

Reduction of Computational Complexity in Segmentation of Medical Images

Reza Ghafouri¹, *MSc*, Alireza Alesaadi², *MSc*, Babak Gholami³, *MSc*

¹Department of Biomedical Engineering, Kazerun Branch, Islamic Azad University, Kazerun, Iran
reza.ghafouri@iau.ac.ir

²Department of Electrical Engineering, Kazerun Branch, Islamic Azad University, Kazerun, Iran
a.alesaadi@iau.ac.ir

³Department of Electrical Engineering, Kazerun Branch, Islamic Azad University, Kazerun, Iran
ba.gholami@iau.ir

Received: 19 November 2024

Revised: 06 February 2025

Accepted: 12 February 2025

Abstract:

With the development of AI-based medical image segmentation methods, there is an increasing demand for using these methods in segmentation of tissues and organs in medical images [1]. Medical image segmentation plays a very important role in automatically examining the structure of organs, obtaining their dimensions and in some cases, examining their functionality. AI-based methods, along with advantages such as high accuracy and the ability to learn and improve their performance, can slow down the overall speed of image processing due to enormous number of calculations and the need for large and diverse data sets in the training process. This point is more noticeable in the simulation of parallel processing methods with digital computers because in best cases, only one artificial neuron can be updated in each processor clock pulse. In this article, we will use an analytical method for medical image segmentation and finally, we will increase the speed of image segmentation by using a novel method to decrease computational complexity of calculation of image derivatives. Comparing the speed of the algorithm with the proposed method in this study with the conventional method of segmentation shows an acceptable increase in processing speed and reaching the final answer without losing segmentation accuracy

Keywords: Segmentation, Medical Images, Level Sets, Binary Variance, Computational Complexity, Image Derivatives

Corresponding Author: Alireza Alesaadi

Corresponding Author Address: Department of Electrical and Computer Engineering- Mellat Blvd. - Islamic Azad University- Kazerun Branch, Iran

کاهش پیچیدگی محاسباتی در جداسازی تصاویر پزشکی

رضا غفوری^۱، مربی، علیرضا آل سعدی^۲، مربی، بابک غلامی^۳، مربی

۱- گروه مهندسی پزشکی، واحد کازرون، دانشگاه آزاد اسلامی، کازرون، ایران
reza.ghafouri@iau.ac.ir

۲- گروه برق، واحد کازرون، دانشگاه آزاد اسلامی، کازرون، ایران
a.alesaadi@iau.ac.ir

۳- گروه برق، واحد کازرون، دانشگاه آزاد اسلامی، کازرون، ایران
ba.gholami@iau.ir

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۱۱/۲۴

تاریخ بازنگری مقاله: ۱۴۰۳/۱۱/۱۸

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۳/۰۸/۲۹

چکیده: با توسعه روشهای جداسازی تصاویر پزشکی مبتنی بر هوش مصنوعی، شاهد استفاده روزافزون از این روشها در جداسازی بافتها و اندامها در انواع تصاویر پزشکی هستیم. جداسازی تصاویر پزشکی نقش بسیار مهمی در بررسی خودکار ساختار اندامها، به دست آوردن ابعاد و اندازه آنها و در برخی موارد، بررسی عملکردی آنها دارد. روشهای مبتنی بر هوش مصنوعی در کنار مزایایی چون دقت بالا و قابلیت یادگیری و بهبود عملکرد، به علت حجم بالای محاسبات و نیاز به داده های زیاد و متنوع در فرآیند آموزش، می توانند سبب کاهش سرعت رسیدن به پاسخ شوند. این نکته در شبیه سازی روشهای پردازش موازی با کامپیوترهای دیجیتال بیشتر به چشم می خورد زیرا در هر پالس ساعت پردازنده، حداکثر یک سلول شبکه را می توان به روزرسانی نمود. در این مقاله از یک روش تحلیلی برای جداسازی تصاویر پزشکی استفاده خواهیم کرد. سپس یک روش مناسب برای تقرب به پاسخ را انتخاب می کنیم و در نهایت با کاهش پیچیدگی محاسباتی مورد نیاز برای نیل به هدف جداسازی، سرعت آن را افزایش خواهیم داد. مقایسه سرعت الگوریتم با روش پیشنهادی در این پژوهش با حالت متعارف، نشان دهنده افزایش قابل قبول در سرعت پردازش و رسیدن به پاسخ نهایی بدون از دست دادن دقت جداسازی است.

کلمات کلیدی: جداسازی، تصاویر پزشکی، مجموعه های هم سطح، واریانس دودویی، پیچیدگی محاسباتی، مشتقات تصویر

نام نویسنده ی مسئول: علیرضا آل سعدی

نشانی نویسنده ی مسئول: کازرون- بلوار ملت- دانشگاه آزاد اسلامی واحد کازرون- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

۱- مقدمه

جداسازی اندامها در تصاویر پزشکی با استفاده از ویژگی های شکل آنها می تواند سبب افزایش دقت و سرعت استخراج اطلاعات شود. زیرا جستجو فقط برای یافتن بخشهایی از تصویر که دارای شکل مشخصی هستند و ویژگی های مورد نظر مانند کنتراست با بافتهای* اطراف، تفاوت در بافت. یا هر ویژگی محلی دیگری دارند خلاصه می شود [۱]. یکی از روشهای بسیار کارآمد در استخراج ویژگی های شکل، روش مجموعه های هم سطح است. در بخش دوم این مقاله، به معرفی اجمالی روش مجموعه های هم سطح برای استخراج ویژگی های شکل اندامها و اشیاء می پردازیم. این روش با افزایش یک درجه ای در ابعاد مرزهای شکل، امکان تهیه شکل میانگین و بردارهای ویژه شکل را فراهم می کند. مزیت اصلی مجموعه های هم سطح نسبت به روشهای مرز فعال نظیر snake یا watershed تعداد انگشت شمار وزنه های متغیر در مجموعه های هم سطح، در مقابل تعداد زیاد نقاط مرزی در روشهای فوق است. به این معنی که به جای به روز رسانی تمام پیکسل های مرز شکل در هر مرحله محاسباتی، تعداد محدودی (کمتر از ۱۰ عدد) وزن شکل های ویژه اصلاح می شوند [۲-۵]. در بخش سوم این نوشتار، تابع انرژی واریانس دودویی را معرفی می کنیم. این تابع انرژی، حتی در روشهای تصویربرداری دارای نویز ذاتی نظیر تصویربرداری فراصوت نیز، اطلاعات کافی برای تفکیک نواحی داخل و خارج بافتهای بدن فراهم می کند. در بخش چهارم، مشتقات تابع انرژی واریانس دودویی نسبت به وزنه های شکلهای ویژه و متغیرهای هندسی (جابجایی افقی و عمودی، مقیاس و دوران) را محاسبه می کنیم. در بخش پنجم و انتهایی این نوشتار، روابط مشتقات تابع انرژی را مجدداً بازنویسی می کنیم تا میزان محاسبات لازم برای تغییر وزنه ها را به حداقل برسانیم. در بخش نتایج، نمونه های جداسازی کورتکس کلیه در مقطع ساجیتال تصاویر فراصوت نشان داده شده است.

۲- مجموعه های هم سطح

روش مجموعه های هم سطح (Level Sets) برای اولین بار برای مطالعه جبهه شعله در گازهای قابل اشتعال مورد استفاده قرار گرفت [۶]. اما اندکی بعد، توانایی این روش در استخراج ویژگی های شکل اشیاء مورد بهره برداری قرار گرفت [۷]. برای استخراج ویژگی های شکل با روش مجموعه های هم سطح، باید یک مجموعه از شکلهای متنوع از شیء مورد نظر به عنوان مجموعه تمرین انتخاب شود. در مرحله بعد، این شکلهای هم سطح به فرم دودویی تبدیل می شوند، به این منظور داخل شکلهای هم سطح با برچسب ۱ و خارج آنها با صفر علامتگذاری می شود (شکل ۱). سپس برای حذف اثر متغیرهای هندسی بر مدل شکل، باید تمام شکل های دودویی را همراستا کنیم. به این منظور یکی از شکلهای هم سطح را به صورت مرجع در نظر گرفته، بقیه را با جابجایی افقی، عمودی، دوران و تغییر مقیاس به صورتی تغییر می دهیم که بیشترین همپوشانی را با یکدیگر داشته باشند (شکل ۲). در این مرحله، تابع فاصله علامت دار برای شکلهای مجموعه تمرین ساخته می شود. برای محاسبه این تابع، کمترین فاصله هر نقطه از مرز شکل مورد نظر محاسبه می شود. برای نقاط داخل شکل مطلوب (دارای برچسب ۱) این عدد در ۱- ضرب می شود. بنا براین تابع فاصله علامت دار برای هر مرز دوبعدی، یک پوسته سه بعدی است که مقدار آن برای نقاط داخل شکل مطلوب، منفی، برای نقاط خارج از شکل، مثبت و برای نقاط مرزی صفر است (شکل ۳).

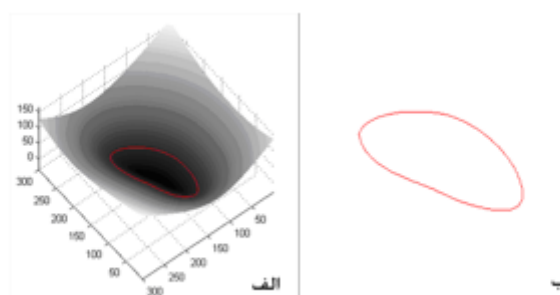


شکل (۱): تصاویر دودویی از ناحیه مطلوب

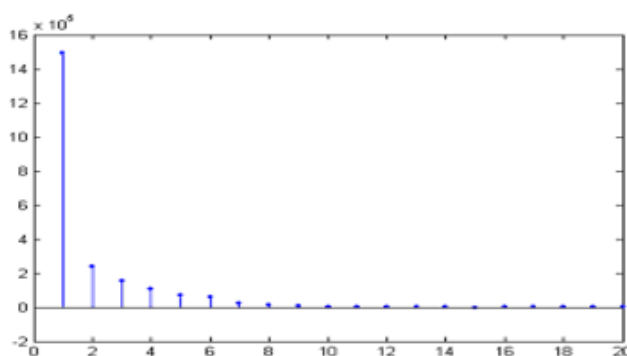
به این ترتیب می‌توان با محاسبه میانگین توابع فاصله علامت‌دار برای مجموعه تمرین و محاسبه سطح صفر آن به شکل میانگین دست پیدا کرد. در ادامه به روش محاسبه شکل های ویژه با استفاده از توابع فاصله علامت‌دار مجموعه تمرین و میزان تأثیر هر کدام بر مدل شکل می‌پردازیم. پس از آن، تعدادی از شکل های ویژه که بیشترین تأثیر را بر روی مدل شکل دارند انتخاب می‌کنیم. به این ترتیب اطلاعات شکل‌های مجموعه تمرین در مجموعه ای از متغیرهای ویژه جمع آوری می‌شود که با تغییر دادن آنها، می‌توان شکل میانگین را تغییر داد.



شکل (۲): تصاویر دودویی هم جهت شده



شکل (۳): پوسته و مرز میانگین



شکل (۴): مقادیر ویژه مدل شکل

مجموعه تمرین انتخاب شده در شکل ۲، دارای ۲۰ شکل هم جهت شده است. تابع فاصله علامت‌دار این شکلها را به صورت $\{\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_{20}\}$ نشان می‌دهیم. بنابراین تابع فاصله علامت‌دار شکل میانگین از رابطه (۱) محاسبه می‌شود:

$$\bar{\Phi} = \frac{\sum_{i=1}^{20} \Psi_i}{20} \quad (1)$$

که در آن i شماره شکل‌های مجموعه تمرین است.

مجموعه توابع انحراف از میانگین از رابطه (۲) محاسبه می‌شود:

$$\{\Psi\} = \{\Psi_i | \Psi_i = \Psi_i - \bar{\Phi}, i = 1, 2, \dots, 20\} \quad (2)$$

در این تحقیق، اندازه همه شکل‌های مجموعه تمرین 300×300 پیکسل بوده است. بنابراین تمام توابع روابط (۱) و (۲)، ماتریس‌های 300×300 درلیه ای هستند. برای به دست آوردن شکل‌های ویژه، داده‌های ماتریس‌های توابع انحراف از میانگین به صورت ستونی زیر هم چیده می‌شود. به این ترتیب، از ماتریس‌های Ψ_i به بردارهای $\tilde{\Psi}_i$ می‌رسیم. بدیهی است ابعاد این بردارها 1×90000 است. تعداد کل بردارها در این پژوهش ۲۰ عدد است. از کنار هم قرار دادن بردارهای $\tilde{\Psi}_i$ یک ماتریس 20×90000 ساخته می‌شود. این ماتریس را S نامگذاری می‌کنیم. یک روش محاسبه عملی برای بردارها و مقادیر ویژه ماتریس S استفاده از رابطه زیر است [۸]:

(۳)

$$\frac{1}{20} S^T \cdot S = u \lambda u^T$$

که در آن u یک ماتریس 20×20 است. برای محاسبه بردارهای ویژه ماتریس S از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

(۴)

$$U = S \cdot u$$

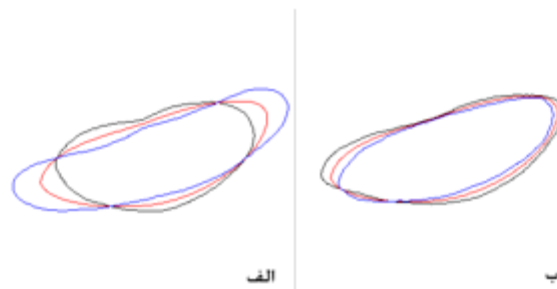
حال اگر ستون‌های ماتریس $U_{90000 \times 20}$ را نرمالیزه کنیم (مقدار بردار تقسیم بر اندازه آن) و برعکس فرآیند ساخت ماتریس S را برای هر ستون آن پیاده کنیم، به ۲۰ شکل ویژه می‌رسیم (Φ_i در رابطه (۵)). در شکل ۴ مقادیر ویژه ماتریس S نشان داده شده است. همانطور که در این شکل دیده می‌شود، حداکثر ۷ عدد از شکل‌های ویژه، بیشترین تأثیر را در مدل کردن شکل دارند. بنابراین کافی است فقط از ۷ ستون اول نرمالیزه شده ماتریس U برای ساخت شکل‌های ویژه استفاده کنیم. به این ترتیب با مقدار دهی به وزن‌های w_i می‌توانیم با استفاده از رابطه (۵)، تابع فاصله علامت‌دار نهایی را تغییر داد. بنابراین رابطه، به جای تغییر دادن تمام پیکسل‌های مرز شکل مورد نظر (در این تحقیق، کورتکس کلیه در مقطع ساجیتال در تصاویر فراصوت)، با تغییر دادن ۷ وزن، تابع فاصله علامت‌دار شکل هدف را تشکیل داده، با محاسبه کانتور سطح صفر آن، مرز شکل را تغییر داد.

(۵)

$$\Phi[w] = \bar{\Phi} + \sum_{i=1}^7 w_i \cdot \Phi_i$$

در رابطه بالا، بردار w از ۷ وزن w_i ساخته می‌شود.

شکل ۵ اثر تغییرات دو وزن اول بردار w را بر روی شکل میانگین (منحنی قرمز) نشان می‌دهد. در این شکل‌ها منحنی‌های مشکی حاصل تفریق و منحنی‌های آبی حاصل جمع یک انحراف معیار وزن‌های اول و دوم بردار w با شکل میانگین را در تغییر شکل مدل کلیه نشان می‌دهند.



شکل (۵): اثر تغییرات وزن شکل‌های ویژه

با اضافه شدن چهار متغیر هندسی، مدل شکل می‌تواند تمام صفحه تصویر را پوشش دهد. این متغیرها با رابطه (۶) اعمال می‌شود:

(۶)

$$\begin{bmatrix} \tilde{I} \\ \tilde{J} \\ 1 \end{bmatrix} = T[P] * \begin{bmatrix} I \\ J \\ 1 \end{bmatrix}$$

در این رابطه، I و J مؤلفه‌های افقی و عمودی پیکسل‌های تابع فاصله علامت‌دار ورودی، $\tilde{I}$ و $\tilde{J}$ مؤلفه‌های افقی و عمودی تابع فاصله علامت‌دار خروجی و $T[P]$ ماتریس تغییرات هندسی است و از رابطه (۷) به دست می‌آید:

(۷)

$$\mathbf{T}[\mathbf{P}] = \mathbf{M}(a, b) * \mathbf{H}(h) * \mathbf{R}(\theta)$$

در این رابطه، $\mathbf{M}(a, b)$ ماتریس جابجایی به اندازه a پیکسل در راستای افقی و b پیکسل در راستای عمودی، $\mathbf{H}(h)$ ماتریس مقیاس به اندازه h برابر و $\mathbf{R}(\theta)$ ماتریس دوران به اندازه درجه است. محتوای ماتریس‌های فوق در رابطه (۸) آورده شده است:

$$\mathbf{M}(a, b) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۸-الف)$$

$$\mathbf{H}(h) = \begin{bmatrix} h & 0 & 0 \\ 0 & h & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۸-ب)$$

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۸-ج)$$

ماتریس $\mathbf{R}(\theta)$ باعث دوران حول مبدأ مختصات تصویر (گوشه تصویر) می‌شود، برای حذف جابجایی از این ماتریس، باید دوران تصویر حول مرکز تصویر انجام و سپس مجدداً به محل قبل منتقل شود، به این منظور رابطه (۹) از تغییر رابطه (۶) به دست می‌آید:

(۹)

$$\begin{bmatrix} \tilde{I} \\ \tilde{J} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}[\mathbf{P}] * \begin{bmatrix} I - x_c \\ J - y_c \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ 0 \end{bmatrix}$$

بدیهی است (x_c, y_c) مختصات نقطه مرکزی تصویر است.

در این مرحله، مؤلفه‌های اساسی شکل استخراج شده و می‌تواند در ترکیب با یک تابع انرژی مناسب و روش بهینه‌سازی، با اصلاح وزنهای شکل‌های ویژه و متغیرهای هندسی، منجر به جداسازی شود.

۳- تابع انرژی واریانس دودویی

در پژوهش‌های مختلف، از توابع انرژی متنوعی برای جداسازی تصاویر استفاده می‌شود. هر چه کیفیت تصاویر بالاتر و اختلاف شدت تصویر، رنگ، بافت یا هر ویژگی دیگر تصویر در ناحیه مطلوب با سایر نقاط بیشتر باشد، می‌توان از توابع ساده‌تری برای رسیدن به هدف استفاده کرد. در [۹] و [۱۰] چند نمونه از توابع انرژی استفاده شده در سایر پژوهش‌ها آورده شده است. در اینجا برای جلوگیری از طولانی شدن مطلب فقط به معرفی تابع انرژی واریانس دودویی که در پژوهش حاضر مورد استفاده قرار گرفته است اکتفا می‌کنیم.

متغیرهای مورد استفاده برای محاسبه این تابع به شرح زیر است:

اگر مجموعه هم‌سطح حاصل از بردار وزنهای ویژه $\mathbf{w}$ و متغیرهای هندسی $\mathbf{P}$ را با $\Phi(\mathbf{w}, \mathbf{P})$ نشان دهیم، آنگاه:

$$\mathbf{R}^\mu = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 | \Phi(x, y) < 0\} \quad (۱۰) \text{ ناحیه داخل مرز}$$

$$\mathbf{R}^\nu = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 | \Phi(x, y) > 0\} \quad (۱۱) \text{ ناحیه خارج مرز}$$

$$A_\mu = \iint_{\Omega} H(-\Phi[\mathbf{w}, \mathbf{P}]) dA \quad (۱۲) \text{ مساحت } \mathbf{R}^\mu$$

$$A_\nu = \iint_{\Omega} H(\Phi[\mathbf{w}, \mathbf{P}]) dA \quad (۱۳) \text{ مساحت } \mathbf{R}^\nu$$

در این روابط Ω سطح تصویر و $H(z)$ تابع پله واحد است. با فرض اینکه $\mathbf{I}$ شدت تصویر باشد، آنگاه:

$$S_\mu = \iint_{\Omega} \mathbf{I} \cdot H(-\Phi[\mathbf{w}, \mathbf{P}]) dA \quad (۱۴) \text{ مجموع شدت تصویر در } \mathbf{R}^\mu$$

$$S_\nu = \iint_{\Omega} \mathbf{I} \cdot H(\Phi[\mathbf{w}, \mathbf{P}]) dA \quad (۱۵) \text{ مجموع شدت تصویر در } \mathbf{R}^\nu$$

$$Q_\mu = \iint_{\Omega} \mathbf{I}^2 \cdot H(-\Phi[\mathbf{w}, \mathbf{P}]) dA \quad (۱۶) \text{ مجموع مربع شدت تصویر در } \mathbf{R}^\mu$$

$$Q_\nu = \iint_{\Omega} \mathbf{I}^2 \cdot H(\Phi[\mathbf{w}, \mathbf{P}]) dA \quad (۱۷) \text{ مجموع مربع شدت تصویر در } \mathbf{R}^\nu$$

$$\mu = \frac{S_\mu}{A_\mu} \quad (۱۸) \text{ میانگین شدت تصویر در } \mathbf{R}^\mu$$

$$\nu = \frac{S_\nu}{A_\nu} \quad (۱۹) \text{ میانگین شدت تصویر در } \mathbf{R}^\nu$$

$$\sigma_{\mu}^2 = \frac{Q_{\mu}}{A_{\mu}} - \mu^2 \quad \text{واریانس نمونه}^{\square} \text{ در } \mathbf{R}^{\mu} \quad (20)$$

$$\sigma_v^2 = \frac{Q_v}{A_v} - v^2 \quad \text{واریانس نمونه}^{\square} \text{ در } \mathbf{R}^v \quad (21)$$

تابع انرژی واریانس دودویی به شکل زیر تعریف می‌شود:

(22)

$$E_{bv} = -\frac{1}{2}(\sigma_{\mu}^2 - \sigma_v^2)^2 = -\frac{1}{2}\left(\left(\frac{Q_{\mu}}{A_{\mu}} - \frac{Q_v}{A_v}\right) - (\mu^2 - v^2)\right)^2$$

مقدار بیشینه این تابع هنگامی که واریانس نمونه در داخل مرز کمینه و در خارج مرز بیشینه باشد، حاصل می‌شود.

۴- مشتقات تابع انرژی واریانس دودویی

گرادیان‌های E_{bv} نسبت به $\mathbf{w}$ و $\mathbf{p}$ از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\nabla_{\mathbf{w}} E_{bv} = (\sigma_v^2 - \sigma_{\mu}^2) \cdot (\nabla_{\mathbf{w}} \sigma_{\mu}^2 - \nabla_{\mathbf{w}} \sigma_v^2) \quad (23)$$

$$\nabla_{\mathbf{p}} E_{bv} = (\sigma_v^2 - \sigma_{\mu}^2) \cdot (\nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\mu}^2 - \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_v^2) \quad (24)$$

با جایگذاری روابط (20) و (21) در (23) و (24) نتیجه می‌شود:

$$\nabla_{\mathbf{w}} \sigma_{\mu}^2 = \frac{(\mu^2 - \sigma_{\mu}^2) \cdot \nabla_{\mathbf{w}} A_{\mu} - 2\mu \nabla_{\mathbf{w}} S_{\mu} + \nabla_{\mathbf{w}} Q_{\mu}}{A_{\mu}} \quad (25)$$

$$\nabla_{\mathbf{w}} \sigma_v^2 = \frac{(v^2 - \sigma_v^2) \cdot \nabla_{\mathbf{w}} A_v - 2v \nabla_{\mathbf{w}} S_v + \nabla_{\mathbf{w}} Q_v}{A_v} \quad (26)$$

$$\nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\mu}^2 = \frac{(\mu^2 - \sigma_{\mu}^2) \cdot \nabla_{\mathbf{p}} A_{\mu} - 2\mu \nabla_{\mathbf{p}} S_{\mu} + \nabla_{\mathbf{p}} Q_{\mu}}{A_{\mu}} \quad (27)$$

$$\nabla_{\mathbf{p}} \sigma_v^2 = \frac{(v^2 - \sigma_v^2) \cdot \nabla_{\mathbf{p}} A_v - 2v \nabla_{\mathbf{p}} S_v + \nabla_{\mathbf{p}} Q_v}{A_v} \quad (28)$$

پس از آزمایش روش گرادیان کاهشی[□] بر روی تصاویر فراصوت کلیه مشخص شد طول گامها به کیفیت تصویر وابسته است. بنابراین برای جلوگیری از محاسبات اضافه (با طول گام کوچک) یا افزایش خطا و واگرایی (با طول گام بزرگ)، به جای یافتن بیشینه تابع واریانس دودویی با روش گرادیان کاهشی، الگوریتمی برای پایه یافتن نقطه گذر از صفر مشتقات این تابع طراحی شد. به این منظور روش نیوتن به کار گرفته شد. بدیهی است برای یافتن نقطه گذر از صفر هر تابع با روش نیوتن باید مشتق آن تابع محاسبه شود. بنابراین در این پژوهش باید مشتقات دوم تابع واریانس دودویی بر حسب وزنهای ویژه و متغیرهای هندسی محاسبه شوند. در ادامه روابط مشتقات دوم آورده شده است:

(29)

$$\nabla_{\mathbf{w}}^2 E_{bv} = (\sigma_v^2 - \sigma_{\mu}^2) \cdot (\nabla_{\mathbf{w}}^2 \sigma_{\mu}^2 - \nabla_{\mathbf{w}}^2 \sigma_v^2) - (\nabla_{\mathbf{w}} \sigma_{\mu}^2 - \nabla_{\mathbf{w}} \sigma_v^2)^2$$

(30)

$$\nabla_{\mathbf{p}}^2 E_{bv} = (\sigma_v^2 - \sigma_{\mu}^2) \cdot (\nabla_{\mathbf{p}}^2 \sigma_{\mu}^2 - \nabla_{\mathbf{p}}^2 \sigma_v^2) - (\nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\mu}^2 - \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_v^2)^2$$

۵- کاهش پیچیدگی محاسباتی مشتقات اول و دوم تابع واریانس دودویی:

مشتق اول و دوم تابع پله واحد، با روابط (31) و (32) تعریف می‌شوند:

$$\delta(z) = \frac{dH(z)}{dz} \quad (31) \text{ تابع ضربه واحد یا دلتای دیراک}$$

$$\hat{\delta}(z) = \frac{d\delta(z)}{dz} = \frac{d^2 H(z)}{dz^2} \quad (32) \text{ تابع دوبلت واحد یا دلتا پرایم}$$

با جایگذاری این توابع در روابط مشتقات اول و دوم تابع انرژی، می‌توان تمام انتگرال‌های دوگانه سطحی را به انتگرال روی مسیر بسته تقلیل داد. بدیهی است تعداد پیکسل‌های هر مرز بسته روی تصویر بسیار کمتر از تعداد کل پیکسل‌های کل تصویر است. روابط زیر، این تغییرات را نشان می‌دهد:

$$\nabla_{w_i} A_{\mu} = -\nabla_{w_i} A_v = -\oint_{\hat{C}} \Phi_i \cdot ds \quad (33)$$

$$\nabla_{P_i} A_\mu = -\nabla_{P_i} A_v = -\oint_{\vec{C}} \nabla_{P_i} \Phi \cdot ds \quad (34)$$

$$\nabla_{W_i} S_\mu = -\nabla_{W_i} S_v = -\oint_{\vec{C}} \mathbf{I} \cdot \Phi_i \cdot ds \quad (35)$$

$$\nabla_{P_i} S_\mu = -\nabla_{P_i} S_v = -\oint_{\vec{C}} \mathbf{I} \cdot \nabla_{P_i} \Phi \cdot ds \quad (36)$$

$$\nabla_{W_i} Q_\mu = -\nabla_{W_i} Q_v = -\oint_{\vec{C}} \mathbf{I}^2 \cdot \Phi_i \cdot ds \quad (37)$$

$$\nabla_{P_i} Q_\mu = -\nabla_{P_i} Q_v = -\oint_{\vec{C}} \mathbf{I}^2 \cdot \nabla_{P_i} \Phi \cdot ds \quad (38)$$

در این روابط، $\vec{C}$ نشان دهنده مرز ناحیه فعلی است که در ادامه، یک روش ساده برای محاسبه آن معرفی خواهد شد.

برای به روز رسانی وزن‌ها در این پژوهش از روش نیوتن و رابطه زیر استفاده شده است:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \alpha_i \frac{\nabla_{\mathbf{w}} E_{bv}}{\nabla_{\mathbf{w}}^2 E_{bv}} \quad (39)$$

$$\mathbf{P}(n+1) = \mathbf{P}(n) + \beta_j \frac{\nabla_{\mathbf{P}} E_{bv}}{\nabla_{\mathbf{P}}^2 E_{bv}} \quad (40)$$

ضرایب α_i و β_j به ترتیب ضرایب طول گام برای به روز رسانی وزن ویژه i ام و متغیر هندسی j ام در به تکرار شماره $n+1$ هستند.

مشتقات جزئی روابط (۲۹) و (۳۰) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

با یکبار مشتق گیری از روابط (۲۵) تا (۲۸) خواهیم داشت:

$$\nabla_{\mathbf{w}}^2 \sigma_\mu^2 = -\frac{\gamma + 2(\nabla_{\mathbf{w}} A_\mu) \cdot (\nabla_{\mathbf{w}} \sigma_\mu^2) - (\nabla_{\mathbf{w}}^2 A_\mu) \cdot (\mu^2 - \sigma_\mu^2) + 2\mu \cdot \nabla_{\mathbf{w}}^2 S_\mu + \nabla_{\mathbf{w}}^2 Q_\mu}{A_\mu}, \gamma = \frac{2(\mu \cdot \nabla_{\mathbf{w}} A_\mu - \nabla_{\mathbf{w}} S_\mu)^2}{A_\mu} \quad (41)$$

$$\nabla_{\mathbf{w}}^2 \sigma_v^2 = -\frac{\varepsilon + 2(\nabla_{\mathbf{w}} A_v) \cdot (\nabla_{\mathbf{w}} \sigma_v^2) - (\nabla_{\mathbf{w}}^2 A_v) \cdot (v^2 - \sigma_v^2) + 2v \cdot \nabla_{\mathbf{w}}^2 S_v + \nabla_{\mathbf{w}}^2 Q_v}{A_v}, \varepsilon = \frac{2(v \cdot \nabla_{\mathbf{w}} A_v - \nabla_{\mathbf{w}} S_v)^2}{A_v} \quad (42)$$

$$\nabla_{\mathbf{P}}^2 \sigma_\mu^2 = -\frac{\xi + 2(\nabla_{\mathbf{P}} A_\mu) \cdot (\nabla_{\mathbf{P}} \sigma_\mu^2) - (\nabla_{\mathbf{P}}^2 A_\mu) \cdot (\mu^2 - \sigma_\mu^2) + 2\mu \cdot \nabla_{\mathbf{P}}^2 S_\mu + \nabla_{\mathbf{P}}^2 Q_\mu}{A_\mu}, \xi = \frac{2(\mu \cdot \nabla_{\mathbf{P}} A_\mu - \nabla_{\mathbf{P}} S_\mu)^2}{A_\mu} \quad (43)$$

$$\nabla_{\mathbf{P}}^2 \sigma_v^2 = -\frac{\rho + 2(\nabla_{\mathbf{P}} A_v) \cdot (\nabla_{\mathbf{P}} \sigma_v^2) - (\nabla_{\mathbf{P}}^2 A_v) \cdot (v^2 - \sigma_v^2) + 2v \cdot \nabla_{\mathbf{P}}^2 S_v + \nabla_{\mathbf{P}}^2 Q_v}{A_v}, \rho = \frac{2(v \cdot \nabla_{\mathbf{P}} A_v - \nabla_{\mathbf{P}} S_v)^2}{A_v} \quad (44)$$

روابط زیر برای کاهش پیچیدگی محاسباتی مشتقات جزئی مرتبه دوم تابع انرژی واریانس دودویی با استفاده از تابع دوبلت واحد

و کاهش انتگرال دوگانه روی سطح به انتگرال روی مسیر بسته (مرز شکل فعلی) استخراج شده است:

$$\nabla_{W_i}^2 A_\mu = -\nabla_{W_i}^2 A_v = \oint_{\vec{C}} \Phi_i^2 \cdot ds - \oint_{\vec{C}_E} \Phi_i^2 \cdot ds \quad (45)$$

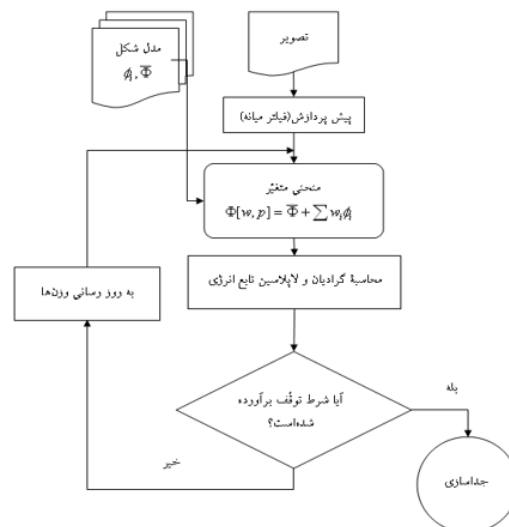
$$\nabla_{P_i}^2 A_\mu = -\nabla_{P_i}^2 A_v = \oint_{\vec{C}} [(\nabla_{P_i} \Phi)^2 - \nabla_{P_i}^2 \Phi] \cdot ds - \oint_{\vec{C}_E} (\nabla_{P_i} \Phi)^2 \cdot ds \quad (46)$$

$$\nabla_{W_i}^2 S_\mu = -\nabla_{W_i}^2 S_v = \oint_{\vec{C}} \mathbf{I} \cdot \Phi_i^2 \cdot ds - \oint_{\vec{C}_E} \mathbf{I} \cdot \Phi_i^2 \cdot ds \quad (47)$$

$$\nabla_{P_i}^2 S_\mu = -\nabla_{P_i}^2 S_v = \oint_{\vec{C}} \mathbf{I} \cdot [(\nabla_{P_i} \Phi)^2 - \nabla_{P_i}^2 \Phi] \cdot ds - \oint_{\vec{C}_E} \mathbf{I} \cdot (\nabla_{P_i} \Phi)^2 \cdot ds \quad (48)$$

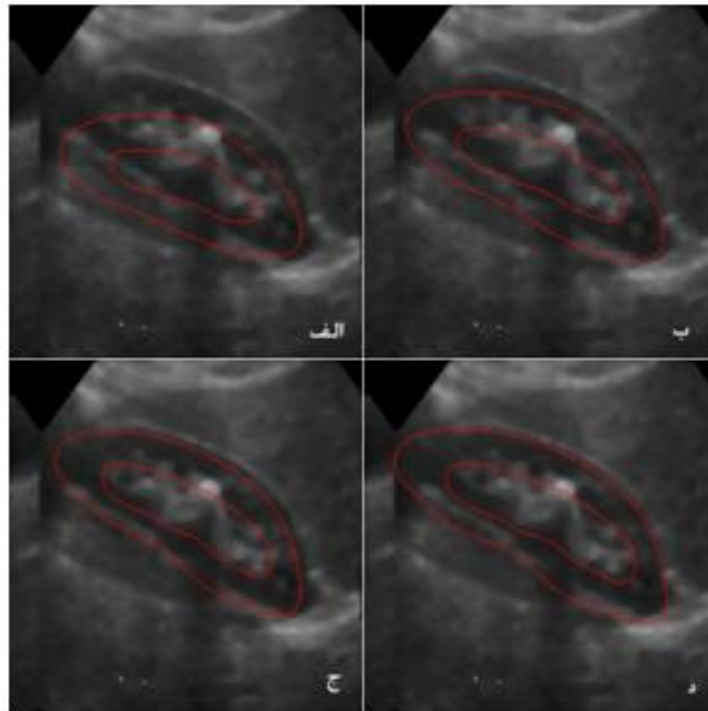
$$\nabla_{W_i}^2 Q_\mu = -\nabla_{W_i}^2 Q_v = \oint_{\vec{C}} \mathbf{I}^2 \cdot \Phi_i^2 \cdot ds - \oint_{\vec{C}_E} \mathbf{I}^2 \cdot \Phi_i^2 \cdot ds \quad (49)$$

$$\nabla_{P_i}^2 Q_\mu = -\nabla_{P_i}^2 Q_v = \oint_{\vec{C}} \mathbf{I}^2 \cdot [(\nabla_{P_i} \Phi)^2 - \nabla_{P_i}^2 \Phi] \cdot ds - \oint_{\vec{C}_E} \mathbf{I}^2 \cdot (\nabla_{P_i} \Phi)^2 \cdot ds \quad (50)$$



شکل (۶): الگوریتم جداسازی کلیه

در این روابط، $\vec{C}$ مرز ناحیه فعلی است که به راحتی از تفریق ناحیه داخل مرز $(H(-\Phi[\mathbf{w}, \mathbf{P}]))$ و ناحیه حاصل از یکبار عملیات مورفولوژیک فرسایش $\square$ با ماتریسی با ابعاد 3×3 که همه درایه های آن ۱ است به دست می آید. همچنین مرز $\vec{C}_E$ به اندازه یک پیکسل در داخل مرز ناحیه قرار دارد که با یک تکرار دیگر عملگر فرسایش ساخته می شود. استفاده از عملگر مورفولوژیک فرسایش برای یافتن مرزها و همچنین بهره گیری از انتگرال های مرزی به جای انتگرال های دوگانه باعث کاهش حجم محاسبات می شود. اگر ابعاد تصویر مورد آزمایش $n \times n$ باشد، تعداد محاسبات انتگرال های دوگانه از مرتبه n^2 خواهد بود. در صورتیکه با استفاده از انتگرال های روی مسیر بسته (انتگرال های مرزی) تعداد محاسبات از مرتبه $n \times \tau$ است و $\tau \ll n$.



شکل (۷): جداسازی کلیه

در انتهای این بخش مشتقات جزئی مجموعه هم سطح $\Phi[\mathbf{w}, \mathbf{P}]$ نسبت به متغیرهای هندسی $\mathbf{P}_i$ معرفی می شوند:

(۵۱)

$$\nabla_{\mathbf{P}_i} \Phi = \nabla_{\mathbf{P}_i} \Phi(\tilde{x}, \tilde{y}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi(\tilde{x}, \tilde{y})}{\partial \tilde{x}} & \frac{\partial \Phi(\tilde{x}, \tilde{y})}{\partial \tilde{y}} & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{T}[\mathbf{P}_i]}{\partial \mathbf{P}_i} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}[\mathbf{P}_i]}{\partial a_i} = \frac{\partial \mathbf{M}(a_i, b_i)}{\partial a_i} \times \mathbf{H}(h_i) \times \mathbf{R}(\theta_i) \quad (52)$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}[\mathbf{P}_i]}{\partial b_i} = \frac{\partial \mathbf{M}(a_i, b_i)}{\partial b_i} \times \mathbf{H}(h_i) \times \mathbf{R}(\theta_i) \quad (53)$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}[\mathbf{P}_i]}{\partial h_i} = \mathbf{M}(a_i, b_i) \times \frac{\partial \mathbf{H}(h_i)}{\partial h_i} \times \mathbf{R}(\theta_i) \quad (54)$$

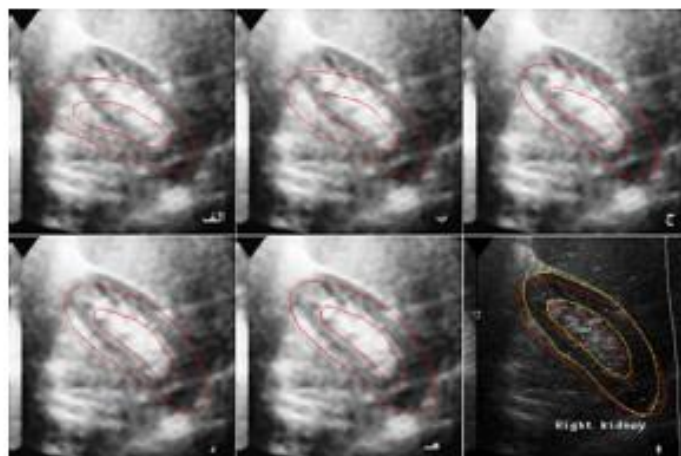
$$\frac{\partial \mathbf{T}[\mathbf{P}_i]}{\partial \theta_i} = \mathbf{M}(a_i, b_i) \times \mathbf{H}(h_i) \times \frac{\partial \mathbf{R}(\theta_i)}{\partial \theta_i} \quad (55)$$

۶- نتایج

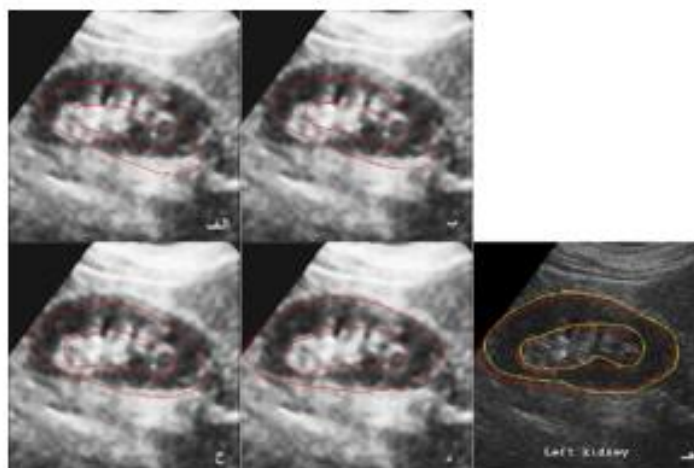
شکل ۶ الگوریتم مورد استفاده در این پژوهش را نشان می دهد. در شکل های ۷ تا ۹ نتایج پیاده سازی این الگوریتم بر روی تصاویر فراصوت مقطع ساجیتال کلیه دیده می شود. در جدول (۱) زمان همگرایی الگوریتم به پاسخ نهایی در دو حالت مقایسه شده است. یک بار بدون کاهش پیچیدگی محاسباتی مشتقات تابع انرژی و یک بار بر اساس روش معرفی شده در این پژوهش.

جدول (۱): تأثیر کاهش پیچیدگی محاسباتی بر زمان اجرای الگوریتم

ردیف	شماره شکل	تعداد تکرار	زمان بدون کاهش پیچیدگی محاسباتی	زمان با کاهش پیچیدگی محاسباتی
۱	۷	۴	۸۹.۵ ثانیه	۲.۴۲ ثانیه
۲	۸	۵	۱۱۵.۳ ثانیه	۲.۵۶ ثانیه
۳	۹	۶	۱۳۹.۷۴ ثانیه	۳.۶۸ ثانیه



شکل (۸): جداسازی کلیه



شکل (۹): جداسازی کلیه

در شکل های ۸ و ۹، مرز قرمز توسط الگوریتم و مرز زرد توسط کاربر انسانی آشنا به تصاویر فراصوت و آناتومی کلیه رسم شده است. همانگونه که مشاهده می شود، دقت الگوریتم در همگرایی به مرز کلیه و بازسازی شکل آن با مرز رسم شده توسط انسان متخصص قابل مقایسه است. همچنین تعداد تکرار مراحل لازم برای همگرایی به پاسخ در جدول (۱) نشان دهنده عدم نیاز به تعداد زیاد به روز رسانی الگوریتم معرفی شده در این پژوهش در مقایسه با الگوریتم های مرزهای فعال است. در دو ستون انتهایی جدول (۱)، زمان همگرایی الگوریتم با استفاده از روشهای متداول [۱۰] و کاهش پیچیدگی محاسباتی پیشنهاد شده در این مقاله با هم مقایسه شده اند. ملاحظه می شود کاهش تعداد محاسبات غیر ضروری در روش پیشنهادی سبب کاهش چشمگیر زمان دستیابی به پاسخ در شکل های آزمون شده است. بدین ترتیب این روش به عنوان یک راه حل با دقت و سرعت بالا برای جداسازی اندامهایی با شکل قابل تمایز از بافتهای مجاور پیشنهاد می شود. محدودیت های کلی روشهای مبتنی بر شکل شامل عدم تطابق با تغییرات شکل ناشی از ضایعات و ناهنجاری های اندامها در اثر تروما یا بیماری ها است. زیرا

محدودیت های عملی برای ایجاد پایگاه داده ای برای دربر گرفتن تغییرات شکل ناشی از این نوع تغییر شکل ها وجود دارد، چرا که این ضایعات معمولا سبب تغییرات شکل تصادفی و غیر قابل پیش بینی در اندامهای هدف می شوند. محدودیت دیگر روش پیشنهادی، ناتوانی آن در تشخیص عدم وجود اندام یا بافت مورد نظر در تصویر است، زیرا این الگوریتم، گامهای بهینه سازی تابع انرژی را تا رسیدن به بیشینه (سراسری یا محلی) دنبال می کند. ایجاد قابلیت تشخیص ناهنجاری ها یا عدم وجود اندام های مورد نظر در تصویر می تواند به عنوان چشم انداز آینده این پژوهش مورد توجه قرار گیرد.

References

مراجع

- [1] A. Eltanboly, M. Ghazal, H. Hajjdiab, A. Shalaby, A. Switala, A. Mahmoud, P. Sahoo, M. El-Azab, A. El-Baz, "A level sets-based image segmentation approach using statistical shape priors", *Applied Mathematics and Computation*, vol. 340, pp. 164–179, 2019.
- [2] C. Huang, L. Zeng, "Level set evolution model for image segmentation based on variable exponent p-Laplace equation", *Applied Mathematical Modelling*, vol. 40, pp. 7739–7750, 2016.
- [3] A. Joshi, M. S. Khan, K. N. Choi, "Medical image segmentation using combined level set and saliency analysis", *IEEE Access*, vol. 12, pp. 102016–102026, 2024.
- [4] Z. Li, S. Tang, Y. Zeng, S. Chai, W. Ye, F. Yang, K. Huang, "A level-set method with a multiplicative–additive constraint model for image segmentation and bias correction", *Knowledge-Based Systems*, vol. 297, 2024.
- [5] S. Wali, C. Li, M. Imran, A. Shakoar, A. Basit, "Level-set evolution for medical image segmentation with alternating direction method of multipliers", *Signal Processing*, vol. 211, 2023.
- [6] S. Osher, J. A. Sethian, "Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations", *International Journal of Computational Physics*, vol. 79, no. 1, pp. 12–49, 1988.
- [7] A. Tsai, A. Yezzi, W. Wells, C. Tempany, A. Fan, W. A. Grimson, A. Wilsky, "A shape-based approach to the segmentation of medical imagery using level sets", *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 22, no. 2, pp. 137–154, Feb. 2003.
- [8] M. Leventon, E. Grimson, O. Faugeras, "Statistical shape influence in geodesic active contours", in *Proc. IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, Hilton Head, SC, USA, pp. 316–322, Jun. 2000.
- [9] T. Chan, L. Vese, "Active contours without edges", *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 10, no. 2, pp. 266–277, Feb. 2001.
- [10] A. Yezzi, A. Tsai, A. Willsky, "A statistical approach to snakes for bimodal and trimodal imagery", in *Proc. Int. Conf. Computer Vision*, Corfu, Greece, vol. 2, pp. 898–903, 1999.