تحلیل ریاضی یک سیستم ایمنی حساس به شوک ناشی از ضربه به کمک تبدیل لاپلاس

داود کلانتری[۱]
dkalantari2000@yahoo.com
محسن مهدیانی[۲]

چکیده

امروزه سازندگان خودروها به دلیل توجه زیاد خریداران به ایمنی خودرو، کوشش زیادی در جهت افزایش ایمنی خودرو به‌کار می برند. از آن جمله می‌توان به کیسه‌ی هوا اشاره کرد که به نوبه‌ای خود جزو پراهمیت‌ترین موارد ایمنی در خودرو به شمار می رود. در مقاله حاضر به بررسی و تحلیل ریاضی یک سیستم ساده مکانیکی پرداخته شده که سبک و کم هزینه بوده و می‌تواند دقت قابل قبولی داشته باشد. سیستم شامل یک تیر یک سرگیردار است که درون آن سیم حامل جریان قرار داده شده ودر تصادفات به علت شتاب بالای ناشی از شوک، تیر شکسته و جریان از مدار حذف می‌گردد. با قطع جریان عوامل ثانویه‌ای مانند قطع مدار بنزین، فعال شدن سیستم کیسه هوا، باز شدن قفل درب‌ها و غیرفعال شدن سیستم دزدگیر اتفاق می‌افتد. تحلیل براساس روابط ریاضی به خصوص تبدیلات لاپلاس استوار است. نتایج نشان داد چنانچه تیری با ارتفاع ۸ سانتیمتر و سطح مقطع $3 \times 0.3\mathrm{cm}^2$ انتخاب گردد، در تصادفات با سرعت‌های بالاتر از ۴۰کیلومتر بر ساعت سیستم به خوبی عمل خواهد کرد.

واژه‌های کلیدی:مدل ریاضی، ایمنی، کیسه هوا، تبدیل لاپلاس، خمش تیر.

۱-گروه مکانیک ماشین‌های کشاورزی، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری، ساری ، ایران.

۱. مقدمه

امروزه ایمنی خودروها به عنوان یک پارامتر اصلی در انتخاب خودرو مورد نظر خریداران است. کمربند ایمنی در سرعت‌های بالای ۴۰ کیلومتر بر ساعت به سبب کشش تسمه ویا تاخیر در منقبض کننده کمربند، قادر به محافظت از سرنشینان در مقابل ضربه‌های وارد شده از طرف فرمان ویا پانل جلو نمی‌باشد. این امر باعث ایجاد سطح بالایی از جراحت در تصادفات می‌گرددبنابراین برای جلوگیری از این ضربه‌ها و جراحات در خودروهای جدیدکیسه هوا تعبیه می‌گردد[1]. کیسه هوای طراحی شده باید دارای قابلیت اطمینان بالایی در تصادفات باشد، به‌طوریکه در شرایط مورد لزوم و از پیش طراحی شده به خوبی عمل نماید. در حال حاضر شرکت‌های متعددی در حال تلاش برای دستیابی به زمان مطلوب برای فعال شدن کیسه‌های هوا توسط به کارگیری انواع مختلف سنسور و قرار دادن آن‌ها در موقعیت‌های مختلف هستند. با این وجود هنوز مشکلات متعددی وجود دارد. به عنوان مثال هنگامی که یک خودرو در جاده است و سنسور داخل واحد کنترل کیسه هوا(ACU) یک شوک قوی را دریافت می-کند، کیسه هوا ممکن است سهواً باز شود اگرچه هیچ برخوردی صورت نگرفته باشد. همچنین در تصادفات که لازم است کیسه باز شود، الگوریتم ممکن است قضاوت اشتباه کند و دیرتر باز شود[2]. بدین منظور سیستم باید دارای قدرت تشخیص شدت برخورد باشد[1].

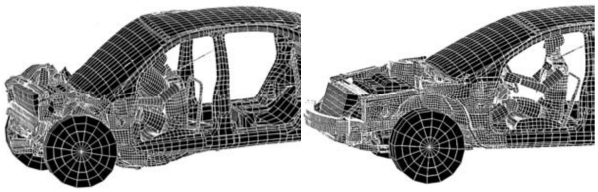
هر ساله در تصادفات رانندگی بسیاری از افراد تنها به دلیل گیرکردن در اتومبیل خود قربانی می‌شوند. به خصوص با پیشرفت سیستم‌های الکترونیک اتومبیل و هم‌چنین انواع مختلف قفل مرکزی و دزدگیر، برخی اوقات پس از وقوع تصادفات سیستم‌های الکترونیکی دچار اختلال شده و باعث قفل شدن درب‌ها، کمربند ایمنی و شیشه‌های اتومبیل شده و سرنشینان را به دام می اندازد.

به طور کلی سنسورهای کیسه هوا به دو قسمت مکانیکی و الکتریکی تقسیم‌بندی می‌شوند[3]، که در این جا فقط به سنسورهای مکانیکی اشاره می‌گردد. چند نوع سنسور مکانیکی مختلف وجود دارد که برخی برای اجرا شدن نیاز به پدیده های مغناطیسی و الکتریکی نیز دارند.

۱) سنسورهای همراه با میراکننده: نمونه‌ای از این سنسور در شکل ۱ نشان داده شده است. عمل این سنسور ها بستگی به حرکت ساچمه داخل تیوب دارد. درسرعت‌ها و موقعیت‌های عادی ساچمه در داخل تیوب تقریباً ثابت است، چون نیروی مغناطیسی موجود در پشت ساچمه جلوی حرکت آن را می‌گیرد. اما در تصادفات ساچمه به انتهای دیگر سنسور حرکت کرده و دو ورق طلایی را خم کرده و در واقع اتصال برق را قطع می‌کند. وقتی که ساچمهحرکت می‌کند هوای داخل سنسور از بین تیوب و ساچمه حرکت کرده و باعث انبساط کیسه هوا می‌گردد.

۲) نوع دیگر سنسور جرم فنر است که در آن ۰,۰۱ثانیه برای فعال شدن قطعه الکترونیکی و ۰,۰۳ثانیه برای باز شدن کیسه هوا لازم است. در سرعت ۵۰کیلو متر بر ساعت زمان مورد نیاز ۰,۰۴ ثانیه است و بین ۰,۰۸ تا ۰,۱ ثانیه زمان برای کامل باز شدن کیسه هوا. البته این زمان برای تصادفات مختلف متفاوت است.

دستورالعمل‌هایی وجود داردکه توسط آن‌ها می‌توان حداکثر میزان جا به جایی راننده به سمت جلو قبل از باز شدن کیسه هوا را به‌دست آورد. یکی از دستورالعمل‌هایی که می‌توان به کاربرد، یک فاصله ساختگی ۰,۱۲۵متری قبل از باز شدن کامل کیسه هوا است. در این روش فرض می‌شود خودرو با سرعت ۵۰کیلومتر بر ساعت با جسم صلبی برخورد می‌کندکه زمان این برخورد ۰,۰۴ثانیه است. این زمان مربوط می‌شود به دوره تخمینی ۰,۰۱+۰,۰۳=۰,۰۴ثانیه‌ای بعد از برخورد.۰,۰۱برای تشخیص و ۰,۰۳ثانیه برای باز شدن کیسه هوا که در شکل زیر نمایی از آزمایش نشان داده شده است.

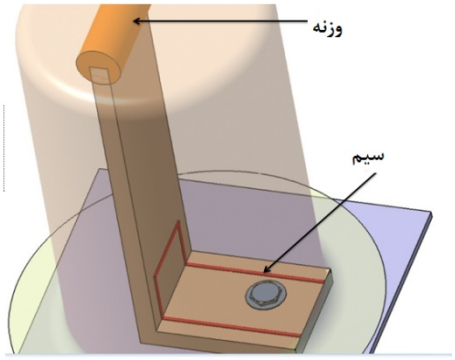


شکل ۱: نحوه عمل‌کرد و باز شدن کیسه هوا در حین تصادف

۲. مواد و روش‌ها

سنسور طراحی شده در این طرح نوعی سنسور مکانیکی می‌باشد که به همراه خودرو در سرعت‌های عادی با آن هماهنگ است، اما چنانچه خودرو به مانع صلبی برخورد کند، باعث ایجاد شکست در سنسور شده و با توجه به نوع طراحی به کار گرفته شده در آن، سیم حامل جریان برق خودرو قطع می‌گردد. پارامتر اساسی در عمل‌کرد کیسه هوا

زمان تشخیص تصادف می‌باشد. با توجه به مطالعات صورت گرفته، زمان مورد استفاده در این پژوهش ۰,۰۴ ثانیه برای باز شدن کیسه هوا و سرعت خودرو ۴۰ کیلومتر بر ساعت در نظر گرفته شد.



شکل ۲: طرح کلی سنسور مکانیکی طراحی شده در این تحقیق

تحلیل برای جسم مورد نظر در شکل ۱ انجام گردیده است که با توجه به این که قرار است ماده سبک و نیز ترد باشد از پلاستیکی با خصوصیات مندرج در جدول۱ استفاده گردید. جسم به صورت تیر یک سر گیردار در نظر گرفته شده است.

جدول ۱: خصوصیات مکانیکی مورد استفاده در طرح سنسور

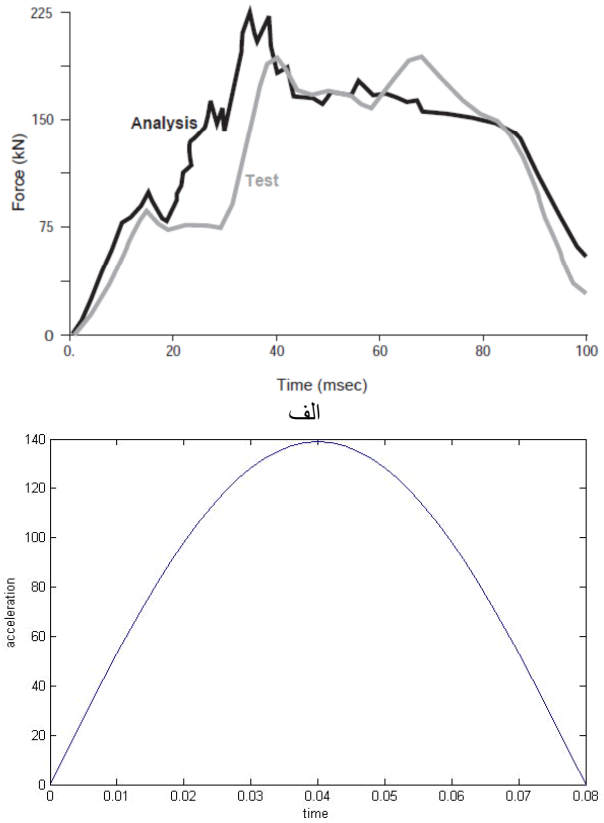
ویژگی	واحد	مقدار
مدول الاستیسیته	MPa	**3000 – 3500**
مدول برشی	MPa	**700 – 800**
مقاومت کششی	MPa	**32 – 60**
مقاومت خمشی	MPa	**50 – 100**
مقاومت ضربه	J/cm	**0.27 – 5**

۳. مدل ریاضی طرح

تیر مورد نظر از نوع یک سر گیردار است و به صورت ارتعاشی یک بعدی نامیرا c=0 عمل می‌کند و تحت پالس ضربه سینوسی مفروض قرار دارد. معادله ارتعاشی به صورت زیر خواهد بود.

$$m\ddot{x} + kx = F(t) \qquad (۱)$$

در شکل ۳ الف مقدار نیروی وارد شده به خوردو در حین تصادف نشان داده شده است[5].



شکل ۳ : الف) مقدار نیروی وارد شده به خوردو در حین تصادف[۵] و ب) مدل‌سازی تغییرات شتاب با یک موج سینوسی

در نمودار فوق(شکل ۳ الف) تغییرات نیرو در فاصله زمانی ۱۰۰میلی ثانیه ارائه شده است که حداکثر شتاب ناشی از تصادف در زمان نزدیک به ۰,۰۴ثانیه اتفاق می‌افتد. یعنی در ۰,۰۸ثانیه نیروی وارده بر تیر از صفر شروع شده و به صورت سینوسی ادامه یافته و دوباره به صفر می‌رسد. در شکل ۳ ب مدل ساده شده اعمال شتاب‌وارده بر تیر نشان داده شده است. کیسه هوا نیز در لحظه به حداکثر رسیدن نیرو و شکستن تیر (یعنی در زمان ۰,۰۴ثانیه) باید باز شود.

با توجه به شکل ۳ ب نیروی وارد بر تیر به‌صورت زیر قابل بیان است.

$$F(t) = \begin{cases} F_0 \sin \omega t & 0 \le t \le 0.08 \\ 0 & t > 0.08 \end{cases} \qquad (۲)$$

از آن‌جا که تیر و خوردو ابتدا دارای سرعت یکسان می باشند، داریم:

$$x(0) = \dot{x}(0) = 0$$

بنابراین معادله ارتعاشی سیستم به صورت زیر خواهد بود.

$$m\ddot{x} + kx = F_0 \sin\omega t\,\{u(t) - u(t-t_0)\} \quad (۳)$$

به‌طوریکه $u(t)$ تابع پله واحد و $u(t-t_0)$ تابع پله واحد با تاخیر می‌باشد. با اعمال تبدیل لاپلاس به معادله فوق خواهیم داشت.

$$m\big(S^2\,X(s) - S\,x(0) - \dot{x(0)}\big) + kX(S) = F_0\left\{\frac{\omega}{s^2+\omega^2} + e^{-st_0}\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\right\} \quad (۴)$$

مقدار جابجایی نوک تیر در محیط لاپلاس برابر خواهد بود با:

$$X(s) = \frac{F_0\omega(1+e^{-st_0})}{(s^2+\omega^2)(ms^2+k)} = \frac{F_0\omega(1+e^{-st_0})}{m\left(s^2+\frac{k}{m}\right)(s^2+\omega^2)} \quad (۵)$$

بطوریکه $\omega_n = \sqrt{k/m}$ برابر با فرکانس ارتعاش طبیعی تیر می‌باشد. با تجزیه کسرها، به عبارت زیر می رسیم:

$$X(s) = \frac{F_0}{m}\left[\frac{\omega}{(\omega^2-\omega_n{}^2)(s^2+\omega_n{}^2)} + \frac{-\omega}{(\omega^2-\omega_n{}^2)(s^2+\omega^2)}\right](1+e^{-st_0}) \quad (۶)$$

و یا به‌صورت ساده‌تر خواهیم داشت:

$$X(s) = \frac{F_0}{m\omega_n\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)}\left\{\left[\frac{\omega}{(s^2+\omega^2)} - \frac{\omega_n}{(s^2+\omega_n{}^2)}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right] + \left[\frac{\omega}{(s^2+\omega^2)}e^{-st_0} - \frac{\omega_n}{(s^2+\omega_n{}^2)}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)e^{-st_0}\right]\right\} \quad (۷)$$

با اعمال معکوس لاپلاس، معادله جابجایی نوک تیر در بعد زمان به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

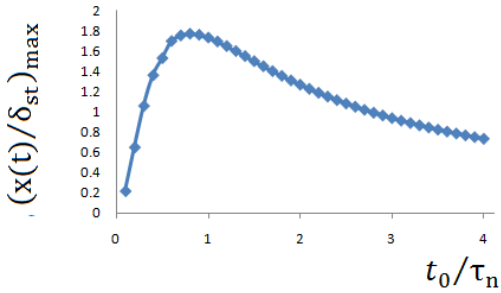
$$x(t) = \frac{\delta_{st}}{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)}\left\{\left[\sin\omega t - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\sin\omega_n t\right] + \left[\sin\omega t - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\sin\omega_n(t-t_0)\right]u(t-t_0)\right\} \quad (۸)$$

به‌طوریکه $\delta_{st} = F_0/k$ تغییر مکان استاتیکی تیر نامیده می‌شود. نکته قابل توجه این‌که معادله فوق در شرایط $\omega/\omega_n = 1$ به حالت ابهام $0/0$ درآمده و باید از طریق قاعده هوپیتال رفع ابهام گردد. در این شرایط مقدار $x(t)$ از طریق رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{X(t)}{\delta_{st}} = \frac{1}{2}(\sin\omega_n t - t\,\omega_n\cos\omega_n t) \quad (۹)$$

۴ بحث و نتیجه‌گیری

اگر نمودار مربوط به حداکثر پاسخ سیستم $(x(t)/\delta_{st})_{max}$را بر حسب t_0/τ_n ترسیم نماییم، طیف پاسخ سیستم به‌دست می‌آید که در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل ۴: طیف پاسخ ناشی از شوک وارد به سنسور مکانیکی

همان طور که در شکل ۴ ملاحظه می‌گردد، بیشترین مقدار$(x(t)/\delta_{st})_{max}$برای حالتی رخ می‌دهد که t_0/τ_nبرابر ۰/۸ باشد. در این شرایط ضریب تقویت شوک $\lambda = (x(t)/\delta_{st})_{max}$برابر با ۱/۷۷ خواهد بود. بنابر این محاسبات اولیه بر مبنای این مقدار صورت می پذیرد.مقدار حداکثر نیروی ارتعاشی و تنش ماکزیمم ایجاد شده در تیربرابر خواهد بود با:

$$F_{max} = \lambda \cdot \mathrm{ma} = \lambda\left(m\frac{dv}{t}\right) = \lambda \mathrm{m}\frac{\mathrm{v}-0}{t_0} = 1.77 \times 0.2 \times \frac{(40/3.6)}{0.08} = 49.16\ N \quad (۱۰)$$

مقدار حداکثر تنش ایجاد شده در تیر به علت شوک ناشی از تصادف برابر است با:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} \times C}{I} = \frac{F_{max} l \cdot C}{I} = \frac{49.16 \times 0.08C}{I} \quad (۱۱)$$

اگر مقدار تنش محاسبه شده از رابطه ۱۱ با تنش انقطاع پلاستیک برابر یا بیشتر گردد، سنسور مکانیکی شکسته شده و سیستم ایمنی خودرو به‌کار می‌افتد. داریم:

$$\frac{c}{\mathrm{I}} = \frac{\mathrm{c}}{\frac{1}{12}\mathrm{b}(2\mathrm{c})^3} = 8.4817 \times 10^6 \Rightarrow bc^2 = 0.1179$$

با فرض پهنای تیر برابر با ۳ سانتیمتر، خواهیم داشت:

$$c = 1.98 \cong 2\ mm \Rightarrow t = 4\ mm$$

اکنونبا در نظر گرفتن پارامترهای موجود در جدول ۱، مقدار فرض شده برای t_0/τ_nرا کنترل می‌کنیم.

$$I = \frac{bt^3}{12} = 0.16 \times 10^{-6}$$

$$\tau_n = \frac{2\pi}{\omega_n},\quad \omega_n = \sqrt{\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{m}}} = \sqrt{\frac{3IE}{ml^3}} = 3750$$

$$\frac{t_0}{\tau_n} = \frac{0.08}{2\pi/3750} = 47.74$$

از آن‌جایی‌که مقدار فرض شده برای t_0/τ_n با مقدار به‌دست آمده متفاوت است بنابراینمساله را مجددا با مقدار جدید $\lambda = 1.1$ حل می‌کنیم. با توجه به حل انجام شده مقادیر نهایی زیر برای ابعاد تیر به‌دست می‌آید.

$$\mathrm{l} = 8\ \mathrm{cm}, \mathrm{b} = 3\ \mathrm{cm}, \mathrm{t} = 3\ \mathrm{mm}$$

نتایج حاصل از این طرح نشان می‌دهد که چنانچه تیری با مشخصات فوق ساخته شود وسرعت خودرو ۴۰کیلومتر بر ساعت باشد، به محض تصادف و برخورد خودرو به یک مانع صلب، تیر خواهد شکست و سیم موجود بر روی تیر که جریان را از خود عبور می‌دهد قطع گردیده و بنزین و هم‌چنین دزدگیر از کار می‌افتد.

۶. مـراجع

[1] G.Y. Martin," Airbag triggering in a numerical vehicle fleet". TNO report | 04.OR.SA.001.1/CvdZ | January 29, 2004.

[2] K. Cho, B. Choi, H. Lee. "Design of an Airbag Deployment Algorithmbased on Precast Information". IEEE Transactions on vehicular technology, VOL. 60, NO. 4, MAY 2011.

[3] Ching-Yao Chan, "A Treatise on Crash Sensing for Automotive Air Bag Systems", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics , VOL. 7, NO. 2, JUNE 2002.

[4] C. Paul Du Bois Clifford , B. Chou Bahig, B. Fileta Tawfik, I.Khalil Albert, F. King

[5] Hikmat, J. Mahmood Harold, J. Mertz JacWismans, " Vehicle crashworthness and occupant protection ",Automotive Applications Committee. American Iron and Steel Institute.Southfield, Michigan.

[۶] ولی نژاد.ع."جداول و استاندارد های طراحی و ماشین سازی"انتشارات طراح.پائیز ۱۳۷۷