک به صورت مد بازشدگی I (Opening Mode)، مد سرخوردگی II ( Sliding Mode)، مد پارگی III (Tearing Mode) و یا ترکیبی از این مدها می‌باشد. ضریب شدت تنش می‌تواند به صورت رابطه ۱ بیان شود.

$$K_M = \sigma_0 \sqrt{\pi a} f(a/W), \quad M=I, II, III \quad (۱)$$

در این رابطه  $\sigma_0$  تنش وارده،  $a$  طول ترک،  $W$  پهنای جسم و  $f(a/W)$  ضریب مربوط به شرایط مرزی است [۶]. بررسی فرآیند ترک‌خوردگی و شکست ناشی از آن در بتن، اولین بار توسط Richardt و همکارانش انجام شده‌است. تحقیقات بعدی که توسط محققان دیگری مانند Shah و Mac Garry و Walsh و ... انجام شده‌است، نشان داد که نمی‌توان از مکانیک شکست خطی در بتن استفاده نمود. در بتن که یک ماده شبه‌ترد است، ناحیه غیرخطی جلوی نوک ترک به صورت یک منطقه صدمه دیده نوک ترک ( Fracture Process Zone) ظاهر می‌گردد. بنابراین در بتن تنش تکین وجود ندارد و فرضیات (LEFM) قابل استفاده نمی‌باشد و باید از مکانیک شکست غیرخطی (Non-Linear Fracture Mechanics) استفاده نمود [۳]. اولین مدل مکانیکی شکست غیرخطی بتن، به نام مدل ترک مجازی (Fictitious Crack Model) توسط Hillerborg در سال ۱۹۷۶ ارائه شده‌است. هیلبرورگ پارامتر طول مشخصه ترک (Characteristic Length) را نیز با استفاده از رابطه ۲ ارائه نمود.

$$L_c = EG_c / f_t^2 \quad (۲)$$

در این رابطه  $U$  انرژی کرنشی سازه و  $a$  طول ترک است. همان طور که در شکل ۱ نیز دیده می‌شود شیب نمودار انرژی کرنشی-طول ترک در هر طول ترک، انرژی کرنشی آزاد شده متناظر با آن طول ترک است. بنابراین  $G$  تابعی از بار وارده و هندسه سازه و شرایط مرزی است و با افزایش طول ترک تغییر می‌کند. در نقطه‌ای از نمودار انرژی کرنشی سازه-طول ترک که ترک خوردگی ناپایدار می‌شود، انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی نامیده می‌شود و با نماد ( $G_C$ ) نشان داده می‌شود.  $G_C$  از خصوصیات ماده بوده و مستقل از ابعاد سازه و هندسه آن است.



شکل ۱- نمودار انرژی کرنشی- طول ترک [۱۲]

رابطه بین انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی و ضریب شدت تنش بحرانی  $K_{IC}$  (چقرمگی شکست) به صورت زیر بیان می‌شود [۱۴ و ۱۵].

$$G_C = \frac{K_{IC}^2}{E} \quad (۶)$$

### ۳- روش المان محدود بسط یافته

روش‌های مختلفی مانند روش ترک مجازی، روش ترک گسسته، روش شبکه‌ای Lattice، روش ترک پخشی و... برای مدل‌سازی گسترش ترک استفاده می‌شود. در روش المان محدود، ابتدا دامنه مورد نظر به چند زیر دامنه تقسیم شده و معادله حاکم بر کل سیستم، براساس معادله حاکم بر هر یک از زیر دامنه‌ها بدست می‌آید. هر زیردامنه که المان نامیده می‌شود، توسط چند گره مشخص می‌گردد. به هر یک از این گره‌ها یک تابع پیوسته نسبت داده می‌شود، به نحوی که از تجمیع این توابع، میدان پیوسته در سطح هر یک از المان‌ها مدل شود. تابع بردار جابجایی ( $U$ ) در سطح المان‌های ترک به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$U = \sum_{I=1}^N N_I(x) [U_I + H(x)a_I + \sum_{a=1}^4 F_a(x)b_a^I] \quad (۷)$$

در این رابطه  $N_I(x)$  تابع شکل و  $U_I$  بردار جابجایی گره معمولی و  $H(x)$  تابع جهش ناپیوستگی و  $a_I$  و  $b_a^I$  بردارهای درجه آزادی گره‌های غنی شده و  $F_a(x)$  تابع الاستیک مجانب نوک ترک است. مطابق شکل ۲ بردار جابجایی گره معمولی ( $U_I$ ) به تمام گره‌های مدل

مدل‌سازی و نمونه‌های آزمایشگاهی مطابقت خوبی را با یکدیگر نشان دادند [۱۰].

Shedbale و همکاران در سال ۲۰۱۳ از روش المان محدود بسط یافته برای مدل‌سازی خطی و غیرخطی یک ترک واقع در مرکز صفحه مستطیلی در حضور ترک‌ها و ناخالصی‌ها استفاده نمودند. همچنین در تحقیق آن‌ها از معیار تسلیم Von-Mises برای مدل کردن رفتار الاستو پلاستیک صفحه دارای ترک استفاده شده است. این صفحه، تحت چرخه بارگذاری مد خالص  $I$  قرار گرفته و ضریب فاکتور شدت تنش آن در هر مرحله رشد ترک محاسبه شده است. مطابقت خوب نتایج مدل‌سازی و آزمایشگاهی نشان داد که روش XFEM می‌تواند رشد ترک خستگی را در حضور ناپیوستگی‌ها بخوبی مدل‌سازی نماید [۹]. Sharma و همکاران از روش XFEM برای مدل‌سازی ترک در لوله‌های خمیده به منظور تعیین ضریب شدت تنش استفاده نمودند. ترک یکبار در قسمت خم بیرونی و بار دیگر در قسمت خم داخلی لوله خمیده و لوله تحت فشار داخلی و لنگر خمشی قرار می‌گیرد. نتایج بدست آمده با روش XFEM با نتایج روش FEM مقایسه شده است. نتایج این تحقیق نشان داد که محل ترک خوردگی و بارگذاری، تاثیر قابل توجهی در ضریب شدت تنش دارد و مدل‌سازی ترک با روش XFEM بسیار آسان‌تر از روش FEM می‌باشد [۱۰].

Fayyad و Lees در سال ۲۰۱۴ با استفاده از روش همبستگی تصویر دیجیتال (Digital Image Correlation) به بررسی ترک خوردگی در تیرهای بتنی پرداختند. این روش یکی از روش‌های غیرمخرب و بدون تماس برای اندازه‌گیری پارامترهای مختلفی مانند تغییر شکل و جابجایی و... در مصالح مختلفی مانند بتن مورد استفاده قرار می‌گیرد. در تحقیقات آن‌ها دوربین‌هایی با وضوح بالا بر روی ناحیه مورد نظر از تیر بتنی متمرکز می‌شوند. عکسی قبل از فرآیند شروع ترک خوردگی گرفته می‌شود و تعداد پیکسل‌های موجود در عکس اولیه توسط نرم‌افزار مخصوص شمارش شده و با مقایسه جابجایی پیکسل‌ها در عکس‌های بعدی، نمودار بار-تغییر مکان دهانه بازشونده ترک ترسیم می‌شود. منحنی ترسیم شده با این روش مطابقت فوق‌العاده‌ای بالایی با نمودار ترسیم شده توسط گیج  $C$  شکل دارد که حاکی از دقت بالای این روش محسوب می‌شود [۱۳].

### ۲- انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی ( $G_C$ )

انرژی کرنشی آزاد شده، مقدار انرژی لازم برای ایجاد هر واحد سطح ترک جدید در طول فرآیند گسترش ترک است و با نماد  $G$  نشان داده می‌شود. برای یک صفحه ترک‌دار با ضخامت واحد و تحت بار کششی  $P$ ، انرژی کرنشی آزاد شده از رابطه ۵ محاسبه می‌شود.

$$G = \frac{\partial U}{\partial a} \quad (۵)$$

مشکلات روش‌های بدون المان، از جمله حجم عملیات بالا از میان می‌رود [۵].

این روش نخستین بار توسط Dolbow و Belytschko و Black در سال ۱۹۹۹ ارائه شده‌است و همچنین توسط Moes و همکارانش در سال ۲۰۰۶ برای مدل کردن ترک‌ها، حفره‌ها و واحد (Partition of Unity) که قبلاً توسط Babuska و Melenk در سال ۱۹۹۶ پیشنهاد شده‌بود، توابع مناسب برای تولید میدان‌های ناپیوسته در سطح المان‌ها را بدست آوردند. استفاده از روش XFEM در مسائل شامل ناپیوستگی‌های فرضی و یا مسائل حرکات ذرات، که حرکات ذرات را بدون نیاز به بازسازی المان‌بندی، مدل می‌کند، از جمله کاربردهای موفق این روش است. البته استفاده از این روش، تنها به همین موارد خلاصه نمی‌شود و مسائل پیچیده‌تر و گسترده‌تری با کمک این روش بررسی شده و کاربردهای بیشتر این روش در دست مطالعه است [۱۵].

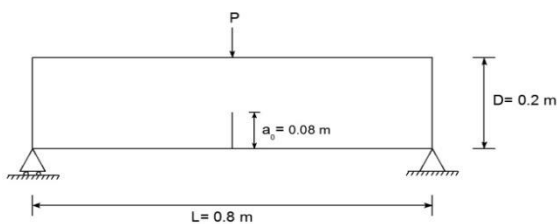
#### ۴- مدل‌سازی گسترش ترک اولیه

در ابتدا یک تیر بتنی غیر مسلح با ترک اولیه با استفاده از روش XFEM مدل‌سازی می‌شود. مطابق شکل ۳، تیر بتنی ترکدار تحت آزمایش خمشی سه نقطه‌ای قرار گرفته و منحنی بار-تغییر مکان بازشدگی دهانه ترک (P-CMOD) رسم می‌شود.



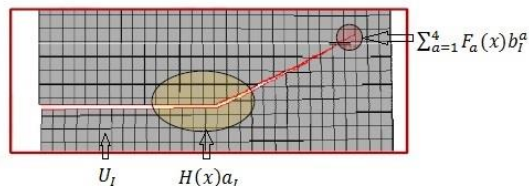
شکل ۳- آزمایش خمشی سه نقطه‌ای تحقیق دانگ و همکاران [۸]

ابعاد تیر بتنی در شکل ۴ آمده‌است. تکیه‌گاه سمت راست از نوع تکیه‌گاه مفصلی ثابت و تکیه‌گاه سمت چپ به صورت تکیه‌گاه مفصلی متحرک می‌باشد. تیر بتنی دارای مدول الاستیسیته 29.6Gpa و ضریب پواسون 0.2 و چگالی  $2400 \text{ Kg/m}^3$  و ماکزیم تنش اصلی  $1.5 \text{ MPa}$  و نرخ انرژئی کرنشی آزادشده بحرانی  $G_c=71.4 \text{ N/m}$  می‌باشد.



شکل ۴- ابعاد تیر بتنی مدل‌سازی شده [۱]

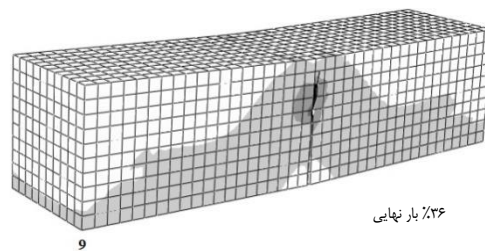
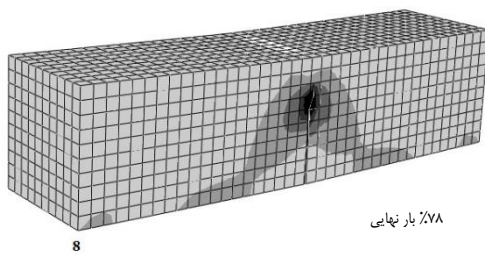
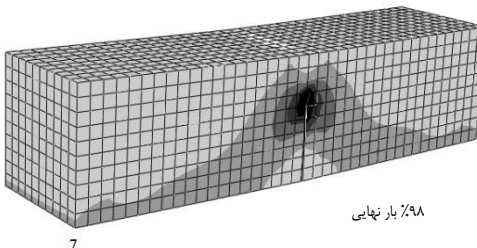
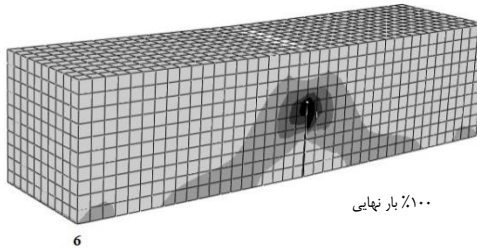
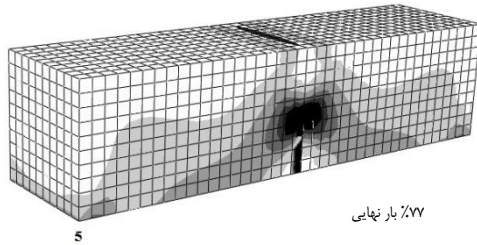
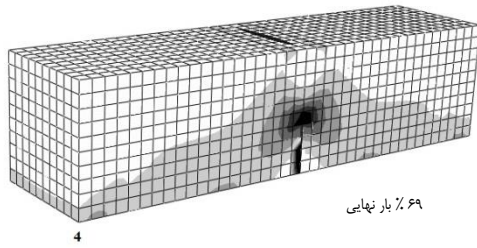
و  $H(x)a_1$  به گره‌های داخلی بریده شده توسط ترک و  $\sum_{a=1}^4 F_a(x)b_1^a$  به گره‌های بریده شده توسط نوک ترک اعمال می‌شود [۵ و ۱۵].



شکل ۲- اجزای تشکیل دهنده رابطه تغییر مکان [۱۴]

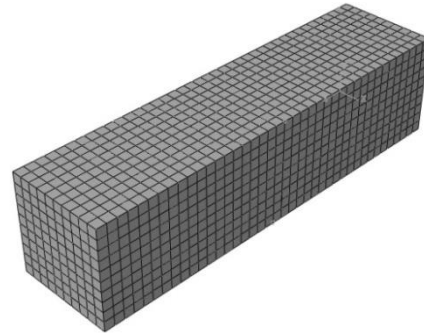
از آنجایی که توابع نسبت داده شده به هر یک از این گره‌ها، سراسر المان مورد نظر می‌باشند، در نتیجه میدانی که از جمع این توابع در سطح المان مدل می‌شود، میدانی پیوسته خواهد بود. به همین دلیل اگر دامنه مورد نظر دارای ناپیوستگی باشد، تقسیم‌بندی دامنه به المان‌ها و یا اصطلاحاً المان‌بندی، باید با توجه به ناپیوستگی موجود در دامنه و به گونه‌ای انجام گیرد که مرز ناپیوستگی از داخل هیچ یک از المان‌ها عبور نکند. در روی خود مرز هم، المان‌بندی در دو طرف مرز باید تناظر یک به یک داشته‌باشد. در غیر اینصورت متغیرها باید مرتباً از المان‌های هر طرف به المان‌های طرف دیگر منتقل گردد. در بسیاری از موارد، المان‌بندی انتخاب شده باید مرتباً بازسازی شود. این بازسازی المان‌ها، علاوه بر هزینه‌های اضافی تحمیل شده به دلیل افزایش زمان و حجم محاسبات، می‌تواند به بهم ریختگی المان‌ها بیا نجامد و یا در مورد هندسه‌های پیچیده، المان‌بندی را عملاً غیرممکن سازد. در روش المان محدود بسط‌یافته (Extended Finite Element Method)، با انتخاب توابع ناپیوسته برای گره‌های هر یک از المان‌ها، بجای توابع پیوسته عادی در روش المان محدود، میدان ناپیوسته در داخل خود المان مدل می‌شود. در صورتی که المان‌ها قادر به مدل کردن میدانی ناپیوسته در سطح خود باشند، نیازی به رعایت محدودیت‌های ذکر شده در روش المان محدود برای المان‌بندی دامنه‌های ناپیوسته وجود ندارد. در نتیجه در هنگام المان‌بندی دامنه مورد نظر با روش المان محدود بسط‌یافته (XFEM)، نیازی به در نظر گرفتن مرز ناپیوستگی به عنوان یکی از پارامترهای مؤثر در نحوه المان‌بندی وجود ندارد. به عبارت دیگر در این روش، المان‌بندی بدون توجه به ناپیوستگی موجود انجام گرفته و سپس در توابع شکل مربوط به المان‌هایی که مرز ناپیوستگی آن‌ها را قطع می‌کند، تغییراتی ایجاد می‌شود، به نحوی که میدانی که توسط این توابع شکل اصلاح شده، ایجاد می‌شود، بتواند ناپیوستگی مورد نظر را مدل کند. بدین ترتیب جواب بدست آمده، از المان‌بندی مستقل خواهد بود. از مزایای این روش آن است که هیچ درجه آزادی جدیدی به سیستم اضافه نمی‌شود. در نتیجه نیازی به حل معادلات پیچیده‌تر وجود ندارد. به این ترتیب علاوه بر مستقل بودن جواب بدست آمده از نحوه المان‌بندی،





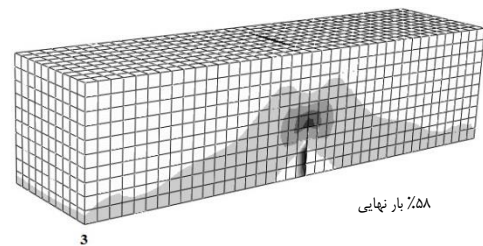
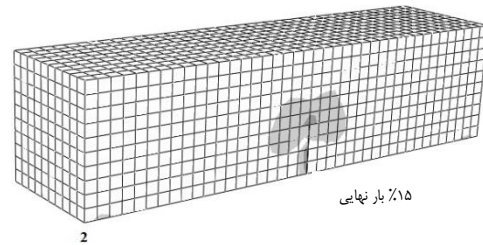
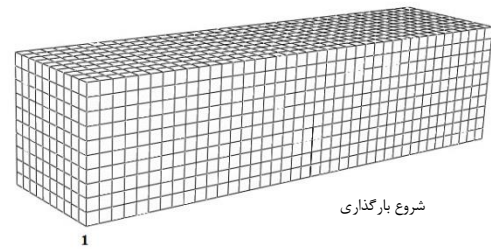
شکل ۶- فرآیند گسترش ترک در تیر بتنی [۱]

مدل‌سازی به صورت سه‌بعدی بوده و برای مدل‌سازی تیر بتنی از المان Solid و برای مدل‌سازی ترک از المان Shell استفاده می‌شود. شکل ۵ مونتاژ نهایی تیر بتنی همراه ترک اولیه را نشان می‌دهد. برای تحلیل از روش Static-General استفاده شده و بارگذاری به صورت یکنواخت و گام‌به‌گام در وسط قسمت فوقانی بالای تیر اعمال شده‌است. برای مش‌بندی مدل، المان هشت‌گره‌ای Hex بکار رفته‌است.



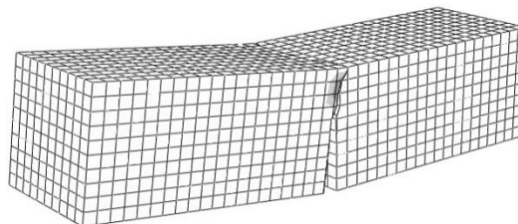
شکل ۵- مونتاژ نهایی تیر بتنی ترک‌دار [۱]

شکل ۶ فرآیند گسترش ترک و توسعه ناحیه صدمه دیده نوک ترک را نشان می‌دهد.



آزمایشگاهی مقاله Dong و همکاران مقایسه می‌شود. شکل ۸ نمودارهای بار-تغییر مکان بازشدگی دهانه ترک نمونه آزمایشگاهی و نمونه مدل سازی را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود نمودارهای بار-تغییر مکان بازشدگی دهانه ترک مطابقت خوبی با یکدیگر دارند.

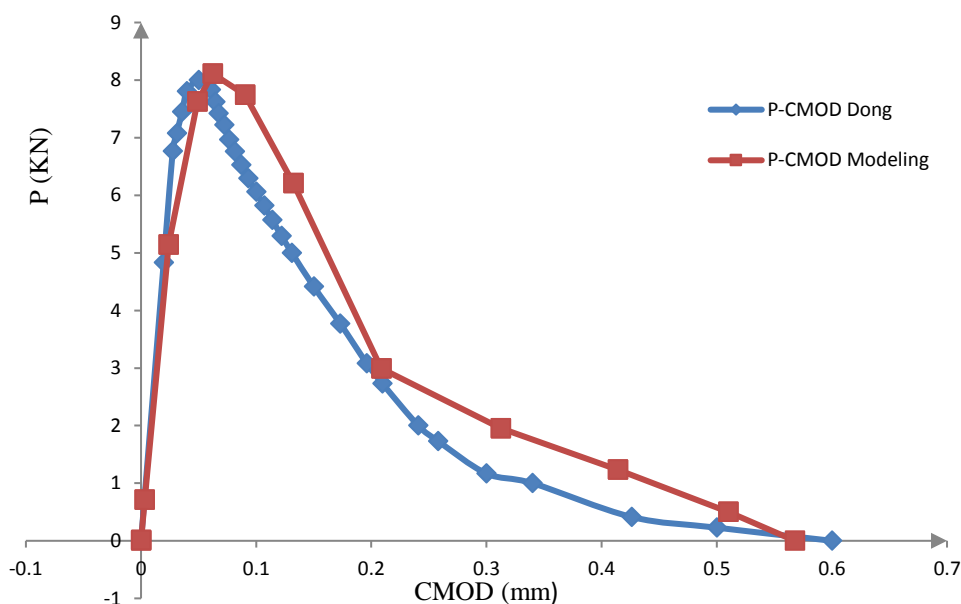
ترک با گذشت زمان رشد کرده و در نهایت موجب شکست نهایی تیر بتنی می‌شود. شکل ۷ شکست نهایی تیر بتنی را نشان می‌دهد.



شکل ۷- شکست نهایی تیر بتنی [۱]

به منظور صحت‌سنجی مدل سازی فرآیند گسترش ترک در تیر بتنی، نمودار بار-تغییر مکان بازشدگی دهانه ترک تیر بتنی با نمونه

### P-CMOD Curves



شکل ۸- نمودارهای بار-تغییر مکان بازشدگی دهانه ترک [۱ و ۸]

به منظور بررسی تأثیر پارامتر نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی، بر روی منحنی P-CMOD، سه تیر بتنی با ترک اولیه و با ابعاد یکسان  $L \times D \times B = 0.8 \times 0.2 \times 0.2 \text{ m}$  و  $a_0 = 0.08 \text{ m}$  و نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی  $71.4 \text{ (N/m)}$  و 88 و 95.9 تحت آزمایش خمش سه نقطه‌ای قرار گرفتند. در این تیرها نیز ترک اولیه در وسط دهانه و قسمت زیرین تیر قرار دارد. بارگذاری به صورت یکنواخت بوده و برای تحلیل از روش استاتیکی

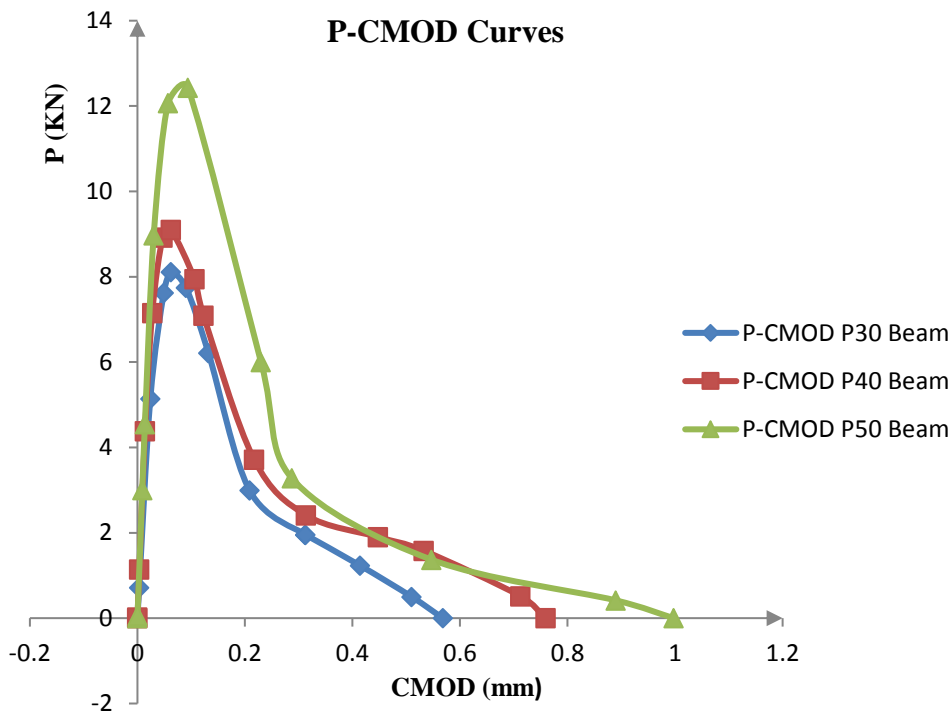
### ۵- بررسی تأثیر پارامتر $G_C$ بر روی نمودار P-CMOD

یکی دیگر از پارامترهای مهم تأثیرگذار در فرآیند شکست تیر بتنی، نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی ( $G_C$ ) است که یکی از ثابت‌های مصالح بوده و با استفاده از آزمایش یا روش‌های تحلیلی محاسبه می‌شود. هرچه نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی، بزرگتر باشد، بتن تردتر است. نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی، همان انرژی شکست در حالت بحرانی است.

جدول ۱- مشخصات تیرهای بتنی مورد آزمایش با پارامتر  $G_c$  متفاوت

نام تیر	ابعاد تیر (L×D×B) به متر	$G_c(N/m)$
P30	0.8×0.2×0.2	71.4
P40	0.8×0.2×0.2	88.1
P50	0.8×0.2×0.2	95.9

استفاده شده است. مش بندی به صورت منظم و از المان های هشت نقطه ای HEX استفاده شده است. بارگذاری تا مرحله شکست نهایی تیرها انجام شده و منحنی های بار-تغییر مکان بازشدگی ترک هر سه تیر بتنی با ترک اولیه و ابعاد یکسان و نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی متفاوت، رسم شده اند. مشخصات تیرهای بتنی در جدول ۱ آمده و منحنی های P-CMOD هر سه تیر مورد آزمایش با ابعاد یکسان و نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی متفاوت، در شکل ۹ نشان شده است.



شکل ۹- تاثیر  $G_c$  بر نمودار P-CMOD

تیر بتنی محسوب می شود. با افزایش نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی، مقدار بار لازم و میزان بازشدگی دهانه ترک برای شکست نهایی تیر بتنی، افزایش می یابد. اما باید توجه داشت که این پارامتر از خصوصیات ذاتی بتن بوده و با افزایش میزان نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی، شکست بتن تردتر می شود.

روش المان محدود بسط یافته از نمایش گرافیکی بالایی جهت نشان دادن فرآیند ترک خوردگی برخوردار است.

در این روش نیازی به عمل مش بندی مجدد در هر گام فرآیند گسترش ترک وجود ندارد و این مزیت سبب آسان تر شدن عمل مدل سازی و کاهش زمان و حجم محاسبه می شود.

همان طوری که در شکل ۹ مشاهده می شود با افزایش نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی، مقدار بار ماکزیمم شکست، افزایش یافته و بازشدگی دهانه ترک نیز افزایش می یابد. باید توجه داشت که با وجود اینکه با افزایش نرخ انرژی کرنش آزاد شده بحرانی، مقدار بار نهایی شکست افزایش می یابد، اما شکست بتن تردتر خواهد بود.

## ۶- نتایج

نتایج مدل سازی مطابقت خوبی با نمونه آزمایشگاهی مقاله مرجع دارد.

پارامتر نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی ( $G_c$ )، یکی دیگر از عوامل بسیار مهم در فرآیند شکست

[13]- Fayyad, T.M., Lees, J.M., Application of Digital Image Correlation to Reinforced Concrete Fracture, Elsevier, Vol. 3, 2014, pp. 1585-1590.

[14]- Zemcikk, R., Las, V., Numerical and Experimental Analysis of the Delamination of Cross-Ply Laminates, Materials and technology, Vol. 42, 2008, pp. 171-174.

[15]- Zhang, C., Using Finite Element Software to Simulate Fracture Behavior of Three-Point Bending Beam with Initial Crack, Journal of software, Vol. 8, No. 5, 2013, pp. 1145-1150.

روش المان محدود بسطیافته مستقل از نحوه المان بندی است و مشکلات وابستگی به نحوه المان بندی را ندارد.

#### ۷- مراجع:

[۱]- شهایی، م، مدل سازی گسترش ترک در تیرهای بتنی با استفاده از نرم افزار آباکوس، پایان نامه کارشناسی ارشد عمران سازه، ۱۳۹۳، شماره صفحات ۳ و ۷۸-۱۰۲.

[۲]- اصفهانی، م، مکانیک شکست بتن، انتشارات دانشگاه صنعتی امیر کبیر، چاپ اول، ۱۳۸۶، شماره صفحات ۲-۳.

[۳]- مگید، اس، مکانیک شکست، مترجم غلامحسین فرهی، انتشارات دانشگاه بوعلی سینا، چاپ دوم، ۱۳۸۷، شماره صفحات ۱۷۴-۱۷۸.

[۴]- شی، ز، تحلیل و آنالیز ترک در بتن سازه‌ای، مترجم علیرضا صالحین، انتشارات جهان جام‌جم، چاپ اول، ۱۳۹۱، شماره صفحات ۵۷-۶۰.

[۵]- یادگاران، ا، مدل سازی تماس غیر مسطح با تغییر شکل‌های بزرگ با استفاده از روش المان محدود بسطیافته. پایان نامه کارشناسی ارشد دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۶، شماره صفحات ۲-۵.

[6]- Chadegani, A., Strain Energy Release Rate Analysis of Adhesive-Bonded Composite Joints with a Prescribed Interlaminar Crack, BSc. In Mechanical Engineering, Iran, 2003, pp. 4-6.

[7]- Wang, C., Zhang, Y., Zhao, Z., Fracture process of rubberized concrete by fictitious crack model and AE monitoring, Computers and Concrete, Vol. 9, No. 1, 2012, pp. 51-61.

[8]- Fathima, K.M.P., Kishen, J.M.C., Modeling of Multiple Cracks in Plain and Reinforced Concrete Beams, Kora Concrete Institute, 2010, pp. 243-250.

[9]- Slowik, M., Smarzewski, P., Study of the Scale Effect on Diagonal Crack Propagation in Concrete Beams, Elsevier, Vol. 64, 2012, pp. 216-220.

[10]- Dong, W., Wu, Z., Zhou, X., Calculating Crack Extension Resistance of Concrete Based on a New Crack Propagation Criterion, Elsevier, Vol. 38, 2012, pp. 879-889

[11]- Shedbale, A.S., Singh, I.V., Mishra, B.K., Nonlinear Simulation of an Embedded Crack in the Presence of Holes and Inclusions, Elsevier, Vol. 64, 2013, pp. 642-651.

[12]- Sharma, K., Singh, I.V., Bhasin, V., Numerical Modeling of Part-Through Cracks in Pipe and Pipe Bend using XFEM, Elsevier, Vol. 6, 2014, pp. 72-79.



## The Effect of the Critical Strain Energy Release on Propagation of Cracks in Concrete Beams

Ahmad Maleki

Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Islamic Azad University, Maragheh Branch, Maragheh, Iran

\*Mehdi Shahabi Alamdar

Master of Science in Structural Engineering, Islamic Azad University, Maragheh Branch, Maragheh, Iran

### ABSTRACT

Concrete is one of the most widely used materials in construction industry. Many large and important structures such as power plants, bridges, dams and buildings employ concrete as main material. Propagation of crack is considered one of the main reasons in failure of concrete structures. The process of formation and crack growth is one of the major and complex issues in concrete, because concrete is a heterogeneous material and different factors such as the construction and curing methods, initial crack length, rate of critical strain energy release, crack width, loading condition, weather conditions and etc. are effective in formation and crack growth. This paper aims to discuss the effect of critical strain energy release ( $G_C$ ) in propagation of initial crack in concrete beams. Finite element software ABAQUS and extended finite element method is used for modeling propagation of initial crack. The results of this study show that increase of critical strain energy release rate in concrete beams with same dimensions causes the increase of maximum failure load and crack mouth opening displacement.

**Keywords:** Crack growth, Extended finite element method,  $G_C$ , Cracked concrete beam