

تحلیل دینامیکی تیر تیموشنکو از جنس ماده مرکب روی بستر ویسکوالاستیک تحت تاثیر بار متمرکز متحرک و نیروی محوری

• محمدجواد رضوانی^۱
m.rezvani@semnaniau.ac.ir

• محمدحسین کارگر نوین^۲
mhkargar@sharif.edu

چکیده

در این مقاله، تحلیل دینامیکی تیر تیموشنکو از جنس ماده مرکب روی بستر ویسکوالاستیک تعمیم یافته پسترنک تحت اثر بار متمرکز متحرک و نیروی محوری از دیدگاه تئوری مرتبه اول برشی مطالعه شده است. اصولاً تیرهای تحت نیروی محوری ستون نامیده می‌شوند که برای از بین بردن اثر مرزی تیر متناهی، فرض می‌شود که تیر تا بی‌نهایت گسترده شده باشد. سرعت حرکت بار و خصوصیات هندسی و مکانیکی تیر در طول آن ثابت است. بستر در نظر گرفته شده شامل سه عامل استهلاک اعم از میرایی قائم، میرایی دورانی و ویسکوزیته لایه برشی و دو عامل سفتی شامل سفتی قائم و دورانی است. با استفاده از نرم‌افزار Mathematica، روند تحلیل در قالب یک برنامه کامپیوتری درآمده و نتایج به صورت نمودارهای خیز، نیروی برشی و تنش بر حسب فاصله از بار متحرک و تغییر پارامترهای ذکر شده در فوق رسم گردیده‌اند. نتایج حاصل از تحلیل با نتایج موجود در دیگر مراجع مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: تیر تیموشنکو، بستر ویسکوالاستیک پسترنک، تیر مرکب، بار متمرکز متحرک و نیروی محوری، تئوری مرتبه اول

۱. مربی، عضو هیأت علمی مهندسی مکانیک دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان
۲. استاد، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف

مقدمه

تحلیل دینامیکی تیرها تحت بار متحرک زمانی مورد توجه قرار گرفت که سرعت و وزن خودروها و قطارها به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافت. تیرها یکی از مهم‌ترین اجزاء سازه‌هایی مانند ریل‌های راه‌آهن، پل‌ها و جرثقیل‌های سقفی می‌باشند که همواره تحت تاثیر بار متحرک هستند. از طرفی به دلیل وزن کم و استحکام بالای تیرهای مرکب، کاربردهای عملی بسیار زیادی داشته و اهمیت زیادی در طراحی مهندسی دارند. در زمینه تحلیل دینامیکی انواع تیرهای ایزوتروپ روی بسترهای الاستیک و ویسکوالاستیک تحت تاثیر بار متحرک کارهای زیادی انجام شده که از جمله اولین کارهای انجام شده می‌توان به پاسخ دینامیکی تیر تیموشنکو روی بستر ویسکوالاستیک تحت تاثیر توزیع بار متحرک نوسانی اشاره کرد [۱]. در این مرجع با استفاده از تبدیل فوریه مختلط نامتناهی معادلات دیفرانسیل حرکت حل شده و خیز، ممان خمشی و نیروی برشی بر حسب فاصله از بار متحرک محاسبه شده‌اند. همچنین اثر سرعت بار و فرکانس روی پاسخ تیر بررسی شده است. در مرجع [۲] ماتریس سختی دینامیکی تیر تیموشنکو روی بستر ویسکوالاستیک تحت بار متحرک نوسانی مطالعه شده است. این ماتریس سختی دینامیکی در اصل تابعی از سرعت و فرکانس بار متحرک است. در این مرجع سرعت و فرکانس بحرانی محاسبه شده و پاسخ دینامیکی ریل اروپایی تحت تاثیر بار متحرک نوسانی به دست آمده است.

در این مقاله تحلیل دینامیکی تیر از جنس مواد مرکب لایه‌ای با لایه‌گذاری ضربدری روی بستر ویسکوالاستیک تعمیم یافته پسترنک تحت اثر بار متمرکز متحرک و نیروی محوری از دیدگاه تئوری مرتبه اول برشی ارائه گردیده است. پس از استخراج معادلات حرکت، با استفاده از تبدیل فوریه مختلط نامتناهی و انتگرال گیری کانتوری پاسخ حالت پایدار تیر به صورت تحلیلی محاسبه شده و مولفه‌های میدان جابجایی، لنگر خمشی، نیروی برشی و مولفه‌های میدان تنش در طول تیر بر حسب فاصله از بار متحرک به دست می‌آیند. همچنین تاثیر پارامترهای مختلف از قبیل سفتی بستر، ویسکوزیته لایه برشی، سرعت حرکت بار و نیروی محوری روی کمیت‌های فوق، مورد بررسی قرار گرفته و در غالب نمودارهای خیز، نیروی برشی و تنش بر حسب فاصله از بار متحرک رسم شده‌اند.

فرمولاسیون و روش حل

مطابق مرجع [۳] هرگاه لایه‌گذاری تیر مرکب به صورت ضربدری باشد، در نظر گرفتن خیز و زاویه دوران ناشی از خمش برای توصیف میدان جابجایی کافی است. بنابراین میدان جابجایی برای تیر با لایه‌گذاری ضربدری از دیدگاه تئوری مرتبه اول برشی به صورت زیر می‌باشد:

$$(۱)$$

$$U(x, y, z, t) = z \psi_x(x, t)$$

$$V(x, y, z, t) = 0$$

$$W(x, y, z, t) = w(x, t)$$

در رابطه فوق، $w(x, t)$ و $\psi_x(x, t)$ به ترتیب معرف خیز و زاویه دوران ناشی از خمش می‌باشند.

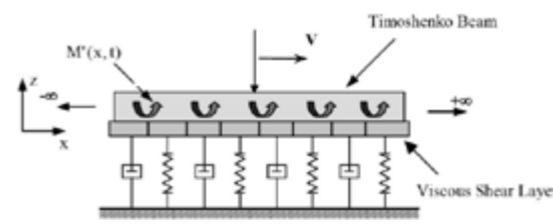
شکل (۱) بستر ویسکوالاستیک تعمیم یافته پسترنک با لایه برشی ویسکوز را نشان می‌دهد. این بستر علاوه بر حرکت انتقالی، حرکت دورانی المان‌های تیر را مقید می‌کند که با فرض خطی بودن فنرها و دمپرها قائم و دورانی برای نیرو و گشتاور انتقال یافته از بستر به تیر خواهیم داشت [۴]:

$$(۲)$$

$$\tilde{M}(x, t) = -k_{\psi} \psi_x(x, t) - \eta_{\psi} \frac{\partial \psi_x(x, t)}{\partial t}$$

$$q(x, t) = -k w(x, t) - \eta \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + \mu \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial t \partial x^2}$$

در روابط فوق $\tilde{M}(x, t)$ گشتاور انتقالی به دلیل دوران ناشی از خمش و $q(x, t)$ نیروی انتقالی به دلیل خیز از طرف بستر به تیر می‌باشند. همچنین k ، η و μ به ترتیب سفتی قائم، سفتی دورانی و ضریب ویسکوزیته لایه برشی بستر و k_{ψ} و η_{ψ} به ترتیب سفتی و میرایی دورانی خمشی بستر هستند.



شکل ۱: بستر ویسکوالاستیک تعمیم یافته پسترنک با لایه برشی ویسکوز

با به کار بردن اصل مینیمم کل انرژی پتانسیل معادلات حاکم بر رفتار دینامیکی تیر مرکب روی بستر ویسکوالاستیک تعمیم یافته پسترنک تحت تاثیر بار متحرک و نیروی محوری از دیدگاه تئوری مرتبه اول برشی برای لایه‌گذاری ضربدری به صورت زیر است:

$$b \frac{\partial}{\partial x} (D_1 \frac{\partial \psi_x}{\partial x}) - b K^2 A_5 (\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x}) \quad (۳)$$

$$- k_{\psi} \psi_x - \eta_{\psi} \frac{\partial \psi_x}{\partial t} = b I_2 \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} \quad (۴)$$

$$b \frac{\partial}{\partial x} (K^2 A_5 (\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x}) + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) + p(x, t) - kw - \eta \frac{\partial w}{\partial t} + \mu \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} = b I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

در روابط فوق K^2 معرف ضریب تصحیح نیروی برشی، b عرض تیر، $p(x, t)$ نیروی متمرکز متحرک، N_x نیروی محوری، A ، D ، I_0 و I_2 به ترتیب ماتریس سختی کششی، ماتریس سختی خمشی، ممان اینرسی مرتبه صفر و مرتبه دوم می‌باشند که بصورت زیر بیان می‌شوند [۷]:

$$(۵)$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} \int_{z_k}^{z_{k+1}} dz = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} t_k \quad (i, j = 4, 5)$$

$$(۶)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} \int_{z_k}^{z_{k+1}} z^2 dz =$$

$$\sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (t_k \bar{z}_k^2 + \frac{t_k^2}{12}) \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$(۷)$$

$$I_0 = \int_{-h/2}^{h/2} \rho dz \quad , \quad I_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \rho z^2 dz$$

در روابط فوق ρ ، t_k و N به ترتیب دانسیته، ضخامت لایه k ام و تعداد لایه‌های تیر می‌باشند. همچنین $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$ معرف تبدیل سختی کاهش یافته برای لایه k ام تیر است که به صورت زیر محاسبه می‌شود [۷]:

$$(۸)$$

$$\bar{Q}_{11} = m^4 Q_{11} + (2Q_{12} + 4Q_{66}) m^2 n^2 + n^4 Q_{22}$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) m^2 n^2$$

$$+ (m^4 + n^4) Q_{12}$$

$$\bar{Q}_{22} = n^4 Q_{11} + (2Q_{12} + 4Q_{66}) m^2 n^2 + m^4 Q_{22}$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) m^3 n$$

$$+ (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) n^3 m$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) mn^3$$

$$+ (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) nm^3$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) m^2 n^2$$

$$+ Q_{66} (n^4 + m^4)$$

$$\bar{Q}_{44} = m^2 Q_{44} + n^2 Q_{55}$$

$$\bar{Q}_{45} = (Q_{55} - Q_{44}) mn$$

$$\bar{Q}_{55} = m^2 Q_{55} + n^2 Q_{44}$$

در رابطه فوق $n = \sin \theta$ ، $m = \cos \theta$ و Q_{ij} ثابت‌های مهندسی لایه k ام است که به صورت زیر نوشته می‌شود [۷]:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \quad , \quad Q_{12} = \frac{\nu_{21} E_1}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} = \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \quad (۹)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \quad , \quad Q_{66} = G_{12}$$

$$Q_{44} = G_{23} \quad , \quad Q_{55} = G_{13}$$

برای آنالیز پاسخ حالت پایدار تیر، پارامتر s را که معرف فاصله از بار متحرک است به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$s = x - vt \quad (۱۰)$$

دقت شود که در این نوع تحلیل پاسخ تیر نسبت به مختصات متصل به بار متحرک ساکن فرض می‌شود. با اعمال تغییر متغیر رابطه (۱۰) و به کار بردن قانون زنجیره‌ای مشتق، معادلات حاکم بر ارتعاشات تیر مرکب روی بستر ویسکوالاستیک تحت تاثیر بار متمرکز متحرک و نیروی محوری به صورت زیر خواهند بود:

$$A_1 \frac{d^2 \psi_x}{ds^2} + A_2 \frac{d \psi_x}{ds} + A_3 \psi_x + A_4 \frac{dw}{ds} = 0 \quad (۱۱)$$

$$A_5 \frac{d^3 w}{ds^3} + A_6 \frac{d^2 w}{ds^2} + A_7 \frac{dw}{ds} + A_8 w + A_4 \frac{d \psi_x}{ds} = F(s)$$

در روابط فوق ضرایب A_1 تا A_8 در ضمیمه (الف) معرفی شده‌اند.

تحلیل معادلات دیفرانسیل حرکت با استفاده از تبدیل فوریه مختلط نامتناهی:

تبدیل فوریه نامتناهی یک تابع و معکوس آن را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۶]:

$$F(q) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s) e^{-isq} ds \quad , \quad f(s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(q) e^{isq} dq \quad (۱۲)$$

با اعمال تبدیل فوریه بر طرفین رابطه (۱۱) و حل دستگاه معادلات جبری به دست آمده در فضای فوریه، خواهیم داشت:

$$(۱۳)$$

$$\psi_x(q) = \frac{(A_4 q) F(q)}{B_1 q^5 + i B_2 q^4 + B_3 q^3 + i B_4 q^2 + B_5 q + i B_6}$$

که ضرایب B_1 تا B_6 در ضمیمه (ب) آورده شده است. با استفاده از تبدیل فوریه معکوس از معادله (۱۳) می‌توان $w(s)$ و $\psi_x(s)$ را به دست آورد:

$$(۱۴)$$

$$\psi_x(s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(A_4 q) F(q) dq}{B_1 q^5 + i B_2 q^4 + B_3 q^3 + i B_4 q^2 + B_5 q + i B_6}$$

$$w(s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(iB_7q^2 + B_8q + iB_9)F(q)dq}{B_1q^5 + iB_2q^4 + B_3q^3 + iB_4q^2 + B_5q + iB_6} \quad (15)$$

برای محاسبه انتگرالهای فوق می توان با استفاده از نرم افزارهای کامپیوتری و یا انتگرالگیری به روش ماندهها استفاده نمود. پس از محاسبه شدن مولفه های میدان جابجایی به صورت تحلیلی برحسب فاصله از بار متحرک، با استفاده از روابط خطی کرنش جابجایی در تغییر شکلهای کوچک، مولفه های کرنش مشخص شده و طبق روابط زیر مولفه های تنش، لنگر خمشی، نیروی برشی به صورت تحلیلی بر حسب فاصله از بار متحرک به دست می آیند [۷].

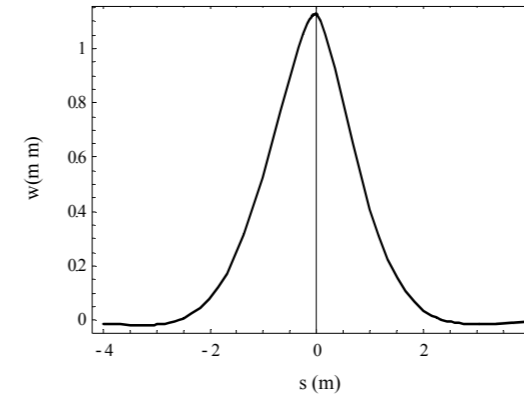
$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (16)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (17)$$

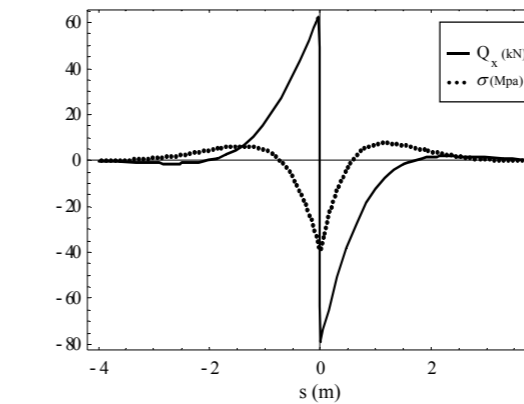
$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} z \sigma_x^{(k)} dz \quad (18)$$

$$Q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xz} dz \quad (19)$$

تیر تیموشنکو ایزوتروپ روی بستر پسترنک تحت بار متحرک با توجه به فرضیات تیر تیموشنکو و در نظر گرفتن ویسکوز تحت تاثیر بار متحرک و نیروی محوری و همچنین بررسی اثر پارامترهای مختلف بر روی پاسخ تیر است، بنابراین معادلات دینامیکی حرکت در قالب یک برنامه کامپیوتری آورده شده است. این برنامه کامپیوتری با استفاده از نرم افزار Mathematica اطلاعات ورودی را مطابق جدول (۱) که در ضمیمه (ج) معرفی شده است دریافت می کند. سپس ماتریس های \bar{Q}, Q برای لایه های مختلف را تشکیل داده و ماتریس های سختی کششی لایه ها، ماتریس سختی توام خمشی - کششی لایه ها و ماتریس سختی خمشی لایه ها را محاسبه می کند. در نهایت با حل دستگاه معادلات جبری معرفی شده در فضای فوریه و استفاده از تبدیل فوریه معکوس مختلط نامتناهی مولفه های جابجایی بر حسب فاصله از بار متحرک محاسبه می شوند. در نهایت با مشخص شدن کمیت های مجهول، مولفه های کرنش و تنش محاسبه گشته و به عنوان نتیجه، نمودار خیز، نیروی برشی و تنش σ_x بر حسب فاصله از بار متحرک ترسیم شده که با شکلهای ارائه شده در مرجع [۸] کاملاً مطابقت دارد.



شکل ۲: نمودار خیز تیر تیموشنکو تحت بار متحرک

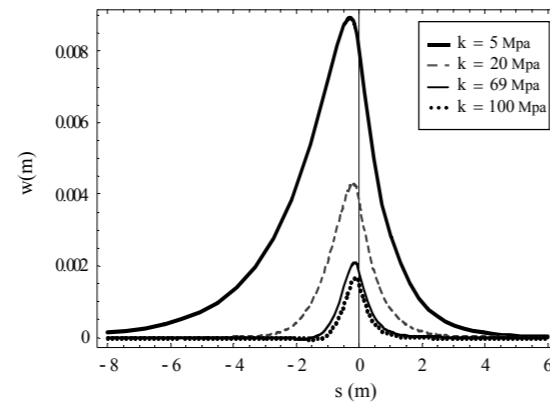


شکل ۳: نمودار نیروی برشی و تنش تیر تیموشنکو تحت بار متحرک

بررسی یک مثال عددی:

از آن جایی که هدف این مقاله، بررسی رفتار دینامیکی تیر مرکب بر روی بستر تعمیم یافته پسترنک با لایه برشی ویسکوز تحت تاثیر بار متحرک و نیروی محوری و همچنین بررسی اثر پارامترهای مختلف بر روی پاسخ تیر است، بنابراین معادلات دینامیکی حرکت در قالب یک برنامه کامپیوتری آورده شده است. این برنامه کامپیوتری با استفاده از نرم افزار Mathematica اطلاعات ورودی را مطابق جدول (۱) که در ضمیمه (ج) معرفی شده است دریافت می کند. سپس ماتریس های \bar{Q}, Q برای لایه های مختلف را تشکیل داده و ماتریس های سختی کششی لایه ها، ماتریس سختی توام خمشی - کششی لایه ها و ماتریس سختی خمشی لایه ها را محاسبه می کند. در نهایت با حل دستگاه معادلات جبری معرفی شده در فضای فوریه و استفاده از تبدیل فوریه معکوس مختلط نامتناهی مولفه های جابجایی بر حسب فاصله از بار متحرک محاسبه می شوند. در نهایت با مشخص شدن کمیت های مجهول، مولفه های کرنش و تنش محاسبه گشته و به عنوان نتیجه، نمودار خیز، نیروی برشی و تنش σ_x بر حسب فاصله از بار متحرک رسم می گردند.

تاثیر پارامترهای مختلف بر روی خیز تیر:



شکل ۴: نمودار خیز تیر کامپوزیت تحت بار متحرک به ازای مقادیر مختلف سفتی قائم بستر

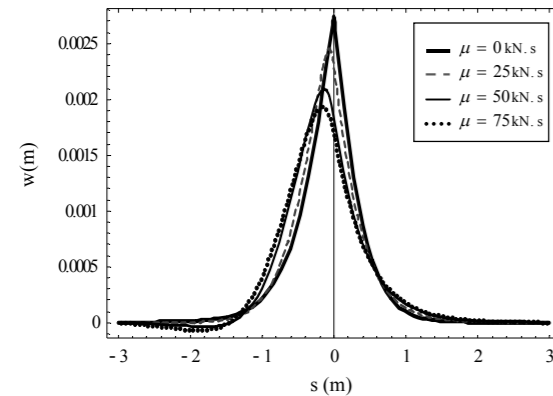
شکل (۴) تاثیر پارامتر سفتی قائم بستر را روی خیز تیر تحت تاثیر بار متمرکز متحرک نشان می دهد. همان طوری که در شکل ملاحظه می شود با افزایش مقدار سفتی قائم بستر، خیز تیر کاهش می یابد و نقطه ای که در آن خیز بیشینه ایجاد می شود به نقطه اعمال بار ($s = 0$) نزدیکتر می شود. علاوه بر این تقارن منحنی خیز نسبت به نقطه اعمال بار افزایش یافته و طول کمتری از تیر تحت تاثیر بار متحرک قرار می گیرد.

شکل (۵) تاثیر ضریب ویسکوزیته بستر را روی خیز تیر تحت تاثیر بار متمرکز متحرک نشان می دهد. همان طوری که در شکل ملاحظه می شود، افزایش ضریب ویسکوزیته بستر باعث کاهش بیشینه خیز تیر و از بین رفتن تقارن منحنی پاسخ تیر نسبت به نقطه اعمال بار ($s = 0$) می شود و نقطه ای که در آن بیشینه خیز رخ می دهد به قبل از نقطه اعمال بار منتقل می گردد.

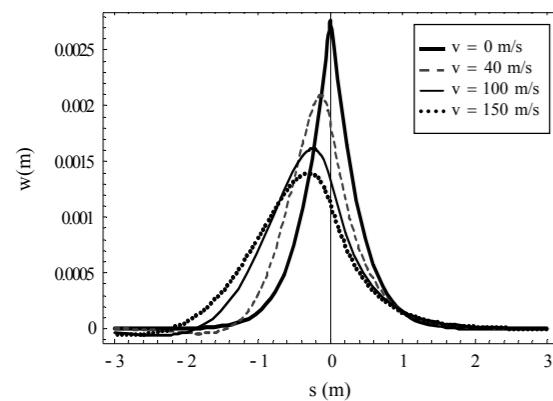
شکل (۶) تاثیر سرعت حرکت بار را بر روی خیز تیر تحت تاثیر بار متمرکز متحرک نشان می دهد. همان طوری که در شکل ملاحظه می شود، برای حالتی که سرعت بار صفر باشد (حالت استاتیکی) نمودار خیز نسبت به نقطه اعمال بار ($s = 0$) متقارن می باشد. سپس با افزایش سرعت حرکت بار تقارن منحنی نسبت به نقطه اعمال بار از بین می رود و بیشینه خیز تیر نیز با افزایش سرعت حرکت بار کاهش پیدا می کند. از طرف دیگر با افزایش سرعت حرکت بار نقطه ای که در آن بیشینه خیز رخ می دهد به قبل از نقطه اعمال بار انتقال یافته و هر چه سرعت حرکت بار بیشتر شود، این نقطه عقب تر می رود. دقت شود که با افزایش سرعت حرکت بار، طولی از تیر که تحت تاثیر بار متحرک قرار می گیرد افزایش می یابد.

تاثیر پارامترهای مختلف بر روی منحنی نیروی برشی:

همان طوری که می دانیم نمودار توزیع نیروی برشی در نقطه اعمال بار متمرکز برای تیرهای ایزوتروپ دارای یک ناپیوستگی



شکل ۵: نمودار خیز تیر کامپوزیت تحت بار متحرک به ازای مقادیر مختلف ضریب ویسکوزیته بستر

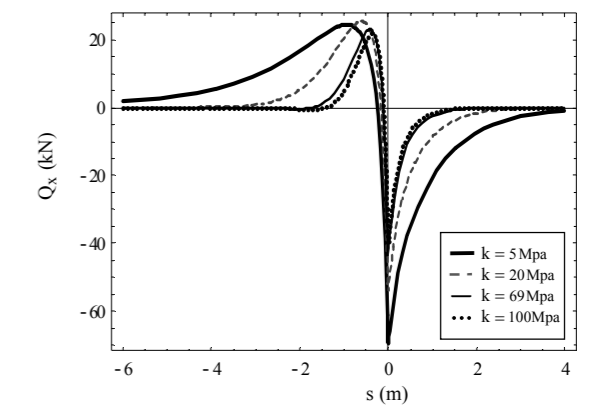


شکل ۶: نمودار خیز تیر کامپوزیت تحت بار متحرک به ازای مقادیر مختلف سرعت بار

است که علت این ناپیوستگی وجود نیروی متمرکز است. اما در تیرهای مرکب چنین ناپیوستگی در نقطه اعمال بار متمرکز ($s = 0$) دیده نمی شود. مقدار نیروی برشی از انتگرال گیری تنش σ_x در امتداد ضخامت در هر مقطع حساب می شود. از آنجائی که تنش σ_x در تیر ایزوتروپ در نقطه اعمال بار ($s = 0$) تغییر علامت می دهد آنگاه نیروی برشی در این نقطه دارای ناپیوستگی می گردد، اما در آنالیز تیر مرکب تنش σ_x در نقطه اعمال بار متمرکز تغییر علامت نمی دهد، بنابراین در این نقطه ناپیوستگی در منحنی نیروی برشی دیده نمی شود. علت این امر را در این مورد می توان جستجو کرد که در حالت ایزوتروپ برای مساله مورد نظر، مقدار کرنشی برشی γ_x خیلی کوچک است و در نتیجه در اثر اعمال بار متمرکز در نقطه $s = 0$ کرنش برشی γ_x در این نقطه تغییر علامت می دهد. بنابراین تنش σ_x نیز در نقطه اعمال بار متمرکز برای حالت ایزوتروپ تغییر علامت می دهد و به تبع آن نمودار نیروی برشی خیز در این نقطه دارای تغییر علامت است و این نمودار در این نقطه ناپیوستگی دارد. اما در تیر مرکب به دلیل تفاوت در زاویه فیبرها در لایه های مختلف، مقادیر کرنش برشی خیلی بزرگتر از تیر ایزوتروپ می باشند و در نقطه

اعمال بار برای مساله بررسی شده، مقدار کرنش برشی بزرگتر از مقدار کرنش برشی در نقطه اعمال بار برای تیر ایزوتروپ است، بنابراین بار اثر اعمال بار متمرکز کرنش برشی γ_x در محل اعمال بار تغییر علامت نمی‌دهد و به تبع آن تنش σ_x نیز تغییر علامت نداده و در منحنی نیروی برشی ناپیوستگی دیده نمی‌شود.

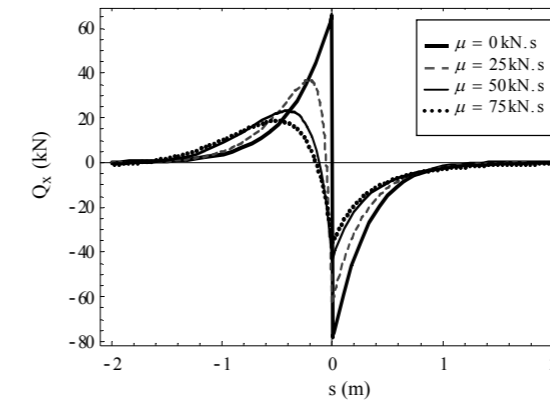
شکل (۷) تاثیر پارامترهای سفتی قائم بستر را روی منحنی نیروی برشی برای بار متمرکز متحرک نشان می‌دهد. همان طوری که در شکل ملاحظه می‌شود، نیروی برشی تا نقطه‌ای قبل از نقطه اعمال بار افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد که در این نقطه یک ماکزیمم نسبی برای منحنی نیروی برشی وجود دارد که با افزایش سفتی قائم بستر این نقطه ماکزیمم نسبی به نقطه اعمال بار نزدیکتر می‌شود سپس نیروی برشی بعد از نقطه ماکزیمم نسبی کاهش یافته تا در نقطه اعمال بار دارای یک مینیمم نسبی گردد که در این نقطه بیشینه اندازه نیروی برشی رخ می‌دهد.



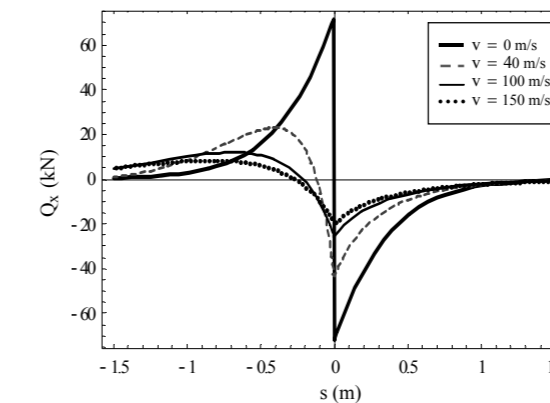
شکل ۷: نمودار نیروی برشی تیر کامپوزیت تحت بار متحرک به ازای مقادیر مختلف سفتی قائم بستر

شکل (۸) تاثیر ضریب ویسکوزیته بستر را روی منحنی نیروی برشی برای بار متمرکز متحرک نشان می‌دهد. همان طوری که در شکل ملاحظه می‌شود، هرگاه ضریب ویسکوزیته برشی بستر صفر باشد، نمودار نیروی برشی در محل اعمال بار متمرکز ($s = 0$) دارای یک تغییر علامت است. یکی از دلایل عدم مشاهده ناپیوستگی در نمودار نیروی برشی تیر مرکب در نقطه اعمال بار، وجود لایه برشی ویسکوزیته بستر است. به طور کلی با افزایش ضریب ویسکوزیته بستر، نقاط اکسترمم نسبی منحنی نیروی برشی به عقب تر انتقال می‌یابند و اندازه نیروی برشی در طول تیر کاهش یافته ولی طول بزرگتری از تیر تحت تاثیر نیروی برشی قرار می‌گیرد.

شکل (۹) تاثیر سرعت حرکت بار را روی منحنی نیروی برشی برای بار متمرکز متحرک نشان می‌دهد. همان طوری که در شکل ملاحظه می‌شود، هرگاه سرعت حرکت بار صفر باشد (حالت استاتیکی)، تغییر ناگهانی در علامت نیروی



شکل ۸: نمودار نیروی برشی تیر کامپوزیت تحت بار متحرک به ازای مقادیر مختلف ضریب ویسکوزیته بستر



شکل ۹: نمودار نیروی برشی تیر کامپوزیت تحت بار متحرک به ازای مقادیر مختلف سرعت بار

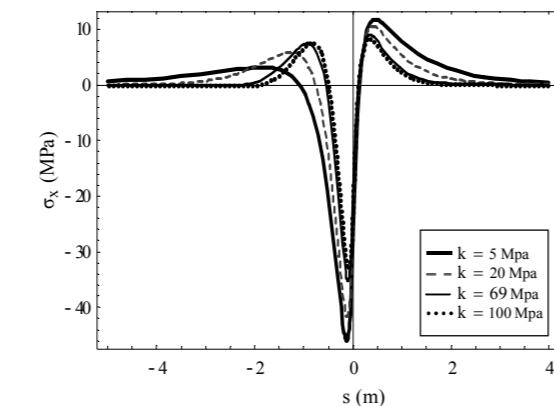
برشی در نقطه اعمال بار ($s = 0$) دیده می‌شود و منحنی نیروی برشی نسبت به نقطه اعمال بار حالت تقارن دارد. به طور کلی با افزایش سرعت حرکت بار، اندازه نیروی برشی کاهش یافته و نقطه اکسترمم نسبی منحنی نیروی برشی به عقب تر انتقال می‌یابند.

تاثیر پارامترهای مختلف بر روی تنش خمشی در لایه‌های تیر:

از آن جایی که تغییرات تنش روی خط مرکزی لایه‌های مختلف مشابه یکدیگرند و فقط در مقادیر عددی با یکدیگر اختلاف دارند، بنابراین نمودار تنش σ_x در روی خط مرکزی لایه اول رسم گردیده است تا به این ترتیب تاثیر پارامترهای مختلف بر روی نمودار تنش مورد بررسی قرار گیرد.

شکل (۱۰) تاثیر پارامتر سفتی قائم را روی تنش σ_x روی خط مرکزی لایه اول برای بار متمرکز متحرک نشان می‌دهد. همان طوری که در شکل ملاحظه می‌شود، نمودار اندازه تنش σ_x دارای نقطه بیشینه می‌باشد که بلافاصله قبل از نقطه اعمال بار اتفاق می‌افتد که با افزایش سفتی قائم بستر مقدار این بیشینه اندازه تنش σ_x کاهش می‌یابد. به طور کلی با

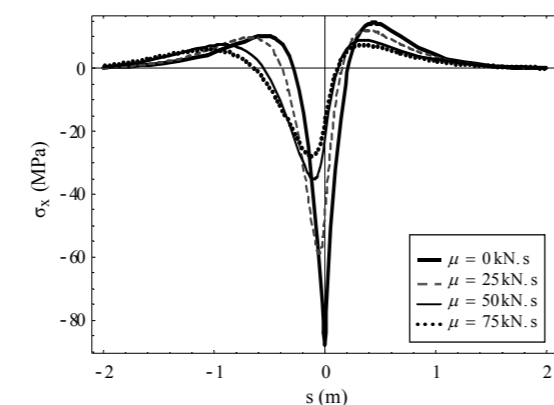
افزایش سفتی قائم بستر اندازه تنش σ_x در طول تیر کاهش یافته و طولی از تیر که تحت تاثیر این تنش قرار می‌گیرد نیز کم می‌شود و توزیع تنش σ_x نسبت به نقطه اعمال بار تقارن



شکل ۱۰: نمودار تنش σ_x تیر کامپوزیت تحت بار متحرک به ازای مقادیر مختلف سفتی قائم بستر

بیشتری پیدا می‌کند.

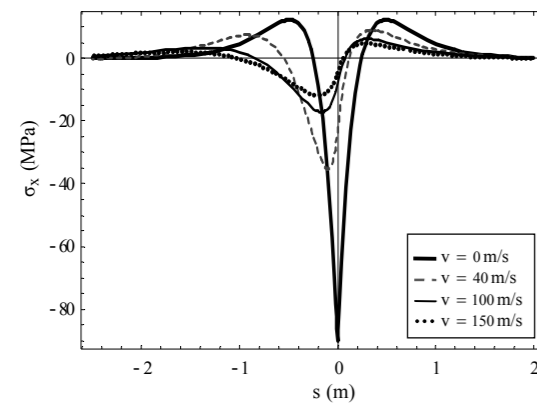
شکل (۱۱) تاثیر ضریب ویسکوزیته بستر را روی تنش σ_x برای بار متمرکز متحرک نشان می‌دهد. همان طوری که در شکل ملاحظه می‌شود، هرگاه ضریب ویسکوزیته برشی بستر صفر باشد منحنی تنش σ_x در نقطه موثر اعمال بار دارای یک نقطه اکسترمم می‌باشد که با افزایش ضریب ویسکوزیته بستر این نقطه اکسترمم به قبل از نقطه موثر اعمال بار انتقال می‌یابد. به طور کلی با افزایش ضریب ویسکوزیته بستر، اندازه تنش σ_x در طول تیر کاهش می‌یابد ولی طول بیشتری از تیر تحت تاثیر تنش σ_x قرار می‌گیرد.



شکل ۱۱: نمودار تنش σ_x تیر کامپوزیت تحت بار متحرک به ازای مقادیر مختلف ضریب ویسکوزیته بستر

شکل (۱۲) تاثیر پارامتر سرعت حرکت بار را روی منحنی تنش σ_x برای بار متمرکز متحرک نشان می‌دهد. همان طوری که در شکل ملاحظه می‌شود، هرگاه سرعت حرکت بار صفر باشد (حالت استاتیکی)، منحنی توزیع تنش σ_x

نسبت به نقطه اعمال بار متقارن می‌گردد. این منحنی دارای دو اکسترمم نسبی در نزدیکی نقطه شروع و خاتمه بارگذاری می‌باشد و نیز دارای یک اکسترمم نسبی در نزدیکی نقطه موثر اعمال بار است. به طور کلی با افزایش سرعت حرکت بار، اندازه تنش σ_x در طول تیر کاهش می‌یابد ولی طول بیشتری از تیر تحت تاثیر تنش σ_x قرار می‌گیرد

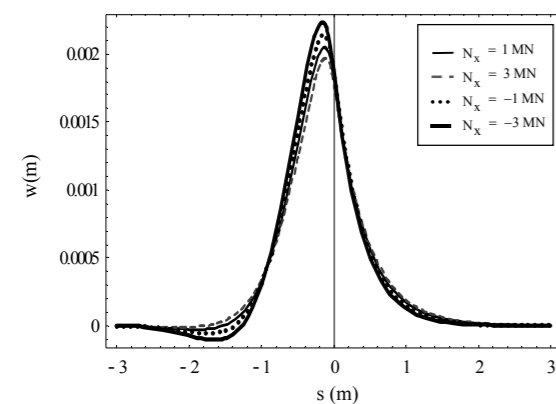


شکل ۱۲: نمودار تنش σ_x تیر کامپوزیت تحت بار متحرک به ازای مقادیر مختلف سرعت بار

تاثیر نیروی محوری روی منحنی خیز، نیروی برشی و تنش خمشی تیر:

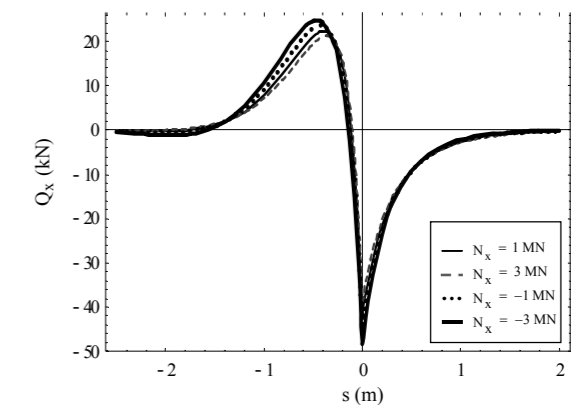
در شکل (۱۳) نمودار خیز برای نیروهای محوری کششی و فشاری مختلف ترسیم شده است. با افزایش نیروی کششی، خیز تیر کاهش یافته و ماکزیمم خیز تیر به نقطه اعمال بار نزدیکتر می‌گردد و تقارن منحنی خیز افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش نیروی فشاری، خیز تیر افزایش یافته و ماکزیمم خیز تیر از محل اعمال بار دورتر می‌شود.

شکل (۱۴) نمودار نیروی برشی به ازای نیروی کششی و فشاری ترسیم شده است. با افزایش نیروی کششی، ماکزیمم اندازه نیروی برشی کاهش می‌یابد. در صورتی که با افزایش

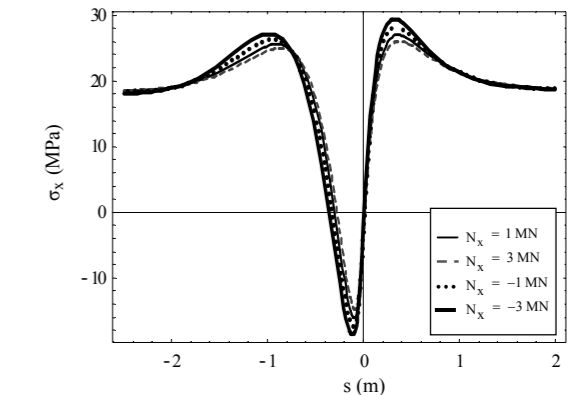


شکل ۱۳: نمودار خیز تیر کامپوزیت تحت بار متحرک به ازای مقادیر مختلف نیروی محوری

نیروی فشاری، ماکزیمم اندازه نیروی برشی افزایش می‌یابد. نمودار تنش σ_x به ازای نیروی کششی و فشاری در شکل (۱۵) ترسیم شده است. نمودار تنش دارای مقدار تنش ثابت به ازای نیروی محوری کششی و فشاری است. با افزایش نیروی کششی ماکزیمم مقدار تنش در تیر مرکب کاهش یافته و منحنی نسبت به محل اعمال بار متقارن می‌گردد. در صورتی که با افزایش نیروی فشاری، ماکزیمم مقدار تنش در تیر افزایش یافته و از محل اعمال بار دورتر می‌گردد.



شکل ۱۴: نمودار نیروی برشی تیر کامپوزیت تحت بار متحرک به ازای مقادیر مختلف نیروی محوری



شکل ۱۵: نمودار تنش σ_x تیر کامپوزیت تحت بار متحرک به ازای مقادیر مختلف نیروی محوری

نتیجه گیری:

در این مقاله تحلیل دینامیکی تیر از جنس مواد مرکب لایه‌ای با لایه‌گذاری ضربدری روی بستر ویسکوالاستیک تعمیم یافته پسترنک تحت اثر بار متمرکز متحرک و نیروی محوری از دیدگاه تئوری مرتبه اول بررشی بررسی شد که نتایج آن به شرح زیر است:

افزایش سفتی قائم بستر سبب کاهش خیز، نیروی برشی و تنش شده و نقطه بیشینه خیز به نقطه موثر اعمال بار

نزدیک‌تر می‌گردد ولی تقارن منحنی خیز را افزایش داده و طول کمتری از تیر تحت تاثیر بار متحرک قرار می‌گیرد. همچنین افزایش سفتی قائم بستر سبب کاهش اندازه بیشینه نیروی برشی می‌شود.

هرگاه ضریب ویسکوزیته برشی بستر صفر باشد، خیز تیر در محل اعمال بار دارای بیشینه مقدار خود می‌باشد که با افزایش ضریب ویسکوزیته بستر تقارن منحنی بهم خورده و نقطه بیشینه خیز به قبل از نقطه اعمال بار انتقال می‌یابد. به طور کلی افزایش ضریب ویسکوزیته بستر سبب کاهش اندازه خیز در طول تیر می‌شود.

هرگاه ضریب ویسکوزیته برشی بستر صفر باشد تنش σ_x در محل موثر اعمال بار دارای یک نقطه اکسترمم می‌باشد که با افزایش ضریب ویسکوزیته بستر اندازه تنش σ_x در تیر کاهش یافته و بیشینه تنش σ_x به بعد از نقطه اعمال بار انتقال می‌یابد.

در نمودار نیروی برشی هرگاه ضریب ویسکوزیته برشی بستر صفر باشد نیروی برش در محل اعمال بار دارای بیشینه مقدار خود می‌باشد. اما افزایش ضریب ویسکوزیته بستر سبب کاهش نیروی برشی در تیر شده و نقطه ماکزیمم نسبی نیروی برشی به عقبتر از محل اعمال بار انتقال می‌یابد.

در حالت بارگذاری استاتیکی، توزیع خیز، نیروی برشی و تنش σ_x در طول تیر نسبت به نقطه اعمال بار متقارن بوده و با افزایش سرعت حرکت بار، تقارن منحنی توزیع کمیت‌های فوق نسبت به نقطه اعمال بار از بین می‌رود و طول اثر کمیت‌های فوق روی تیر بیشتر شده ولی اندازه اثر آنها در طول تیر کاهش می‌یابد.

با بررسی اثر نیروی محوری روی دیاگرام‌های خیز، نیروی برشی و تنش مشخص گردید که با افزایش نیروی محوری کششی اندازه خیز، نیروی برشی و تنش کاهش یافته و تقارن تیر نسبت به نقطه اعمال بار بیشتر می‌شود. ولی با افزایش نیروی محوری فشاری اندازه خیز، نیروی برشی و تنش افزایش یافته و تقارن تیر نسبت به نقطه اعمال بار کمتر می‌شود.

مراجع:

[1] Kargarnovin, M.H., Younesian, D., "Dynamics of Timoshenko beams on Pasternak foundation under moving load". Mechanics Research Communications, Vol. 31, pp. 2004, 723-713
 [2] Chen, Y.H., Huang, Y.H., Shih, C.T., "Response of an infinite Timoshenko beam on a viscoelastic foundation to a harmonic moving load". Journal of Sound and Vibration, Vol. 5(241), pp. 824-809 2001
 [3] Abramovich, H. and Livishits, A., "Free Vibration of Non-symmetric Cross-ply Laminated Composite beam",

Journal of Sound and Vibration, Vol.176, pp.
 [4] Kerr, A.D., "Elastic and Viscoelastic Foundation Models", Journal of Applied Mechanics, Vol.31, pp. 1964, 498-491.
 [5] Torchanis, A.M., Chelliah, R., Bielak, J. Unified approach for beams on elastic foundations under moving loads. Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 113, pp. 1987, 895-879.
 [6] Wunsch, A.D., Complex variables with applications, Reading Massachusetts. 1994.
 [7] Reddy, J.N. Mechanics of laminated composite plates and shell, CRC Press. 2004.
 [8] Fryba, L. Vibration of solids and structures under moving loads, 1999 (Thomas Telford, London).

ضمیمه (الف)

پارامترهای معادله (۱۱)

$A_1 = b D_{11} - b I_2 v^2$	$A_5 = \mu v$
$A_2 = \eta_{\psi} v$	$A_6 = -b K^2 A_{55} + b I_0 v^2 - N_x$
$A_3 = -b K^2 A_{55} - k_{\psi}$	$A_7 = -\eta v$
$A_4 = -b K^2 A_{55}$	$A_8 = k$

ضمیمه (ب)

پارامترهای معادله (۱۳)

$B_1 = -A_1 A_5$	$B_6 = A_3 A_8$
$B_2 = A_1 A_6 + A_2 A_5$	$B_7 = -A_1$
$B_3 = A_1 A_7 + A_2 A_6 + A_3 A_5$	$B_8 = -A_2$
$B_4 = A_4^2 - A_1 A_8 - A_2 A_7 - A_3 A_6$	$B_9 = A_3$
$B_5 = -A_2 A_8 - A_3 A_7$	

ضمیمه (ج)

جدول ۱: خصوصیات هندسی، مکانیکی تیر کامپوزیت T۳۰۰/۵۲۰۸ و بستر ویسکوالاستیک [۷] و [۵]

مشخصات هندسی لایه های کامپوزیت	خصوصیات مکانیکی تیر کامپوزیت	خصوصیات مکانیکی بستر ویسکوالاستیک پسترنک
number of layers (N = 4)	$\rho = 1540 kg / m^3$	$k_{\psi} = 13.8 MN$
width the beam (b = 5 cm)	$E_1 = 132 Gpa$	$\eta_{\psi} = 5520 N.s$
the thickness of the beam (h=10 cm)	$E_2 = 10.8 Gpa$	$k_{\phi} = 13.8 MN$
angle-ply laminated beam (0/90/90/0)	$G_{12} = 5.65 Gpa$	$\eta_{\phi} = 5520 N.s$
Correction factor for shear force $K = 5 / 6$	$G_{13} = G_{23} = 3.38 Gpa$	$\mu = 69 kN.s$
Magnitude load velocity v = 40m/s	$\nu_{12} = 0.24$	$k = 69 Mpa$
Magnitude of the moving load $F(s) = 144600 \delta(s)$	$\nu_{13} = \nu_{23} = 0.59$	$\eta = 138 kN.s / m^2$