

بررسی اثر نیروهای واندروالسی بر ناپایداری نانوعملگرهای الکتروستاتیکی دو سر گیردار

سید احسان علوی^{۱*}، سید ایمان علوی^۲

۱- گروه مهندسی مکانیک، واحد شوشتر، دانشگاه آزاد اسلامی، شوشتر، ایران
۲- کارشناس مکانیک- شرکت پتروشیمی فجر- منطقه ویژه اقتصادی ماهشهر- سایت چهار
* شوشتر، sayed_ehsan_alavi@yahoo.com

چکیده

صنعت خودرو، جایگاه بیشترین موفقیت تجاری سیستم‌های نانوالکترومکانیکی به صورت شتاب سنج‌های مبتنی بر سیستم‌های نانوالکترومکانیکی برای فعال سازی کیسه‌های هوا است. ناپایداری عملگرهای الکتروستاتیکی دو سر گیردار در ابعاد نانو در این تحقیق مورد مطالعه قرار گرفته است. خیز تیر و نیروی واندروالسی در حالت ناپایداری که از پارامترهای اساسی در طراحی عملگرهای الکتروستاتیکی محسوب می‌شوند، با استفاده از روش عددی رانگ- کوتا استخراج می‌شوند. در بررسی نانوعملگر در حالتی که ولتاژ الکتریکی اعمال نمی‌شود، طول بیشینه تیر و حداقل فاصله اولیه بین تیر و صفحه به عنوان پارامترهای مهم در این حالت استخراج می‌گردد. در این تحقیق ملاحظه می‌شود که با افزایش اثر نیروهای درون مولکولی واندروالسی، ولتاژ الکتریکی و خیز تیر در حالت ناپایداری کاهش می‌یابد.

کلیدواژگان

عملگرهای الکتروستاتیکی، تیر دوسر گیردار، نیروی واندروالسی، ولتاژ ناپایداری،

۱- مقدمه

ساختار عملگر الکتروستاتیکی که در این تحقیق مطالعه می‌شود همان- گونه که از شکل ۱ ملاحظه می‌شود، از یک تیر دو سر گیردار به طول L (ضخامت h) و یک صفحه رسانا تشکیل شده است که تیر در یک فاصله اولیه، g بالای صفحه رسانا قرار دارد.



شکل ۱ نانوسویچ دوسر گیردار.

همکاران [۳] به مطالعه نیروهای الکتروستاتیکی در میکروتیرهای لاغر پرداختند. آن‌ها در این تحقیق، ابتدا یک تقریب از ظرفیت خازنی بین دو الکتروستاتیکی رسانا ارائه نمودند سپس به ارائه فرمولی جهت تعیین اندازه نیروهای الکتروستاتیکی پرداختند. تیلمناس و همکاران [۴] به بررسی ارتعاشات میکروتیرهای دو سر گیردار با استفاده از تئوری تیر خطی پرداختند. در این تحقیق شکل مودهای ارتعاشی تیر استخراج گردید. کوآنگ و همکاران [۵] با استفاده از روش تفاضل مربعات به بررسی رفتار دینامیکی میکروعملگرهای الکتروستاتیکی پرداختند. آن‌ها در تحقیق خود اثر زمان، اینرسی و استهلاک را در معادله حاکم بر خیز تیر لحاظ کردند. بترا و همکاران [۶] به بررسی ارتعاشات میکروتیرها پرداختند. آن‌ها در این تحقیق اثر میدان الکتریکی جانبی را نیز لحاظ نمودند. ژای و همکاران [۷] رفتار دینامیکی غیرخطی میکروعملگرهای الکتروستاتیکی را به کمک آنالیز مودال مطالعه نمودند. بترا و همکاران [۸] به بررسی اثر نیروی کازیمیر بر ناپایداری میکروصفحات پرداختند. آن‌ها در این تحقیق دریافتند که اثر نیروهای درون مولکولی کازیمیر در ابعاد میکرو ناچیز بوده و قابل صرف نظر است. رضانی و همکاران [۹] به بررسی اثر نیروی کازیمیر بر ناپایداری نانوسویچ‌های یک سر گیردار پرداختند. آن‌ها در این تحقیق از تابع گرین جهت تخمین خیز و ولتاژ الکتریکی در حالت ناپایداری استفاده نمودند. آبادیان و همکاران [۱۰] اثر نیروی کازیمیر بر پارامترهای ناپایداری نانوسویچ‌های یک سر گیردار را مطالعه نمودند. آن‌ها در تحقیق خود دریافتند که نیروی کازیمیر باعث کاهش ولتاژ الکتریکی در حالت ناپایداری می‌شود. نقره‌آبادی و همکاران [۱۱] به بررسی اثر نیروهای کازیمیر و واندروالسی بر ناپایداری نانوعملگرهای یک سر گیردار پرداختند. در این تحقیق ملاحظه شد که نیروهای درون مولکولی باعث کاهش خیز تیر در حالت ناپایداری می‌گردد. کوچی و همکاران [۱۲] با استفاده از یک روش تحلیلی اثر نیروهای کازیمیر بر ناپایداری نانوعملگرهای یک سر گیردار را بررسی نمودند.

در این تحقیق، اثر نیروی درون مولکولی واندروالسی بر ناپایداری^۱ عملگرهای الکتروستاتیکی دو سر گیردار در ابعاد نانو مطالعه می‌شود. در این

با اعمال ولتاژ الکتریکی بین تیر و صفحه، تیر و صفحه به ترتیب بارهای مثبت و منفی می‌یابند. نیروی الکتروستاتیکی به وجود آمده باعث می‌شود تا تیر به سمت صفحه خیز بردارد. با افزایش ولتاژ الکتریکی، در یک ولتاژ خاص تیر ناپایدار شده و به صفحه برخورد می‌کند. ولتاژی که باعث ناپایداری تیر می‌شود و خیز تیر در این حالت، پارامترهای ناپایداری تیر نامیده می‌شوند و از پارامترهای اساسی در طراحی عملگرها محسوب می‌شوند. علاوه بر نیروهای الکتروستاتیکی، نیروهای درون مولکولی نیز به تیر اعمال می‌شوند که باعث می‌شوند تیر به سمت صفحه خیز بردارد. این نیروها در بررسی عملگر در حالت نانو اهمیت می‌یابند و در بررسی تیر در ابعاد میکرو می‌توان از آن‌ها صرف نظر نمود. نیروهای درون مولکولی بر حسب فاصله اولیه بین تیر و صفحه بر دو نوع کازیمیر و واندروالسی است. اگر این فاصله کمتر از بیست نانومتر باشد، نیروهای واندروالسی و اگر بیشتر از آن باشد نیروهای کازیمیر بر تیر اعمال می‌شوند [۵-۱].

استربرگ و همکاران [۱] به روشی تحلیلی به بررسی پارامترهای ناپایداری عملگرهای الکتروستاتیکی در ابعاد میکرو پرداختند. آن‌ها در این تحقیق ولتاژ الکتریکی و خیز تیر را در هنگام ناپایداری استخراج نمودند. پامیدیقتام و همکاران [۲] به بررسی پارامترهای ناپایداری میکروتیرهای یک سر گیردار و دو سر گیردار پرداختند. آن‌ها در تحقیق خود از اثر زمان، اینرسی و استهلاک در معادله حاکم بر خیز تیر صرف نظر کردند. بترا و

¹ Pull In (PI)

$$\frac{d^4 u}{dx^4} - \left[a \int_0^1 \left(\frac{du}{dx} \right)^2 dx + b \right] \frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{\gamma}{(1-u(x))^3} + \frac{\phi}{(1-u(x))^2} + \frac{\phi}{(1-u(x))} \quad (6)$$

که پارامترهای بدون بعد آن به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$b = \frac{N_0 L^2}{EI} \quad (7)$$

$$a = 6 \left(\frac{g}{h} \right)^2 \quad (8)$$

$$\beta = \frac{\varepsilon_0 w V^2 L^4}{2g^3 EI} \quad (9)$$

$$\gamma = \frac{hcwL^4}{6\pi g^4 EI} \quad (10)$$

$$\phi = 0.65 \frac{g}{w} \quad (11)$$

شرایط مرزی بدون بعد تیر به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} u(0) = 0 & \quad u'(0) = 0 \\ u(1) = 0 & \quad u'(1) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

۲- نتایج

در جدول ۱ نتیجه یک حالت خاص که در آن نیروی کازیمیر بی‌بعد در حالت ناپایداری تیر یک سر گیردار به روش عددی استخراج شده است با نتایج سایر روش‌ها مقایسه شده است. ملاحظه می‌شود که نتایج روش عددی که در این تحقیق جهت حل معادله حاکم بر خیز تیر استفاده می‌شود، همگرایی قابل قبولی با سایر روش‌ها دارد.

جدول ۱ مقایسه نتیجه روش عددی با سایر روش‌ها در یک حالت خاص

پارامتر	روش عددی	روش پارامتر گسترده [۱۵]	روش پارامتر لامپد [۱۵]
α_{PI}	۰/۹۴	۱/۳۱	۰/۸۴

با افزایش نیروی درون مولکولی واندروالس، خیز تیر افزایش می‌یابد تا جایی که تیر ناپایدار می‌شود. در یک حالت خاص که پارامترهای بی‌بعد نیروهای محوری در تیر واحد فرض شود، همان‌گونه که در شکل ۲ مشخص است، در حالت ناپایداری مقادیر بی‌بعد نیروی واندروالس و خیز تیر به ترتیب به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \gamma_{PI} &= 51.71 \\ u_{0.5,PI} &= 0.2825 \end{aligned} \quad (13)$$

عملگرها به جهت شرایط مرزی خاص تیر، نوعی از نیروهای محوری در تیر ایجاد می‌شود که اثر این نیروها بر پارامترهای ناپایداری نیز در این تحقیق بررسی می‌شود.

۲-۱- معادله حاکم

در این تحقیق، جهت بررسی ناپایداری تیر، از آثار اینرسی و استهلاک چشم‌پوشی می‌شود و تغییرات ولتاژ، به آهستگی فرض می‌شود. به عبارت دیگر، خیز استاتیکی تیر بررسی می‌شود و از زمان در استخراج معادلات صرف‌نظر می‌شود. همچنین در استخراج معادله حاکم بر خیز تیر از تئوری تیر اوپلر برنولی استفاده می‌شود. (از اثرات تغییر شکل برشی و ممان اینرسی چرخشی صرف‌نظر می‌شود). معادله دیفرانسیل حاکم بر خیز یک تیر به طول L با سطح مقطع مستطیلی به صورت زیر است [۸]:

$$EI \frac{d^4 U}{dx^4} - \left[\frac{EA}{2L} \int_0^1 \left(\frac{dU}{dx} \right)^2 dx + N_0 \right] \frac{d^2 U}{dx^2} = F_e + F_c \quad (1)$$

که در آن U خیز تیر یک سر گیردار، X فاصله از انتهای گیردار، I گشتاور اینرسی سطح مقطع تیر، F_e نیروی الکتروستاتیک، F_c نیروی واندروالس، \bar{E} مدول مؤثر تیر است که برای تیرهای نازک با مدول یانگ، E برابر است و برای تیرهای پهن برابر است با: $E/(1-\nu^2)$ [۱۳]. پارامتر N_0 بیانگر نیروی محوری باقیمانده (پس‌ماند) است که به صورت زیر تعیین می‌گردد [۱۴]:

$$N_0 = \sigma_0 (1-\nu) \quad (2)$$

در رابطه ۲، σ_0 بیانگر تنش اولیه یکنواخت دو محوری در ماده، A سطح مقطع تیر و ν ضریب پواسون است. با در نظر گرفتن اثر میدان الکتریکی جانبی نیروی الکتروستاتیکی در تیر به صورت زیر خواهد بود [۱۵]:

$$F_e = \frac{\varepsilon_0 w V^2}{2(g-U)^2} \left(1 + 0.65 \frac{g-U}{w} \right) \quad (3)$$

V ولتاژ اعمال شده و ε_0 ضریب گذردهی خلأ است و برابر است با: $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2}$. در رابطه ۲، w پهنای تیر در جهت عمود بر صفحه است.

شرایط مرزی تیر دابل به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} U(0) = 0 & \quad U'(0) = 0 \\ U(L) = 0 & \quad U'(L) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

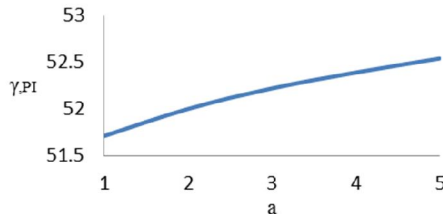
۲-۲- معادله حاکم بی‌بعد

جهت بی‌بعد کردن معادله حاکم از پارامترهای بدون بعد ذیل استفاده می‌گردد:

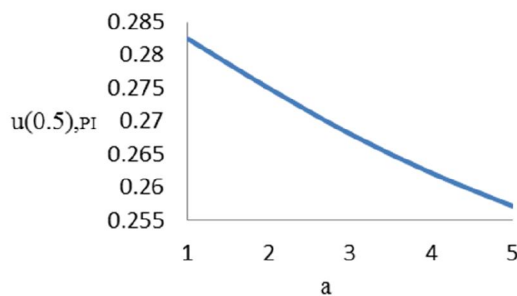
$$u = \frac{U}{g} \quad \& \quad x = \frac{X}{L} \quad (5)$$

فرم بدون بعد معادله حاکم به صورت زیر خواهد بود:

تأثیر خاصیت الاستیک تیر بر روی مقادیر نیروی واندروالسی و خیز تیر در حالت ناپایداری در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است. همان‌گونه که از شکل ۵ ملاحظه می‌شود با افزایش خاصیت الاستیک تیر مقدار نیروی واندروالسی در حالت ناپایداری افزایش می‌یابد که از لحاظ فیزیکی نیز از این بابت که خاصیت الاستیک تیر، با خیز برداشتن تیر مخالفت می‌کند، قابل توجیه است. از شکل ۶ نیز ملاحظه می‌شود که افزایش خاصیت الاستیک تیر باعث کاهش خیز تیر در حالت ناپایداری می‌شود.

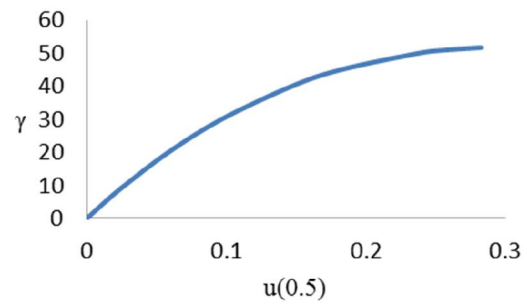


شکل ۵ نمودار نیروی واندروالسی بی‌بعد در حالت ناپایداری نسبت به a



شکل ۶ نمودار خیز بیشینه بی‌بعد در حالت ناپایداری نسبت به a

تأثیر نیروی واندروالسی بر روی مقادیر ولتاژ و خیز تیر در حالت ناپایداری در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل ۷ ملاحظه می‌شود با افزایش نیروی واندروالسی مقدار ولتاژ الکتریکی در حالت ناپایداری کاهش می‌یابد که از لحاظ فیزیکی نیز از این بابت که نیروی واندروالسی نیرویی جاذبه است که باعث می‌شود تیر به سمت پایین خیز بردارد و بنابراین با افزایش آن ضرورت اعمال ولتاژ الکتریکی بالا کمتر می‌شود، قابل توجیه است. از شکل ۸ نیز ملاحظه می‌شود که افزایش نیروی واندروالسی باعث کاهش خیز تیر در حالت ناپایداری می‌شود که از لحاظ فیزیکی به این صورت توجیه می‌شود که چون مقدار خیز تیر در حالت ناپایداری زمانی که فقط نیروی واندروالسی اعمال می‌شود نسبت به زمانی که فقط ولتاژ الکتریکی اعمال می‌شود کمتر است، بنابراین هرچه اثر نیروی واندروالسی پررنگ‌تر باشد خیز ناپایداری کمتر خواهد بود.



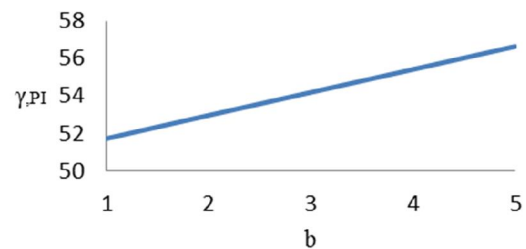
شکل ۲ نمودار نیروی واندروالسی بی‌بعد نسبت به خیز بی‌بعد پیشینه.

به منظور استخراج طول بیشینه تیر و نیز حداقل فاصله بین تیر و صفحه در این حالت با استفاده از رابطه ۱۰ خواهیم داشت:

$$L_{\max} = \sqrt[4]{\frac{310.26\pi g^4 EI}{hcw}} \quad (14)$$

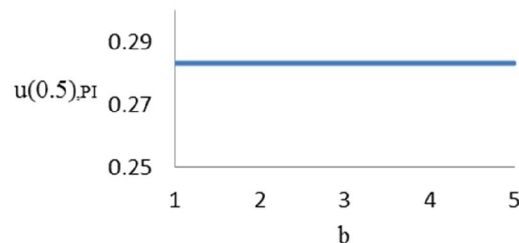
$$g_{\min} = \sqrt[4]{\frac{hcwL^4}{310.26\pi EI}} \quad (15)$$

تأثیر نیروی محوری پس‌ماند بر روی مقادیر نیروی واندروالسی و خیز تیر در حالت ناپایداری در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است. همان‌گونه که از شکل ۳ ملاحظه می‌شود با افزایش نیروی محوری پس‌ماند، مقدار نیروی واندروالسی در حالت ناپایداری افزایش می‌یابد که از لحاظ فیزیکی نیز از این بابت که نیروی محوری پس‌ماند، نیرویی است که با خیز برداشتن تیر مخالفت می‌کند قابل توجیه است.



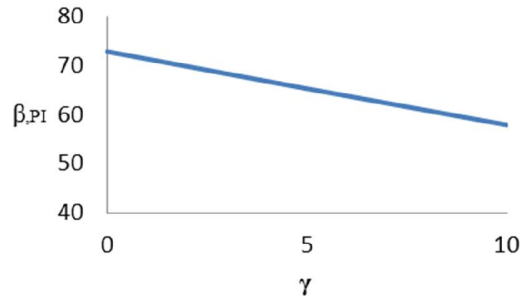
شکل ۳ نمودار نیروی واندروالسی بی‌بعد در حالت ناپایداری نسبت به b .

از شکل ۴ نیز ملاحظه می‌شود که افزایش نیروی محوری پس‌ماند تغییر ناچیزی بر خیز تیر در حالت ناپایداری دارد.

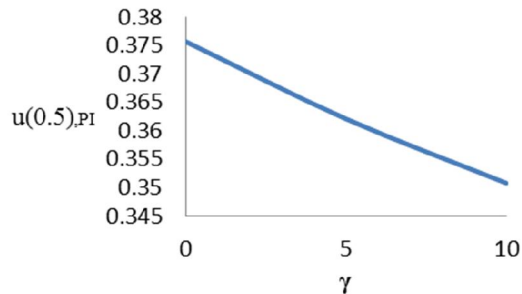


شکل ۴ نمودار خیز بیشینه بی‌بعد در حالت ناپایداری نسبت به b .

- [9] A. Ramezani, A. Alasty, J. Akbari, 'Analytical investigation and numerical verification of Casimir effect on electrostatic nano-cantilevers', *Microsyst. Technol.* 14- 145-157, 2008.
- [10] M. Abadyan, A. Novinzadeh, A. Kazemi, 'Approximating the effect of the Casimir force on the instability of electrostatic nano-cantilevers', *Phys. Scripta* 81- 015801 (10pp), 2010.
- [11] R. Soroush, A. Koochi, A. S. Kazemi, A. Noghrehabadi, H. Haddadpour, M. Abadyan, 'Investigating the effect of Casimir and van der Waals attractions on the electrostatic pull-in instability of nanoactuators', *Phys. Scripta* 82:045801, 2010.
- [12] A. Koochi, A. Kazemi, Y. Tadi Beni, M.R. Abadyan, 'Theoretical study of the effect of Casimir attraction on the pull-in behavior of beam-type NEMS using modified Adomian method'. *Physica E*;43:625-632, 2010.
- [13] S. Timoshenko, 'Theory of Plates and Shells', McGraw Hill, New York. 1987.
- [14] R. K. Gupta, 'Electrostatic Pull-in Test Structure Design for In-situ Mechanical Property Measurements of Microelectromechanical Systems', PhD Dissertation Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, MA, 1997.
- [15] A. Ramezani, A. Alasty, J. Akbari, 'Closed-form solutions of the pull-in instability in nano-cantilevers under electrostatic and intermolecular surface forces', *Int. J. Solids Struct.* 44- 4925-4941, 2007.



شکل ۷ نمودار ولتاژ الکتریکی بی‌بعد نسبت به نیروی واندروالسی بی‌بعد.



شکل ۸ نمودار خیز بیشینه بی‌بعد نسبت به نیروی واندروالسی بی‌بعد.

۳- نتیجه گیری و جمع بندی

در این تحقیق، طول مؤثر تیر و حداقل فاصله بین تیر و صفحه در حالت ناپایداری برای یک عملگر الکتروستاتیکی دو سر گیردار با استفاده از روش عددی رانگ-کوتا استخراج گردید. همچنین ملاحظه شده است که با افزایش نیروی واندروالسی، ولتاژ الکتریکی و خیز تیر در حالت ناپایداری کاهش می‌یابند. همچنین ملاحظه گردید که با افزایش خاصیت الاستیک تیر و نیروی محوری پس‌مانده، نیروی واندروالسی در حالت ناپایداری افزایش می‌یابد.

۴- مراجع

- [1] Osterberg PM, Senturia SD, 'M-TEST: a test chip for MEMS material property measurement using electrostatically actuated test structures'. *JMicroelectromech Sys* 6(2):107-118,1997.
- [2] S. Pamidighantam, R. Puers, K. Baert, H.A.C. Tilmans, 'Pull-in voltage analysis of electrostatically actuated beam structures with fixed-fixed and fixed-free end conditions', *Journal of Micromechanics and Microengineering* 12 (4) 458-464, 2002.
- [3] R.C. Batra, M. Porfiri, D. Spinello, 'Capacitance estimate for electrostatically actuated narrow microbeams', *Micro and Nano Letters* 1-71-73, 2006.
- [4] Tilmans, H.A., Legtenberg, R., 'Electrostatically driven vacuum-encapsulated polysilicon resonators. Part II: theory and performance'. *Sens. Actuat. A* 45(1), 67-84, 1994.
- [5] J.-H. Kuang and C.-J. Chen, 'Dynamic characteristics of shaped microactuators solved using the differential quadrature method', *J.Micromech. Microeng.*, vol. 14, no. 4, pp. 647-655, 2004.
- [6] R.C. Batra, M. Porfirir, D. Spinello, 'Vibrations of narrow microbeams preformed by an electric field', *Journal of Sound and Vibration* 309-600-612, 2008.
- [7] W.C. Xie, H.P. Lee, S.P. Lim, 'Nonlinear dynamic analysis of MEMS switches by nonlinear modal analysis', *Nonlinear Dynamics* 31- 243-256, 2003.
- [8] A. Ramezani, A. Alasty, J. Akbari, 'Analytical investigation and numerical verification of Casimir effect on electrostatic nano-cantilevers', *Microsyst. Technol.* 14- 145-157, 2008.
- [8] R. C. Batra, M. Porfir, D. Spinello, 'Reduced-order models for microelectromechanical rectangular and circular plates incorporating the Casimir force', *Int. J. Solids Struct.* 45- 3558-3583, 2008.