

یافتن تابع تاثیر جهت محاسبه ضرایب شدت تنش برای محور دارای ترک محیطی سطحی

تحت بارگذاری پیچشی ناگهانی

بهروز آرین نژاد^{۱*}، شهرام شهروئی^۱، محمد شیشه ساز^۲^۱ گروه مهندسی مکانیک، واحد اهواز، دانشگاه آزاد اسلامی، اهواز، ایران^۲ گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران

Finding the Effect Function for calculation of the Stress Intensity Factors in the Surface Circumferential Cracked Shaft under Impulsive Torsional Loading

Behrooz Ariannezhad^{*1}, Shahram Shahrooi¹, Mohammad Shishehsaz²

¹ Department of Mechanical Engineering, Ahvaz Branch, Islamic Azad University, Ahvaz, Iran² Department of Mechanical Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran**Abstract**

In this article, with a new approach, using the Radial Point Interpolation Meshless method, the determination of the effect function used to find the SIF's due to impulsive torsional loading in a shaft with an initial surface circumferential cracked has been discussed. By finding the effect function that is independent of the structure material, the calculation of SIF's will be as simple as possible for the analyst. For this purpose, the stress values in the crack plane have been calculated by the Lagrange Space-Time Characteristic curve method, in consecutive time intervals, at the moment of stabilization of the value of the incoming torsional moment wave. Then, by numerical analysis, the fields of displacement, stress and strain at the nodal points of the cracked cross-section were determined and the values of the Impact-SIF's were found. Finally, by using the Curve-Fitting method and the results of comparing static and dynamic SIF's with impulsive loading, the effect function was found. The findings of the research show that, the values of the SIF's caused by the initial moments of loading or impact are higher than the SIF's resulting from static and dynamic loading. In addition, due to the short time of loading, the stress caused by it should be as an initial stress, it was assumed in addition to the static loading in the calculations and based on that, the crack growth rate was estimated more accurately.

Keywords: Effect Function, Impact Stress Intensity Factors, Surface Circumferential Cracked, Radial Point Interpolation Meshless Method, Impulsive Torsional Loading.

Received: 18/01/2023

Accepted: 28/02/2023

چکیده

در این مقاله با رویکردی نوین با بهره‌گیری از روش بدون المان درون-یابی نقطه‌ای شعاعی، به تعیین تابع تاثیر مورد استفاده جهت یافتن ضرایب شدت تنش ناشی از بارگذاری پیچشی ناگهانی در محور دارای یک ترک محیطی سطحی اولیه پرداخته شده است. با یافتن تابع تاثیر که مستقل از جنس سازه بوده محاسبه ضرایب شدت تنش برای تحلیلگر تا سر حد امکان ساده خواهد شد. برای این منظور ابتدا مقادیر تنش در صفحه ترک به روش منحنی مشخصه فضا - زمان لاگرانژ در بازه‌های زمانی متوالی در لحظه تثبیت مقدار موج گشتاور پیچشی اعمالی محاسبه گردیده است. سپس با تحلیل عددی، میدان‌های جابجایی، تنش و کرنش در نقاط گره ای سطح مقطع ترکدار تعیین و مقادیر ضریب شدت تنش ضریب‌های یافت شده اند. در نهایت با استفاده از روش انطباق منحنی‌ها و نتایج ناشی از مقایسه ضرایب شدت تنش استاتیکی، دینامیکی با بارگذاری ناگهانی تابع تاثیر یافت گردید. یافته‌های تحقیق نشان می‌دهند، مقادیر ضرایب شدت تنش ناشی از لحظات اولیه بارگذاری یا ضریب‌های نسبت به ضرایب شدت حاصل از بارگذاری استاتیکی و دینامیکی بیشتر هستند مضاف اینکه به دلیل کوتاه بودن زمان بارگذاری ضریب‌های، تنش ناشی از آن را باید بعنوان یک تنش اولیه، در کنار بارگذاری استاتیکی در محاسبات فرض نمود و با لحاظ آن نرخ رشد ترک را دقیق‌تر تخمین زد.

واژه‌های کلیدی: تابع تاثیر، ضریب شدت تنش ضریب‌های، ترک محیطی سطحی، روش بدون المان درون‌یابی نقطه‌ای شعاعی، بارگذاری ناگهانی پیچشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۰/۲۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۰۹

* نویسنده مسئول: بهروز آرین نژاد

نشانی: اهواز، گروه مهندسی مکانیک، واحد اهواز، دانشگاه آزاد اسلامی

پست الکترونیکی: behrooz-ariannezhad@iauhvaz.ac.ir

۱. مقدمه

در دیدگاه مهندسی به منظور بهره‌گیری از تئوری مکانیک شکست دانستن مقادیر ضرایب شدت تنش با توجه به اعمال بارگذاری‌ها به صورت آرام، ناگهانی و تناوبی (دامنه ثابت یا متغیر) در شرایط بارگذاری استاتیکی یا دینامیکی، از اهمیت زیادی برخوردار است. تاکنون پژوهش‌های متعدد در خصوص یافتن ضرایب شدت تنش در بارگذاری‌های استاتیکی و دینامیکی، در محیط‌های دارای ترک یا ناپیوستگی‌های هندسی انجام شده است [۱]. از جمله اولین مسائلی که در بحث دینامیک گذرا، تحلیل یک ترک نیمه-بینهایت در یک محیط بینهایت با استفاده از روش وینر-هاف توسط مائو^۱ [۲]، صورت پذیرفت. متعاقباً د. هوپ^۲ [۳]، مسائل مشابهی را با روش‌های وینر-هاف و ساگنیارد حل نمود. چون طول یک ترک را نمی‌توان نیمه‌بینهایت گرفت، بنابراین در عضوهای ترک دار بکارگیری راه‌حل‌های ارائه شده توسط محققین قبلی با مشکل مواجه گردید. لذا ضرایب شدت تنش دینامیکی برای یک سازه دارای ترک محدود در یک محیط نامحدود توسط رورا^۳ و سی^۴ همچنین سی و همکاران [۴، ۵]، حل گردید. آنها معادلات انتگرالی دوگانه را در حوزه تبدیل لاپلاس حل نمودند. سپس میلر^۵ و گای^۶ [۶]، ضرایب شدت تنش تعریف شده در آن دامنه را، با استفاده از تبدیل معکوس و حل عددی، به صورت مدل فیزیکی ارائه نمودند. اونت^۷ و همکاران [۷]، به مطالعه رفتار مواد ترد در محدوده الاستیک-پلاستیک تحت تاثیر آسیب ناشی از بار ضربه‌ای پرداختند. آنها جهت بررسی نحوه گسترش موج تنش و شکست ناشی از آن، تحلیل عددی دینامیکی مبتنی بر منحنی مشخصه همراه با مبانی مکانیک شکست به کار گرفتند و طی آن پارامترهای موثر بر شکست ضربه‌ای را استخراج نمودند. ثو^۸ [۸]، ضرایب شدت تنش گذرا در یک ترک محدود در معرض یک شوک موج طولی

را بررسی کردند. حل آنها در واقع برای یک رفت و برگشت موج طولی (یک توالی) صورت پذیرفت. با تغییر هندسه ترک، همچنین نوع بارگذاری، ضرایب شدت تنش نیز تفاوت خواهند کرد. لذا به تدریج محققان با تقریب محیط نامحدود دارای ترک منحنی شکل با جسم استوانه‌ای و بکارگیری هندسه‌های متفاوت تحقیقات را توسعه و تابعی عمومی جهت تغییر سرعت رشد و رفتار ترک ارائه نمود. روش عددی بدون المان درون‌یابی نقطه‌ای شعاعی یک روش عددی مبتنی بر فرم ضعیف حل معادلات دیفرانسیل جزئی بوده که در شمول روش‌های باقیمانده وزنی قرار می‌گیرد یو^۹ [۹]، به منظور معرفی کارآیی روش بدون المان درون‌یابی نقطه‌ای، در فرم عمومی به تحلیل جامدات دو بعدی پرداختند. وانگ^{۱۰} و لیو^{۱۱} [۱۰، ۱۱]، به بیان نحوه استفاده از روش درون‌یابی نقطه‌ای جهت حل مسائل الاستو پلاستیک در حالت دو بعدی پرداختند. سپس با استفاده از توابع شعاعی پارامترهای شکل آن را توسعه دادند. ژو^{۱۱} و همکاران [۱۲]، به منظور تحلیل تنش میدان نوک ترک در مدلسازی مکانیک شکست محاسباتی، با اضافه کردن توابع سینوسی و کسینوسی در توابع پایه‌ای چند جمله‌ای به غنی سازی روش بدون المان درون‌یابی نقطه‌ای شعاعی پرداختند. از آن زمان به بعد تمرکز تحقیقات صورت گرفته توسط محققان بیشتر بر معرفی، سنجش و کارآیی روش‌های مختلف بدون المان در تحلیل مسایل مختلف بوده است [۲۲-۱۳]. در این تحقیق، با انتخاب یکی از حالات مورد بررسی در مرجع [۱]، یعنی محور استوانه‌ای شکل دارای ترک محیطی به یافتن تابع تاثیر مورد استفاده جهت محاسبه ضرایب شدت تنش ضربه‌ای ناشی از اعمال کوپل پیچشی ناگهانی پرداخته شده است. در انجام تحقیق منطقه پلاستیک نوک ترک کوچک فرض شده، لذا مبانی تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی صادق است. ابتدا نحوه انتشار موج ناگهانی پیچشی در محور استوانه‌ای شکل دارای ترک

7 Evans

8 Thau

9 Liu

10 Wang

11 Gu

1 Maue

2 De Hoop

3 Ravera

4 Sih

5 Miller

6 Guy

اگر کوپل پیچشی "T" به شکل ناگهانی به محور وارد شود، سرعت پیشروی موج تنش برشی و سرعت انتقال کوپل پیچشی، برهم عمود هستند. انتشار کوپل پیچشی معادل، به صورت یک موج تنش طولی روی نوار مارپیچی شکل، پیرامون محور اما در امتداد آن مدلسازی می‌گردد. در نتیجه معادله حرکت هر ذره از محور با صرفنظر از مولفه نیروی جسمی، که باید به شکل عددی جهت نقاط دامنه تحلیل حل شود، به فرم زیرارائه می‌گردد:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \right) \quad (1)$$

به نحوی که "v"، "u" مولفه‌های تغییر مکان ذرات محور برحسب مختصات تعریف شده برای میدان جابجایی نقاط سطح مقطع هستند. کوپل پیچشی ناگهانی گسیل شده "T_I" در مواجهه با سطح مقطع ترکدار، به دوبرخش کوپل پیچشی عبوری "T_T" و کوپل پیچشی انعکاسی "T_R" تبدیل می‌شود:

$$T_I - T_R = T_T \quad (2)$$

از آنجا که باید سرعت زاویه‌ای دو طرف سطح مقطع خالص، برابر باشند می‌توان یافت:

$$T_T = \frac{2T_I}{1 + \frac{J_i}{J_{i-1}}} \quad (3)$$

$$T_R = -\frac{(1 - \frac{J_i}{J_{i-1}})}{1 + \frac{J_i}{J_{i-1}}} T_I$$

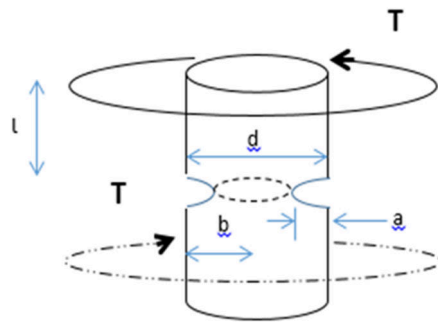
درجاییکه "J_i" مقدار ممان اینرسی سطح مقطع خالص است. در سایر بازه‌های زمانی نیز می‌توان مقادیر کوپل‌های عبوری و انعکاسی را جهت یافتن تنش حاصله از بارگذاری ناگهانی پیچشی به روش جمع آثار و تحلیل منحنی مشخصه فضا-زمان لاگرانژ، نظیر شکل ۲، محاسبه کرد. توزیع تنش در جبهه ترک، مضربی از تنش نرمال در تابعی وابسته به بار خارجی و مختصات نقطه مورد بررسی، موسوم به تابع تاثیر است. از طرفی ضرایب شدت تنش در محور استوانه‌ای دارای ترک محیطی، برحسب تنش اسمی مقطع ناخالص- (بدون ترک) "S_g"، کوپل پیچشی "T"، شعاع محور "b"،

محیطی در مواجهه با سطح مقطع ترکدار بررسی خواهد شد. مقادیر کوپل پیچشی در بازه‌های زمانی متوالی تا لحظه تثبیت مقدار موج پیچشی با استفاده از منحنی مشخصه و تئوری کلاسیک انتشار موج تنش الاستیک محاسبه می‌گردد. سپس با بهره‌گیری از روش بدون المان درون‌یابی نقطه‌ای شعاعی میدان جابجایی نقاط جبهه ترک به ازای نسبت منظرهای مختلف ترک تعیین و ضرایب شدت تنش ضربه‌ای تعیین شدند. مقایسه و بی‌بعد سازی ضرایب شدت تنش ضربه‌ای نسبت به ضرایب شدت تنش استاتیکی و دینامیکی و حل معادلات با ضرایب مجهول، منجر به روابط جدیدی برای محاسبه تابع تاثیر جهت ضریب شدت تنش در حالت بارگذاری ضربه‌ای گردید. با داشتن این تابع تاثیر، تحلیل گر به راحتی می‌تواند ضرایب شدت تنش را برای محور با هندسه تعریف شده بدون مشکلات ناشی از محاسبات عددی و کد نویسی‌های پیچیده، تعیین کند.

۲. معادلات پایه‌ای و مشخصات هندسی محور

ترکدار

محور مورد تحلیل سطح مقطع دایروی با ترک محیطی، از جنس فولاد مارتنزیتی 18 Ni Marging Air Melted با عمق اولیه ترک، ۱ میلی‌متر و مشخصات هندسی بیان شده در شکل ۱، را در نظر بگیرید. ابعاد ترک در مقایسه با ابعاد محور کوچک بوده لذا محور به صورت بینهایت مدلسازی گردیده و فقط دارای شرایط مرزی در سطح مقطع ترکدار بوده و مستقل از شرایط مرزی تکیه‌گاه در انتها است. نسبت شعاع سطح مقطع محور، به ابعاد محور و ترک نیز به گونه‌ای انتخاب می‌گردند که تئوری کلاسیک انتشار خطی صادق باشد.



شکل ۱- مشخصات هندسی محور ترکدار

$$u(X, t) = \begin{Bmatrix} u(X, t) \\ v(X, t) \end{Bmatrix} \quad (۷)$$

$$= \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \phi_i(X) & 0 \\ 0 & \phi_j(X) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i(t) \\ v_j(t) \end{Bmatrix} = \Phi(X)u(t)$$

در جاییکه "u(t)" بردار جابجایی نقاط در لحظه t و "ϕ" ماتریس توابع شکل هستند. با جایگزینی رابطه (۷) در معادله انتگرالی (۶)، می توان معادله ماتریسی زیر را برای هر نقطه گره ای نظیر نقطه گره ای I ام نوشت:

$$M_I \ddot{u}(t) + K_I u(t) = F(t) \quad (۸)$$

در جاییکه ماتریس های سفتی و بردار نیرو در هر نقطه گره-ای به ترتیب عبارتند از:

$$K_I^{(w)} = \int_{\Omega_q} \widehat{W}_I^T DBd\Omega - \int_{\Gamma_{qi}} \widehat{W}_I^T nDBd\Gamma - \int_{\Gamma_{qu}} \widehat{W}_I^T nDBd\Gamma \quad (۹)$$

و

$$F_I = \int_{\Gamma_{qt}} \widehat{W}_I \bar{t}d\Gamma + \int_{\Omega_q} \widehat{W}_I b d\Omega \quad (۱۰)$$

در این تحقیق برای تقریب میدان جابجایی و تولید توابع شکل پیرامون خط ترک، از ترکیب توابع پایه شعاعی، توابع پایه چندجمله ای و توابع پایه مثلثاتی غنی ساز برای رفع تکینگی نوک ترک به فرم زیر استفاده گردید:

$$u^h(X) = \sum_{i=1}^n R_i(X)a_i + \sum_{j=1}^m P_j(X)b_j + \sum_{l=1}^4 E_l(X)c_l \quad (۱۱)$$

که در آن $R_i(X)$ و $P_j(X)$ و $E_l(X)$ ، به ترتیب توابع پایه شعاعی، توابع پایه چند جمله ای و توابع مثلثاتی پایه غنی-کننده می باشند:

$$R_i(x, y, z) = (r_i^2 + (\alpha_c d_c)^2)^q$$

و

$$P^T(X) = [1 \ x \ y \ z]$$

و

$$E(X) = \begin{Bmatrix} \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} & \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} & \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta \\ & & \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \end{Bmatrix}_T \quad (۱۲)$$

در روابط فوق "a_i"، "b_j" و "c_l" ضرایب مجهول توابع پایه-هستند که بر مبنای تعداد نقاط گره ای در دامنه پشتیبان محلی،

عمق ترک "a"، نسبت منظر ترک "α" و تابع تاثیر "F_{eff}" از روابط زیر حاصل می شود:

$$k = F_{eff} S_g \sqrt{\pi a} \quad (۴)$$

$$S_g = \frac{2T}{\pi b^3}, \quad \alpha = \frac{a}{b}$$

تابع تاثیر کمیتی بدون بُعد بوده که به هندسه ترک و نحوی بارگذاری بستگی دارد که در این تحقیق هدف یافتن آن است. به طور کلی فرم ضعیف معادلات دیفرانسیلی تعادل برای نقطه گره ای I ام در دامنه تریبعی Ω_q و مرز Γ_q عبارت است از:

$$\int_{\Omega_q} \widehat{w}_I (\sigma_{ij,j} + f_i - \rho \ddot{u}_i) d\Omega = 0 \quad (۵)$$

$$\sigma_{ij} n_j = \bar{t}_i \quad \text{on} \quad \Gamma_t$$

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{on} \quad \Gamma_u$$

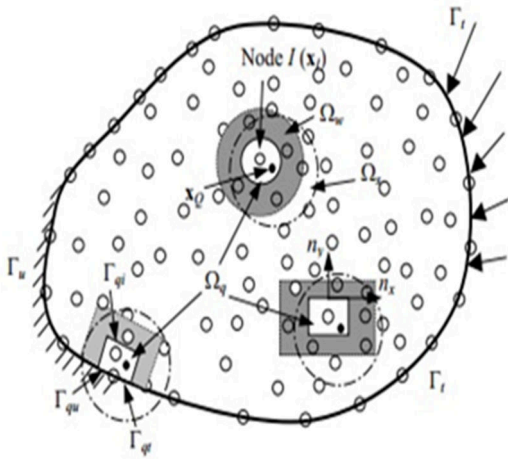
در جاییکه "σ_{ij}" مولفه های تنش، "f_j" مولفه های نیروی جسمی بوده که در این تحقیق صرف نظر شده، "t̄" ترکشن اعمال شده روی مرز طبیعی، "ū" جابجایی روی مرز اساسی، "n" بردار نرمال عمود بر مرز طبیعی، "Ω" دامنه عمومی-، "Ω_q" دامنه محلی هستند. مرز دامنه محلی تریبعی "Ω_q"، یعنی "Γ_q" از سه جز مرز "Γ_{qi}" و "Γ_{qu}" و "Γ_{qt}" جهت ارضای شرایط مرزی تشکیل شده است. "Γ_{qi}" بخشی از مرز دامنه محلی است که با مرز عمومی "Γ" تداخل ندارد، "Γ_{qt}" بخشی از مرز محلی بوده که با مرز طبیعی "Γ_u" تداخل دارد، "Γ_{qu}" بخشی از مرز اصلی محسوب می شود که با مرز دامنه اشتراک دارد (شکل ۳). با استفاده از انتگرال-گیری جزء به جزء و اعمال شرایط مرزی روی جزء مرزها همچنین شرایط مرزی می توان معادله انتگرالی (۵) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\int_{\Omega_q} (\widehat{w}_I \rho \ddot{u}_i + \widehat{W}_{I,j} \sigma_{ij}) dx - \int_{\Gamma_{qi}} \widehat{w}_I \bar{t}_i d\Gamma \quad (۶)$$

$$- \int_{\Gamma_{qu}} \widehat{w}_I \bar{t}_i d\Gamma$$

$$= \int_{\Gamma_{qt}} \widehat{w}_I \bar{t}_i d\Gamma$$

اگر میدان جابجایی با رابطه زیر به صورت توابع شکل درونیابی نقطه ای شعاعی به صورت تقریب زده شود:

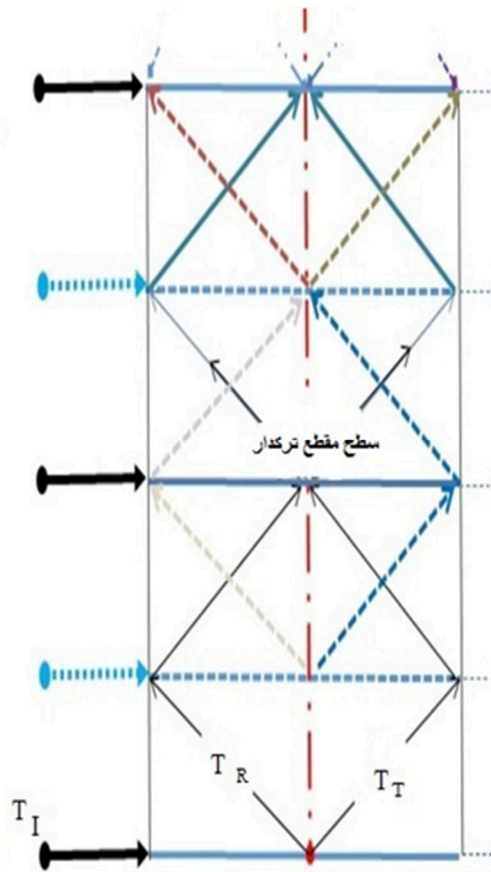


شکل ۳- دامنه های عمومی و محلی جهت اعمال روش بدون المان

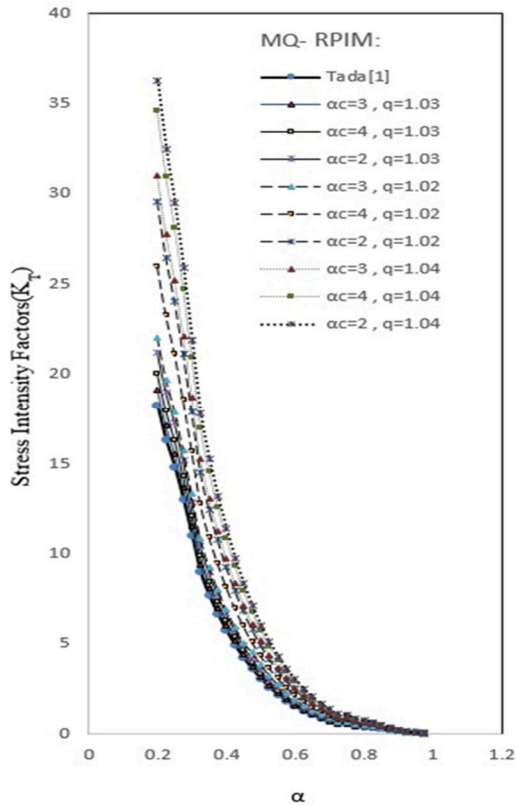
۳. نتایج تحلیل عددی

بر اساس مشخصات هندسی نمونه انتخابی، نحوه توزیع تنش در سطح مقطع ترکدار و کوپل پیچشی ورودی نحوه همگرایی کوپل پیچشی ناگهانی ورودی در توالی های زوج و فرد مطابق شکل های ۴ و ۵ است. نمودارهای شکل های ۴ و ۵، نشان می دهند که در محدوده زمانی ۰/۱ تا ۰/۶ میکروثانیه موج تنش ناشی از انتشار کوپل پیچشی ناگهانی در سطح مقطع ترکدار رو به تزايد و از ۰/۷ تا ۰/۹ میکروثانیه افزایش چشم گیری در مقدار موج منتشره رخ نمی دهد. لذا بیشترین مقدار تنش ناشی از کوپل پیچشی ناگهانی در ۰/۷ میکروثانیه و از توالی ششم به بعد رخ می دهد. به منظور بررسی صحت مدل سازی انجام شده به روش بدون المان درون یابی شعاعی، ابتدا محور مورد مطالعه بارگذاری آرام شده و نتایج با یافته های مرجع [۱]، مقایسه می شود. به منظور یافتن مقدار بهینه پارامترهای شکل که منجر به انطباق مطلوب تر نتایج گردد، مقادیر پارامترهای شکل را در دامنه $1/02 \leq q \leq 1/04$ و $2 \leq \alpha c \leq 4$ تغییر داده ملاحظه می شود که با مقادیر $\alpha c = 3$ و $q = 1/03$ مدل سازی دقیق تر است (شکل ۶).

با حل معادله دارای $n+m+1$ ضریب مجهول و $m+1$ شرط مقید سازی بدست می آیند. " αc " و " q " نیز دو پارامتر شکل مثبت بوده که توسط تحلیل گر با مقدار بهینه تعیین می گردند. " d_c " بعد دامنه پشتیبان و " r_i " فاصله شعاعی بین نقطه مورد بررسی تا نقطه گره ای در حالت سه بُعدی در مختصات دکارتی می باشد. برای یافتن تابع تاثیر مورد استفاده جهت محاسبه ضریب شدت تنش در بارگذاری ناگهانی، ابتدا تنش ناشی از کوپل پیچشی ورودی در توالی های مختلف یعنی مضارب زمانی " $m \frac{L}{c_T}$ "، تعیین می شوند. سپس ضرایب مجهول تابع تاثیر با حل عددی معادلات (۶) ناشی از اعمال مقادیر تنش محاسبه می گردند.

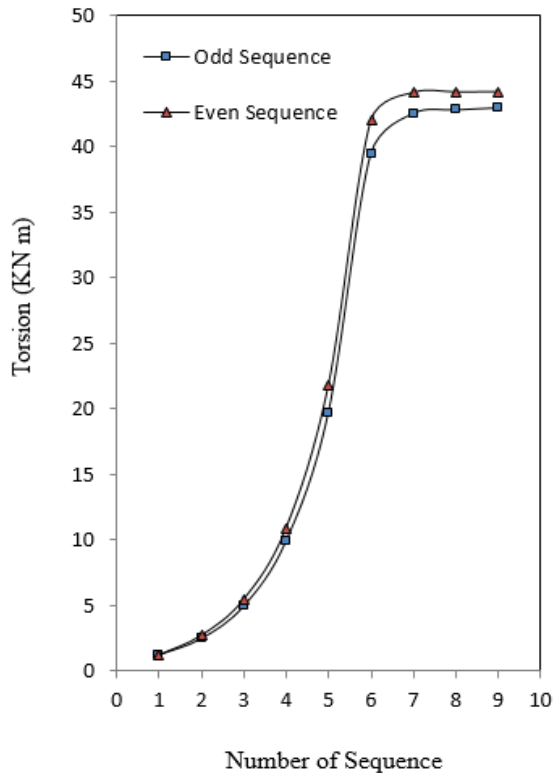


شکل ۲- نحوه انتشار، انعکاس و ترکیب موج های شدت تنش در مواجهه با سطح ترکدار

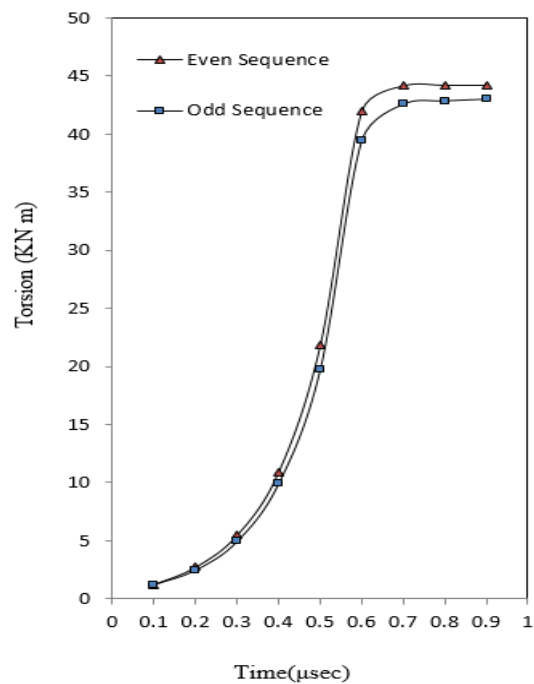


شکل ۶- مقایسه نتایج بارگذاری آرام به روش بدون المان درونیابی نقطه ای شعاعی با نتایج مقاله مرجع [۱] و تغییرات پارامترهای شکل در محدوده $2 \leq \alpha \leq 4$ و $0.2 \leq q \leq 1.04$ در نسبت منظرهای مختلف

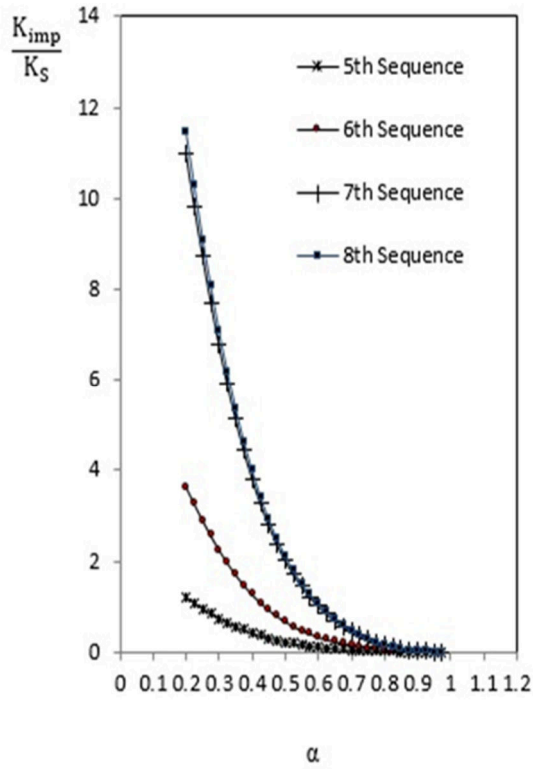
مقادیر ضرایب شدت تنش ضربه‌ای با پارامترهای شکل بهینه شده، در مقایسه با ضرایب شدت تنش ناشی از بارگذاری آرام در مرجع [۱]، برحسب نسبت منظرهای مختلف ترک مطابق شکل ۷، بیشتر هستند. از آنجا که تعداد نقاط گره‌ای در دقت نتایج و تعداد معادلات تعادل گره‌ای و حجم محاسبات تاثیر دارد لذا نحوه همگرایی ضرایب شدت تنش ناشی از بارگذاری ناگهانی پیچشی بر حسب تعداد نقاط گره‌ای دامنه تحلیل مطابق شکل ۸ است. به منظور نشان دادن اثر ضریب شدت تنش ناشی از بارگذاری ضربه‌ای در مقایسه با مقادیر محاسبه شده برای ضرایب شدت تنش استاتیکی و دینامیکی، نمودارهای نحوی تغییرات نسبت ضرایب شدت تنش ضربه‌ای به ضرایب شدت تنش استاتیکی و دینامیکی برحسب نسبت منظرها را می‌توان در شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان داد.



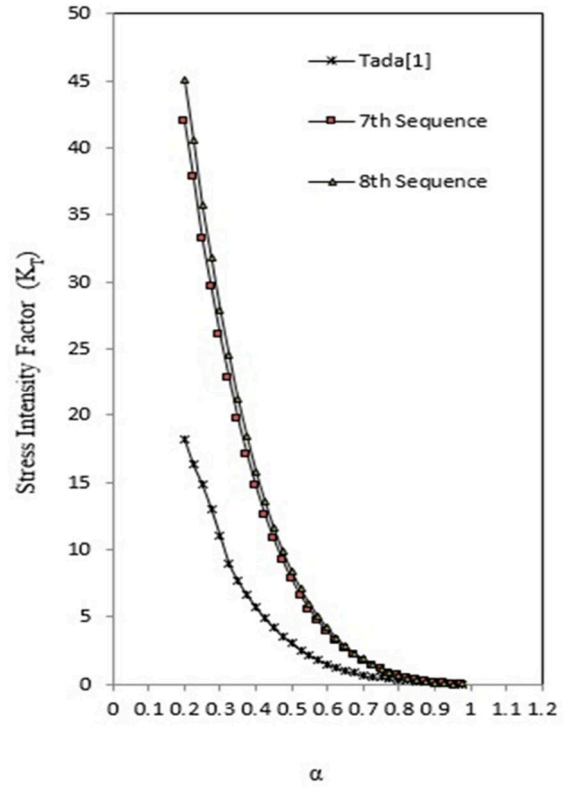
شکل ۴- نحوه همگرایی، کوپل پیچشی ناگهانی در صفحه ترک بر حسب تعداد توالی‌ها



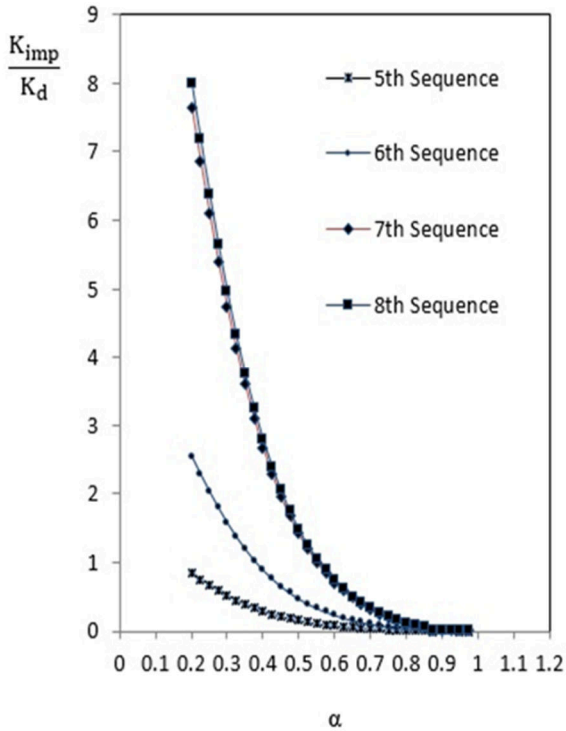
شکل ۵- نحوه همگرایی انتشار و انعکاس کوپل پیچشی ناگهانی در صفحه ترک بر حسب زمان



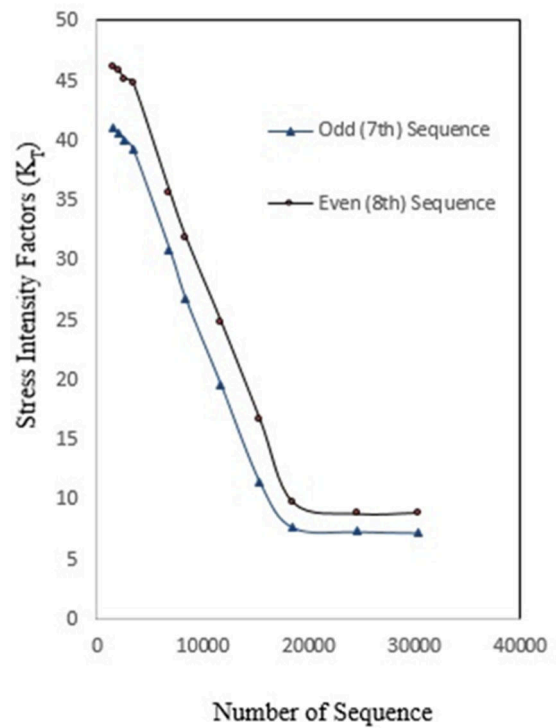
شکل ۹- مقایسه نسبت ضریب شدت تنش ضربه‌ای و استاتیکی برحسب نسبت منظرها



شکل ۷- مقایسه ضریب شدت تنش ضربه‌ای و آرام [۱]، برحسب نسبت منظرها



شکل ۱۰- مقایسه نسبت ضریب شدت تنش ضربه‌ای و دینامیکی برحسب نسبت منظرها



شکل ۸- نحوه همگرایی ضرایب شدت تنش ضربه‌ای بر حسب تعداد نقاط گره‌ای

در محاسبات فرض نمود و با لحاظ آن نرخ رشد ترک را دقیق تر تخمین زد. روش بدون المان درون یابی نقطه‌ای شعاعی با توابع پایه‌ای شعاعی غنی شده کارایی و دقت لازم جهت یافتن تابع تاثیر برای محاسبه ضرایب شدت تنش را دارد. با داشتن تابع تاثیر که مستقل از جنس سازه است، تحلیلگر به راحتی می‌تواند ضرایب شدت تنش را برای محور با هندسه تعریف شده بدون مشکلات ناشی از محاسبات عددی و کد نویسی‌های پیچیده، تعیین کند.

مرجع‌ها

- [1] H. Tada, P.C. Paris, G.R. Irwin, The stress analysis of cracks. *Del Research Corp*, Hellertown PA, 1973.
- [2] A.W. Maue, Die Entspannungswelle bei plötzlichem Einschnitt eines gespannten elastischen Körpers. *Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, **1-2** (1954) 1-12.
- [3] AT. De Hoop, *Representation theorems for the displacement in an elastic solid and their application to elastodynamic diffraction theory*. 1958.
- [4] R.J. Ravera, G.C. Sih, Transient analysis of stress waves around cracks under antiplane strain. *The Journal of the Acoustical Society of America*, **3B** (1970) 875-881.
- [5] G.C. Sih, G.T. Embley, R.S. Ravera, Impact response of a finite crack in plane extension. *International Journal of Solids and Structures*, **7** (1972) 977-993.
- [6] MK. Miller, WT. Guy, Jr, Numerical inversion of the Laplace transform by use of Jacobi polynomials. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **4** (1966) 624-635.
- [7] AG. Evans, ME. Gulden, M. Rosenblatt. *Impact damage in brittle materials in the elastic-plastic response regime*. in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1978.
- [8] S.A. Thau, L. Tsin-Hwei, Transient stress intensity factors for a finite crack in an elastic solid caused by a dilatational wave. *International Journal of Solids and Structures*, **7** (1971) 731-750.
- [9] GR. Liu, YT. Gu, "A point interpolation method for two-dimensional solids". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **4**(2001) 937-951.
- [10] J.G. Wang, G.R. Liu, "Radial point interpolation method for elastoplastic problems". in ICSSD: 1 st Structural Conference on Structural Stability and Dynamics. 2000.
- [11] J.G. Wang, G.R. Liu, "A point interpolation meshless method based on radial basis functions". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **11**(2002) 1623-1648.
- [12] Y.T. Gu, W. Wang, L.C. Zhang, X.Q. Feng, An enriched radial point interpolation method (e-RPIM) for analysis of crack tip fields. *Engineering Fracture Mechanics*, **1**(2011) 175-190.
- [13] A. Moussaoui, T. Bouziane, Numerical study of the shape parameter dependence of the local radial point interpolation method in linear elasticity. *MethodsX*, **3** (2016) 178-187.
- [14] A. Afsari, M. Movahhedi, Criterion for selecting the shape functions in electromagnetic meshless methods, *IET Science, Measurement & Technology*, **3** (2013) 157-165.

براساس تحلیل عددی و یافتن ضرایب مجهول در رابطه (۱۲)، در محور استوانه‌ای شکل دارای ترک محیطی تحت بارگذاری پیچشی ناگهانی و روش انطباق نمودارها، می‌توان روابط تابع تاثیر را برای محاسبه ضرایب شدت تنش به صورت زیر ارائه نمود:

$$F_{\text{eff}} = 1.225 \quad \alpha < 0.09$$

9

$$F_{\text{eff}} = 1.5 \left\{ \frac{1}{e^{(n+3)}} (1 - \alpha)^{-2.5} + \frac{1}{e^{(n+5)}} (1 - \alpha)^{-1.5} + \frac{1}{e^{(n+7)}} (1 - \alpha)^{-0.5} + \frac{1}{e^{(n+9)}} (1 - \alpha)^{0.5} + \frac{1}{e^{(n+11)}} (1 - \alpha)^{1.5} + \frac{1}{e^{(n+13)}} (1 - \alpha)^{2.5} \right\} \quad \alpha \geq 0.09 \quad (13)$$

به نحوی که در روابط بارگذاری ضربه‌ای:

$$1 \leq m \leq 8$$

$$n = \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor \quad \text{و} \quad m \in \mathbb{N} \quad (14)$$

$$0 \leq t < m \frac{1}{C_T}$$

$$C_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

۴. نتیجه‌گیری

یافته‌های تحقیق نشان می‌دهند، مقادیر ضرایب شدت تنش ناشی از لحظات اولیه بارگذاری یا ضربه‌ای نسبت به ضرایب شدت حاصل از بارگذاری استاتیکی و دینامیکی بیشتر هستند. با توجه به بازه‌های زمانی انتشار و انعکاس، به ازای بارگذاری پیچشی ضربه‌ای و موج‌های منتشره ناشی از آن، نسبت ضرایب شدت تنش ضربه‌ای به ضرایب شدت تنش استاتیکی و دینامیکی در $\alpha < 0.7$ کوچک اما به ازای $0.7 < \alpha < 0.9$ بزرگ هستند. یعنی با افزایش نسبت شعاع به عمق ترک محیطی ضریب شدت تنش روند کاهشی و فقط در محدوده $0.7 < \alpha < 0.9$ این ضریب رو به تزاید است. به دلیل کوتاه بودن زمان بارگذاری ضربه‌ای، تنش ناشی از آن را باید به‌عنوان یک تنش اولیه در کنار بارگذاری استاتیکی

- [19] A.I. Pais, J.L. Alves, J. Belinha Using a radial point interpolation meshless method and the finite element method for application of a bio-inspired remodelling algorithm in the design of optimized bone scaffold. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **12** (2021):1-15.
- [20] B. Ariannezhad, S. Shahrooi, M. Shishehsaz. On applicability of MQ-RPIM and MLPG meshless methods with 3D extended-enriched base functions for estimation of mode I stress intensity factor and fatigue crack growth in cyclic tensile and bending load of an un-notched and notched shaft. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, **5** (2022) 340-359.
- [21] D.C Ramalho, J. Belinha, R. Campilho. The numerical simulation of crack propagation using radial point interpolation meshless methods. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. **109** (2019) 187-198.
- [22] O. Askour, S. Mesmoudi, B. Braikat , On the use of Radial Point Interpolation Method (RPIM) in a high order continuation for the resolution of the geometrically nonlinear elasticity problems. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. **110** (2020) 69-79.
- [15] O.Y. Bozkurt, B. Kanber, M.Z. AŞIK, Assessment of RPIM shape parameters for solution accuracy of 2D geometrically nonlinear problems. *International Journal of Computational Methods*, **3** (2013) 1350003.
- [16] H. Ghaffarzadeh, M. Barghian, A. Mansouri, M Sadeghi, Study on meshfree hermite radial point interpolation method for flexural wave propagation modeling and damage quantification. *Latin American Journal of Solids and Structures*, **13** (2016) 2606-2627.
- [17] E. Shivanian, Formulation of pseudospectral meshless radial point Hermit interpolation for the Motz problem and comparison to pseudospectral meshless radial point interpolation, *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures*. **1** (2020) 1-20.
- [18] Y. Li, G.R. Liu ., An element-free smoothed radial point interpolation method (EFS-RPIM) for 2D and 3D solid mechanics problems. *Computers & Mathematics with Applications*, **2** (2019) 441-465.