

شبیه‌سازی فرسایش و انتقال رسوب در محل تلاقی آبراهه‌ها با استفاده از روش حجم‌های محدود

عبدالحسین بغلانی^۱

تاریخ دریافت: ۸۹/۱۲/۰۴ تاریخ پذیرش: ۹۰/۰۳/۰۴

چکیده

در این مقاله با استفاده از یک روش عددی، الگوهای فرسایش و انتقال رسوب در محل تلاقی دو نهر مورد بررسی قرار گرفته‌اند. برای این منظور از روش حجم‌های محدود که یک روش تفکیک‌سازی پذیرفته شده و کارا در حل معادلات حاکم بر جریان می‌باشد، استفاده شده است. اثر تلاطم جریان با در نظر گرفتن یک شبیه گردابه-گرانروی در معادلات اندازه‌ی حرکت دیده شده است. جفت کردن معادلات حرکت جریان یعنی معادلات پیوستگی و اندازه حرکت در دو جهت و معادله‌ی پیوستگی رسوب به صورت کامل و همزمان انجام گرفته است. فرض شده که جریان دو بعدی بوده و انتقال رسوب فقط به وسیله‌ی بار کف صورت می‌گیرد. برای این منظور از رابطه‌ی انتقال رسوب گراس برای برآورد بار کف در معادله‌ی پیوستگی رسوب استفاده شده است. در این مقاله برای به دست آوردن شار عددی در فصل مشترک بین سلول‌ها از روش تفکیک تفاضل شار همراه با حل مساله‌ی ریمان با کاربرد روش اصلاح شده‌ی هارتن- لکس- ون لیر (*HLLC*) بهره‌گیری شده است. تقاطع مورد نظر دارای زاویه‌ی ۹۰ درجه بوده که نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی آن به منظور صحت‌سنجی شبیه با نتایج آزمایشگاهی موجود مقایسه شده‌اند که دقت قابل قبولی را نشان می‌دهند. الگوی فرسایش در نهر فرعی و ایجاد یک پشته‌ی رسوبی در نهر اصلی پایین دست به وسیله‌ی شبیه به درستی تشخیص داده می‌شود. همچنین به منظور انجام یک مقایسه‌ی کمی، نتایج حاصل از حداکثر عمق فرسایش، حداکثر ارتفاع پشته‌ی رسوبی و حداکثر نفوذ چاله‌ی فرسایشی در نهر فرعی با نتایج مربوط به داده‌های آزمایشگاهی مقایسه گردیده‌اند.

واژه‌های کلیدی: تقاطع نهرها، انتقال بار کف، روش حجم‌های محدود، معادلات آب‌های کم عمق.

۱- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد یاسوج.

hbaghilani@yahoo.com

مقدمه

انتقال رسوب و فرسایش نهرهای آبرفتی از دیرباز مورد توجه محققین زیادی بوده است. از آن جا که در نهرهای طبیعی، به علت رسوبی بودن بستر و جداره، فرسایش و رسوب گذاری در نهر حادث شده و در نتیجه تغییر در تراز بستر به وجود می آید، حل این گونه مسائل در عمل اهمیت زیادی دارد. اکثر آبراهه های طبیعی از یک شاخه ای اصلی و دو یا چند شاخه ای فرعی تشکیل می شوند. به محل تلاقی دو نهر، اصطلاحاً تقاطع^۱ گفته می شود. الگوی جریان در محل تقاطع نهرها الگوی پیچیده ای است و امکان انتقال رسوب به این پیچیدگی می افزاید. علت این پیچیدگی عوامل متعددی است که بر آب پویایی محل تلاقی نهرها موثرند. مهم ترین عوامل اندازه ی نهرها، شیب، زاویه ی اتصال دو نهر، زبری نهرها و نسبت بده می باشند. اگرچه تقاطع نهرها در بسیاری از مسائل آبی دیده می شوند، نسبت به اهمیت آنها، تنها تحقیقات محدودی در مورد آنها صورت گرفته است. اکثر تحقیقات انجام شده در مورد تقاطع نهرها بررسی های آزمایشگاهی و یا میدانی بوده اند. در موارد کمیابی که تحقیقات عددی صورت گرفته است، کف و جداره ها ثابت فرض شده اند، یعنی پدیده ی انتقال رسوب، در نظر گرفته نشده است.

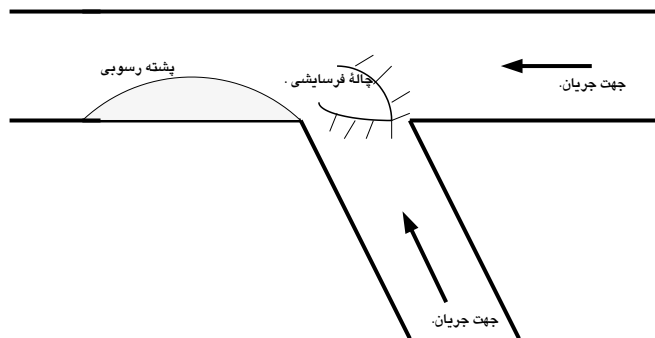
احتمالاً تیلور (۱۹۴۴) اولین کسی بوده که به مساله ی جریان در تقاطع ها توجه نشان داده است. او یک شبیه تحلیلی ساده را برای این منظور ارائه کرد که قادر بود عمق آب را در نهر فرعی برآورد کند. کار او از این جهت اهمیت داشت که ضرورت انجام تحقیقات بیشتر بر این مساله ی جالب را نشان داد. موسلی (۱۹۷۶) گروهی آزمایش را در مورد تقاطع های آبرفتی در یک نهر پایه دار آزمایشگاهی انجام داد تا تغییرات ریخت شناسی نهر را بررسی کند. نهر پایه دار مورد مطالعه ی او ۲/۸ متر طول، ۱/۳ متر عرض و ۱۲ سانتی متر ارتفاع داشت. مطالعات وی نشان داد که جریان های چرخشی در محل تقاطع باعث کنده شدن رسوبات کف و ایجاد یک چاله ی فرسایشی در محل تقاطع دو نهر می شود، در حالی که رسوبات کنده شده، ایجاد یک پشته ی رسوبی در پایین دست نهر اصلی می کند (شکل ۱). چاله ی فرسایشی با افزایش زاویه ی

اتصال نهرها از ۱۵ درجه به ۹۰ درجه که باعث ایجاد تلاطم بیشتر می گشت، به سرعت گسترده تر و عمیق تر می شد. آزمایش های او مهم ترین خواص انتقال رسوب در محل تقاطع کانال ها را به نمایش گذاشت. بست و رید (۱۹۸۴) آزمایش هایی را در مورد تقاطع ها انجام داده و تاثیر زاویه ی اتصال نهرها و نسبت بده ی آنها را مورد بررسی قرار دادند. شبیه آنها نیز در برگیرنده ی انتقال رسوب نبود. گزارش آنها نشان داد که درست در پایین دست تقاطع دو نهر و در نهر اصلی منطقه ی جدایی جریان ایجاد می شود. بعدها تحقیقات بست (۱۹۸۷) نشان داد که علاوه بر منطقه ی جدایی جریان، مناطق دیگری نیز از جمله منطقه ای با سرعت بالا در نهر اصلی و منطقه ی بازیافت جریان نیز وجود دارند.

ویراکون (۱۹۹۱) یک شبیه عددی را با کاربرد روش $k-\epsilon$ برای شبیه سازی جریان با بستر ثابت در تقاطع ها ارائه کرد که با برخی نتایج آزمایشگاهی مطابقت خوبی داشت.

برخی مطالعات میدانی نیز در مورد تقاطع های آبرفتی انجام گرفته که از جمله ی آنها می توان به مطالعات روادز و کنورثی (۱۹۹۵) در مورد رودی در ایلینوی آمریکا اشاره کرد که این مطالعه در سال ۱۹۹۸ کامل تر شد. ایجاد چاله ی فرسایشی و پشته ی رسوبی و نفوذ چاله ی فرسایشی به داخل نهر فرعی نیز در تحقیقات میدانی آنها دیده شد. شومیت (۱۹۹۸) و وبر و همکاران (۲۰۰۱) تحقیقات آزمایشگاهی جامعی را در مورد تقاطع های با زاویه ی اتصال ۹۰ درجه انجام دادند که نتایج آنها مبنای صحت سنجی بسیاری از شبیه های عددی قرار گرفت. متاسفانه در این آزمایش ها پدیده ی انتقال رسوب مورد توجه قرار نگرفت.

شبابیک و همکاران (۲۰۰۲) یک شبیه عددی یک بعدی بر مبنای اعمال معادله ی اندازه حرکت در مورد دو حجم مشخص در جهت جریان ارائه کرد. او نشان داد که اعمال رابطه ی اندازه حرکت که در تلفات کارمایه در نظر گرفته می شود، بر اعمال رابطه ی کارمایه بدون در نظر گرفتن تلفات، برتری داشته و منجر به نتایج واقعی تری می شود.

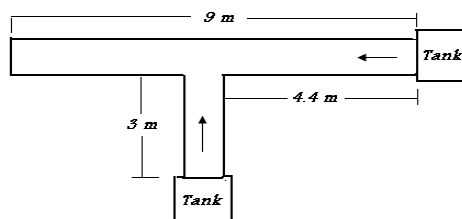


شکل ۱- مشخصات کلی فرسایش و رسوب‌گذاری در تقاطع دو نهر (موسلی، ۱۹۷۶).

دست، نسبت بده، قطر متوسط ذرات رسوبی و عدد فرود پایین دست و نسبت عرض نهر فرعی به نهر اصلی از جمله‌ی آنها بودند. نهر اصلی در تحقیق وی دارای طول ۹ متر و عرض ۳۵ سانتی‌متر بود. نهر فرعی ۳ متر طول داشت. ارتفاع نهر اصلی در ۲ متر اول ۷۰ سانتی‌متر و در ۷ متر باقی‌مانده ۴۰ سانتی‌متر بود (شکل ۲). عرض نهر اصلی ثابت بود. در حالی که به منظور بررسی تاثیر نسبت عرض، سه عرض مختلف یعنی ۱۵، ۲۵ و ۳۵ سانتی‌متر برای نهر فرعی انتخاب شدند. سه نوع مختلف رسوب با قطر متوسط ۱/۰۵، ۱/۹۵ و ۳/۴۱ میلی‌متر در تحقیق او مورد بررسی قرار گرفتند. بیشترین تاکید او بر تعیین حداکثر عمق چاله‌ی رسوبی و حداکثر ارتفاع پشته‌ی رسوبی متمرکز بود.

برقی و همکاران (۲۰۰۴) مطالعاتی آزمایشگاهی در مورد تقاطع‌های آبرفتی انجام دادند تا تاثیر فراسنج‌های مختلف را بر فرسایش ببینند. هندسه‌ی نهر، نسبت بده، عدد فرود پایین دست نهر و قطر متوسط ذرات از جمله فراسنج‌های موثر در این تحقیق بودند. تحقیقات آنها نشان داد که برای قطر ذرات کوچک، چاله‌ی فرسایشی کمی دورتر از تقاطع، و نه در خود آن، به وجود می‌آید.

در یک تحقیق آزمایشگاهی جامع در مورد انتقال رسوب در تقاطع‌ها، قبادیان (۲۰۰۷) آزمایش‌هایی را در دانشگاه شهید چمران اهواز به‌عنوان پایان‌نامه‌ی دکتری خود انجام داد. او فراسنج‌های متعددی که بر آب پویایی جریان و ریخت‌شناسی نهر تاثیرگذارند را بررسی کرد. فراسنج‌هایی نظیر زاویه‌ی اتصال دو نهر، عدد فرود پایین



شکل ۲- شکل مقایسه‌ای و بسیار ساده‌ای از نهر آزمایشی قبادیان (۲۰۰۷).

استفاده از یک شبیه‌ساز بعدی با حل معادلات ناویر-استوکس مورد مطالعه قرار دادند و توزیع سرعت و جریان را با دقت خوبی شبیه‌سازی کردند. هونگ و کیم (۲۰۱۱) با استفاده از روش حجم‌های محدود، و در نظر گرفتن یک سلول فرضی که باعث اصلاح شرط

گوستین و همکاران (۲۰۰۹)، مقایسه‌ای بین شبیه‌های یک‌بعدی و دو بعدی در شبیه‌سازی جریان در تقاطع‌ها انجام دادند و از داده‌های آزمایشگاهی برای صحت‌سنجی شبیه‌های خود استفاده کردند. لی و زنگ (۲۰۱۰) جریان‌های زیربحرانی و فوق بحرانی را در تقاطع نهرها با

معادله‌ی پیوستگی رسوب نیاز به انتخاب یک معادله‌ی انتقال رسوب نیز هست.

معادلات دوبعدی متوسط‌گیری شده در عمق جریان و پیوستگی رسوب را به صورت فشرده می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} + S_x + S_y \quad (1)$$

که در آن:

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \\ z \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$F = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + gh^2 / 2 \\ huv \\ q_{sx} / (1-m) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + gh^2 / 2 \\ q_{sy} / (1-m) \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} 0 \\ h\tau_{xy} / \rho \\ h\tau_{yy} / \rho \\ 0 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 \\ h\tau_{xx} / \rho \\ h\tau_{yx} / \rho \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\tau_{by}}{\rho} - gh \frac{\partial z}{\partial y} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad S_x = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\tau_{bx}}{\rho} - gh \frac{\partial z}{\partial x} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(۳ الف، ب، ج، د، ه، و)

در معادلات فوق، h عمق آب، u و v منتجه‌های سرعت به ترتیب در جهت‌های x و y ، ρ جرم مخصوص آب، z تراز کف بستر از سطح مینا، g شتاب گرانش و τ_{bx} و τ_{by} مولفه‌های تنش برشی کف در دو جهت می‌باشند. بردار U بردار متغیرهای ابقایی^۱، F و G به ترتیب شار در جهت‌های x و y و S بردار جمله‌ی چشمه است. بردارهای M و N دربرگیرنده‌ی تنش‌های برشی $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yy}$ ناشی بر اثر تلاطم‌اند. تداخل مصالح بستر با m نشان داده شده است.

مرزی داخلی در تقاطع می‌شد، جریان را در تقاطع نهرهای بسته مورد بررسی قرار دادند. در این مقاله با استفاده از یک روش عددی معادلات دوبعدی جریان و انتقال رسوب در یک تقاطع آبرفتی به صورت همزمان حل شده تا شکل نهایی بستر نهر پس از برقراری تعادل به دست آید. برای این منظور از روش تفکیک‌سازی حجم‌های محدود که یک روش موثر در شبیه‌سازی‌های آبی است، استفاده می‌شود. روش عددی مورد استفاده برای حل معادلات و به دست آوردن شار عددی در فصل مشترک سلول‌ها، روش اصلاح شده‌ی HLL است که به روش $HLLC$ شناخته می‌شود. به منظور کاهش پیچیدگی‌های حل در این‌جا، تقاطع‌های 90° درجه در نظر گرفته شده‌اند؛ ولی روش حل کلی است. نهر آزمایشی قبادیان (۲۰۰۷) به وسیله‌ی شبیه عددی بازسازی گردیده و نتایج حاصل با نتایج به دست آمده از آزمایش‌ها مقایسه شده است. در این‌جا بیشترین تاکید بر شناخت الگوهای مختلف فرسایش و رسوب‌گذاری در تقاطع‌های آبرفتی است که می‌تواند از شرایط مختلف جریان و رسوب به وجود آیند، ولی برای انجام یک مقایسه‌ی کمی، بیشینه‌ی عمق چاله‌ی فرسایشی، ارتفاع پشته‌ی رسوبی و مقدار نفوذ چاله‌ی فرسایشی در نهر نیز به صورت مقادیری بدون بعد شده مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. از آن‌جا که شرایط آزمایشگاهی با رها کردن آب بدون رسوب بر روی بستر رسوبی بوده است، در این‌جا نیز تنها انتقال رسوب به صورت بار کف در نظر گرفته شده و برای برآورد مقدار آن از معادله‌ی انتقال بار کف گراس (۱۹۸۱) بهره‌گیری شده است.

معادلات حاکمه

برای شبیه سازی جریان در نهرهای باز معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی حاکم بر جریان، یعنی معادله‌ی پیوستگی و معادلات اندازه حرکت حل می‌شوند. در صورتی که انتقال رسوب نیز وجود داشته باشد، معادله‌ی پیوستگی رسوب که به معادله‌ی اکسنر نیز معروف است به معادلات فوق اضافه می‌شوند که می‌توان آنها را به صورت جفت نشده، نیمه جفت شده و یا جفت‌شده‌ی کامل حل کرد. برای برآورد بار رسوبی در

که در آن v_{eff} گرانیوی گردابه‌ای موثر است که در اینجا برای محاسبه‌ی آن از رابطه‌ی اسماگورینسکی (۱۹۶۳) استفاده شده است:

$$v_{eff} = \alpha \Delta x \Delta y \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} \quad (۶)$$

در رابطه‌ی فوق، α یک فراسنج بدون بعد است و آزمایش‌ها نشان داده که مقدار 0.1 برای آن بهترین نتایج را به دست می‌دهد. Δx و Δy ابعاد هر یک از سلول‌های شبکه‌ی محاسباتی در دو جهت هستند. حسن استفاده از این رابطه علاوه بر سادگی آن، در نظر گرفتن مقیاس حرکتی ذرات (با ملاحظه‌ی ابعاد شبکه) است که در تلاطم موثر می‌باشد.

برای محاسبه‌ی بار کف روابط بسیار زیادی وجود دارند، با توجه به اینکه در روش‌های کاملاً جفت شده معمولاً نیاز به روابط انتقال رسوبی است که تا حد امکان ساده و در عین حال موثر باشند، در این جا از رابطه‌ی بار کف گراس (۱۹۸۱) استفاده شده است. این رابطه بسیار ساده بوده و بار کف را به سرعت نسبت می‌دهد؛ در بسیاری از شبیه‌سازی‌های عددی انتقال رسوب مورد استفاده قرار گرفته است (به عنوان مثال لیو و همکاران (۲۰۰۸) و کاو و همکاران (۲۰۰۲)). رابطه‌ی گراس به صورت زیر بیان می‌شود:

$$q_{sx} = Au(u^2 + v^2)^{\frac{k-1}{2}} \quad (۷ \text{ الف، ب})$$

$$q_{sy} = Av(u^2 + v^2)^{\frac{k-1}{2}}$$

در این رابطه k و A فراسنجهایی هستند که با توجه به ویژگی‌های رسوب تعیین می‌شوند. در این مقاله پس از آزمایش‌های مختلف مقادیر $k=3$ و $A=0.003$ انتخاب شده‌اند که نزدیک‌ترین نتایج را به نتایج آزمایشگاهی داشته‌اند.

تفکیک معادلات به روش حجم‌های محدود

روش‌های عددی متفاوتی را برای تفکیک و حل معادلات دیفرانسیل می‌توان به کار برد که مهم‌ترین آنها روش‌های تفاضل محدود، واحدهای محدود و حجم‌های محدود هستند. استفاده از روش حجم‌های محدود در مسائل آبی رواج و محبوبیت بسیاری داشته و در اینجا از آن استفاده می‌شود. حجم شاخص در نظر گرفته شده یک حجم شاخص مستطیلی با ابعاد Δx و Δy است. در صورتی

در مجموعه‌ی معادلات ۱، معادله‌ی اول معادله‌ی پیوستگی جریان، معادلات دوم و سوم معادلات اندازه حرکت در جهات x و y و معادله‌ی چهارم معادله‌ی پیوستگی رسوب است که در آن q_{sx} و q_{sy} آهنگ انتقال رسوب کف به ترتیب در جهات x و y هستند.

همان‌طور که در معادلات فوق دیده می‌شود، معادلات حرکت جریان و پیوستگی رسوب با یکدیگر با جمله‌ی z ، یعنی تراز کف بستر که هم در معادلات اندازه حرکت و هم در معادله‌ی پیوستگی رسوب حضور دارد، ارتباط دارند. در یک روش حل نیمه جفت سامانه‌ی معادلات فوق به صورت تکرار زمانی حل می‌شود، بدین معنی که در یک بازه‌ی زمانی، ابتدا معادلات جریان حل شده و مولفه‌های سرعت و عمق جریان به دست می‌آیند. در این حالت فرض می‌شود که بستر نهر ثابت است. با مولفه‌های سرعت و عمق از یک رابطه‌ی محاسبه‌ی بار کف استفاده شده و مقادیر q_{sx} و q_{sy} محاسبه می‌شوند. مقادیر فوق وارد معادله‌ی پیوستگی رسوب شده و تراز کف جدید محاسبه می‌شود. با تراز کف جدید، مجدداً معادلات حرکت جریان حل شده و فرایند فوق تا وقتی که تغییرات قابل چشم‌پوشی باشد ادامه می‌یابد. در یک فرایند حل جفت کامل^۱، معادلات فوق به صورت همزمان حل می‌شوند که معمولاً منجر به نتایج قابل اعتمادتری می‌گردند. در این مقاله از روش حل همزمان استفاده شده است.

تنش برشی کف را می‌توان به ترتیب زیر محاسبه کرد:

$$\tau_{bx} = \rho g n^2 h^{-1/3} u \sqrt{u^2 + v^2} \quad (۴ \text{ الف، ب})$$

$$\tau_{by} = \rho g n^2 h^{-1/3} v \sqrt{u^2 + v^2}$$

که در آن n ضریب زبری منینگ است که می‌توان آن را با رابطه‌ای مثلاً نظیر رابطه‌ی شناخته شده‌ی استریکلر به اندازه‌ی ذرات بستر ربط داد. تنش‌های برشی ناشی از تلاطم را می‌توان از روابط زیر به دست آورد:

$$\tau_{xx} = \frac{2}{h} \rho v_{eff} \frac{\partial(hu)}{\partial x}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{1}{h} \rho v_{eff} \left[\frac{\partial(hu)}{\partial y} + \frac{\partial(hv)}{\partial x} \right] \quad (۵ \text{ الف، ب، ج})$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{h} \rho v_{eff} \frac{\partial(hv)}{\partial y}$$

استفاده از این شار عددی در مسائل دوبعدی واقعی، جایی که موج برشی (ناشی از مولفه v سرعت) اهمیت دارد، جای پرسش دارد. در حل مساله‌ی جریان در تقاطع‌ها، از آن جا که از تاثیر این موج نمی‌توان صرف نظر کرد، استفاده از آن چندان منطقی نیست. بعدها روش مزبور، به وسیله‌ی تورو (۲۰۰۱) برای در نظر گرفتن این اثر اصلاح شده و به روش $HLLC^r$ معروف گشت. شار عددی از این روش از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است:

$$E^* \cdot \vec{n} = \begin{cases} E_L \cdot \vec{n} & \text{if } 0 \leq S_L \\ E_L^* \cdot \vec{n} & \text{if } 0 \leq S_L \leq S_M \\ E_R^* \cdot \vec{n} & \text{if } S_M \leq 0 \leq S_R \\ E_R \cdot \vec{n} & \text{if } 0 \geq S_R \end{cases} \quad (11)$$

در معادلات فوق، S_L و S_R سرعت موج محاسبه شده به ترتیب در سمت راست و چپ فصل مشترک دو سلول است که با تخمین سرعت و عمق در سمت چپ و راست هر سلول از طریق روابط زیر به دست می‌آیند. چنین تخمینی را می‌توان با در نظر گرفتن تغییرات خطی در هر سلول انجام داد و به یک دقت درجه‌ی ۲ رسید (شکل ۳). در نظر گرفتن تغییرات ثابت در هر سلول منجر به دقت درجه‌ی ۱ خواهد شد.

$$S_R = \max(u_R - c_R, u^* + c^*) \quad (12 \text{ الف، ب})$$

$$S_L = \min(u_L - c_L, u^* - c^*)$$

که در آن:

$$c_L = \sqrt{gh_L}, \quad c_R = \sqrt{gh_R} \quad (13 \text{ الف، ب، ج، د})$$

$$u^* = 0.5 * (u_L + u_R) + c_L - c_R$$

$$c^* = \sqrt{gh^*} = 0.5 * (c_L + c_R) + 0.25 * (u_L - u_R)$$

که جهت اختصار، کل سمت راست معادله‌ی ۱ را با S نشان دهیم و از این معادله‌ی بر روی یک حجم شاخص انتگرال گیری کنیم خواهیم داشت:

$$\iint \frac{\partial U}{\partial t} dA + \iint \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dA = \iint S dA \quad (8)$$

در رابطه‌ی فوق $\vec{E} = \vec{F}i + \vec{G}j$ و dA مساحت حجم شاخص است. با اعمال قضیه‌ی دیورژانس برای تبدیل انتگرال دوم به انتگرال روی محیط حجم شاخص داریم:

$$\iint \frac{\partial U}{\partial t} dA + \int_{\Gamma} \vec{E} \cdot \vec{n} d\Gamma = \iint S dA \quad (9)$$

در رابطه‌ی فوق، Γ مرز حجم شاخص نام \vec{n} بردار واحد عمود بر مرز است. رابطه‌ی فوق را می‌توان با رابطه‌ی زیر در مورد حجم شاخص مستطیلی نام تقریب زد:

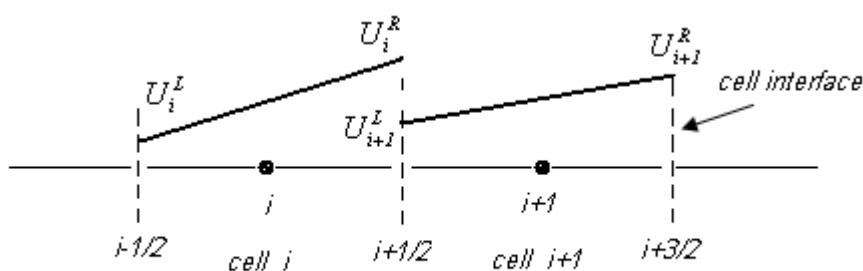
$$\frac{dU_i}{dt} = -\frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^4 E^* \cdot n_{ij} \Delta \Gamma_{ij} + S_i \quad (10)$$

در این معادله، i و j به ترتیب نمایشگر نمین سلول (حجم شاخص) و j مین وجه سلول می باشد؛ U_i و S_i مقادیر متوسطی هستند که در مرکز هر سلول ذخیره شده‌اند. n_{ij} بردار واحد به سمت خارج در j مین وجه سلول، $\Delta \Gamma_{ij}$ طول j مین وجه سلول (برای یک حجم شاخص مستطیلی در مختصات کارتری به سادگی همان Δx و Δy هستند) و E^* شار عددی در وجه سلول است که با استفاده از روش‌های مختلفی قابل محاسبه است.

شار عددی^۱

از دیرباز مشخص شده بود که اعمال روش‌های ساده‌ی تفکیک معادلات، مثلاً تفاضل‌های رو به جلو، عقب و یا مرکزی در تعیین شیب شارهای F و G در معادله‌ی ۱، یعنی جمله‌های $\partial F / \partial x$ و $\partial G / \partial y$ با مشکلات زیادی روبرو بوده و ایجاد ناپایداری عددی در حل معادلات می‌کند. شار عددی که در فصل مشترک بین دو سلول محاسبه می‌شود، برای فایق آمدن برای این مشکلات ارائه شده و علاوه بر آن شبیه را قادر به محاسبه در جریان‌هایی که دارای تغییرات شدید (ضربه) در متغیرهای وابسته هستند، می‌کند.

یکی از شناخته شده‌ترین روش‌ها برای تعیین شار عددی، روش موثر هارتن-لکس-ون لیر است که به روش HLL معروف بوده و در سال ۱۹۸۳ ارائه شده است (تورو، ۱۹۹۷).



شکل ۳- در نظر گرفتن تغییرات خطی برای هر متغیر دلخواه مثل U در یک سلول محاسباتی در یک جهت.

$$\begin{aligned} U^{(1)} &= U^n + 0.5\Delta t L(U^n) \\ U^{(2)} &= U^n + 0.5\Delta t L(U^{(1)}) \\ U^{(3)} &= U^n + 0.5\Delta t L(U^{(2)}) \\ U^{(n+1)} &= U^n + 1/6 \times \Delta t \end{aligned} \quad (18)$$

که بالانویس n نشانگر مقدار در زمان t و بالانویس $n+1$ نشانگر مقدار در زمان $t + \Delta t$ است. بالانویس‌های ۱، ۲ و ۳ زمانهای میانی در روش رانگ-کوتا هستند. بازه‌ی زمانی Δt جهت برقراری پایداری عددی با استفاده از شرط شناخته شده‌ی کورانت انتخاب می‌شود:

$$\Delta t = CFL \times \frac{\min(\Delta x, \Delta y)}{\max[|u|+c, (|v|+c)]} \quad (19)$$

که در آن CFL عدد کورانت-فردریش-لوی است که جهت پایداری باید عددی کوچک‌تر از یک باشد که در اینجا مقدار آن 0.4 انتخاب شده است.

نتایج شبیه‌سازی‌های عددی

به‌منظور ایجاد امکان صحت‌سنجی شبیه، نهر آزمایشی قبادیان (۲۰۰۷) به‌وسیله‌ی این شبیه‌سازی عددی مورد بررسی و شبیه‌سازی قرار گرفت. همان‌طور که ذکر شد، عرض نهر اصلی در این آزمایش‌ها ۳۵ سانتی‌متر بوده است. بدهی جریان ۲۰ لیتر بر ثانیه بوده و کف نهر به عمق $11/5$ سانتی‌متر از لایه‌ی از رسوبات پر شده است. پس از حدود ۱ تا ۵ ساعت تعادل در وضعیت جریان و انتقال رسوب دیده شده است.

شبکه‌ی مورد استفاده برای شبیه‌سازی عددی عرض ۳۵ سانتی‌متری نهر را به ۳۰ قسمت مساوی تقسیم کرده و در جهت طولی در منطقه‌ای که تقاطع قرار دارد ریزتر در نظر گرفته شده است.

همچنین در رابطه‌ی ۱۱، $E_L^* \cdot \bar{n}$ و $E_R^* \cdot \bar{n}$ به‌ترتیب شارهای عددی در سمت چپ و راست فصل مشترک سلول‌ها هستند که به‌وسیله‌ی معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} E_L^* \cdot \bar{n} &= E_L \cdot \bar{n} + S_L (U_L^* - U_L) \\ E_R^* \cdot \bar{n} &= E_R \cdot \bar{n} + S_R (U_R^* - U_R) \end{aligned} \quad (14 \text{ الف، ب})$$

در رابطه‌ی فوق، U_L و U_R از معادلات زیر به‌دست می‌آیند:

$$U_K^* = \begin{pmatrix} I \\ S_M \\ v_K \end{pmatrix} \quad (15)$$

که در آن نمایه K می‌تواند L یا R باشد. همچنین S_M سرعت موج میانه‌ای است که تورو (۲۰۰۱) رابطه‌ی زیر را برای آن ارائه داده است:

$$S_M = \frac{S_L h_R (u_R - S_R) - S_R h_L (u_L - S_L)}{h_R (u_R - S_R) - h_L (u_L - S_L)} \quad (16)$$

انتگرال‌گیری زمانی

بعد از تخمین شار عددی در وجه‌های سلول‌ها، تمام مقادیر طرف راست معادله‌ی ۱۰ که تابعی از متغیرهای ابقایی بردار U هستند و آن را با $L(U)$ نشان می‌دهیم، قابل محاسبه‌اند. برای انتگرال‌گیری عددی معادله‌ی ۱۰ از روش رانگ کوتای^۱ مرتبه‌ی چهارم استفاده شده است. با تعریف $L(U)$ معادله‌ی ۱۰ را می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{dU}{dt} = L(U) \quad (17)$$

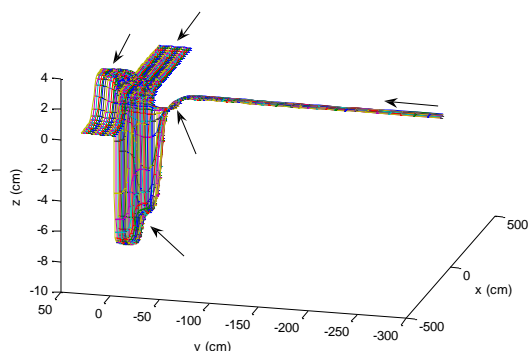
روش رانگ کوتای مرتبه‌ی چهارم را درمورد معادله‌ی ۱۷ می‌توان به ترتیب زیر اعمال کرد:

دست آمده‌اند، مقایسه شده‌اند که تطابق قابل قبولی را نشان می‌دهند.

در شکل‌های نشان داده شده، نسبت بده عبارت است از نسبت بده در نهر اصلی به مجموع بده ی نهرهای اصلی و فرعی (در برخی مراجع این نسبت، نسبت بدهی نهر فرعی به مجموع بده‌ها در نظر گرفته شده است) و نسبت عرض عبارت از عرض نهر فرعی به نهر اصلی می‌باشد.

در شکل ۴ مشخصه‌های عمومی فرسایش و انتقال رسوب در تقاطع‌ها حاصل از شبیه‌سازی عددی که قبلاً آزمایش‌ها نیز وجود آنها را نیز ثابت کرده بودند، به تصویر کشیده شده است. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد، هر سه مولفه‌ی اصلی نحوه‌ی انتقال رسوب در تقاطع، یعنی ایجاد چاله‌ی فرسایشی و پشته‌ی رسوبی و نیز نفوذ چاله به داخل نهر فرعی به درستی به وسیله‌ی شبیه تشخیص داده شده‌اند.

آزمایش‌ها نشان داد که میدان سرعت در تقاطع نهر در ابتدا با فرسودن کف باعث ایجاد گودال کوچکی می‌شود. ابعاد این گودال به تدریج گسترده‌تر شده و مصالح کنده شده پس از تقاطع، ایجاد یک پشته‌ی رسوبی می‌کند. پشته در ابتدا نازک بوده ولی به تدریج بزرگتر می‌شود و حتی می‌تواند بسته به شرایط جریان در کل عرض نهر اصلی نیز گسترده شود. این پشته‌ی رسوبی حتی گاهی به صورت دو یا چند پشته‌ی متوالی دیده شده است. چاله‌ی فرسایشی نیز می‌تواند به داخل نهر فرعی نفوذ کند. در این‌جا ابتدا برخی الگوهای فرسایش و انتقال رسوب شبیه‌سازی شده به وسیله‌ی شبیه آورده شده تا از نظر کیفی نتایج حاصله با آنچه آزمایش‌ها در این‌باره نشان می‌دهند، مورد بررسی قرار گیرند. سپس به منظور انجام یک مقایسه‌ی کمی، بیشترین عمق چاله‌ی فرسایشی، بیشترین ارتفاع پشته‌ی رسوبی و بیشترین نفوذ چاله‌ی فرسایشی با مقادیر مربوطه که از نتایج آزمایشگاهی به

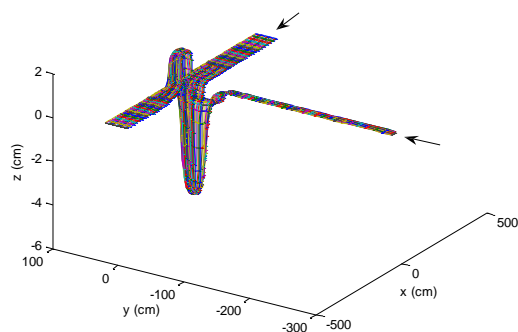


شکل ۴- مشخصه‌های فرسایش و رسوبگذاری در شبیه عددی با

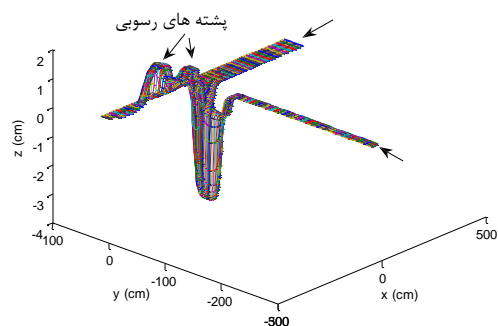
نسبت بده = ۰/۵، نسبت عرض = ۱ و قطر متوسط رسوب = ۱/۰۵ میلی متر

رسوب‌گذاری حفظ شده و تنها شکل چاله‌ی فرسایشی و پشته‌ی رسوبی تغییر می‌کند. در برخی حالات (شکل ۶) دو پشته‌ی رسوبی متوالی بعد از تقاطع دو نهر دیده می‌شوند و در برخی حالت‌ها (شکل ۸) پشته‌ی رسوبی می‌تواند کل عرض نهر را در برگرد.

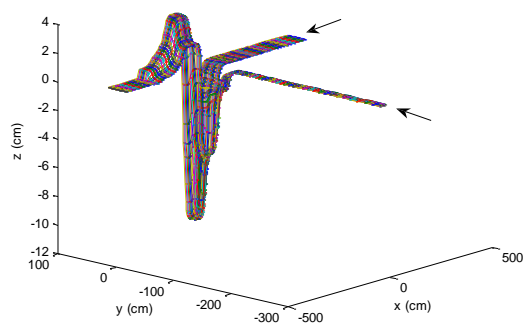
شکل‌های ۵ تا ۹ برخی الگوهای به دست آمده از شبیه عددی را نشان می‌دهند. با توجه به تنوع زیاد الگوها و حالت‌های محاسبه شده و محدودیت‌های انتشار، تنها تعداد معدودی از مهم‌ترین الگوها در این تحقیق آورده شده‌اند. در کلیه‌ی حالات، مشخصه‌های کلی فرسایش و



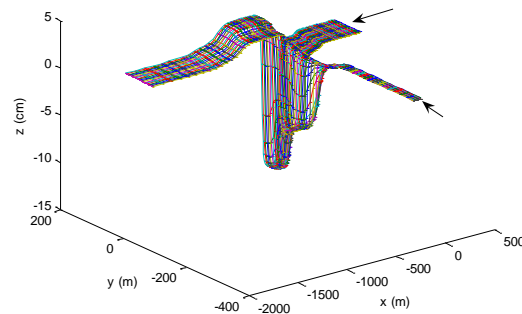
شکل ۵- الگوی فرسایش و رسوب‌گذاری در شبیه عددی با نسبت بده = $0/5$ ، نسبت عرض = $0/428$ و قطر متوسط رسوب = $1/05$ میلی متر.



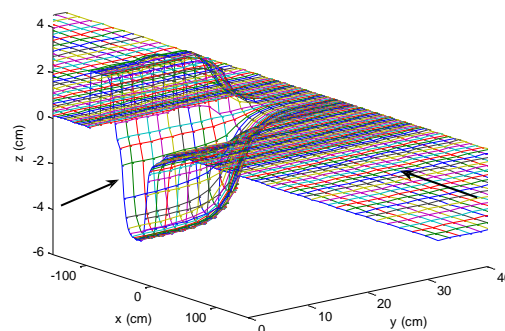
شکل ۶- مشخصه‌های فرسایش و رسوب‌گذاری در شبیه عددی با نسبت بده = $0/8$ ، نسبت عرض = 1 و قطر متوسط رسوب = $1/95$ میلی متر.



شکل ۷- الگوی فرسایش و رسوب‌گذاری در شبیه عددی با نسبت بده = $0/67$ ، نسبت عرض = 1 و قطر متوسط رسوب = $3/41$ میلی متر.



شکل ۸ - الگوی فرسایش و رسوبگذاری در شبیه عددی با نسبت بده = ۰/۵، نسبت عرض = ۰/۴۲۸ و قطر متوسط رسوب = ۱/۹۵ میلی متر.



شکل ۹ - نمای نزدیکی از فرسایش و رسوبگذاری در شبیه عددی با نسبت بده = ۰/۶۷، نسبت عرض = ۰/۷۱۴ و قطر متوسط رسوب = ۳/۴۱ میلی متر

شار عددی در فصل مشترک دو سلول مجاور از روش *HLLC* و برای انتگرال گیری زمانی از روش رانگ - کوتای مرتبه ی چهارم که دارای دقت بسیار خوبی است، استفاده شد.

جهت انجام یک مقایسه ی کمی و کیفی و صحت سنجی شبیه، یک نهر پایه دار آزمایشی شبیه سازی عددی شد. نتایج حاصل از شبیه عددی نشان می دهد که این شبیه نیز همانند شبیه های آزمایشگاهی می تواند جنبه های مهم و اصلی انتقال رسوب را در تقاطع که شامل ایجاد گودال فرسایشی در محل تقاطع دو نهر، ایجاد پشته ی رسوبی در بعد از تقاطع و نفوذ گودال به داخل نهر فرعی هستند،

به درستی پیش بینی و شبیه سازی کند.

افزون بر آنها، نتایج نشان می دهد که با کاهش نسبت بده ی عمق چاله ی فرسایشی افزایش می یابد. دلیل این امر را می توان این گونه توضیح داد که با کاهش نسبت بده، سهم نهر اصلی از کل بده کاهش و سهم نهر فرعی افزایش

به منظور انجام یک مقایسه ی کمی، مقادیر بیشترین عمق چاله ی فرسایشی، بیشترین ارتفاع پشته ی رسوبی و بیشترین نفوذ چاله ی فرسایشی در نهر که همگی با تقسیم بر عرض نهر (W) بدون بعد گردیده با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده و در جدول ۱ آورده شده اند. این جدول سه حالت مختلف نسبت بده، یعنی ۰/۵، ۰/۶۷ و ۰/۸ و سه حالت مختلف نسبت عرض، یعنی ۰/۴۲۸، ۰/۷۱۴ و ۱ را پوشش می دهد. با توجه به پیچیدگی جریان در محل تقاطع، نتایج به دست آمده از شبیه عددی تطابق قابل قبولی را با نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد.

بحث و نتیجه گیری

در این مقاله معادلات حاکم بر آب های کم عمق شامل معادلات پیوستگی جریان و اندازه ی حرکت همراه با معادله ی پیوستگی رسوب به صورت جفت کامل و با روش حجم های محدود، برای بررسی نحوه ی فرسایش و رسوب گذاری در تقاطع دو نهر، حل شدند. برای تعیین

مقایسه قرار گرفتند. نتایج به دست آمده، به خصوص برای حالاتی که مولفه‌ی سوم سرعت کمتر است، یعنی حالاتی که جریان به یک جریان دوبعدی نزدیکتر است، بهترند. به عنوان مثال در حالتی که نسبت بده زیاد است، یعنی بخش اعظمی از جریان کل را جریان نهر اصلی تشکیل می‌دهد، به دلیل کمتر بودن اندازه‌ی حرکت نهر فرعی دقت شبیه دوبعدی افزایش می‌یابد که این مهم را می‌توان در نتایج به دست آمده از جدول ۱ نیز دید. در همهی حالات مقادیر حداکثر به دست آمده به وسیله شبیه عددی کمتر از مقادیر حداکثر به دست آمده از نتایج آزمایشگاهی می‌باشند که می‌توان آنها را به متوسط‌گیری کردن سرعت جریان در عمق نسبت داد. معادلات متوسط‌گیری شده در عمق اغلب خواص جریان را کمتر از واقعیت برآورد می‌کنند. بدیهی است ارائه‌ی یک شبیه سه بعدی که خصوصیات جریان را در تقاطع به صورت واقعی‌تری شبیه‌سازی می‌کند، می‌تواند تا حد زیادی به بهتر شدن نتایج کمک کند.

در هر صورت شناخت الگوهای جریان و انتقال رسوب در محل تقاطع نهرها، تخمین میزان عمق چاله‌ی فرسایشی و مقدار نفوذ آن به داخل نهر فرعی و نیز ابعاد پشته‌ی رسوبی می‌تواند کمک شایانی را به طرح بهتر و مطمئن‌تر سازه‌های آبی که لازم است در اطراف تقاطع‌ها اجرا شوند، بنماید.

می‌یابد. با زیاد شدن بده‌ی نهر فرعی، سرعت جریان و اندازه حرکت نهر فرعی بیشتر شده که منجر به افزایش تلاطم جریان و کنده شدن مواد بیشتری از کف نهر و افزایش عمق گودال فرسایشی خواهد شد.

همچنین، جدول ۱ نشان می‌دهد که کاهش نسبت عرض نیز تاثیر مشابهی بر عمق گودال فرسایشی دارد. بدیهی است با کاهش نسبت عرض و کم شدن عرض نهر فرعی، سطح مقطع جریان کاهش یافته و سرعت و اندازه حرکت نهر فرعی بیشتر می‌شود.

همچنین با کاهش نسبت بده، در ابتدا بیشترین ارتفاع محاسبه شده‌ی پشته‌ی رسوبی زیاد می‌شود. دلیل فرایند مزبور این است که با افزایش فرسایش به علت کاهش نسبت بده، مصالح بیشتری کنده شده و طبق رابطه‌ی پیوستگی رسوب منجر به افزایش ارتفاع کف بستر در محل ایجاد پشته می‌شوند. چنین روندی با کاهش بیشتر نسبت بده مشاهده نمی‌شود و در واقع با این عمل بیشترین ارتفاع پشته‌ی رسوبی کاهش می‌یابد. پخش شدگی مصالح کنده شده در طول و عرض نهر فرعی، منجر به کاهش بیشترین ارتفاع پشته‌ی رسوبی می‌گردد، اگرچه در هر حال مصالح بیشتری کنده شده و رسوب‌گذاری بیشتری نیز اتفاق می‌افتد.

مقادیر بیشترین عمق چاله‌ی فرسایشی، بیشترین ارتفاع پشته‌ی رسوبی و بیشترین نفوذ چاله‌ی فرسایشی در نهر با آن چه از مدل آزمایشگاهی به دست آمده است، مورد

جدول ۱: مقایسه‌ی مقادیر بدون بعد شده‌ی بیشترین عمق چاله‌ی فرسایشی (D_s/W)، بیشترین ارتفاع پشته‌ی رسوبی (H_s/W) و بیشترین نفوذ چاله‌ی فرسایشی در نهر فرعی (P_s/W) بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج شبیه عددی حاضر.

		$Q_r=0.5$			$Q_r=0.67$			$Q_r=0.8$		
		B_r			B_r			B_r		
		0.428	0.714	1.0	0.428	0.714	1.0	0.428	0.714	1.0
D_s/W	Exp	-	0.28	0.28	0.27	0.24	0.23	0.21	0.16	0.13
	Num	0.28	0.22	0.21	0.23	0.20	0.19	0.18	0.15	0.10
H_s/W	Exp	0.13	0.11	0.10	0.08	0.10	0.08	0.07	0.10	0.07
	Num	0.10	0.07	0.06	0.06	0.06	0.07	0.05	0.07	0.05
P_s/W	Exp	0.51	0.34	0.35	0.36	0.25	0.31	0.21	0.14	0.16
	Num	0.44	0.29	0.28	0.31	0.22	0.27	0.18	0.12	0.14

References:

1. Best, J.L. 1987. Flow dynamics at river channel confluences: Implications for sediment transport and bed morphology. Recent Devel. In Fluvial Sedimentology, SEPM Spec. Publ. 39: 27-35.
2. Best, J.L., and I. Reid. 1984. Separation zone at open-channel junctions. J. Hydraul. Eng., ASCE. 110(11): 1588-1594.
3. Borghei, S.M., A. Nazari, and A.R. Daemi. 2004. Scouring profile at channel junction. *Proc. Hydraulics of Dams and River Structures*, Tehran, Iran.
4. Cao, Z., R. Day, and S. Egashira. 2002. Coupled and decoupled numerical modeling of flow and morphological evolution in alluvial rivers. J. Hydraul. Eng., ASCE. 128(3): 306-321.
5. Ghobadian, R. 2007. The investigation of flow, erosion and deposition patterns at river junctions using physical model. Ph.D. thesis, Chamran University, Ahwaz, Iran (in Persian).
6. Ghostine, R., G. Kesserwani, R. Mose1, J. Vazquez, A. Ghenaim, and C. Gregoire. 2009. A confrontation of 1D and 2D RKDG numerical simulation of transitional flow at open-channel junction. *Int. J. Numer. Fluids*. 61: 752-767.
7. Grass, A.J. 1981. Sediment transport by waves and currents. Tech. Rep. FL29, SERC London Center for Marine Technology.
8. Hong, S.W., and C. Kim. 2011. A new finite volume method on junction coupling and boundary treatment for flow network system analyses. *Int. J. Numer. Fluids*. 65: 707-742.
9. Li, C.W., and C. Zeng. 2010. Flow division at a channel crossing with subcritical or supercritical flow. *Int. J. Numer. Fluids*. 62: 56-73.
10. Liu, X., B.J. Landry, and M.H. Garcia. 2008. Two-dimensional scour simulations based on coupled model of shallow water equations and sediment transport on unstructured meshes. *Coastal Eng.* 55: 800-810.
11. Mosley, M.P. 1976. An experimental study of channel confluences. *J. Geol.*, 84: 535 – 562.
12. Rhoads, B.L and S.T. Kenworthy. 1995. Flow structure at an asymmetrical stream confluence. *Geomorphology*. 11: 273-293.
13. Shabayek, S., P. Steffler, and F. Hicks. 2002. Dynamic model for subcritical combining flows in channel junctions. *J. Hydraul. Eng., ASCE*. 128(9): 821-828.
14. Shumate, E.D. 1998. Experimental description of flow at an open channel junction. Master thesis, University of Iowa, Iowa.
15. Smagorinsky, J. 1963. General circulation experiments with the primitive equations, I. The basic experiment. *Monthly Weather Review*. 91(2): 99-164.
16. Taylor, E.H. 1944. Flow characteristics at rectangular open-channel junctions. *Trans. ASCE*. 109: 893-902.
17. Toro, E.F. 1997. *Riemann Solvers and Upwind Methods for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer.
18. Toro, E.F. 2001. *Shock-capturing methods for free surface shallow flows*. John Wiley and Sons Pub.
19. Weber, L.J., E.D. Schumate, and N. Mawer. 2001. Experiments on flow at a 90° open-channel junction. *J. Hydraul. Eng., ASCE*. 127(5): 340-350.
20. Weerakoon, S.B., Y. Kawahara, and N. Tamai. 1991. Three-dimensional flow structure in channel confluences of rectangular section. *Proc., 24th IAHR Congr.* 373-380.