بررسی غلظت هوای مخلوط با جریان آب در نقاط مختلف روی سرریز پلکانی در جریان غیر ریزشی با مدل FLUENT و یک مدل فیزیکی

میثم صدریان زاده [۱]، محمد محمودیان شوشتری [۲]،احمد فتحی [۳]،حسین اسلامی [٤]

۱- گروه علوم آب، واحد شوشتر، دانشگاه آزاد اسلامی، شوشتر،ایران
۲- گروه علوم آب، واحد شوشتر، دانشگاه آزاد اسلامی، شوشتر،ایران
۳- گروه مهندسی و علوم آب، دانشگاه شهید چمران ، اهواز،ایران
۴- گروه علوم آب، واحد شوشتر، دانشگاه آزاد اسلامی، شوشتر،ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۲/۲۴ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۱/۲۵

چکیده

در این مقاله مدلی آزمایشگاهی از یک سرریز پلکانی با جریان غیر ریزشی توسط نرم افزار فلوئنت شبیه سازی گردیده است. در این شبیه سازی ، با توجه به هیدرودینامیک خاص جریان بر روی سرریزهای پلکانی ، جهت مدل سازی اغتشاش از مدل $k-\varepsilon$ در حالت RNG ، برای مدل سازی جریان چندی فازی از مدل MIXTURE، جهت مدل سازی جریان در نزدیک دیواره ها، از معادلات رفتار دیوار پیشرفته "Enhanced wall treatment" استفاده گردیده است.همچنین جهت مجزا سازی معادلات فشار از الگوریتم PRESTO و ارتباط معادلات فشار-سرعت از روش SIMPLE استفاده گردیده است.پس از کالیبراسیون مدل عددی با مدل آزمایشگاهی ، درصد خطایی معادل ٦/٦ درصد برای مدل عددی بدست آمد. سپس با بررسی میزان غلظت هوای محلول در جریان آب، نتیجه گردید برای هندسه و دبی مورد مطالعه با حرکت در جهت جریان غلظت هوای مخلوط در آب افزایش می یابد.

واژگان کلیدی: ***سرریز پلکانی، نرم افزار فلوئنت و گمبیت، جریان دوفازی، هواگیری طبیعی***

مقدمه

خطر وقوع خوردگی که به دلیل فشار منفی بیش از اندازه اتفاق می افتد، با بکار بردن سرریزهای پلکانی که به کاهش چشمگیر سرعت ها و ورود قابل ملاحظه ی هوا به داخل جریان همراه است، حذف می گردد. در مهندسی هیدرولیک مساله ی استهلاک انرژی جریان عبوری از سرریز برای کاهش انرژی تخریب در پایین دست سازه بسیار حائض اهمیت است. سرریزهای پلکانی می توانند قسمت اعظم انرژی را مستهلک کنند (چانسون۲۰۰۴).

هیدرولیک جریان بر روی سرریز (های پلکانی با پرتاب کننده) به علت عبور جریان دو فازی از روی یک سری پله از پیچیدگی زیادی برخوردار است. این پله ها نرخ پراکنش انرژی را بالا برده باعث کاهش ابعاد حوضچه آرامش پایین دست خود می گردند. یکی از مشخصه های عمده شوت پله ای شدت زیاد تلاطم و حبس هوا در جریان عبوری آن ها می باشد. حباب های هوا در اثر نوسانات تلاطم نزدیک به سطح آزاد « هوا – آب » بوجود می آیند. هوا در میان این سطح فصل مشترک بطور مدام محبوس می گردد و سپس رها می شود. هوا وقتی حبس می شود که انرژی جنبشی تلاطم افزایش پیدا کند و به اندازه‌ای زیاد شود که بتواند بر تأثیرات تنش سطحی و همچنین نیروی ثقل غلبه نماید (چانسون ۱۳۸۴).

مقدار هوای محبوس در جریان شوت پله ای یکی از مهمترین پارامترهای طراحی محسوب می گردد. اولین بار «خودهوادهی» به علت تأثیرات هوای محبوس در حجم زیاد جریان مورد مطالعه قرار گرفته است. خودهوادهی که آن را تهویه سطح آزاد نیز می‌نامند نوعی تهویه طبیعی محسوب می گردد که در سطح آزاد جریان با سرعت‌های زیاد بوقوع می پیوندد. حبس هوا موجب افزایش حجم توده‌ی جریان می‌گردد که این خود یکی از پارامترهای طراحی در تعیین ارتفاع دیواره های جانبی سرریز می باشد. وجود هوا در میان جریان هائی که سرعت زیاد دارند می‌تواند از خطرات خلأزائی (cavitation) جلوگیری نموده و یا آن ها را کاهش دهد.

معادلات حاکم

یکی از مشخصات مهم جریان با سرعت بالا بر روی سطح شیب دار پایین دست سرریز، ورود هوا از جو به داخل جریان و اختلاط آن با آب است. این نوع اختلاط را اختلاط طبیعی یا هوادهی طبیعی می گویند. اختلاط هوا با آب باعث سفیدی رنگ آب و پیدایش آب سفید و نیز افزایش حجم توده آب می گردد. تحقیقات آزمایشگاهی و صحرایی نشان داده است از نقطه‌ای که ضخامت لایه ی مرزی ایجاد شده در سطح سرریز با عمق جریان برابر می شود (نقطه‌ای که لایه مرزی سطح آب را قطع می کند) ورود هوا به داخل جریان آغاز می شود. هنگامی که لایه‌ی مرزی سطح آب را قطع کند، سطح آب متلاطم و گسیخته می‌گردد. هر نوع تلاطم و گسیختگی در سطح جریان‌های سریع، ضمن افزایش سطح تماس با هوای اطراف، نیروی برشی کافی را برای کشیدن هوا به داخل آب فراهم می سازد. روند خود هواگیری در سرریزها و شوت های دارای شیب تند به دلیل تاثیر ناشی از جریان ورودی روی عمق جریان، مورد توجه مهندسین هیدرولیک قرار داشته است (هال ۱۹۴۳).

چانسون (چانسون، ۱۹۹۵) محل نقطه شروع هوادهی را تابعی از دبی و ضریب زبری پله بیان می‌کند :

$$= f_1 (F_* , \alpha)\frac{L_I}{h\cos\alpha} \qquad (۱)$$

$$= f_2 (F_* , \alpha) \quad \frac{d_I}{h\cos\alpha} \qquad (۲)$$

در روابط فوق F_* عدد فرود می باشد که بر اساس ارتفاع زبری پله بیان می گردد و از رابطه:

$$F_* = q_w/\sqrt{g\sin\alpha(h\cos\alpha)^3} \qquad (۳)$$

بدست می آید. در رابطه ی (۳)، $h\cos\alpha$ ارتفاع زبری پله می باشد. α نیز زاویه شیب کانال است. تحلیل استاتیکی داده ها دلالت بر این موضوع است که خصوصیات جریان دارای همبستگی بسیار نزدیکی با روابط (۴) و (۵) می باشد.

$$\frac{L_I}{h\cos\alpha} = 9/719(\sin\alpha)^{0.0796}\,(F_*)^{0.713} \qquad (۴)$$

$$\frac{d_I}{h\cos\alpha} = \frac{0/4034}{(\sin\alpha)^{0/04}}(F_*)^{0/592} \qquad (۵)$$

با توجه به همبستگی های فوق الذکر نهایتاً می‌توان رابطه ی (۶) را ارائه داد:

$$\frac{d_I}{L_I} = 0/06106(\sin\alpha)^{0/133}\left(\frac{L_I}{h\cos\alpha}\right)^{-0/17} \qquad (۶)$$

در نقطه شروع هواگیری، میزان شروع آشفتگی جریان به حدی زیاد است که امکان ورود هوا را فراهم می سازد مزیت اصلی هوا گیری در سرریزهای پلکانی، کاهش احتمال خوردگی مخرب است. براساس تحقیقات پاترکا (۱۹۵۳) غلظت هوای ۵ تا ۸ درصد برای جلوگیری از خسارت خوردگی کافی است. زیرا خاصیت تراکم پذیری آب و هوا می‌تواند ضربه ناشی

از برخورد حباب های هوا را بگیرد. تعیین محل شروع هواگیری برای تشخیص ناحیه هواگیری نشده سرریز که در معرض خطر خوردگی قرار دارد حائض اهمیت است.

چمنی (۱۹۹۷) متوجه شد که مشاهدات او تطابق خوبی با مشاهدات چانسون (۱۹۹۴) دارد و روابط زیر را ارائه نمود:

$$= 8 * F_i^{0/858}\frac{L_i}{k} \qquad (۷)$$

که در آن $F_i = \frac{q_w}{\sqrt{g.(\frac{h_s}{L_s})k^3}}$ ، L_s طول پله و k ارتفاع زبری سرریز می باشد.

ماتوس و همکاران (۲۰۰۰) نیز رابطه (۸) را ارائه نموده اند:

$$\frac{L_i}{k} = 6/28\ F_s^{0/734} \qquad (۸)$$

که در آن $F_s = \frac{q_w}{\sqrt{g.\ h_s^3}}$ ، L_i طول شروع هواگیری طبیعی و k ارتفاع زبری می باشد.

فتحی و همکاران (۲۰۰۹) روابط (۹) و (۱۰) را به عنوان رابطه ابعادی پارامترهای بی بعد موثر در موقعیت نقطه شروع هواگیری طبیعی در جریان غیرریزشی در سرریز پلکانی ارائه دادند.

$$\frac{L_i}{Y_c} = f(\frac{h_{so}}{p}, Fr_0, \beta) \qquad (۹)$$

$$\frac{Y_i}{Y_c} = f(\frac{h_{so}}{p}, Fr_0, \beta) \qquad (۱۰)$$

که در آن L_i طول نقطه ی شروع هواگیری طبیعی، Y_c عمق بحرانی (بر روی قسمت اوجی سرریز)، h_{so} ارتفاع آب بالادست تندآب، p ارتفاع کل سرریز، Fr_0 عدد فرود جریان ورودی بالای تاج سرریز و β شیب پرتاب کننده می‌باشد.

و در نهایت پس از انجام آزمایشات متعدد برای حالت های مختلف شیب قسمت تندآب سرریز و هندسه ی مختلف پرتاب کننده بر روی ارتفاع پله اول، برای یک نوع خاص از پرتاب کننده رابطه (۱۱) را ارائه نموده اند:

$$\frac{L_i}{Y_c} = 8/25 + 27/88\ln\left(\frac{h_{s_0}}{p}\right) + 11/66\ln\left(\frac{h_{s_0}}{p}\right)^2 + 501/81(Fr_0) \qquad (۱۱)$$

مواد و روش‌ها

الف)مشخصات مدل آزمایشگاهی

مدل مورد نظر، فلومی به عرض ۶۰ سانتیمتر بوده که قبلا در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه شهید چمران توسط فتحی و همکاران(۲۰۰۹) ساخته و مورد آزمایش بوده است . دیواره ها از جنس پلاکسی گلاس با ضخامت ۲۰ میلیمتر، طول کل فلوم ۸ متر و ارتفاع آن متغیر (۱/۶ متر در طول ۴ متر ابتدایی فلوم و ۰/۹ متر در ۴ متر انتهایی فلوم) است. با توجه به ضخامت دیواره فلوم، عرض مفید فلوم ۵۶ سانتیمتر بوده است. شیب ثابت سرریز پلکانی ۴۵ درجه، شیب سرریز اوجی ۴۵ درجه (z=0/7) دفلکتور با شیب ۱:۹ بر روی ارتفاع پله اول استفاده گردیده است. سرریز پلکانی از جنس پلکسی گلاس با تعداد ۱۴ پله، $\frac{h_s}{L_s} = 1$ و طول افقی و ارتفاع هر پله ۶ سانتیمتر می باشد. تاج اوجی با معادله $(\frac{x}{H_0})^n = k(\frac{y}{H_0})$ می باشد (فتحی ۱۳۸۸).

ب)ساخت مدل عددی در فلوئنت

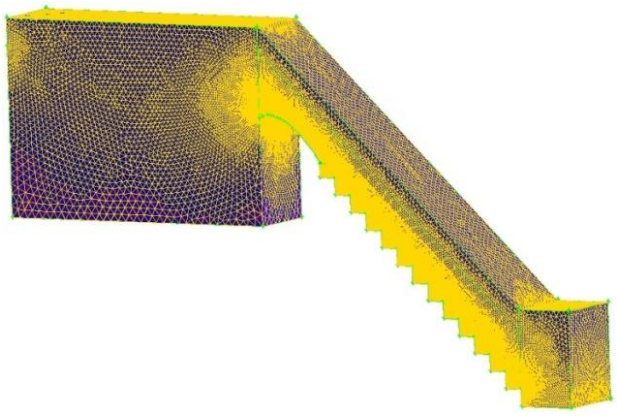
دینامیک سیالات محاسباتی یا CFD عبارت از تحلیل سیستم‌های شامل جریان سیال، انتقال حرارت و پدیده های همراه نظیرواکنشهای شیمیایی، براساس

شبیه سازی کامپوتری است. CFD روش بسیار توانائی می باشد، بطوری که طیف وسیعی از کاربردهای صنعتی و غیر صنعتی را در بر می‌گیرد (ورستیک و مالالاسکرا ۲۰۰۰). مدل فلوئنت بهترین ابزار موجود برای تحلیل عددی جریان سیال در هندسه های پیچیده می باشد. این مدل توسط زبان قدرتمند برنامه نویسی c نوشته شده و مبتنی بر اصول اساسی دینامیک سیالات محاسباتی مانند بقای جرم، ممنتوم و انرژی بوده و از معادلات ناویر استوکس برای تحلیل جریان های آرام و از معادلات تنش رینولدز در حل معادله ناویر استوکس برای تحلیل جریان های آشفته استفاده کرده و برای انفصال سازی این معادلات از روش حجم محدود استفاده می کند.

روش حجم محدود در واقع نوعی از روش اجزاء محدود است که در آن روش تقریب انتگرال ها با روش اجزاء محدود متفاوت است. این روش بیشتر برای حل مسائل دینامیک سیالات محاسباتی و انتقال حرارت مناسب است. نرم‌افزار فلوئنت از این روش پیروی می‌کند. روش حجم محدود ابتدا به عنوان یک فرمول‌بندی اختلاف محدود ویژه توسعه یافت. انتگرال‌گیری از حجم کنترل، روش حجم محدود را از سایر روش های CFD متمایز می نماید.نتیجه‌ی اظهارات دقیق، بقاء خواص مربوطه را برای هر سلول به اندازه‌ی محدود بیان می کند. این رابطه ی روشن بین الگوریتم عددی و قاعده ی کلی بقاء اصلی فیزیکی، یکی از جاذبه های اصلی روش حجم محدود را تشکیل می دهد (ورستیک و مالالاسکرا ۲۰۰۰).

برای حل مسئله در FLUENT ابتدا باید شبکه تولید شود. FLUENT خود قادر به تولید شبکه نمی‌باشد. بدین منظور نرم افزار های تولید شبکه همانند Ansis, Geomesh ,Tgrid , Gambit و .... موجود می باشند. در این تحقیق از نرم افزار Gambit استفاده گردیده است. در گمبیت ابتدا محدوده هایی از مدل که سیال آب و هوا در آنها جریان دارد مشخص گردید و با توجه به این محدوده ها هندسه‌ی مدل تکمیل شد.

جهت ساخت مدل های مورد نظر از سلول های هرمی شکل با قاعده‌ی مثلث استفاده شده است. هندسه مدل به چند حجم تقسیم شده است و محدودی هایی که تأثیر زیادی در حل ندارند و یا دارای گرادیان های شدید نمی باشند به سلول های بزرگتر تقسیم و نقاطی که دارای گرادیان شدید و آشفتگی بالا هستند به سلول های ریز تقسیم شد. شکل(۱) شبکه بندی مدل توسط نرم افزار گمبیت را نشان می دهد. در این تحقیق برای شبکه بندی از ۱۱۲۴۳۵۸ سلول هرمی شکل استفاده گردیده است. همچنین جهت دستیابی به حلی دقیق تر و توأم با صرفه جویی در زمان، با فرض تقارن صفحه ای، نصف مدل فیزیکی در مقطع طولی مدل گردیده و در صفحه ی تقارن از مرز تقارن استفاده گردیده است.



شکل ۱- شبکه بندی مدل بوسیله ی نرم افزار GAMBIT

جهت شرایط مرزی، از شرط مرزی دبی جرمی ورودی جهت ورود آب از کف مخزن بالا، سرعت ورودی از سقف مخزن بالا جهت ورود هوا، جریان خروجی جهت خروج کلیه جریانات خروجی در قسمت پایین، مرز تقارن در صفحه‌ی تقارن، و مرز دیوار جهت کلیه ی دیواره ها و سطوح جامد استفاده گردیده است.

جهت مدل سازی جریان چند فازی، مدل Mixture در حالت دو فاز انتخاب گردیده است. همچنین برای مدل‌سازی آشفتگی با توجه به نواحی دارای جریان گردابی و آشفته روی پلکان ها از مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ در حالت RNG استفاده شده است. جهت مدل سازی جریان در نزدیک دیواره ها، از معادلات رفتار دیوار پیشرفته " Enhanced wall treatment" استفاده گردیده است. توابع دیواره پیشرفته این قابلیت را دارند که چنانچه در نزدیکی دیواره ها به حدی ریز باشد که بتوان ناحیه لزج را حل نمود، این تابع به روش قدیمی "مدل ناحیه های دو لایه ای" تبدیل شده و تا حدود زیادی موجب کاهش حجم محاسبات می گردد.

جهت مجزا سازی فشار از روش PRESTO استفاده گردیده است. این روش برای جریان های دارای حرکات چرخشی همراه با سرعت بالا و هندسه های دارای انحنا نتایج مناسب‌تری ارائه می دهد. برای مجزا سازی معادلات پیوستگی و آشفتگی نیز از روش مرتبه ی دوم استفاده گردیده است. روش مرتبه دوم (Second Order) برای جریان‌هایی که با شبکه همراستا نمی باشد و همچنین شبکه های مثلثی یا هرمی نسبت به دیگر روش ها مناسب تر است . جهت روش ارتباط فشار – سرعت نیز با توجه به حساسیت کمتر روش SIMPLE از این روش استفاده گردیده است.

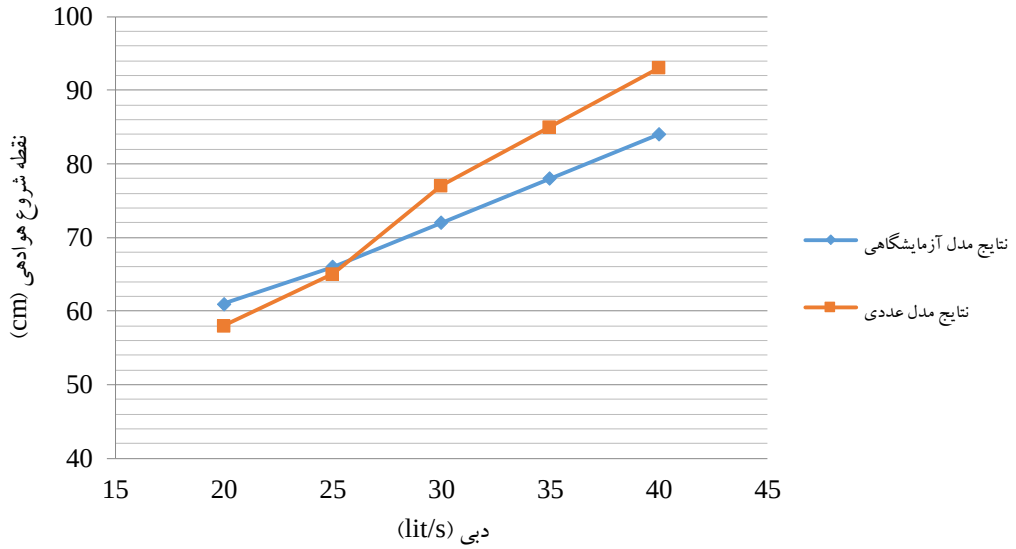
کالیبراسیون مدل و دبی های مورد استفاده

یکی از مهمترین عوامل تاثیر گذار در صحت نتایج بدست آمده در روش CFD، شبکه بندی مدل می باشد. تغییر در نوع شبکه و ابعاد آن گاهی موجب تغییر زیاد در نتایج خروجی می گردد. در این تحقیق که از سلول های هرمی شکل استفاده گردیده است، تا حد ممکن (با توجه به امکانات رایانه ای موجود) اقدام به ریز نمودن شبکه گردیده است. سپس از میان شبکه های بدست آمده، شبکه ای که نتایج خروجی از مدل FLUENT را مشابه با یک دبی منتخب از مدل فیزیکی ارائه داده، به عنوان شبکه کالیبره شده انتخاب گردید. دبی های مورد استفاده در ساخت مدل عددی شامل ۵ دبی ۲۰ ، ۲۵ ، ۳۰ ، ۳۵ و ۴۰ لیتر بر ثانیه می باشد که دبی ۲۰ لیتر بر ثانیه جهت کالیبراسیون مدل مورد استفاده قرار گرفته است.

نتایج و بحث

نتایج بدست آمده از تعیین نقطه ی شروع هوادهی توسط مدل عددی

در نمودار (۱) اختلاف بین نتایج حاصل از مدل عددی FLUENT با نتایج آزمایشگاهی با فرض صحت نتایج آزمایشگاهی ، جهت تعیین طول نقطه ی هوادهی و در دبی های مختلف ارائه گردیده است.متوسط خطای نتایج بدست آمده از مدل عددی ۶/۶۱ درصد می باشد.

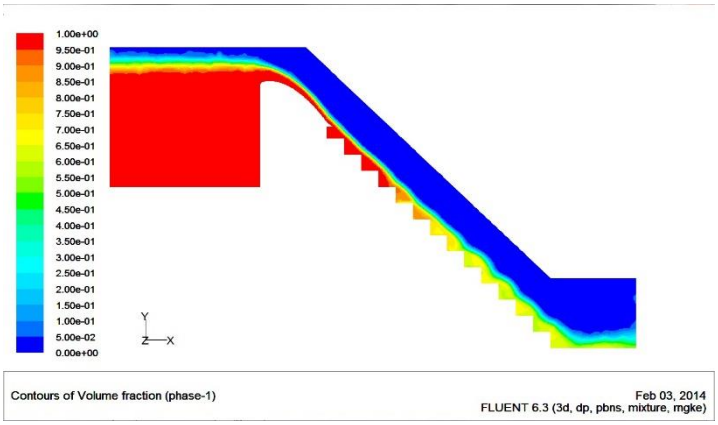


نمودار ۱- اختلاف بین نتایج حاصل از مدل عددی FLUENT با نتایج آزمایشگاهی

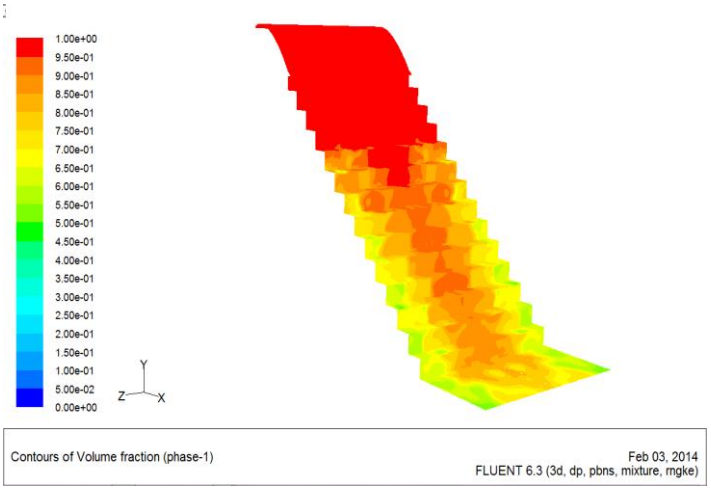
این خطا به عوامل متعددی از جمله اندازه و نوع شبکه، عدم محاسبات صحیح مدل های آشفتگی (به دلیل تجربی بودن و پیچیدگی این معادلات) توام با افزایش میزان آشفتگی جریان ، و خطا در محاسبات مربوط به لایه مرزی می‌باشد (صدریان زاده وهمکاران ۱۳۹۲).

نتایج خروجی کسر حجمی جریان دوفازی آب- هوا

در شکل های (۲) و (۳)، نتایج گرافیکی نرم افزار فلوئنت در محاسبه‌ی کسر حجمی بر روی سطح سرریز برای دبی ۲۰ لیتر بر ثانیه (برای نمونه) ارائه شده است. این شکل ها شامل یک نمایش رنگی کسر حجمی آب در یک مقطع طولی (برش در طول سرریز) و یک نمایش از سطح پلکان ها (نمای روبروی سرریز) می باشد. شایان ذکر است در معادلات کسر حجمی، آب به عنوان فاز یک معرفی گردیده است و در این اشکال به رنگ قرمز و هوا به عنوان فاز دو به رنگ آبی می باشد. مقدار کسر حجمی برای هر نقطه از سیال بین یک (برای سلول های فقط شامل آب) و صفر (برای سلول های فقط شامل هوا) می باشد. در نقطه‌ای که هوا وارد جریان آب می شود، کانتور تغییر رنگ داده و متناسب با میزان غلظت هوای محلول در آب بین رنگ قرمز تا آبی متغیر می گردد.هرچه میزان غلظت هوای محلول در آب بیشتر شود این تغییر رنگ به سمت رنگ آبی که رنگ اختصاص یافته به فاز هوا می باشد، متمایل می گردد. شکل (۴) تصویر مدل آزمایشگاهی را نشان می دهد.



شکل۲- کانتورهای کسر حجمی فاز یک(آب) در برش سرریز در دبی ۲۰ لیتر بر ثانیه

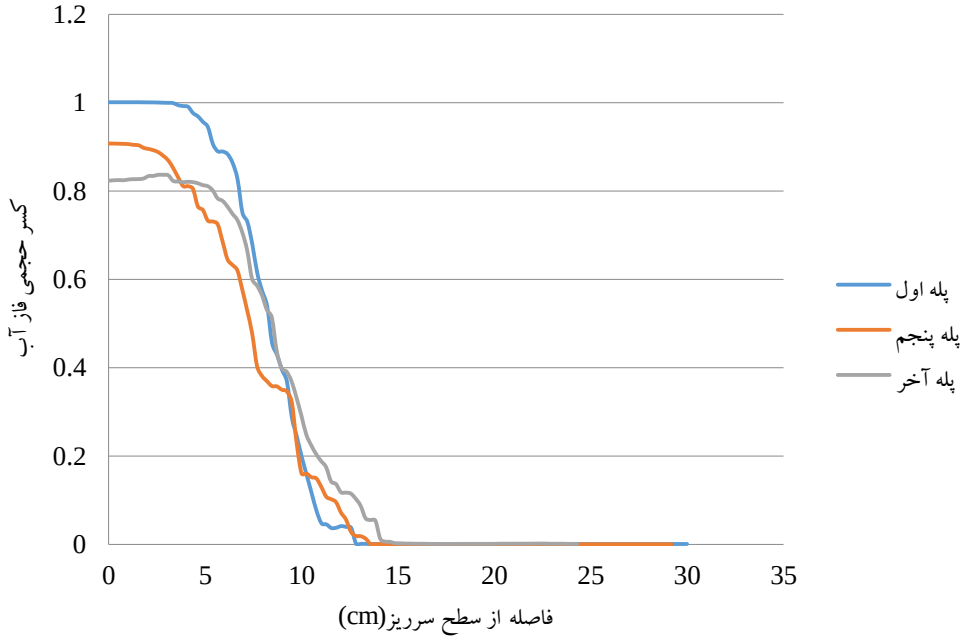


شکل۳-کانتورهای کسر حجمی فاز یک(آب) بر روی سطح سرریز در دبی ۲۰ لیتر بر ثانیه

شکل ٤- تصویر مدل آزمایشگاهی

مقایسه ی درصد کسر حجمی آب (غلظت هوای محلول در آب) بر روی پله اول ، پنجم و کف مخزن پایین در جهت عمود بر سطح سرریز برای دبی ۲۰ لیتر بر ثانیه

در نمودار (۲) مقدار کسر حجمی فاز آب در پله اول ، پنجم و کف برای مدل هندسی با دفلکتور ۱:۹ و دبی ۲۰ لیتر بر ثانیه نشان داده شده است. جهت نشان دادن کسر حجمی در نقاط فوق الذکر ، محوری قائم عمود بر سطح پلکان ها تعریف گردیده است. در این نمودار محور افقی فاصله ی عمود از سطح پلکان به سمت بالا (به سمت قسمت هوای مطلق) و محور قائم مقدار کسر حجمی آب (یا میزان غلظت هوای مخلوط در آب) را نشان می دهد.



نمودار۲- کسر حجمی فاز آب در نقاط مختلف برای سرریز با دفلکتور ۱:۹ در دبی ۲۰ لیتر بر ثانیه

در این نمودار مقدار کسر حجمی برابر با یک در پله اول نشان دهنده ی عدم وجود هوای مخلوط با آب در این نقطه و کسر حجمی کمتر از یک بیانگر ورود هوا به جریان آب بر روی سرریز در این نقاط می باشد. براساس نتایج فوق، غلظت هوای مخلوط در آب، در جهت جریان در حال افزایش می باشد و بیشترین غلظت هوای محلول در پله آخر بدست آمده است (صدریان زاده و همکاران ۱۳۹۲)

نتیجه گیری

۱- با مقایسه ی نتایج مدل عددی با مدل آزمایشگاهی مشخص گردید که فلوئنت نتایج قابل قبولی در حل معادلات کسر حجمی ارائه می دهد.

۲- شبکه بندی تاثیر مستقیم بر صحت نتایج دارد.ریز بودن سلول ها، گرچه به شدت سرعت همگرایی را کاهش و هزینه های زمانی را افزایش می دهد ، لیکن دقت حل را بالا برده و موجب کاهش خطا می گردد.

۳- با توجه به حل معادلات کسر حجمی ، مشخص شد برای هندسه و دبی مورد مطالعه، غلظت هوای مخلوط در آب در جهت جریان در حال افزایش است همچنین با افزایش دبی جریان ،غلظت هوای محلول در آب کاهش می‌یابد.

۴- با مقایسه ی نتایج حاصل از مدل عددی فلوئنت و نتایج آزمایشگاهی، مشخص گردید که مدل فازی MIXTURE، شبیه سازی جریان دو فازی "آب-هوا" را در جریان غیر ریزشی در سرریزهای پلکانی به خوبی مدل کرده و نتایج مناسبی ارائه می‌نماید.

منابع

۱- چانسون،هابرت.(۱۳۸۴). هیدرولیک شوت ها و سرریزهای پلکانی. (ترجمه: شمسایی، ا. پاک نهال، ف). تهران. انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف.

۲- صدریان زاده، م. محمودیان شوشتری، م. فتحی، ا. (۱۳۹۲). بررسی تاثیر هندسه منحرف کننده بر روی نقطه هوادهی سرریز های پلکانی در جریان غیر ریزشی با نرم افزار FLUENT ویک مدل فیزیکی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد جامع شوشتر.

۳- فتحی، ا. (۱۳۸۸). بررسی تاثیر هندسه و موقعیت زائده بر روی محدوده هوادهی سرریزهای پلکانی در جریان غیر ریزشی، پایان نامه دکتری سازه های آبی، دانشگاه شهید چمران اهواز.

۴- محمودیان شوشتری، م. (۱۳۸۵). اصول جریان در مجاری باز. اهواز:دانشگاه شهید چمران. جلد دوم، چاپ دوم

۵- ورستیک و مالالاسکرا. (۱۳۷۹). مقدمه ای بر دینامیک سیالات محاسباتی(ترجمه: شجاعی فرد، م ح. نور پور هشترودی، ع). تهران: مرکز انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران.

6- Chanson. H. (2004). Embankment overflow stepped spillways and earth dam spillways with precast concrete blocks, The University of Queensland.

7- Chamani, M. Rajaratnam, n. (1994). Jet flow on stepped spillways. Journal of hydraulic Engineering, ASCE, No.2

8- Chamani, M.r. (1997). skimming flow in a large model of a stepped spillways.

9- khatsuria. R.m. (2005). Hydraulics of spillways and energy dissipaters Exprimental investigation of air entrainment in transition and skimming flov down a stepped chute.Ressarch Report no.CE158.

10- Rodia,w. (1993). Turbulence models and their application in hydraulics. Karlsruhe:university of Karlsruhe.