

شبیه‌سازی عددی غلظت هوا در جریان غیر ریزشی روی سرریزهای پلکانی

یاسر میناتور^{1*}، افشین اقبال زاده²، میترا جوان³

تاریخ دریافت: 90/8/22 تاریخ پذیرش: 91/1/26

چکیده

در مطالعه‌ی حاضر، سطح آزاد و الگوی جریان عبوری از روی سرریزهای پلکانی، در نظام جریان غیر ریزشی با استفاده از نرم افزار فلونت و استفاده از شبیه‌های سطح آزاد VOF و Mixture و شبیه‌های آشفتگی Standard k-ε، RNG k-ε، Realizable k-ε و RSM شبیه سازی گردیده است. برای صحت سنجی شبیه عددی، از نتایج توزیع سرعت و غلظت به دست آمده از شبیه آزمایشگاهی آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه کوئینزلند استرالیا که در سال 2002 الف به وسیله‌ی چانسون و تومبیز انجام گردیده، استفاده شده است. مقایسه دستاوردها نشان می‌دهد که نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی عددی در دو روش VOF و Mixture با استفاده از شبیه‌های آشفتگی فوق، در تطابق مناسبی با یکدیگر و با نتایج آزمایشگاهی می‌باشند. بطور کلی، در توزیع غلظت، شبیه آشفتگی Standard k-ε برای بده‌های زیاد به نتایج بدتری می‌رسد، و برای بده‌های پایینتر مشابه سایر شبیه‌ها عمل می‌کند، ولی در توزیع سرعت شبیه آشفتگی Standard k-ε نتایج بهتری را ارائه می‌دهد. الگوی جریان آب و هوای تشکیل شده در شبیه‌های Mixture و VOF یکسان می‌باشد، ولی زمان همگرایی شبیه Mixture در مقایسه با شبیه VOF کمتر و شبیه آشفتگی RSM داری بیشترین زمان همگرایی و شبیه آشفتگی Standard k-ε دارای کمترین زمان همگرایی در هر دو شبیه VOF و Mixture می‌باشد. همچنین، از بین روزنه‌های مختلف، روزنه‌ی غیر یکنواخت Tri pave بهترین نتایج را بدست می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: سرریز پلکانی، شبیه‌سازی عددی، شبیه‌های آشفتگی، شبیه Mixture، شبیه VOF.

¹ - دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران - مهندسی آب، دانشگاه رازی کرمانشاه

² - استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه رازی کرمانشاه - پژوهشکده تحقیقات پیشرفته آب و فاضلاب، دانشگاه رازی کرمانشاه

³ - استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه رازی کرمانشاه - پژوهشکده تحقیقات پیشرفته آب و فاضلاب، دانشگاه رازی کرمانشاه

* - نویسنده مسئول: yasser.4607@gmail.com

مقدمه

استفاده از سرریزهای پلکانی که با ایجاد افت کارمایه‌ی زیاد در جریان عبوری از روی خود، موجب حذف هزینه‌های مربوط به ساخت حوضچه‌های آرامش در پایین دست سد می‌شوند، از نظر اقتصادی مقرون به صرفه است. جریان‌های عبوری از روی سرریزهای پلکانی مشابه با شکل‌های دیگر جریان‌های دارای سرعت زیاد در مهندسی هیدرولیک، با ورود مقدار زیادی هوا به داخل خود مواجه هستند. نفوذ هوا به داخل این جریان‌ها می‌تواند نقش عمده‌ای را در انتقال اکسیژن، و در نتیجه هوادهی آنها، ایفا نماید. همچنین، وجود هوا در میان جریان از خطرات حفره‌سازی جلوگیری می‌کند. ضمن آنکه باعث افزایش عمق جریان شده و این امر در تعیین دیواره‌های سرریز تاثیر گذار است. بنابراین، شبیه‌سازی و بررسی غلظت هوا در جریان عبوری از روی سرریزهای پلکانی، جهت مطالعه و طراحی این سرریزها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

بطور کلی، جریانهای روی سرریزهای پلکانی به سه نوع تقسیم می‌شوند (کیسی و همکاران، 2008): نوع اول جریان ریزشی¹ است. این نظام جریان در بده‌های پایین اتفاق می‌افتد. در این نظام، جریان عبوری از روی پله‌ها از یک پله به پله دیگر به صورت فشانه سقوط می‌کند، افت کارمایه بر اثر تماس فشانه جریان با هوا، اختلاط فشانه روی هر پله و تشکیل پرش آبی کامل و یا ناقص (بسته به طول افقی پلکان) روی هر پله صورت می‌گیرد (پیراس و

همکاران، 1991، 1992؛ چانسون و تومبیز، 1997؛ راجاراتنام، 1990). شکل 1-الف طرح واره‌ی این نظام جریان را نشان می‌دهد (چانسون، 1993). نوع دوم، نظام جریان انتقالی² است؛ این نظام در بده‌های متوسط اتفاق افتاده، و ویژگی اصلی این نظام جریان، راکد ماندن آب در روی (بعضی) پله‌ها همراه با پاشش و هرج و مرج زیاد در سطح می‌باشد (بایلار و همکاران، 2006). در این نظام، آشفتگی جریان زیاد است و آب و هوا به صورت مداوم با هم مخلوط می‌شوند (شکل 1-ب) (کیسی و همکاران، 2008). فرایند هوادهی در این نظام جریان هنوز بطور کامل درک نشده است (چانسون 2002). نوع سوم نظام جریان غیر ریزشی³ است که در بده‌های زیاد اتفاق می‌افتد، در این نظام، جریان به صورت یک نهر پیوسته و منسجم بر روی یک شبه کف⁴، که از وصل کردن گوشه خارجی پله‌ها تشکیل می‌شود، جریان می‌یابد. در زیر این شبه کف (در گوشه داخلی پله‌ها) جریان‌های گردابه‌ای ایجاد می‌شوند. این جریان‌های گردابه‌ای با انتقال تنش برشی از جریان اصلی (جریان بالای شبه کف) حفظ می‌گردند (کیسی و همکاران، 2008؛ چانسون، 1993). در این نظام، پلکان‌ها مانند زبری بزرگ در برابر جریان عمل می‌کنند. شکل 1-ب طرح واره‌ی این نظام جریان را نشان می‌دهد (چانسون، 1993). محققین بر این باورند که قسمت اعظم افت کارمایه در سازه بر اثر ایجاد جریان‌های گردابه‌ای زیر این

² - transition flow regime

³ - skimming flow regime

⁴ - pseudo-bottom

¹ - nappe (Jet) flow regime

(1997، 2002الف، 2002ب) با شبیه‌سازی آزمایشگاهی، مشخصات جریان آب و هوا را در نظام‌های جریان مختلف روی سرریزهای پلکانی مورد مطالعه قرار دادند و روابط و نتایجی بخصوص در ارتباط با غلظت هوا و هوادهی سطح آزاد ارائه نمودند. کاروسی و چانسون (2008) مشخصات جریان آب و هوا در جریان غیر ریزشی روی سرریزهای پلکانی را با تمرکز بر روی پارامترهای آشفته‌گی و با استفاده از شبیه‌سازی آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند. همچنین، فلدر و چانسون (2009) با شبیه‌سازی آزمایشگاهی و تمرکز بر روی افت کارمایه، مقاومت در برابر عبور جریان و ناحیه بین آب و هوا، به مطالعه‌ی مشخصات جریان دو حالتی آب و هوا بر روی سرریزهای پلکانی پرداختند. بارانی و همکاران (2005) به مطالعه‌ی آزمایشگاهی سرریزهای پلکانی پرداخته، و اثر شکل پله را بر افت کارمایه در جریان روی سرریزهای پلکانی مورد مطالعه قرار دادند. بوس و هگر (2003الف، 2003ب) نیز با تمرکز بر هوادهی سطح آزاد و غلظت هوا، سرریزهای پلکانی را به طریق آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند و روابطی را جهت طراحی این سرریزها ارائه نمودند. بایلار و همکاران (2006، 2007) و چمنی و راجاراتنام (1999) نیز به مطالعه‌ی آزمایشگاهی هوادهی جریان و جزئیات جریان دوحالتی در مورد سرریزهای پلکانی پرداختند. به رغم مطالعات آزمایشگاهی زیاد صورت گرفته در مورد این سرریزها، تا کنون مطالعات عددی محدودی در رابطه با هیدرولیک سرریزهای پلکانی صورت گرفته است. استفاده از شبیه‌های عددی در شبیه-

بستر کاذب صورت می‌گیرد (پی راس و همکاران، 1991). در نظام جریان غیر ریزشی چند منطقه‌ی قابل تمایز وجود دارد که شامل: ناحیه‌ی هوادهی نشده⁵، ناحیه‌ی جریان متغیر سریع⁶، ناحیه‌ی جریان متغیر تدریجی⁷ و ناحیه‌ی جریان توسعه یافته⁸ می‌باشد (شکل 2) (چانسون، 2002). به رغم پیچیدگی جریان دو حالتی عبوری از روی سرریزهای پلکانی، تعدادی از محققین با استفاده از شبیه‌سازی آزمایشگاهی و عددی عملکرد این سرریزها را مورد بررسی قرار دادند. محمد ولی سامانی و همکاران (2004)، با استفاده از شبیه‌سازی آزمایشگاهی اصول حاکم بر هیدرولیک جریان و طراحی سرریزهای پلکانی را مورد بررسی قرار دادند و روابطی را برای محاسبه افت کارمایه به دست آوردند. سلماسی و همکاران (2003)، اثر تعداد پله‌ها را در افت کارمایه با استفاده از شبیه‌سازی آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که میزان استهلاک کارمایه نسبی با افزایش بدهی جریان کاهش می‌یابد. فتحی و همکاران (2009) تاثیر شیب تندآب پایین دست تاج را بر محل هواگیری طبیعی به وسیله‌ی شبیه‌سازی آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند. سورنسن (1985) به مطالعه‌ی آزمایشگاهی پیرامون تشخیص جریان و پراکنش کارمایه بر روی سرریزهای پلکانی پرداخت و روابطی را برای تعیین نوع جریان و میزان کارمایه‌ی تلف شده بر روی آنها ارائه نمود. چانسون (1993، 2002، 2004) و چانسون و تومبیز

⁵ - non-aerated region

⁶ - rapidly varied flow

⁷ - gradually varied flow

⁸ - developed flow

RSM¹² و Realizable $k-\varepsilon$. RNG $k-\varepsilon$ ¹¹. Standard
شبیه‌سازی گردیده است. نتایج به دست آمده از شبیه-
سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی ارائه شده به وسیله ی
چانسون و تومبیز (2002الف) مقایسه شده‌اند.

معادلات حاکم بر جریان

معادلات حاکم بر جریان عبارتند از معادله پیوستگی
و معادله‌ی اندازه حرکت، که به صورت زیر می‌باشند (چن
و همکاران، 2002):

$$\frac{\partial(ru_i)}{\partial x_i} = 0 \quad 1$$

$$\frac{\partial(ru_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial(ru_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P'}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(m + m_j) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial r u_j}{\partial x_i} \right)] \quad 2$$

$$P' = P + \frac{2rk}{3} \quad 3$$

u_i سرعت در جهت x ، u_j سرعت در جهت y ، ρ چگالی،
 μ گرانیوی مولکولی، μ_t گرانیوی آشفتگی، P' فشار اصلاح
شده، P فشار و k کارمایه‌ی جنبشی آشفتگی می‌باشد.

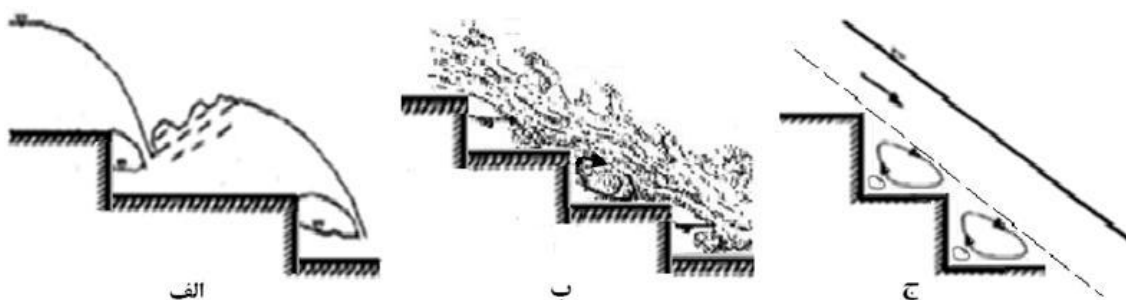
سازی جریان، سبب کاهش هزینه‌های زیاد شبیه‌های
آزمایشگاهی می‌گردد. چن و همکاران (2002) با استفاده
از روش VOF⁹ و شبیه‌آشفتگی $k-\varepsilon$ جریان روی
سرریزهای پلکانی را شبیه‌سازی عددی نموده و نتایج قابل
قبولی برای توزیع فشار به دست آوردند. چنگ و همکاران
(2006) با استفاده از روش Mixture و شبیه‌آشفتگی $k-\varepsilon$
RNG ε جریان روی سرریزهای پلکانی را شبیه‌سازی
نمودند، آنها به نتایج قابل قبولی برای توزیع سرعت و فشار
ناپل آمدند. با توجه به تحقیق آنها مشخص گردید که روش
Mixture مزایای زیادی در شبیه‌سازی عددی فشار منفی
و جریان‌های گردابی بر روی پله‌ها دارد. تبارا و همکاران
(2005) جریان روی سرریز پلکانی را با استفاده از روش
اجزاء محدود و شبیه‌آشفتگی Standard $k-\varepsilon$ شبیه‌سازی
کردند. لازم به ذکر است که تاکنون هیچ یک از محققین
نتایجی را در مورد شبیه‌سازی عددی غلظت هوا و مباحث
مربوط به آن، در نظام‌های جریان روی سرریزهای پلکانی
ارائه ننموده‌اند. هدف از مطالعه‌ی حاضر ارائه‌ی یک شبیه
عددی مناسب جهت مطالعه غلظت هوا در جریان روی
سرریزهای پلکانی می‌باشد. در این مطالعه، توزیع سرعت و
غلظت هوای موجود در آب، در بدها و پله‌های مختلف، در
نظام جریان غیر ریزشی، با استفاده از نرم افزار فلوئنت
(2006)¹⁰ نسخه ی 6.3.26 و استفاده از شبیه‌های سطح
آزاد VOF و Mixture و شبیه‌های آشفتگی $k-\varepsilon$

¹¹ - ReNormalisation Group $k-\varepsilon$

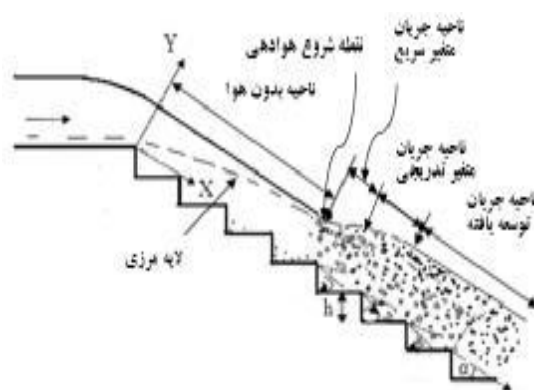
¹² - Reynold's stress model

⁹ - volume of fluid

¹⁰ - Fluent



شکل 1. نظام‌های جریان عبوری از روی سرریزهای پلکانی: الف) ریزشی (چانسون، 1973). ب) انتقالی (کیسی و همکاران، 2008). ج) غیر ریزشی (چانسون، 1973).



شکل 2. نواحی مختلف در جریان غیر ریزشی روی سرریزهای پلکانی (چانسون، 2002).

شبیه VOF

اندازه‌ی حرکت به صورت مشترک بین گاز و آب حل می‌گردد (چن و همکاران، 2002). در این شبیه از یک تابع متغیر به نام α استفاده می‌شود که جزء حجم آب در سلول محاسباتی است. اگر α برابر با 1 باشد نشان دهنده‌ی پر بودن سلول از آب است، و اگر α برابر صفر باشد یعنی سلول پر از هواست. برای $0 < \alpha < 1$ درصدی از سلول آب و درصدی از آن هواست. بنابراین، با در نظر گرفتن سطح آزاد در یک جزء حجمی معین می‌توان سطح آزاد جریان را مشخص کرد. با حل معادله‌ی 4 برای جزء

شبیه حجم سیال به وسیله‌ی هیرت و نیکولاس (1981) پیشنهاد گردیده است. این شبیه برای جریان دو یا چند سیال بدون اختلاط با یکدیگر در شرایطی که تعیین سطح مشترک بین دو سیال آسان است، مناسب می‌باشد. شبیه حجم سیال بر اساس انگاره‌ی جریان چند حالتی پیشنهاد گردیده است. اما در واقع یک شبیه چند سیاله نیست و تنها یک سیال ساده به عنوان سیال اصلی به شبیه VOF معرفی می‌گردد؛ بنابراین، برای جریان سیالات به صورت آب و گاز تنها یک گروه از معادلات

در این شبیه اندرکنش انتقال جرم درونی حالت، اندازه‌ی حرکت و انتقال کارمایه وجود دارد. در روش Mixture اجزاء حجم a_k و a_q برای یک حجم شاهد، بسته به فضای اشغال شده به وسیله‌ی هر یک از حالت‌های k یا q می‌تواند مساوی با مقداری بین صفر تا 1 باشد. و با استفاده از انگاره‌ی سرعت لغزش، سرعت‌های متفاوت در حالت‌ها محاسبه می‌شود (چنگ و همکاران، 2006)؛ بنابراین، معادله‌ی پیوستگی حاکم بر جریان را می‌توان به شکل زیر استخراج کرد (چنگ و همکاران، 2006 و فلونت، 2006):

$$(\partial r_m) / \partial t + \nabla \cdot (r_m u_m) = 0.0 \quad 7$$

که در آن r_m چگالی مخلوط و u_m سرعت جریان مخلوط می‌باشد، و از روابط زیر به دست می‌آیند.

$$r_m = \sum_{k=1}^n a_k r_k \quad 8$$

$$u_m = \frac{1}{r_m} \sum_{k=1}^n a_k r_k u_k \quad 9$$

که در آنها a_k و r_k به ترتیب جزء حجم و چگالی حالت k و n تعداد حالت‌ها می‌باشد. سرعت مخلوط، سرعت مرکز جرم جریان مخلوط است. لازم به ذکر است که اگر چه مقادیر چگالی اجزاء ثابت است، اما r_m می‌تواند تغییر کند. معادله‌ی اندازه‌ی حرکت حاکم بر جریان به شکل زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial}{\partial t} r_m u_m + \nabla \cdot (r_m u_m u_m) = -\nabla p_m + \nabla \cdot (t_m + t_{Dm}) + \nabla \cdot (m_{eff} \nabla u_m) + r_m g \quad 10$$

P_m فشار جریان مخلوط است، و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

حجمی آب (α)، جزء حجمی در کل میدان حل تعیین می‌گردد (چن و همکاران، 2002؛ فلونت، 2006).

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + u \frac{\partial \alpha}{\partial x} + v \frac{\partial \alpha}{\partial y} = 0 \quad 4$$

که در آن، α جزء حجمی آب، u سرعت در جهت x و v سرعت در جهت y می‌باشد.

در این روش معادله‌ی پیوستگی برای هر یک از حالت‌های q به صورت زیر است (فلونت، 2006):

$$\frac{1}{r_q} \left[\frac{\partial}{\partial t} (a_q r_q) + \nabla \cdot (a_q r_q \vec{V}_q) \right] = S_{a_q} + \sum_{p=1}^n (m_{pq} - m_{qp}) \quad 5$$

که در آن چگالی حالت q ، ρ_q جزء حجمی حالت q ، \vec{V}_q سرعت برداری حالت q جمله چشمه جزء حجمی حالت q ، m_{pq} انتقال جرم از حالت p به حالت q و m_{qp} انتقال جرم از حالت q به حالت p می‌باشد.

در شبیه VOF معادله‌ی اندازه حرکت از طریق ρ و μ به جزء حجم‌های تمام حالت‌ها وابسته است و به صورت زیر می‌باشد (فلونت، 2006):

$$\frac{\partial}{\partial t} (r \vec{V}) + \nabla \cdot (r \vec{V} \vec{V}) = -\nabla P + \nabla \cdot [m(\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T)] + r \vec{g} + \vec{F} \quad 6$$

در این معادله \vec{V} : بردار سرعت و \vec{F} : بردار نیروی جرم و P فشار می‌باشد.

شبیه Mixture

در شبیه Mixture، حالت‌های مختلف امکان حرکت با سرعت‌های متفاوت و نفوذ در یکدیگر را دارند. همچنین،

شبهه آشفتگی Standard $k-\varepsilon$

این شبیه به وسیله‌ی لاندرو و اسپالدینگ (1974) ارائه شده، و یک شبیه نیمه تجربی است. در به دست آوردن این شبیه فرض شده است که جریان بطور کامل آشفته و اثر غلظت مولکولی ناچیز است (فلوئنت، 2006). در این شبیه آشفتگی، معادلات کارمایه‌ی جنبشی آشفتگی (k) و نرخ اتلاف آن (ε)، که از معادلات انتقال به دست می‌آیند، به صورت زیر می‌باشند (فلوئنت، 2006):

$$\frac{\partial}{\partial t}(rk) + \frac{\partial}{\partial x_i}(rku_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(m + \frac{m_t}{s_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - re - Y_M - S_k \quad 19$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(re) + \frac{\partial}{\partial x_i}(reu_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(m + \frac{m_t}{s_e} \right) \frac{\partial e}{\partial x_j} \right] + C_{1e} \frac{e}{k} (G_k + C_{3e} G_b) - C_{2e} r \frac{e^2}{k} + S_e \quad 20$$

$$m_t = r C_m \frac{k^2}{e} \quad 21$$

$$G_k = -r u_i' u_j' \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad 22$$

$$G_b = b g_i \frac{m_t}{pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad 23$$

$$b = -\frac{1}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial T} \right)_p \quad 24$$

$$Y_M = 2re \frac{k}{a^2} \quad 25$$

$$C_{1e} = 1.44, \quad C_{2e} = 1.92, \quad C_m = 0.09$$

$$s_k = 1.0, \quad s_e = 1.3$$

$$\nabla p_m = \sum_{k=1}^n a_k \nabla p_k$$

11

که n تعداد حالت‌ها می‌باشد.

دو تانسور تنش در معادلات اندازه‌ی حرکت، تنش متوسط گرانروی (t_m) و تنش پخش ناشی از شیب حالت‌ها (t_{Dm})، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$t_m = \sum_{k=1}^n a_k m_{eff} \nabla u_k \quad 12$$

$$t_{Dm} = -\sum_{k=1}^n a_k r_k u_{Mk} u_{Mk} \quad 13$$

$$m_m = \sum_{k=1}^n a_k m_k \quad 14$$

u_{Mk} سرعت پخش جریان مخلوط بوده و با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}(a_k r_k) + \nabla \cdot (a_k r_k u_m) = -\nabla \cdot (a_k r_k u_m) \quad 15$$

$$u_{Mk} = u_{qk} - \sum_{k=1}^n \frac{a_k r_k}{r_k} u_{qk} \quad 16$$

u_{qk} معرف سرعت لغزش بین آب و هوا می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود (مانینن و همکاران، 1996):

$$u_{qk} = \frac{(r_m - r_k) d_k^2}{18 m_{eff,m} f_{drag}} \left[g - (u_m \cdot \nabla) u_m - \frac{\partial u_m}{\partial t} \right] \quad 17$$

که در آن $m_{eff,m}$ گرانروی مؤثر مخلوط، d_k : قطر حباب حالت k ام و f_{drag} : نیروی نیروی بازدارنده است و به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد (مانینن و همکاران، 1996):

$$18$$

$$f_{drag} = \begin{cases} 1 + 0.15 \text{Re}^{0.687} & \text{Re} \leq 1000 \\ 0.0182 \text{Re} & \text{Re} \geq 1000 \end{cases}$$

Re: عدد رینولدز است.

پیچیدگی هندسی، بیشتر استفاده می‌شود. معادلات حاکم به صورت زیر می‌باشند (فلوئنت، 2006؛ چنگ و همکاران، 2006):

$$\frac{\partial}{\partial t}(rk) + \frac{\partial}{\partial x_i}(rku_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}(a_k m_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j}) + G_k + G_b - re - Y_M - S_k \quad 26$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(re) + \frac{\partial}{\partial x_i}(reu_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}[a_e m_{eff} \frac{\partial e}{\partial x_j}] + C_{1e} \frac{e}{k}(G_k + C_{3e} G_b) - C_{2e}^* r \frac{e^2}{k} \quad 27$$

$$C_{2e}^* = C_{2e} - \frac{C_m n^2 (\frac{1-h}{h_0})}{1+bh^2} \quad 28$$

$$h = \frac{Sk}{e}, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad 29$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad 30$$

$$C_{1e} = 1.42, \quad C_{2e} = 1.68, \quad C_m = 0.0845$$

$$n_0 = 4.38, \quad b = 0.012$$

در این معادلات S مدول متوسط نرخ تانسور کرنش، η نرخ کرنش، S_{ij} تانسور کرنش، و η_0 ثابت، می‌باشد.

شبیه‌سازی $k-\varepsilon$ Realizable

روش مزبور به این صورت به وسیله‌ی شبیه و همکاران (1995) پیشنهاد گردیده است. در این شبیه دو تفاوت عمده نسبت به شبیه Standard لحاظ شده است تا از ایجاد عدم تعادل در حل معادلات، بخصوص در قسمت زیر لایه‌ی ناحیه‌ی مرزی، که میزان کرنش تولیدی در آن زیاد می‌باشد، جلوگیری کند. اولاً، برای محاسبه‌ی گرانشی مغشوش از یک رابطه‌ی جدید استفاده می‌شود. ثانیاً، یک جمله چشمه اضافه به معادله ε افزوده می‌گردد (فلوئنت،

در این معادلات ρ چگالی، μ گرانشی مولکولی، μ_t گرانشی آشفتگی، k : کارمایه جنبشی آشفتگی، ε : نرخ اتلاف آشفتگی، G_k : معرف کارمایه جنبشی تولید شده به وسیله‌ی گرادیان سرعت متوسط، G_b : معرف کارمایه جنبشی تولید شده به وسیله‌ی آشفتگی، Y_M : معرف انبساط نوسانی در آشفتگی قابل تراکم به نرخ افت کلی، S_k جمله چشمه برای k ، S_ε : جمله چشمه برای ε ، α سرعت صوت، P_{rt} عدد آشفتگی پرانتل برای کارمایه، T دما و β ضریب انبساط حرارتی، σ_k و σ_ε اعداد آشفتگی پرانتل برای k و ε ، u_i' سرعت نوسانی در جهت x_i ، u_j' سرعت نوسانی در جهت y ، C_{1e} ، C_{2e} ، C_{3e} و C_μ اعداد ثابت می‌باشند.

شبیه‌سازی $k-\varepsilon$ RNG

این شبیه اولین بار به وسیله‌ی یاخوت و ارسزانگ (1986) معرفی شده است. در این جا آشفتگی جریان بر اساس یک روش آماری دقیق و به کمک روابط ریاضی به دست می‌آید. در این شبیه در مقایسه با حالت Standard یک جمله‌ی اضافه در معادله ε وارد می‌شود که باعث افزایش دقت محاسباتی در جریان می‌گردد. این شبیه نسبت به حالت Standard در جریان‌های چرخشی کارایی بیشتری دارد، و بر خلاف آن به منظور تعیین اعداد آشفتگی پرانتل از رابطه‌ی تحلیلی استفاده می‌کند (فلوئنت، 2006). بدین ترتیب، این شبیه در اعداد رینولدز پایین دقت مناسبی دارد، و به همین دلیل از آن در تعیین مقادیر آشفتگی جریان در میدان‌های دارای انحنا و یا

$$D_{T,ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} [\overline{r u_i' u_j' u_k'} + P(\Delta_{kj} u_i' + \Delta_{ik} u_j')] \quad 37$$

$$D_{L,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} [m \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i' u_j'})] \quad 38$$

$$P_{ij} = -r (\overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u_j' u_k'} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}) \quad 39$$

$$G_{ij} = -rb (g_i u_j' q + g_j u_i' q) \quad 40$$

$$f_{ij} = P (\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i}) \quad 41$$

$$e_{ij} = 2m \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_k \partial x_k} \quad 42$$

$$F_{ij} = -2r \Omega_k (\overline{u_j' u_m'} e_{ikm} + \overline{u_i' u_m'} e_{jkm}) \quad 43$$

در این معادلات، C_{ij} جمله‌ی جابه‌جایی، $D_{T,ij}$ جمله‌ی پخش آشفتگی، $D_{L,ij}$ جمله‌ی پخش مولکولی، P_{ij} جمله‌ی تولید تنش، G_{ij} جمله‌ی تولید شناوری، Θ_{ij} جمله‌ی کرنش فشار، e_{ij} جمله‌ی افت، F_{ij} جمله‌ی تولیدی به وسیله‌ی چرخش سامانه، S_{user} جمله‌ی چشمه، که به وسیله‌ی کاربر تعریف می‌شود، $\Gamma u_i' u_j'$ تنش‌های رینولدز، T دما، β ضریب انبساط حرارتی، g_i مؤلفه‌ی شتاب در جهت x و g_j مؤلفه‌ی شتاب در جهت y می‌باشند.

نقطه‌ی شروع هوادهی سطح آزاد

در این نقطه درجه‌ی آشفتگی به اندازه‌ای است که هوا به داخل جریان وارد شده و فرایند هوادهی سطح آزاد آغاز می‌گردد (شکل 3). مکان نقطه‌ی شروع هوادهی

(2006). معادلات حاکم بر این شبیه، به شکل زیر نوشته می‌شود (فلوئنت، 2006):

$$\frac{\partial}{\partial t} (rk) + \frac{\partial}{\partial x_j} (rk u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} [(m + \frac{m_t}{s_k}) \frac{\partial k}{\partial x_j}] + G_k + G_b - re - Y_M + S_k \quad 31$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (re) + \frac{\partial}{\partial x_j} (re u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} [(m + \frac{m_t}{s_e}) \frac{\partial e}{\partial x_j}] + r C_1 S_e - r C_2 \frac{e^2}{k + \sqrt{ve}} \quad 32$$

$$+ C_{1e} \frac{e}{k} C_{3e} G_b + S_e \quad 32$$

$$C_1 = \max[0.43, \frac{h}{h+5}] \quad 33$$

$$h = S \frac{k}{e}, \quad S = \sqrt{2S_{ij} S_{ij}} \quad 34$$

$$C_{1e} = 1.44 \quad C_2 = 1.9$$

$$s_k = 1.0 \quad s_e = 1.2$$

شبیه‌سازی آشفتگی RSM

شبیه‌سازی تنش رینولدز، معادلات ناویر استوکس را به همراه یک گروه معادلات اضافی (5 معادله در جریانهای دوبعدی، و 7 معادله در جریانهای سه بعدی) برای تنش‌های رینولدزی، و یک معادله برای ε حل می‌کند (وارسی، 2000). شکل تانسوری معادله‌ی انتقالی تنش رینولدز به صورت زیر است (وارسی، 2000؛ فلوئنت، 2006):

$$\frac{\partial}{\partial t} (r u_i' u_j') + C_{ij} = D_{T,ij} + D_{L,ij} + P_{ij} + G_{ij} + f_{ij} - e_{ij} + F_{ij} + S_{user} \quad 35$$

$$G_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} (r u_k \overline{u_i' u_j'}) \quad 36$$

که در آن S_1 فاصله‌ی نقطه‌ی شروع هوادهی سطح آزاد تا انتهای بالادست تاج بر حسب متر، α زاویه‌ی شیب کف فرضی تشکیل شده به وسیله‌ی گوشه پله‌ها، h ارتفاع پله بر حسب متر و q_w بده واحد عرض بر حسب متر مربع بر ثانیه، می‌باشد.

سطح آزاد و مسائل مربوط به آن یکی از موضوع‌های مهم در سرریزهای پلکانی می‌باشد. مکان این نقطه در سرریزهای پلکانی با تاج پهن از روابط زیر به دست می‌آید (جانسون و تومبیز، 2002الف):

$$S_1 = \frac{12.34}{(\sin a)^{0.0796}} \times F_*^{0.465} \times h \cos a \quad 44$$

$$F_* = \frac{q_w}{\sqrt{g \sin a (h \cos a)^3}} \quad 45$$



شکل 3. نقطه‌ی شروع هوادهی سطح آزاد و طرح واره‌ی شبیه جانسون و تومبیز (2002الف).

آشفته‌گی مختلف: $k-\varepsilon$, Standard $k-\varepsilon$, RNG $k-\varepsilon$.

Realizable و RSM به کار گرفته شده‌اند. علاوه بر آن از طرح پرستو¹ برای گسسته‌سازی معادلات فشار، طرح کوئیک² برای انفصال جملات جابجایی معادلات ممنتوم، طرح مرتبه اول آپویند³ برای انفصال جملات جابه‌جایی معادلات آشفته‌گی، و همچنین از الگوریتم پیزو⁴ برای جفت نمودن سرعت و فشار استفاده شده است. استفاده از ضرایب زیر تخفیف⁵ کوچکتر از یک برای فشار، اندازه‌ی

حل عددی معادلات

چنانچه قبلاً اشاره گردید، جهت حل معادلات از نرم افزار فلوئنت استفاده شده است. این نرم افزار از روش عددی حجم محدود برای حل جریان استفاده می‌کند، بدین ترتیب که کل میدان جریان را به صورت حجم شاهد‌های مجزا در نظر می‌گیرد، از معادلات حاکم بر جریان سیال، روی هر حجم شاهد انتگرال گرفته و با استفاده از طرح‌های مختلف انفصال، معادلات جبری منفصل می‌شوند. جهت شبیه‌سازی سطح آزاد، شبیه‌های Mixture و VOF و برای بستن معادلات، شبیه‌های

¹ -PERSTO

² -QUICK

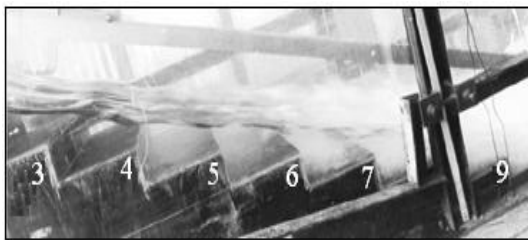
³ - first order upwind

⁴ - Piso

⁵ - under-relaxation factors

شرایط مرزی

در شبیه‌سازی عددی آزمایش‌های انجام شده به وسیله‌ی چانسون و تومبیز (2002الف)، در مرز ورودی حالت آب، شرط مرزی سرعت ورودی⁹ و مقادیر سرعت مربوط به بده‌های مختلف، با توجه به عمق حالت آب اعمال شده است. عمق آب، در مرز ورودی حالت آب، برای تمام بده‌ها، 1/2 متر و بقیه به عنوان حالت هوا در نظر گرفته شده است. این عمق در روند حل، به وسیله‌ی نرم افزار تنظیم و بعد از همگرایی کامل به مقدار واقعی ثابت می‌شود. در مرز ورودی حالت هوا، شرط مرزی سرعت ورودی و مقدار سرعت ناچیز 0/00001 فرض شده است. همچنین، در مرز خروجی حالت آب و حالت هوا، شرط مرزی فشار خروجی¹⁰، در مرز فوقانی شرط مرزی فشار ورودی¹¹ و در کف نهر از شرط مرزی دیوار¹² استفاده شده است.



شکل 4. شبیه آزمایشگاهی چانسون و تومبیز (2002الف).

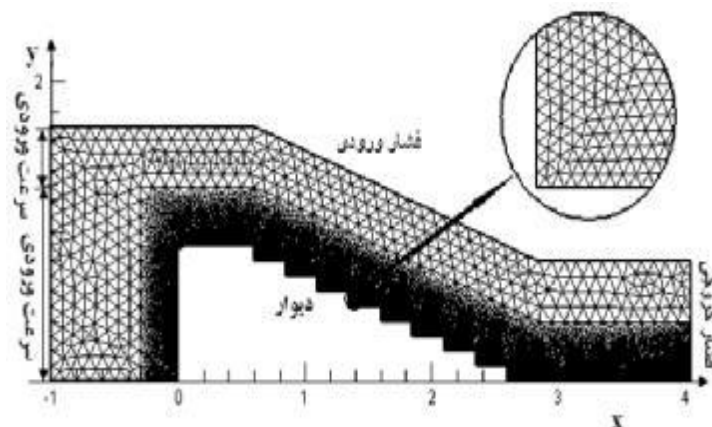
حرکت و تنش‌های رینولدز، مانع از واگرایی حل می‌شود. در این تحقیق، گام‌های زمانی برای حل مسأله 0/05 و ملاک همگرایی برای هر متغیر، بر اساس مقدار باقیمانده-ی خطای نسبی، برابر با 0/0001 انتخاب شده است.

مشخصات میدان حل و شبکه بندی آن

جهت صحت سنجی شبیه عددی از آزمایش‌های انجام گردیده به وسیله‌ی چانسون و تومبیز (2002 الف) استفاده شده است. آزمایش‌های آنها در دانشگاه کوئینزلند⁶ بر روی یک سرریز پلکانی به طول کلی 2/7 متر، عرض 1 متر و شیب سرسره‌ی 21/8 درجه ($\alpha=21/8^\circ$) انجام شده است (شکل‌های 3 و 4). آب از منبع تغذیه‌ی بزرگی به مساحت $6/8 \times 4/8$ متر و عمق 1/5 متر تامین می‌شود. شبیه دارای یک سرریز تاج پهن به عرض 1 متر، طول 0/6 متر و با بالادست گرد گوشه به شعاع 0/057 متر بوده که پس از آن نه پله یکسان به ارتفاع 0/1 متر و طول 0/25 متر قرار گرفته اند. سرریز پلکانی به نهری که به صورت بتنی کف بندی شده است، متصل می‌شود. به منظور تهیه‌ی هندسه میدان جریان و شبکه بندی آن، نرم افزار گمبیت⁷ به کار رفته و از روزنه‌ی غیر یکنواخت مثلثی مسطح⁸، مطابق شکل 5 استفاده شده است، در قسمت روزنه‌ی ریزتر فاصله‌ی روزنه‌ها 0/017 متر و در قسمت‌های درشتتر 0/1 متر اعمال شده، که به صورت تدریجی ریز شده است.

⁹ - velocity inlet
¹⁰ - pressure outlet
¹¹ - pressure inlet
¹² - wall

⁶ - Queensland
⁷ - Gambit
⁸ - tri pave



شکل 5. میدان حل جریان و نحوه‌ی شبکه‌بندی آن در شبیه‌سازی عددی آزمایش چانسون و تومبیز (2002الف).

صحت‌سنجی و بحث

مکعب بر ثانیه است که بین آنها رابطه‌ی 46 برقرار می‌-

باشد:

$$dc = (q_w^2 / g)^{1/3} \quad 46$$

در این رابطه dc عمق بحرانی بر حسب متر، q_w بده واحد عرض بر حسب متر مربع بر ثانیه، h ارتفاع پله (0/1 متر) و g شتاب گرانش زمین می‌باشند.

همچنین چون عرض نهر و سرریز شبیه شده به وسیله‌ی آنها 1 متر است، بنابراین، بده‌های مورد مطالعه در واقع بده واحد عرض می‌باشند؛ و در ادامه از آنها به عنوان بده واحد عرض نام برده می‌شود. آنها برای بده‌های 0/147 و 0/103 نتایج را در یک پله ولی برای بده‌های 0/182 و 0/130 در دو پله گزارش نموده‌اند، به همین دلیل در این مطالعه نیز به همین ترتیب عمل شده است.

در شکل 6 الگوی جریان عبوری از روی سرریز، که به وسیله‌ی شبیه‌آفتگی RNG شبیه‌سازی شده، با هر دو روش VOF و Mixture برای بده در واحد عرض 0/103 متر مربع بر ثانیه نشان داده شده است. در

در این تحقیق از بین بده‌های مطالعه شده به وسیله‌ی چانسون و تومبیز (2002الف)، چهار بده مطابق جدول 1 انتخاب و با شبیه عددی مورد مطالعه قرار گرفتند. بده‌های انتخاب شده شامل بالاترین بده (0/182 متر مکعب بر ثانیه)، دو بده میانی (0/147 و 0/130 متر مکعب بر ثانیه) و پایین‌ترین بده (0/103 متر مکعب بر ثانیه) در نظام جریان غیر ریزشی می‌باشند. در این جدول همچنین پله‌های مورد مطالعه و محل نقطه‌ی شروع هوادهی سطح آزاد به ازاء هر بده نشان داده شده است. لازم به ذکر است که چانسون و تومبیز چند بده‌ی مختلف، از جمله بده 0/182 متر مکعب بر ثانیه را انتخاب، و پس از آزمایش نتایج را به صورت نمودارهایی گزارش کردند، ولی در قسمت ارائه‌ی نتایج نامی از بده 0/182 نبردند، و گفته شده که این نتایج مربوط به جریان با $dc=1/5h$ می‌باشد، که در واقع همان جریان با بده 0/182 متر

این شکل‌ها و شکل‌های پس از آنها، شکل الف، نتایج مربوط به شبیه Mixture؛ شکل ب، نتایج مربوط به شبیه VOF، و شکل ج مقایسه‌ی نتایج شبیه‌های Mixture و VOF به ازاء شبیه آشفته‌گی، که بهترین نتایج مربوط به آن شکل را ارائه داده، می‌باشند (در بعضی شکلها تمام شبیه‌های آشفته‌گی تقریباً مشابه عمل کرده که در آنها مقایسه به ازاء شبیه آشفته‌گی $k-\epsilon$ Standard صورت گرفته است). همچنین C بیانگر غلظت هوای محبوس بر حسب درصد، Y عمق بر حسب متر، V سرعت بر حسب متر بر ثانیه، dc عمق بحرانی بر حسب متر، V90 سرعت در عمقی است که در آن غلظت هوا برابر با 90 درصد (0/9) است (Y90). چنانچه مشاهده می‌شود، برای هر دو شبیه VOF و Mixture، شبیه آشفته‌گی RSM بدترین نتایج، و شبیه آشفته‌گی $k-\epsilon$ Standard بهترین نتایج را به دست می‌دهد. البته همه‌ی شبیه‌های آشفته‌گی مورد استفاده رفتار توزیع سرعت را که تا ارتفاع مشخصی به صورت افزایشی، و پس از آن به صورت کاهشی به سمت سطح آب پیش می‌رود، به خوبی شبیه‌سازی می‌کنند. بر اساس شکل‌های 8-ج و 9-ج، نتایج به دست آمده از شبیه‌های VOF و Mixture تقریباً مشابه هم و در تطابق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی می‌باشند.

در شکل‌های 10، 11 و 12، غلظت هوای محبوس در آب به ازاء بده‌های واحد عرض 0/182، 0/130 و 0/103 متر مربع بر ثانیه، در یک پله بعد از نقطه شروع

این شکل الگوی جریان بر روی شش پله انتهایی عرضه گردیده که قبل از آنها هوادهی جریان آغاز شده است. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود، در پله‌های بالایی هوای کمتری در جریان وجود دارد، و هر چه به سمت پایین حرکت کنیم، اختلاط آب و هوا بیشتر می‌شود (هر چه رنگ جریان در این شکل روشنتر می‌شود، نشان دهنده‌ی وجود هوای بیشتر به داخل جریان است). بطور کلی، بر اساس این شکل می‌توان نتیجه گرفت که هر دو روش VOF و Mixture، الگوی هوای ورودی به داخل جریان را بطور مشابه پیش بینی می‌کنند.

در شکل 7 الگوی جریان شبیه سازی شده به وسیله‌ی شبیه عددی به ازاء بده واحد عرض 0/182 متر مربع بر ثانیه با استفاده از شبیه آشفته‌گی RNG و شبیه Mixture، با الگوی کلی جریان روی سرریزهای پلکانی در نظام جریان غیر ریزشی مقایسه شده است، که تطابق مناسبی با آن دارد. چنانچه مشاهده می‌شود در گوشه پله‌ها گردابه‌های ساعتگرد تشکیل شده است و در روی پله‌ها جریان به صورت موازی با شیب پله‌ها حرکت می‌کند. در این شکل، الف، مربوط به الگوی جریان شبیه‌سازی شده و ب، طرح وارده‌ی الگوی جریان غیر ریزشی روی سرریزهای پلکانی می‌باشد.

در شکل‌های 8 و 9 نتایج توزیع سرعت به دست آمده از شبیه عددی با نتایج آزمایشگاهی به ازاء بده واحد عرض 0/182 متر مربع بر ثانیه در گوشه پله‌های هفتم و هشتم، و در راستای عمود بر جریان مقایسه شده است. در

بالاتر را نداشته، و شبیه عددی نیز نتایج بهتری را ارائه می‌دهد. در این شکل‌ها نیز تمام شبیه‌های آشفته‌گی تقریباً یکسان عمل کرده، به جز در بده 0/182 که در این جا نیز شبیه $k-\varepsilon$ Standard، نتایج را با خطای بیشتری ارائه می‌دهد.

جهت درک و تأیید بیشتر مطالب قبلی درباره‌ی شکل‌های 10 تا 15، مقایسه‌ای از قسمت ج این شکل‌ها در شکل (16) نشان داده شده است. در این شکل، محور افقی محل وقوع بیشترین خطا (بر حسب Y/dc یا $Y/Y90$)، و محور عمودی میزان خطا را بر حسب درصد نشان می‌دهد. در این شکل، قسمت الف مربوط به شکل‌های 10 و 13، قسمت ب مربوط به شکل 14، قسمت ج مربوط به شکل‌های 11 و 15، و قسمت د مربوط به شکل 12 می‌باشد. همان طور که در این شکل مشاهده می‌گردد، و در مطالب قبلی نیز گفته شد، دقت نتایج به دست آمده از شبیه عددی با دور شدن از نقطه‌ی شروع هواده‌ی بیشتر می‌شود. لازم به ذکر است که این میزان خطا مربوط به بیشترین خطایی می‌باشد که در مقطع اتفاق افتاده و مربوط به یک نقطه می‌باشد، ولی میزان خطای کلی، همان طور که در شکل‌های 10 تا 15 نیز مشاهده می‌شود، خیلی کمتر از این مقادیر است.

همچنین، با مقایسه‌ی زمان همگرایی مشخص شد که زمان همگرایی شبیه Mixture کمتر از شبیه VOF است، و از بین شبیه‌های آشفته‌گی، شبیه $k-\varepsilon$ Standard

هواده‌ی (به ترتیب پله‌های 7، 6 و 5) شبیه‌سازی شده است. محل شروع هواده‌ی برای این بده‌ها به ترتیب پله‌های شماره 6، 5 و 4 به وسیله‌ی چانسون و تومبیز (2002الف) گزارش شده است (جدول 1). با توجه به این که این پله‌ها پس از نقطه شروع هواده‌ی و در نزدیکی آن واقع شده‌اند، و جریان عبوری از آنها هنوز به حالت توسعه یافته نرسیده و حالت متغیر تدریجی دارد (شکل 2 را ببینید)، انتظار می‌رود که الگوی جریان دو حالتی در این مکان‌ها حالت پیچیده‌تری را داشته باشد. بنابراین، شبیه عددی در این پله‌ها نتایج بدتری را نسبت به پله‌های پایین‌تر، که جریان به سمت جریان توسعه یافته پیش می‌رود، ارائه می‌دهد. هر چند که همه‌ی شبیه‌های آشفته‌گی افزایش غلظت از روی سطح پله به سمت سطح آب را به خوبی پیش بینی می‌کنند، اما شبیه آشفته‌گی $k-\varepsilon$ Standard در بده 0/182، که بالاترین بده می‌باشد، مشابه سایر شبیه‌ها عمل نکرده و خطای بیشتری دارد.

در شکل‌های 13، 14 و 15، غلظت هوای محبوس در آب برای بده‌های واحد عرض 0/182، 0/147 و 0/130 متر مربع بر ثانیه به ترتیب در دو، دو و سه پله پایین‌تر از نقطه‌ی شروع هواده‌ی (به ترتیب پله‌های 8، 7 و 8) شبیه‌سازی شده است. لازم به ذکر است که محل هواده‌ی به‌ازاء بده واحد عرض 0/147، پله‌ی پنجم می‌باشد (جدول 1). به دلیل این که در این پله‌ها، با توجه به شکل 2، جریان نسبت به پله‌های بالاتر حالت توسعه یافته تری دارد، بنابراین الگوی جریان آب و هوا پیچیدگی پله‌های

کمترین زمان همگرایی، و شبیه RSM بیشترین زمان

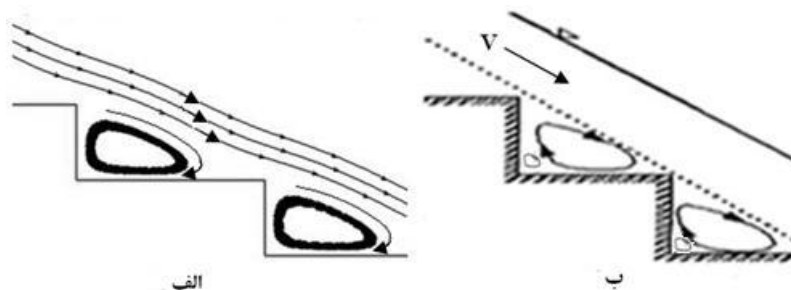
همگرایی را دارد.

جدول 1. بده‌های مطالعه شده در این تحقیق.

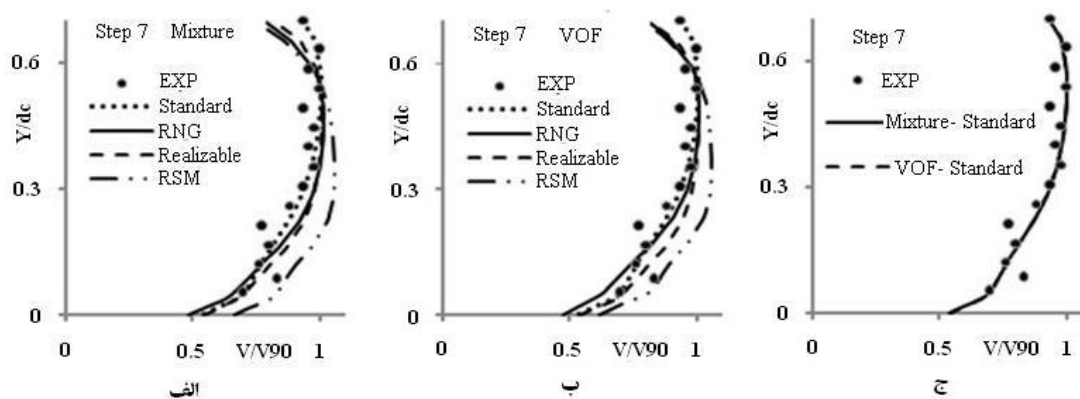
ردیف	بده	شروع هوادهی	پله‌های مطالعه شده
1	0/182 (dc=1/5h)	پله 6	7 و 8
2	0/147	پله 5	7
3	0/130	پله 5	6 و 8
4	0/103	پله 4	5



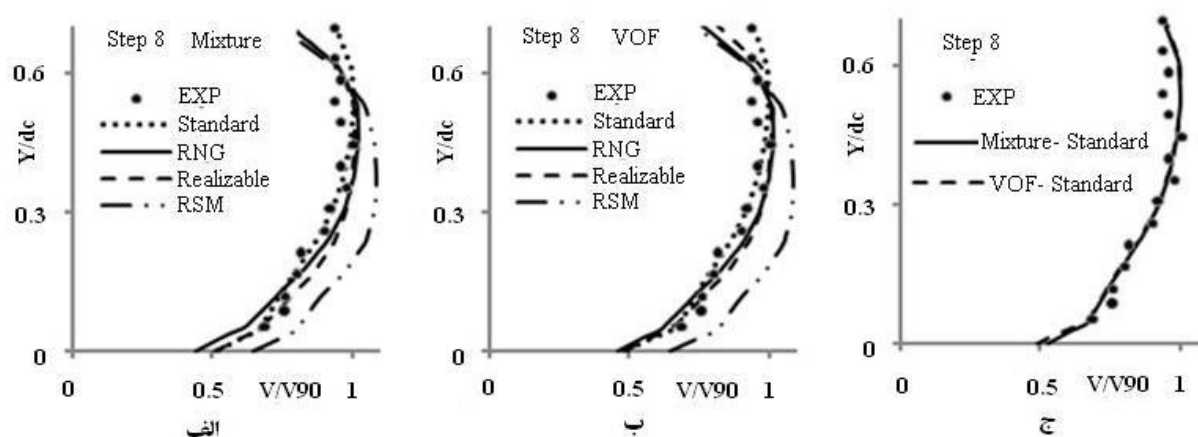
شکل 6. الگوی جریان آب و هوای تشکیل شده برای بده واحد عرض $0/103 \text{ m}^2/\text{s}$.



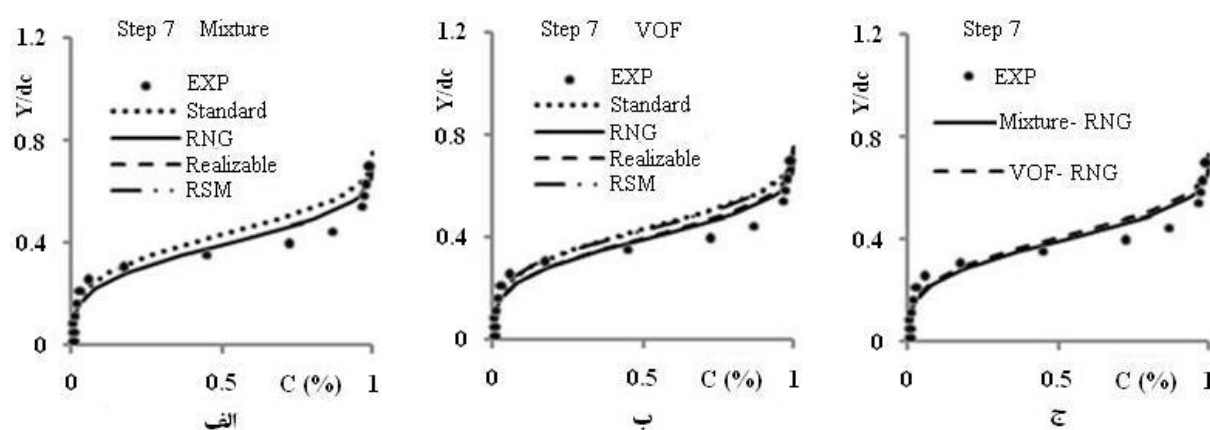
شکل 7. الف) الگوی جریان شبیه‌سازی شده. ب) طرح واره‌ی الگوی جریان غیر ریزشی روی سرریزهای پلکانی (چانسون، 1973).



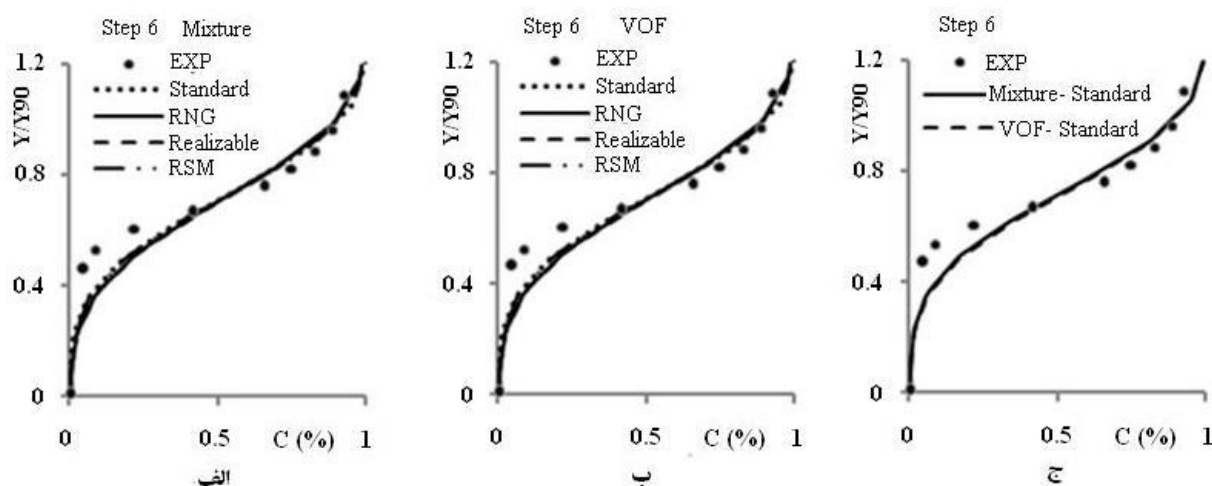
شکل 8. توزیع سرعت برای بده واحد عرض $0/182 \text{ m}^2/\text{s}$ در پله‌ی هفتم.



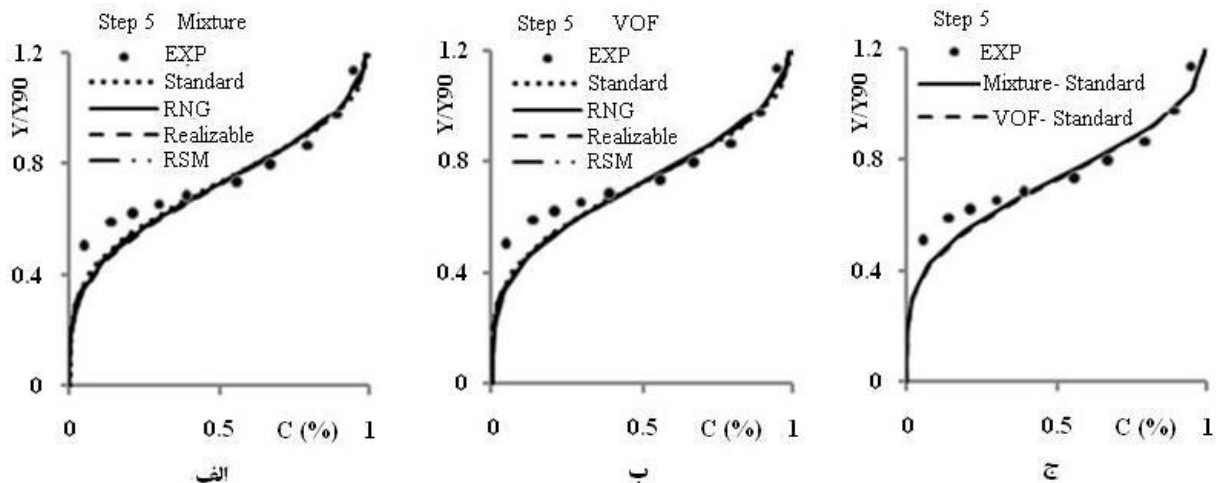
شکل 9. توزیع سرعت برای بده واحد عرض $0/182 \text{ m}^2/\text{s}$ در پله‌ی هشتم.



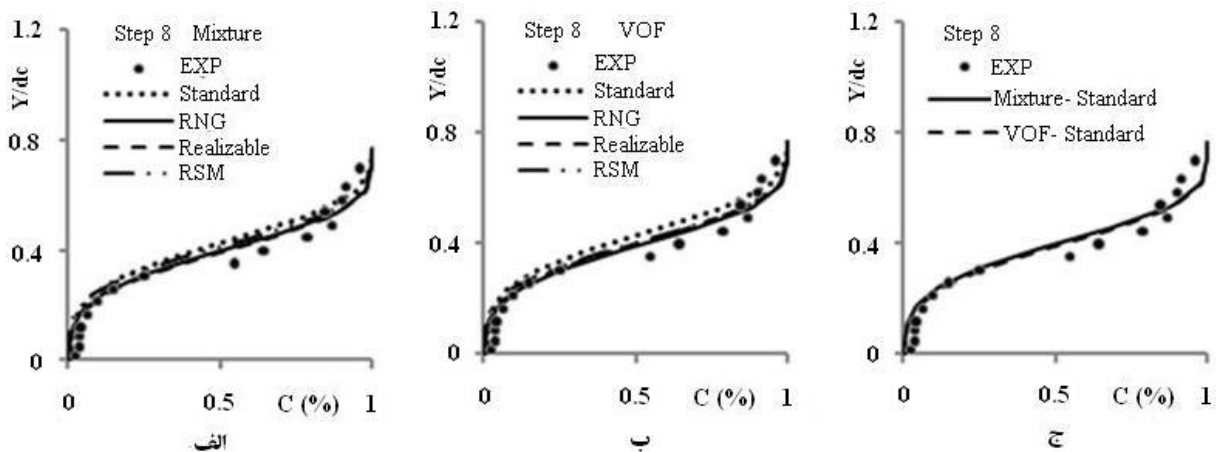
شکل 10. توزیع غلظت هوا برای بده واحد عرض $0/182 \text{ m}^2/\text{s}$ در پله‌ی هفتم.



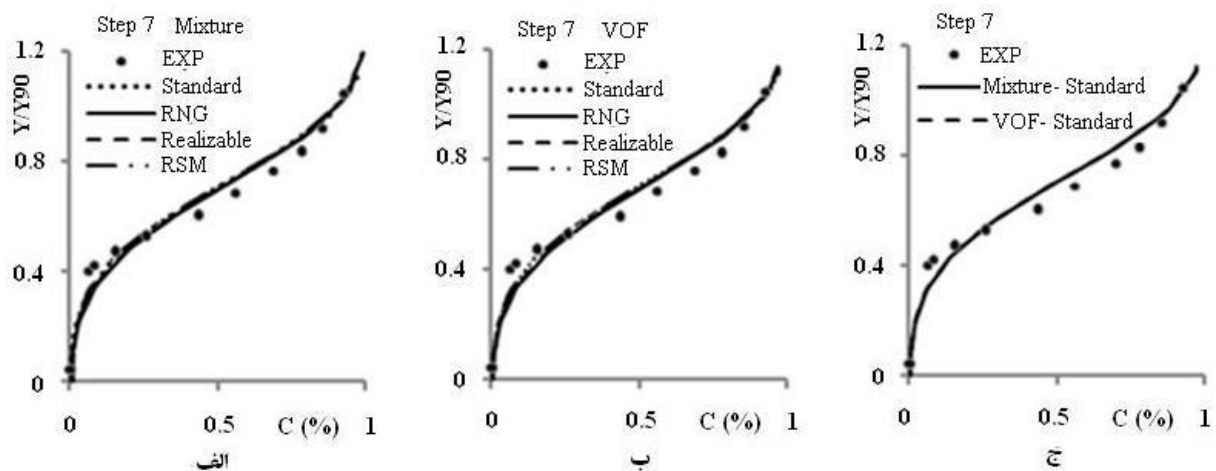
شکل 11. توزیع غلظت هوا برای بده واحد عرض $0/130 \text{ m}^2/\text{s}$ در پله‌ی ششم.



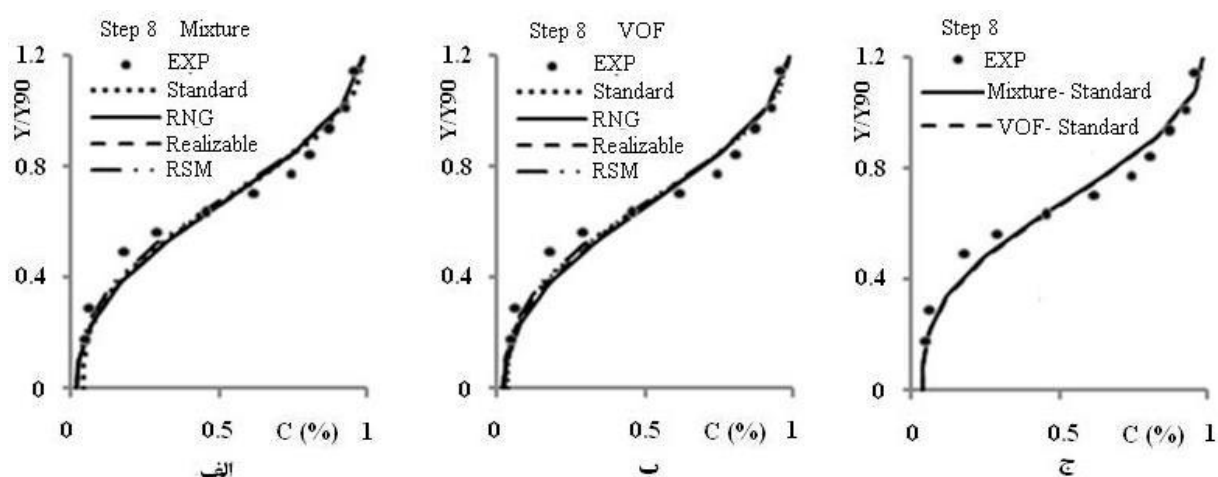
شکل 12. توزیع غلظت هوا برای بده واحد عرض $0.103 \text{ m}^2/\text{s}$ در پله‌ی پنجم.



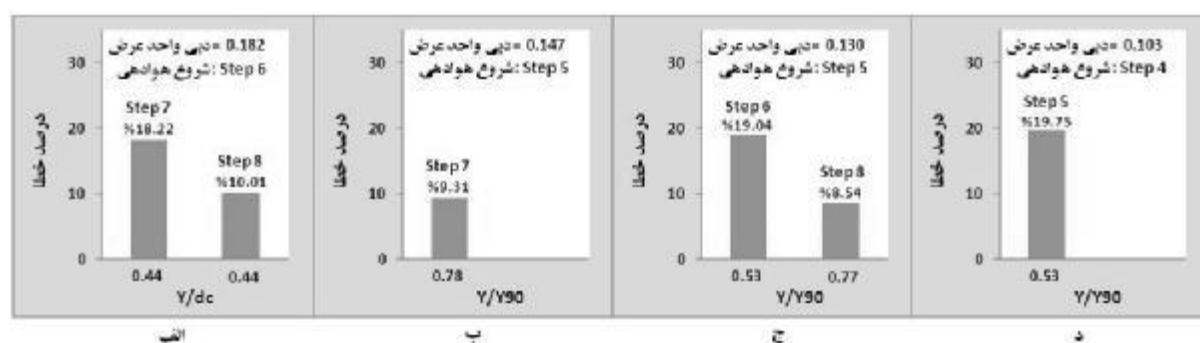
شکل 13. توزیع غلظت هوا برای بده واحد عرض $0.182 \text{ m}^2/\text{s}$ در پله‌ی هشتم.



شکل 14. توزیع غلظت هوا برای بده واحد عرض $0.147 \text{ m}^2/\text{s}$ در پله‌ی هفتم.



شکل 15. توزیع غلظت هوا برای بده واحد عرض $0/130\text{m}^2/\text{s}$ در پله‌ی هشتم.



شکل 16. میزان بیشترین خطا در پیش بینی غلظت هوا به ازاء بده‌ها و در پله‌های مختلف.

نتیجه گیری

2- در خصوص توزیع سرعت، شبیه آشفنگی $k-\epsilon$

Standard بهترین نتایج را به دست می‌دهد؛

3- در شبیه سازی توزیع غلظت تمام شبیه‌ها تقریباً

یکسان عمل می‌کنند، فقط در بده‌های بالا شبیه $k-\epsilon$

Standard ضعیفتر عمل می‌کند. با فاصله گرفتن از نقطه

ی شروع هوادهی، پیش بینی توزیع غلظت با دقت

بیشتری انجام می‌شود؛

4- زمان همگرایی شبیه Mixture کمتر از شبیه VOF

است، و از بین شبیه‌های آشفنگی شبیه $k-\epsilon$ Standard،

در مطالعه‌ی حاضر، جریان غیر ریزشی عبوری از

روی سرریز پلکانی با استفاده از نرم افزار فلوئنت شبیه

سازی شده است. برای شبیه سازی از روشهای شبیه‌سازی

سطح آزاد Mixture و VOF به همراه شبیه‌های

آشفنگی $k-\epsilon$ Standard، $k-\epsilon$ RNG، $k-\epsilon$ Realizable

و RSM استفاده شده، و در حالت کلی

نتایج زیر به دست آمده اند:

1- هر دو روش VOF و Mixture، الگوی هوای ورودی

به داخل جریان را بطور مشابه پیش بینی می‌کنند؛

t_m : تانسور تنش پخش ناشی از اختلاف حالتها	کمترین زمان همگرایی و شبیه RSM، بیشترین زمان همگرایی را دارد.
\vec{F} : بردار نیروی جرم	علایم
u_{Mk} : سرعت پخش جریان مخلوط بر حسب متر بر ثانیه	u_i : سرعت در جهت X
μ_{eff} : گرانروی موثر	u_j : سرعت در جهت Y
u_{qk} : سرعت لغزش بین آب و هوا	ρ : چگالی
d_k : قطر حباب حالت k ام	P' : فشار اصلاح شده
$\mu_{eff,m}$: گرانروی موثر مخلوط	P : فشار
Re : عدد رینولدز	μ : گرانروی مولکولی
f_{drag} : نیروی بازدارنده	μ_t : گرانروی آشفتگی
ε : نرخ اتلاف آشفتگی	k : کارمایه جنبشی آشفتگی
G_k : معرف کارمایه جنبشی تولید شده به وسیله ی شیب سرعت متوسط	α جزء حجمی آب
G_b : معرف کارمایه جنبشی تولید شده به وسیله ی آشفتگی	u : سرعت در جهت X
Y_m : معرف انبساط نوسانی در آشفتگی قابل تراکم به نرخ افت کلی	v سرعت در جهت Y
S_k : جمله چشمه برای k	ρ_q چگالی حالت q
S_ε : جمله چشمه برای ε	α_q : جزء حجمی حالت q
α : سرعت صوت	α_k : جزء حجمی حالت k
P_{rt} : عدد آشفتگی پرانتل برای کارمایه	\vec{V}_q : سرعت برداری حالت q
T : دما	m_{qp} : انتقال جرم از حالت q به حالت p
β : ضریب انبساط حرارتی	m_{pq} : انتقال جرم از حالت p به حالت q
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$: اعداد آشفتگی پرانتل برای ε و k	S_{aq} : جمله چشمه برای حالت q
u'_i : سرعت نوسانی در جهت x	P_m : چگالی مخلوط
u'_j : سرعت نوسانی در جهت y	u_m : سرعت مخلوط
	P_m : فشار جریان مخلوط
	t_{Dm} : تانسور تنش گرانروی متوسط

g: شتاب گرانش زمین	C_{1E}, C_{2E}, C_{3E} : ثابت
C: غلظت هوا بر حسب درصد حجمی	C_{μ} : ثابت
Y: عمق جریان بر حسب متر	S: مدول متوسط نرخ تانسور کرنش
V: سرعت جریان بر حسب متر بر ثانیه	η : نرخ کرنش
dc: عمق بحرانی بر حسب متر	S_{ij} : تانسور کرنش
Y90: عمق جریان، جایی که غلظت هوا 90 درصد است	n_0 : ثابت
V90: سرعت جریان، جایی که غلظت هوا 90 درصد است	C_{ij} : جمله جابجایی
	$D_{T,ij}$: جمله پخش آشفتگی
	$D_{L,ij}$: جمله پخش مولکولی
	P_{ij} : جمله تولید تنش
	G_{ij} : جمله تولید شناوری
	Φ_{ij} : جمله کرنش فشار
	e_{ij} : جمله افت
	F_{ij} : جمله تولیدی به وسیله ی چرخش سامانه
	S_{user} : جمله چشمه، که به وسیله ی کاربر تعریف می‌شود
	$\tau u_i' u_j'$: تنشهای رینولدز
	g_i : مولفه‌ی شتاب گرانش زمین در جهت x
	g_j : مولفه‌ی شتاب گرانش زمین در جهت y
	S_j : فاصله‌ی نقطه شروع هوادهی سطح آزاد تا انتهای بالادست تاج بر حسب متر
	α : شیب کف فرضی تشکیل شده به وسیله ی گوشه پله‌ها بر حسب درجه
	h : ارتفاع پله بر حسب متر
	q_w : بده واحد عرض بر حسب متر مربع بر ثانیه

منابع

1. Barani, G. A., Rahnama, M. B., and Sohrabipoor, N. 2005. Investigation of Flow Energy Dissipation over Different Stepped Spillways. Am. J. Appl. Sci. 2: 1101-1105.
2. Baylar, A., Emiroglu, M. E, and Bagatur, T. 2006. An experimental investigation of aeration performance in stepped spillways. Water Environ. J. 20: 35-42.
3. Baylar, A., Bagatur, T., and Emiroglu, M. E. 2007. Prediction of oxygen content of nappe, transition, and skimming flow regimes in stepped-channel chutes. J Environ. Eng. Sci. 6: 201-208.
4. Boes, R. M., and Hager, W. H. 2003a. Two-Phase Flow Characteristics of Stepped Spillways. J. Hydraul. Eng. ASCE. 129: 661-670.
5. Boes, R. M., and Hager, W. H. 2003b. Hydraulic Design of Stepped Spillways. J. Hydraul. Eng. ASCE. 129: 671-679.
6. Carosi, G., and Chanson, H. (2008). Turbulence characteristics in skimming flows on stepped spillways. Can. J. Civil. Eng. 35: 865-880.
7. Chamani, M. R, and Rajaratnam, N. 1999. Characteristics of kimming flow over stepped spillways. Journal of hydraulics Engineering. ASCE. 125: 361-368.

- (Agricultural sciences and technology). 23: 156-167 (In persion).
18. Felder, S., and Chanson, H. 2009. Energy dissipation, flow resistance and gas-liquid interfacial area in skimming flows on moderate-slope stepped spillways. *Environmental Fluid Mechanics*. 9: 427-441.
 19. Fluent. *Fluent 6.3 user guide*. 2006. Fluent Inc.
 20. Hirt, C. W., Nichols, B. D. 1981. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J. Comput. Phys*. 39: 201-225.
 21. Kisi, O., Emiroglu, M. E, and Baylar, A. 2008. Flow Regime Prediction in Stepped Channels Using Neural Computing Technique. *Int. J. Sci. Technol.* 118: 109-121.
 22. Launder, B., and Spalding, D. B. 1974. *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. Academic Press Inc, London.
 23. Manninen, M., Taivassalo, V., and Kallio, S. 1996. On the Mixture Model for Multiphase Flow. VTT Publications 288. Technical Research Centre of Finland. 288: 1-65.
 24. Peras, L., Royet, P., and Degoutte, G. 1991. Ecoulement et dissipation sur les déversoirs en gradins de gabions. *La Houille Blanche*. 1: 37-47.
 25. Peyras, L., Royet, P., and Degoutte, G. 1992. Flow and Energy Dissipation over Stepped Gabion Weirs. *J. Hydraul. Eng. ASCE*. 118: 707-717.
 26. Rajaratnam, N. 1990. Skimming flow in stepped spillways. *J. Hydraul. Eng. ASCE*. 116: 587- 595.
 27. Salmasi, F., Bina, M., and Musavi-Jahromi, H. 2003. Evaluation of energy dissipation of flow over stepped spillway using physical model. *The Scientific Journal of Agriculture*. 26: 57-71 (In persion).
 8. Chanson, H. 1993. Stepped Spillway Flows and Air Entrainment. *Can. J. Civil Eng.* 20: 422-435.
 9. Chanson, H. 2002. *The Hydraulics of Stepped Chutes and Spillways*. Balkema Publisher, Lisse, The Netherlands.
 10. Chanson, H. 2004. Hydraulics of stepped chutes: The transition flow L'hydraulique des chutes en marches d'escalier: L'écoulement de transition. *J. Hydraul. Res.* 42: 43-54.
 11. Chanson, H., and Toombes, L. 1997. Flow Aeration at Stepped Cascades. CE155, Department of Civil Engineering, the University of Queensland.
 12. Chanson, H., and Toombes, L. 2002a. Experimental investigations of air entrainment in transition and skimming flows down a stepped chute. *Can. J. Civil. Eng.* 29: 145-156.
 13. Chanson, H., Toombes, L. 2002b. Air-water flows down stepped chutes: turbulence and flow structure observations. *Int. J. Multiphas Flow*. 28: 1737-1761.
 14. Cheng, X., Chen, Y., and Luo, L. 2006. Numerical simulation of air-water two-phase flow over stepped spillways. *Sci. China Ser. E*. 49: 674 - 684.
 15. Chen, Q., Dai, G., and Liu, H. 2002. Volume of fluid model for turbulent numerical simulation of stepped spillway over flow. *Journal of hydraulics Engineering. ASCE*. 128: 683-688.
 16. Dong, Z. Y., and Lee, J. H. W. 2006. Numerical simulation of skimming flow over mild stepped channel. *J. Hydrodyn.* 18: 367-371.
 17. Fathi, A., Bina, M., and Musavi-Jahromi, H. 2009. Survey the effect of downstream crest chute slope on the natural air entrainment point in skimming flow in stepped spillway. *Journal of Water and Soil*

28. Shih, T. H., Liou, W. W., Shabbir, A., and Zhu, J. 1995. A New k- ϵ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows. *Comput. Fluids*. 24: 227-238.
29. Sorensen, R. M. 1985. Stepped spillway hydraulic model investigation. *J. Hydraul. Eng. ASCE*. 111: 1461- 1472.
30. Tabbara, M., Chatila, J., and Awwad, R. 2005. Computational simulation of flow over stepped spillways. *Comput. Struct*. 83: 2215-2224.
31. Vali- Samani, M., and Nezarzadeh, M. 2004. Evaluation of hydraulic governing principles and design of stepped spillways. *journal of faculty of engineering (university of Tehran)*. 38: 339-347 (In persian).
32. Warsi, Z. U. A. 2000. *Fluid Dynamics: Theoretical and Computational Approaches*, CRC Press.
33. Yakhot, V., and Orszag, S. A. 1986. Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory. *J. Sci. Comput.* 1: 3-51.