



شناسایی آسیب در محورهای دوار دارای ترک عرضی با استفاده از تحلیل ارتعاشی مدل ترک تنفس کننده

عباس عظمتی^۱، مهدی صالحی^{۱*}، ستار محمدی اسفرجانی^۱

۱- گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران
* نجف آباد، صندوق پستی ۸۵۱۴۱۴۳۱۳۱، mehdi.salehi@pmc.iaun.ac.ir

چکیده	اطلاعات مقاله
این مقاله به شناسایی ترکهای عرضی در شافت‌های دوار می‌پردازد. در این تحقیق پس از استخراج روابط حاکم، عمق‌ها و موقعیت‌های متفاوت برای ترک عرضی در یک محور دوار یک کمپرسور با استفاده از مدل ترک تنفس کننده بررسی شد. مدل ترک تنفس کننده نسبت به سایر مدل‌ها، انتسابی، بهتری را رفتار ترک واقعی دارد. ترک براساس اصول مکانیک شکست مدل شده و معادلات حرکت سیستم استخراج شد. برای مدل‌سازی رفتار واقعی ترک در باز و بسته شدن، از ضربی شدت تنش استفاده شده است. این مدل می‌تواند مقدار استحکام محور ترک‌دار را در هر محدوده سرعت بر حسب زاویه مشخص کند. نتایج نشان می‌دهند که در نقاطی که ترک کاملاً بسته است سختی محور دارای مقدار بیشینه خود می‌باشد. با افزایش عمق ترک، سختی محور کاهش می‌یابد. هارمونیک اول در طیف فرکانسی مربوط به اثر نابالانسی می‌باشد و هارمونیک دوم مربوط به اثر ترک است که با افزایش عمق ترک، دامنه آن افزایش می‌یابد. از کاهش فرکانس دوم و افزایش دامنه هارمونیک دوم می‌توان برای شناسایی ترک در محورهای دوار استفاده کرد.	مقاله پژوهشی کامل دریافت: ۱ آبان ۱۳۹۷ پذیرش: ۲۹ آذر ۱۳۹۷ ارائه در سایت: ۱۰ بهمن ۱۳۹۷
	کلیدواژگان
	محور دوار
	ترک تنفس کننده
	عیب یابی
	ارتعاشات

Damage detection in rotating shafts possessing transverse crack through vibration analysis of breathing crack model

Abbas Azemati¹, Mehdi Salehi^{2*}, Sattar Mohammadi Esfarjani¹

1-Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran
* P.O.B. 8514143131 Najafabad, Iran, mehdi.salehi@pmc.iaun.ac.ir

Article Information

Original Research Paper
Received 23 October 2018
Accepted 20 December 2018
Available Online 30 January 2019

Keywords

Rotating Shaft
Breathing Crack
Damage Detection
Vibration

ABSTRACT

This paper deals with transverse crack identification in rotating shafts. In this research, after presenting the equations governing the problem, different depths and positions of crack in a rotating axis of an industrial compressor unit is investigated using a breathing crack model. Crack is modeled based on the principles of fracture mechanics and the system's motion equations are extracted. Stress intensity coefficients are implemented to model the actual crack behavior in gradual opening and closing situations. The results showed that in the points where the cracks are closed, the stiffness has its maximum value. Also, with increasing crack depth, the total stiffness of the shaft decreases. The first harmonic in the frequency corresponds to imbalance and the second harmonic associated with the crack effect. By changing the position of the crack from the ends to the center of the shaft, the frequency of the second harmonic decreases while its amplitude decreases. Inverse analysis can be carried out based on the second frequency along with its amplitude in order to crack identification.

Please cite this article using:

Abbas Azemati, Mehdi Salehi, Sattar Mohammadi Esfarjani, Damage detection in rotating shafts possessing transverse crack through vibration analysis of breathing crack model, *Journal of Mechanical Engineering and Vibration*, Vol. 9, No. 4, pp. 45-54, 2018 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

۱- مقدمه

عمق ترک بستگی دارد. دو ویژگی موقعیت و عمق ترک بر کاهش سختی کل تاثیرگذار می‌باشند [۷-۸]. در بسیاری از تحقیقات تنها موقعیت یا عمق ترک در نظر گرفته شده که این امر می‌تواند به کاهش دقت نتایج منجر گردد [۹-۱۷].

با این حال تحقیقات در مورد ترک تنفس کننده به طور گسترده‌ای در سال‌های اخیر انجام گرفته است. شودیفات و بوچر، دوتابع مختلف را برای تشریح ترک تنفس کننده معرفی نمودند. آنها از این دوتابع برای استخراج روابط ماتریس سختی اجزای محدود وابسته به زمان المان‌های دارای ترک استفاده نمودند. همچنین با استخراج معادلات حرکت سیستم روتور ترکدار و حل آن، نتایج این دوتابع جدید را با نتایج قبلی موجود برای ترک‌های تنفس‌کننده مقایسه نمودند. آنها نشان دادند که توابع پیشنهادی قبلی برای ترک تنفس کننده در حالتی که عمق ترک کوچک است دقت کمتری داشته و توابع جدید در گستره بیشتری از عمق ترک قابل استفاده است [۱۸].

هان و ژائو، بیان می‌کنند که با توجه به چرخش روتور و بر اثر گرانش ترک عرضی باز و بسته می‌شود و در نظر گرفتن ترک تنفس کننده ضروری است. همچنین تغییرات سختی محور به شکل پریودیک وابسته به زمان است و سبب ناپایداری و ارتعاش شدید تحت شرایط کاری می‌شود [۱۹].

رشد ترک عرضی ناشی از خستگی یک مشکل رایج در سیستم‌های روتور صنعتی است. محورها برای افزایش کارایی به تدریج سبک تر و انعطاف پذیرتر شده و به شکلی طراحی می‌شوند که با سرعت بیشتری دوران نموده و نسبت توان به وزن آن‌ها بیشتر گردد. این امر سبب بالا رفتن خطر ایجاد ترک عرضی ناشی از خستگی می‌شود. ترک‌های ایجاد شده در محورهای دوار به دو دسته کلی ترک عرضی و ترک مایل تقسیم می‌شوند. ترک عرضی معمولاً ناشی از خستگی محور در اثر اعمال ممان خمشی است، در حالی که ترک‌های مایل بیشتر ناشی از خستگی محور در اثر اعمال ممان پیچشی می‌باشند. ترک ممکن است سبب شکست سیستم شود. توانایی شناسایی و تشخیص وضعیت ترک عرضی به مدت کمی پس از ایجاد آن یک امر ضروری برای سیستم‌های روتور است. هان و همکاران، با استفاده از روش اجزای محدود رفتار دینامیکی محور چرخدنده-دار و با تحت ترک مایل را بررسی نمودند. آنها براساس مکانیک شکست ماتریس انعطاف‌پذیری ترک مایل را استخراج کردند. آن‌ها سه حالت مختلف تحلیل چرخش، تحلیل ناپایداری و حالت ناپایدار را در نظر گرفتند. همچنین اثرات عمق ترک،

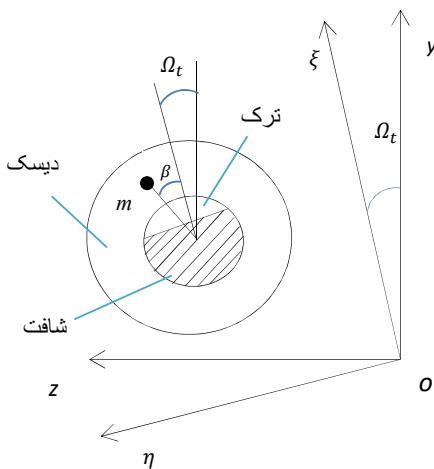
خرابی سیستم‌های مکانیکی می‌تواند منجر به توقفهای ناخواسته سیستم کاری و افزایش هزینه تولید در صنایع مختلف شود. از این رو تحقیقات زیادی در جهت یافتن روش‌های مناسب برای تشخیص عیوب و خرابی‌ها در سیستم‌ها به روش‌های تحلیل و تشخیص عیوب و خرابی‌ها در سیستم‌ها به روش‌های مختلفی صورت می‌گیرد. از جمله این روش‌ها می‌توان به تحلیل ارتعاشی، تحلیل صدا و نویز، آزمایش‌های اشعه ایکس، آزمایش‌های فرماحتی، آزمایش‌های چشمی، آنالیز روغن و ترمومتری شناسایی آسیب در ساختار است که در سالهای اخیر بسیار مورد اشاره نمود [۲۰-۲۱]. روش‌های تحلیل ارتعاشی یکی از روش‌های شناسایی آسیب در ساختار است که در سالهای اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۴-۳]. سیستم‌های دوار صنعتی می‌توانند دچار عیوب متفاوتی گردند. از جمله این عیوب می‌توان به نابالانسی، ناهمراستایی، خرابی یاتاقان‌ها و البته ترک در محور اشاره نمود. شکستهای ناشی از رشد ترک می‌تواند به صورت ناگهانی اتفاق افتد. همین موضوع اهمیت بررسی روش‌های تشخیص وجود ترک در شافت‌های دوار را دوچندان نموده است [۶-۵].

تحلیل ارتعاشی می‌تواند روش مناسبی برای شناسایی و تشخیص آسیب باشد. در سیستم‌های روتور معمولاً گرانش یا نابالانسی سبب ایجاد تحریک اجباری می‌شوند. در سیستم روتور، پایش وضعیت به دو صورت برخط و یرون خطکاری صورت می‌گیرد. توانایی پایش وضعیت برخط به روش ارتعاشی برای شناسایی و تحلیل حالت ترک به دقت مدل استفاده شده برای ترک بستگی دارد. معمولاً ترک به صورت باز یا تنفس-کننده در نظر گرفته می‌شود. ترک تنفس‌کننده همواره با چرخش محور باز بوده و سختی نامتقارنی را برای محور ایجاد می‌کند که نسبت به زمان نامتغیر است زیرا حالت ترک نسبت به زمان ثابت است. ترک تنفس‌کننده حالتی است که ترک با چرخش محور و به شکل دوره‌ای باز و بسته می‌شود که حالت ترک واقعی را نشان می‌دهد. از این رو سختی محور در این حالت به شکل دوره‌ای تابع زمان خواهد بود. توانایی سیستم‌های پایش وضعیت در شناسایی و تشخیص وضعیت ترک به چگونگی مدل‌سازی حالت واقعی ترک و اثرات فیزیکی آن بستگی دارد. مدل مورد استفاده باید بتواند رفتار واقعی سیستم را به خوبی مدل‌سازی نماید. وجه مشترک مهم تمامی ترک‌ها کاهش سختی سیستم ناشی از ترک است. کاهش موضعی سختی به

شکل ۱ مدل محور دارای ترک عرضی

۲- تئوری

جان و یون [۲۳] به بررسی ترک عرضی محور دوار با استفاده از مدل ترک تنفس کننده پرداختند. در تحقیق آنها محور بر روی یاتاقان‌های صلب قرار داشته و یک دیسک نابالانس در وسط محور قرار گرفته است (شکل ۲). α و z محورهای مختصات ثابت و η و ξ محورهای مختصات چرخان می‌باشند. m جرم دیسک قرار گرفته در وسط محور الاستیک بدون جرم است. e خارج از مرکزی مرکز دیسک از مرکز هندسی محور، β زاویه بین راستای خارج از مرکزی دیسک و محور ξ و سرعت زاویه‌ای محور است. در شکل ۳ برش عرضی که در برگیرنده ترک نشان داده شده است. که a عمق ترک، D قطر محور، \bar{a} نسبت عمق ترک (a/D) است [۲۳].



شکل ۲ سطح مقطع ترک و محورهای مختصات [۲۳]

تحقیق این پژوهشگران نشان داد که ضریب شدت تنفس از رابطه (۱) بدست می‌آید [۲۳]:

$$K^I = K_{Q\xi}^I + K_{Q\eta}^I \quad (1)$$

که ضریب شدت تنفس $K_{Q\xi}^I$ و $K_{Q\eta}^I$ به ترتیب در اثر وارد شدن نیروهای Q_ξ و Q_η بر روی سطح مقطع یک محور دوار، تغییر شکل-هایی در محور ایجاد می‌شود. این تغییر شکل‌های اضافی در اثر ترک با استفاده از مکانیک شکست محاسبه می‌شود. مقدار این ضرایب تنفس بر اساس روابط (۲) تا (۸) بدست می‌آیند [۲۳]:

$$K_{Q\xi}^I = \sigma_\xi(w)\sqrt{\pi\alpha}F(\alpha/\alpha') \quad (2)$$

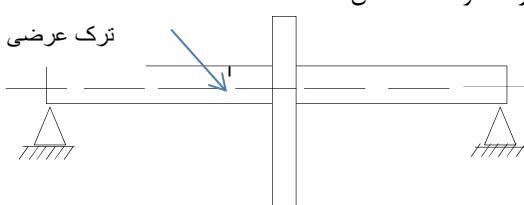
$$\sigma_\xi(w) = \frac{Q_\xi l}{2}\frac{\alpha'}{2}\frac{\pi}{64}D^4 \quad (3)$$

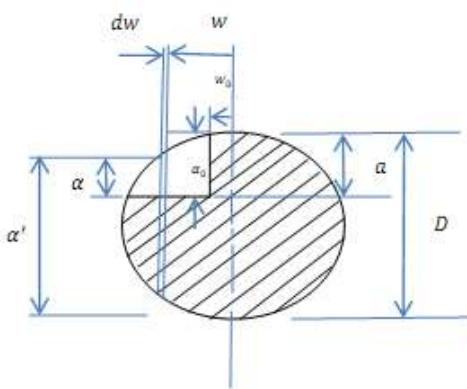
$$F(\alpha/\alpha') \quad (4)$$

$$= \sqrt{\frac{2\alpha'}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2\alpha'}} \frac{0.923 + 0.199[1 - \sin(\pi\alpha/2\alpha')]}{\cos(\pi\alpha/2\alpha')}$$

موقعیت و نوع آن را بر رفتار دینامیکی سیستم بررسی نمودند و ویژگی‌های محور از جمله مدها و ناپایداری آن را تحت این شرایط مورد مطالعه قرار دادند [۲۰]. دیدایر و همکاران، اثرات انواع عیوب مانند عدم بالانسی، عدم تقارن محور، عدم تنظیم زاویه‌ای و موازی بودن را بر تغییرات پاسخ غیر خطی سیستم روتور بررسی نمودند. آن‌ها روش بالانس هارمونیک با یک بسط اغتشاش چند جمله‌ای را پیشنهاد نمودند [۲۱]. هان و ژائو، به شکل تحلیلی اثرات ترک عرضی و دیسک غیرمتقارن را بررسی نمودند. آنها از نرخ آزادسازی انرژی کرنشی برای استخراج ضرایب سختی ترک استفاده کردند و معادلات ارتعاشی سیستم چهار درجه آزادی را ارائه نمودند. سپس با استفاده از روش بالانس هارمونیک و نیز روش بسط تیلور ناحیه ناپایداری را به شکل تقریبی حل نمودند. همچنین اثرات عمق ترک و موقعیت آن را بر ناپایداری بررسی نمودند [۲۲]. هان و ژائو، پاسخ دینامیکی سیستم روتور ترک‌دار و یاتاقان را تحت حرکت وابسته به زمان بررسی نمودند. در این تحلیل دو نوع ترک باز و تنفس کننده مورد مطالعه قرار گرفته است. برای تحلیل سیستم مورد نظر در دو حالت ترک باز و تنفس کننده از حل اجزای محدود استفاده کردند. آنها بیان کردند که تحت شرایط ترک عرضی و حرکت وابسته به زمان شالوده، معادله دیفرانسیلی مرتبه دوم سیستم نه تنها شامل مولفه‌های ژیروسکوپی پریودیک وابسته به زمان و ضرایب سختی است، بلکه تحریک خارجی چند فرکانسی را نیز شامل می‌شود. آنها روش بالانس هارمونیک بهمود یافته را برای یافتن پاسخ حالت پایدار سیستم تحت حرکت شالوده یا تحریک غیر بالانس، مورد استفاده قرار دادند. آنها اثرات حرکت زاویه مختلف شالوده، فرکانس‌ها و دامنه تحریکات و عمق ترک را بررسی نمودند [۲۳].

در این تحقیق ترک عرضی محور دوار با استفاده از مدل ترک تنفس کننده بررسی می‌شود (شکل ۱). این مدل انتباطق بسیار بهتری با یک ترک واقعی دارد. ترک براساس اصول مکانیک شکست مدل شده و معادلات حرکت سیستم استخراج می‌شود. در این روش برای مدل کردن رفتار واقعی ترک در باز و بسته شدن تدریجی از ضریب شدت تنفس استفاده می‌شود. این مدل می‌تواند به طور دقیق مقدار استحکام محور ترک‌دار را در هر محدوده سرعت مشخص کند.





شکل ۳ برش عرضی در برگیرنده ترک [۲۳]

که g ضریب انعطاف پذیری، ξ و k_ξ به ترتیب سختی مستقیم شافت در جهت‌های ξ و η است. $k_{\xi\eta}$ و $k_{\eta\eta}$ سختی متقاطع است. [۲۳]

-۳- نحوه مشخص کردن موقعیت ترک در مدل ترک تنفس کننده

مدل ترک تنفس کننده برای حل دقیق معادلات بکار بردہ می‌شود. در این روش برای مدل کردن رفتار واقعی ترک در باز و بسته شدن ندریجی از ضریب شدت تنش استفاده می‌شود. این مدل می‌تواند به طور دقیق مقدار استحکام محور ترکدار را در هر محدوده سرعت و هر شرایط حریک (پایدار یا گذرا) مشخص کند. نکته مهم در استفاده از مدل تنفس کننده، مشخص کردن ناحیه‌ای از سطح مقطع ترک است که ترک بسته است. برای این کار از مفهوم خط بسته ترک^۱ استفاده شده است. خط بسته ترک، یک خط فرضی عمود بر لبه ترک است که قسمت‌های بسته و باز ترک را از هم جدا می‌کند (شکل ۴). برای مشخص کردن موقعیت خط بسته ترک، لبه ترک به ۵۰ نقطه تقسیم شده است. موقعیت این خط در هنگام باز شدن ترک از نقطه ۱ تا ۵۰ (A تا B) و هنگام بسته شدن ترک از ۵۰ تا ۱۰۰ (B تا A) هنگامی که محور پادساعتگرد می‌چرخد، تغییر می‌کند. هنگامی که محور در موقعیت اولیه قرار دارد، لبه ترک در ناحیه فشاری قرار دارد و ترک تحت اثر وزن کاملاً بسته است. هنگامی که روتور در جهت پادساعتگرد می‌چرخد، قسمتی از ترک که نزدیک نقطه A قرار دارد شروع به باز شدن می‌شود. لبه ترک هنگامی که به قسمت پایینی در ناحیه کششی، $\theta = 180^\circ$ ، می‌رسد کاملاً باز می‌شود. در این موقعیت خط بسته ترک از نقطه A به نقطه B منتقل شده است. هنگامی که محور بیشتر بچرخد ترک از نقطه A شروع به بسته شدن می‌کند تا در $\theta = 360^\circ$ کاملاً بسته شود. بنابراین نقاط ۱ و ۱۰۰ مشخص کننده بسته بودن کامل ترک و نقطه ۵۰ مشخص کننده باز بودن کامل ترک است. نقطه ۲۵ مشخص کننده نیمه باز-نیمه بسته بودن ترک است.

$$K_{Q\eta}^I = \sigma_\eta(w)\sqrt{\pi\alpha}F'(\alpha/\alpha') \quad (5)$$

$$\sigma_\eta(w) = \frac{Q_\eta l}{2}w / \frac{\pi}{64}D^4 \quad (6)$$

$$\sigma_\eta(w) = \frac{Q_\eta l}{2}w / \frac{\pi}{64}D^4 \quad (7)$$

$$F'(\alpha/\alpha') = \sqrt{\frac{2\alpha'}{\pi\alpha}\tan\frac{\pi\alpha}{2\alpha'}} \quad (8)$$

$$\frac{0.752 + 2.02(\alpha/\alpha') + 0.37[1 - \sin(\pi\alpha/2\alpha')]^3}{\cos(\pi\alpha/2\alpha')} \quad (9)$$

که l طول محور است. l فاصله ترک از سمت چپ محور است. با اضافه کردن تغییرشکل محور بدون ترک به تغییرشکل ناشی از ترک، تغییرشکل کلی بر اساس روابط (۹) تا (۲۰) بدست می‌آید [۲۳]:

$$\Delta^\xi = Q_\xi g_1 + Q_\eta g_2 \quad (10)$$

$$\Delta^\eta = Q_\xi g_3 + Q_\eta g_4 \quad (11)$$

$$g_1 = \frac{L^3}{48EI} + \iint \frac{128l^2\alpha'^2}{E\pi D^8} \alpha F(\alpha/\alpha')^2 da dw \quad (12)$$

$$g_2 = g_3 = \frac{L^3}{48EI} + \iint \frac{256l^2\alpha'^2}{E\pi D^8} \alpha F(\alpha/\alpha')^2 da dw \quad (13)$$

$$g_4 = \frac{L^3}{48EI} + \iint \frac{512l^2w^2}{E\pi D^8} \alpha F'(\alpha/\alpha')^2 da dw \quad (14)$$

$$Q_\xi = (g_4\xi - g_2\eta)/(g_1g_4 - g_2^2) \quad (15)$$

$$Q_\eta = (-g_2\xi + g_1\eta)/(g_1g_4 - g_2^2) \quad (16)$$

$$Q_\xi = k_\xi\xi + k_{\xi\eta}\eta \quad (17)$$

$$Q_\eta = k_{\eta\xi}\xi + k_{\eta\eta}\eta \quad (18)$$

$$k_\xi = \frac{g_4}{g_1g_4 - g_2^2} \quad (19)$$

$$k_\eta = \frac{g_1}{g_1g_4 - g_2^2} \quad (20)$$

$$k_{\xi\eta} = k_{\eta\xi} = \frac{-g_2}{g_1g_4 - g_2^2}$$

باز است و در نتیجه در نقطه ۵۰ نشان داده شده در شکل‌های ۵ تا ۷ انعطاف پذیری محور دارای بیشترین مقدار خود می‌باشد. در شکل ۸ تغییرات سختی محور ترکدار در دو جهت θ و ζ برای عمق‌های ترک مختلف نشان داده است. همان‌طور که انتظار می‌رفت با افزایش عمق ترک، سختی محور کاهش می‌یابد. این کاهش سختی در جهت ζ بیشتر است زیرا با توجه به سطح مقطع ترک، کاهش ممان اینرسی در جهت ζ در اثر افزایش عمق ترک بیشتر می‌باشد.

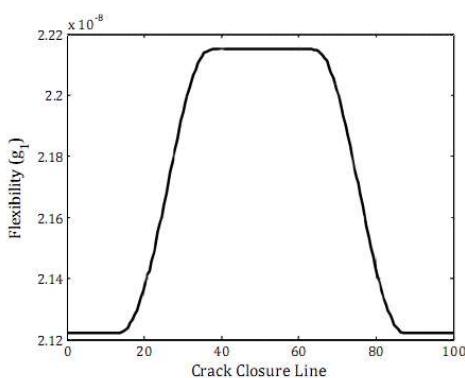
در شکل ۹ پاسخ زمانی مختصات محلی برای محوری با عمق ترک ۳ میلی‌متر ($a/D=0.2$) آورده شده است. لازم به ذکر است که در این شکل مقدار δ_{st} و k_0 از رابطه (۲۱) بدست می‌آید.

$$\delta_{st} = \frac{mg}{k_0} \quad \& \quad k_0 = \frac{48EI}{L^3} \quad (21)$$

که در آن E مدول الاستیسیته، I ممان اینرسی مقطع می‌باشد. اکنون برای صحه گذاری نتایج به دست آمده، این داده‌ها با نتایج موجود در مرجع [۲۳] مقایسه شده است. این مقایسه در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ آورده شده است. همان‌طور که در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ مشاهده می‌شود، نتایج بدست آمده انتطبق قابل قبولی با نتایج موجود در مرجع [۲۳] داشته است.

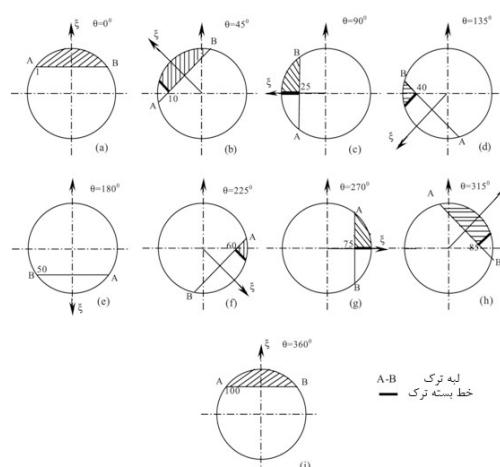
جدول ۱ مشخصات محور برای راستی آزمایی فرآیند تحلیل [۲۳]

مقدار	پارامتر
فولاد	جنس محور
۰/۷ متر	طول محور
۱۵ میلی‌متر	قطر محور
۱۰ کیلوگرم	جرم دیسک
۱ میلی‌متر	خروج از مرکزی
۰/۰۲	نسبت استهلاک



شکل ۵ تغییرات ضریب انعطاف پذیری g_z بر حسب موقعیت خط بسته ترک

برای مشخص کردن موقعیت خط بسته ترک در هنگام حل، مقدار ضریب شدت تنش کل را بدست می‌آوریم. ضریب شدت تنش در ۵۰ نقطه مشخص شده لبه ترک محاسبه می‌شود. در هر نقطه از لبه ترک که علامت ضریب شدت تنش کل منفی باشد، آن نقطه در ناحیه فشاری قرار دارد و در ناحیه بسته ترک قرار دارد. به طور مشابه هر نقطه‌ای که در آن علامت ضریب شدت تنش مثبت باشد، آن نقطه در ناحیه کششی قرار دارد و در نتیجه ترک در آن نقطه باز می‌باشد. بنابراین نقطه‌ای که ضریب شدت تنش تغییر علامت می‌دهد آن نقطه محل خط بسته ترک است.



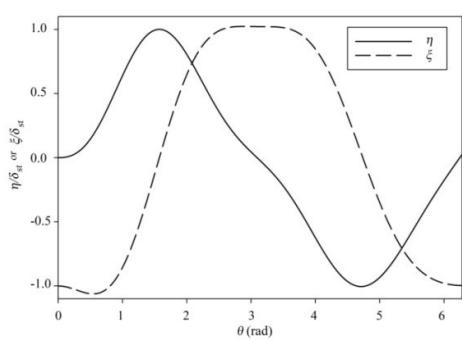
شکل ۴ تغییرات محل خط بسته بودن ترک با موقعیت زاویه‌ای محور

۴- راستی آزمایی فرآیند بررسی ترک عرضی محور دوار با استفاده از مدل ترک تنفس کننده

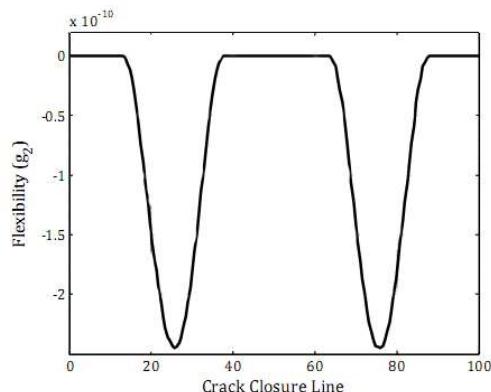
در این تحقیق به منظور بررسی ترک عرضی محور دوار با استفاده از مدل ترک تنفس کننده، ابتدا روابط مربوط به مدل ترک تنفس-کننده و معادلات حرکت در محیط متلب^۱ کدنویسی گردیده است. سپس نتایج استخراج گردید. آنگاه داده‌ها با استفاده از تبدیل فوریه از حوزه زمان به حوزه فرکانس تبدیل شده و بدینوسیله فرکانس‌های محور استخراج گردید. برای راستی آزمایی فرآیند شبیه‌سازی در نرم افزار متلب، محوری مطابق با تحقیق جان و یون [۲۳] تحلیل گردید. مشخصات این محور در جدول ۱ آمده است.

نتایج تغییرات ضرایب انعطاف پذیری به صورت تابعی از موقعیت خط بسته ترک در شکل‌های ۵ تا ۷ آورده شده است. با توجه به شکل ۴ ترک در نقاط ۱ و ۱۰۰ کاملاً بسته است، بنابراین همان‌طور که در شکل‌های ۵ تا ۷ نشان داده شده است، در این نقاط، انعطاف پذیری محور دارای کمترین مقدار و در نتیجه سختی محور دارای مقدار بیشینه خود می‌باشد. اما در نقطه ۵۰ با توجه به شکل ۴ ترک کاملاً

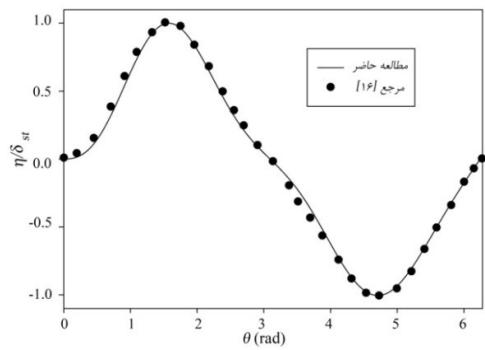
1. MATLAB



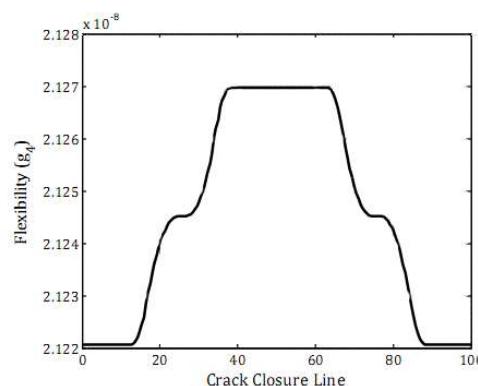
شکل ۹ پاسخ زمانی مختصات محلی برای عمق ترک ۳ میلی‌متر



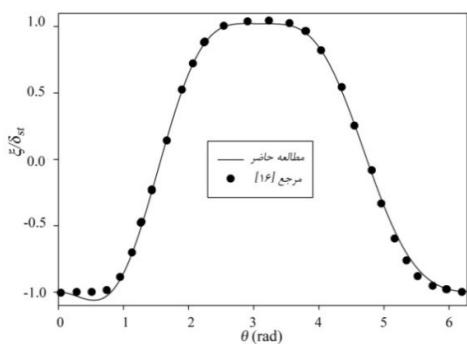
شکل ۶ تغییرات ضریب انعطاف پذیری g2 بر حسب موقعیت خط بسته ترک



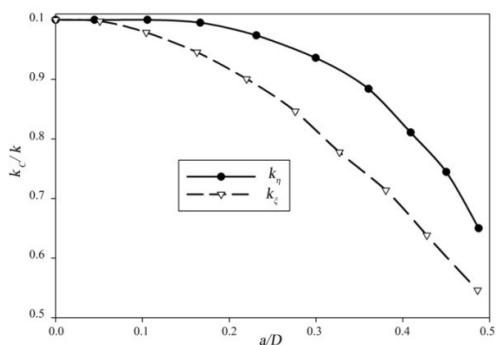
شکل ۱۰ مقایسه نتایج به دست آمده در جهت η با نتایج موجود در مرجع [۱۶]



شکل ۷ تغییرات ضریب انعطاف پذیری g4 بر حسب موقعیت خط بسته ترک



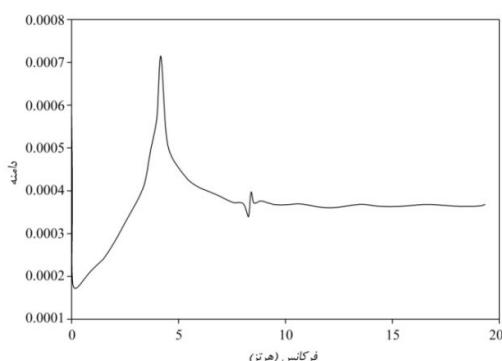
شکل ۱۱ مقایسه نتایج به دست آمده در جهت ξ با نتایج موجود در مرجع [۲۳]



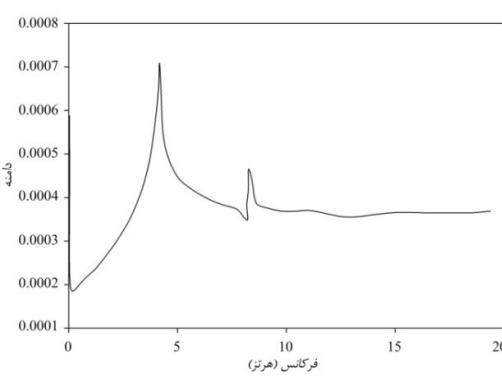
شکل ۸ تغییرات سختی محور ترک دار برای عمق‌های مختلف ترک

۵- فرآیند بررسی ترک عرضی محور دوار کمپرسور یک واحد صنعتی با استفاده از مدل ترک تنفس کننده

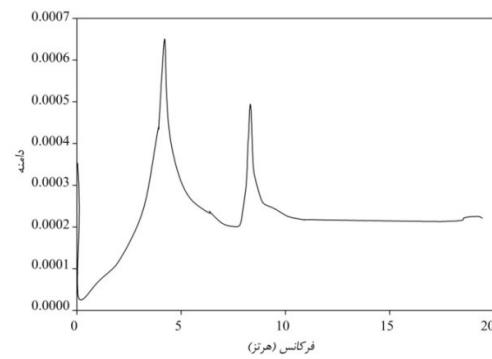
پس از اطمینان از درستی فرآیند بررسی ترک عرضی محور دوار با استفاده از مدل ترک تنفس کننده، ترک عرضی محور دوار کمپرسور یک واحد صنعتی با استفاده از مدل ترک تنفس کننده بررسی می-گردد. جدول ۲ مشخصات شافت کمپرسور واحد صنعتی را نشان می-



شکل ۱۲ پاسخ فرکانسی برای عمق ترک ۵ میلی‌متر



شکل ۱۳ پاسخ فرکانسی برای عمق ترک ۱۰ میلی‌متر



شکل ۱۴ پاسخ فرکانسی برای عمق ترک ۲۰ میلی‌متر

دهد. سپس بر روی نتایج بحث شده و پس از آن روند حل معکوس برای پیش‌بینی ترک ارائه می‌شود. با در نظر گرفتن عمق‌ها و موقعیت‌های متفاوت برای ترک، محاسبات تکرار شده است. پاسخ فرکانسی برای محوری با ترک عرضی در وسط محور و با عمق‌های متفاوت در شکل‌های ۱۲ تا ۱۶ ارائه شده است.

با توجه به نتایج ارائه شده می‌توان گفت که با افزایش عمق ترک، دامنه هارمونیک دوم افزایش می‌یابد. روند افزایش دامنه هارمونیک دوم بر حسب عمق ترک‌های مختلف در شکل ۱۷ آورده شده است. هارمونیک اول در طیف فرکانسی مربوط به اثر نابالانسی می‌باشد و هارمونیک دوم مربوط به اثر ترک است که با افزایش عمق ترک، دامنه آن افزایش می‌یابد.

به منظور بررسی تاثیر پارامترهای ترک، یعنی عمق و موقعیت آن روی فرکانس ارتعاش محور، نتایج هارمونیک اول و دوم و همچنین دامنه هارمونیک دوم برای ترک با عمق و موقعیت‌های مختلف در جدول ۳ نمایش داده شده است. همانطور که در شکل ۱۸ هم نشان داده شده است، با تغییر موقعیت ترک از دو سر محور به سمت وسط محور، مقدار فرکانس دوم (هارمونیک دوم) کاهش می‌یابد. از طرفی با افزایش عمق ترک، دامنه هارمونیک دوم افزایش می‌یابد. لذا از این پارامترهای می‌توان برای حل معکوس و شناسایی ترک در محورهای دوار استفاده نمود.

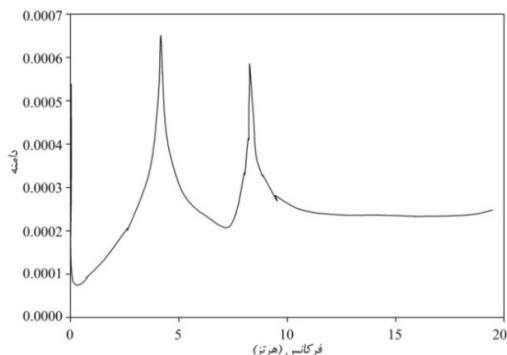
در حوزه فرکانس با توجه به حساسیت دامنه هارمونیک دوم به ترک، می‌توان از این پارامتر به عنوان معیار تشخیص ترک و مقایسه پاسخ‌ها در جستجوی مستقیم استفاده نمود. از تفاوت دامنه هارمونیک اول و دوم نیز می‌توان به عنوان معیار نابالانسی استفاده نمود. با توجه به آنچه بیان گردید، برای محوری با مشخصات ذکر شده در جدول ۳، با اندازه گیری هارمونیک‌های اول و دوم و همچنین دامنه هارمونیک دوم و مقایسه آن‌ها با اطلاعات جدول ۲، می‌توان عمق و موقعیت ترک را شناسایی نمود.

جدول ۲ مشخصات شافت کمپرسور یک واحد صنعتی

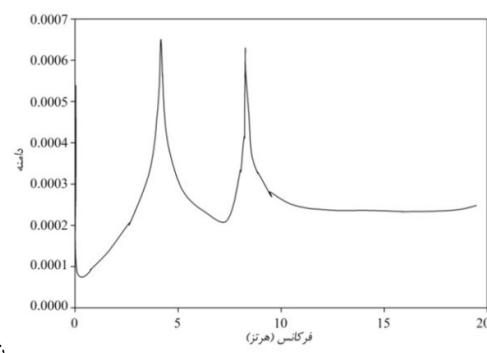
پارامتر	مدار
جنس محور	فولاد
طول محور	۰/۸ متر
قطر محور	۱/۰ متر
جرم دیسک	۱۰۰ کیلوگرم
خروج از مرکزی	۲ میلی‌متر
نسبت استهلاک	۰/۲

جدول ۳ نتایج آنالیز ارتعاشی برای ترک با عمق و موقعیت‌های مختلف

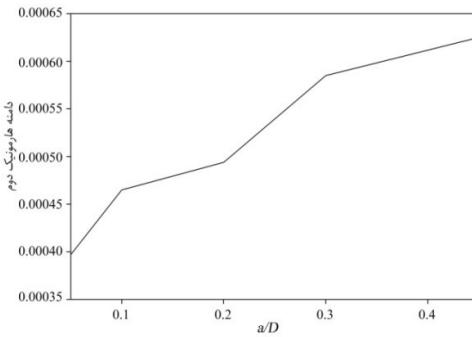
موقعیت ترک (mm)	عمق ترک (mm)	هارمونیک اول (Hz)	هارمونیک دوم (Hz)	دامنه هارمونیک دوم
۵۰	۵	۵/۱۱۹۹	۱۰/۴۶۶۷	۰/۰۰۲۶۹
۵۰	۱۰	۵/۱۱۹۲	۱۰/۳۳۵۲	۰/۰۰۳۲۶
۵۰	۲۰	۵/۱۱۸۷	۱۰/۲۹۵۲	۰/۰۰۰۳۶۱
۵۰	۳۰	۵/۱۱۸۰	۱۰/۲۸۰۱	۰/۰۰۰۴۷۸
۱۰۰	۵	۵/۰۹۹۹	۱۰/۳۸۱۷	۰/۰۰۰۲۸۲
۱۰۰	۱۰	۵/۰۸۸۴	۱۰/۳۶۵۳	۰/۰۰۰۳۳۹
۱۰۰	۲۰	۵/۰۷۶۷	۱۰/۳۶۳۵	۰/۰۰۰۳۷۱
۱۰۰	۳۰	۵/۰۶۷۳	۱۰/۳۵۰۸	۰/۰۰۰۵۰۴
۲۰۰	۵	۵/۰۸۴۹	۱۰/۲۹۲۷	۰/۰۰۰۳۲۲
۲۰۰	۱۰	۵/۰۷۵۹	۱۰/۲۹۰۵	۰/۰۰۳۸۴
۲۰۰	۲۰	۵/۰۷۴۷	۱۰/۲۸۸۳	۰/۰۰۰۴۰۴
۲۰۰	۳۰	۵/۰۷۰۰	۱۰/۲۸۸۱	۰/۰۰۰۵۲۵
۳۰۰	۵	۵/۰۴۹۹	۱۰/۲۴۵۷	۰/۰۰۰۳۲۳
۳۰۰	۱۰	۵/۰۳۶۲	۱۰/۲۲۹۸	۰/۰۰۰۳۹۴
۳۰۰	۲۰	۵/۰۳۰۱	۱۰/۲۱۵۷	۰/۰۰۰۴۱۸
۳۰۰	۳۰	۵/۰۱۹۱	۱۰/۲۰۷۱	۰/۰۰۰۵۳۱
۴۰۰	۵	۵/۰۰۴۱	۱۰/۱۶۱۷	۰/۰۰۰۳۹۷
۴۰۰	۱۰	۴/۹۸۵۷	۱۰/۱۵۵۵	۰/۰۰۰۴۶۵
۴۰۰	۲۰	۴/۹۸۱۲	۱۰/۱۳۶۶	۰/۰۰۰۴۹۴
۴۰۰	۳۰	۴/۹۷۷۵	۱۰/۱۲۳۸	۰/۰۰۰۵۸۵



شکل ۱۵ پاسخ فرکانسی برای عمق ترک ۳۰ میلی‌متر



شکل ۱۶ پاسخ فرکانسی برای عمق ترک ۴۵ میلی‌متر



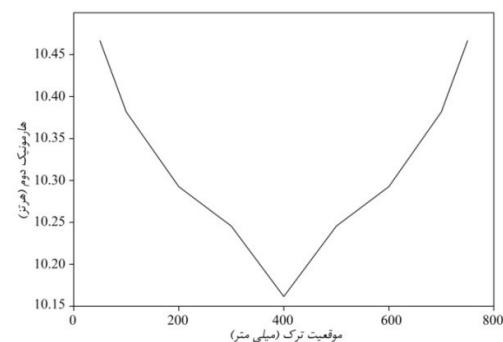
شکل ۱۷ نمودار دامنه هارمونیک دوم بر حسب عمق ترک‌های مختلف

کننده بررسی شد. در این روش برای مدل کردن رفتار واقعی ترک در باز و بسته شدن تدریجی ضربی شدت تنش مورد استفاده قرار گرفت. نتایج بدست آمده از این تحقیق به شرح زیر است:

۱. در نقاطی که ترک کاملاً بسته است انعطاف‌پذیری محور دارای کمترین مقدار و در نتیجه سختی محور دارای مقدار بیشینه خود می‌باشد.
۲. با افزایش عمق ترک، سختی محور کاهش می‌یابد. این کاهش سختی در جهت ξ بیشتر است.
۳. هارمونیک اول در طیف فرکانسی مربوط به اثر نایابانسی و هارمونیک دوم مربوط به اثر ترک است که با افزایش عمق ترک، دامنه آن افزایش می‌یابد.
۴. با توجه به اینکه با تغییر موقعیت ترک از دو سر محور به سمت وسط محور مقدار فرکانس دوم (هارمونیک دوم) کاهش می‌یابد و همچنانی از طرفی با افزایش عمق ترک دامنه هارمونیک دوم افزایش می‌یابد، لذا از این پارامترها برای حل معکوس و شناسایی ترک در محورهای دوار استفاده گردید.

-۸- مراجع

- [1] S. Mohammadi Esfarjani, M. Salehi, A. Ghassemi, Effect of the multiple damages and temperature changes on the natural frequency, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 55, No. 3, pp. 813-822, 2017. DOI: 10.15632/jtam-pl.55.3.813
- [2] S. Mohammadi Esfarjani, M. Salehi, Evaluation of the damage detection capability of inner product vector for LOP and LOSWF defects in V groove weld, *Modares Mechanic Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 7-16, 2016. (In Persian)
- [3] S. Mohammadi Esfarjani, M. Salehi, Optimization the inner product vector method and its application to structural health monitoring, *Journal of Vibroengineering*, Vol. 19, No. 4, pp. 2578-2585, 2017. DOI: 10.21595/jve.2017.18062
- [4] S. Mohammadi Esfarjani, M. Salehi, Detection of metallic impurities in alloys using the IPV and AMV methods, *Romanian Journal of Acoustics and Vibration*, Vol. XIII, No. 2, pp. 131-137., 2016.
- [5] A. K. Jaina, V. Rastogi, A. K. Agrawal, Experimental Investigation of Vibration Analysis of Multi-Crack Rotor Shaft, *Procedia Engineering*, Vol. 144, pp. 1451-1458, 2016.
- [6] O. Kurdi, I. H. Bin Hasnan, M. A. Mat Norman, I. Yulianti, The Experimental Method of Crack Detection in Shaft of Rotor System, 3rd International conference on Innovative Engineering Technologies (ICIET'2016) August 5-6, Bangkok, Thailand , 2016.
- [7] Z. Huang, Dynamic analysis on rotor-bearing system with coupling faults of crack and rub-impact, *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 744, No. 012158, 2016. DOI: 10.1088/1742-6596/744/1/012158
- [8] Z. S. Kulesza (2012) Rotor Crack Detection Approach Using Controlled Shaft Deflection, *Acta Mechanica et Automatica*, Vol. 6, No. 4, pp. 32-40, 2012.
- [9] A. K. Darpe, A. Chawla, K. Gupta (2002) Analysis of the Response of a Cracked Jeffcott Rotor to Axial Excitation,



شکل ۱۸ نمودار هارمونیک دوم بر حسب موقعیت ترک برای عمق ترک ۵ میلی‌متر

۶- فهرست علائم

جرم دیسک	m
خارج از مرکزی مرکز دیسک از مرکز هندسی محور	e
عمق ترک	a
زاویه بین راستای خارج از مرکزی دیسک و محور ξ	β
سرعت زاویه‌ای محور	Ω
نسبت عمق ترک (a/D)	\bar{a}
سختی مستقیم شافت در جهت ξ	k_ξ
سختی مستقیم شافت در جهت η	k_η
سختی متقطع	$k_{\xi\eta}$
سختی متقطع	$k_{\eta\xi}$
اثر وارد شدن نیروهای ξ بر روی Q	$K_{Q\xi}^I$
سطح مقطع یک محور دوار	
اثر وارد شدن نیروهای η بر روی Q	$K_{Q\eta}^I$
سطح مقطع یک محور دوار	
طول محور	L
قطر محور	D
فاصله ترک از سمت چپ محور	l
ضریب انعطاف پذیری	g

۷- نتیجه گیری

در این تحقیق با هدف شناسایی ترک عرضی در محورهای دوار با استفاده از آنالیز ارتعاشات انجام گرفت. پس از اطمینان از درستی فرآیند تحلیل، عمق‌ها و موقعیت‌های متفاوت برای ترک عرضی در یک محور دوار کمپرسور یک واحد صنعتی با استفاده از مدل ترک تنفس-

Journal of Sound and Vibration, Vol. 249, No. 3, pp. 429-445, 2002.

- [10] A. K. Darpe, A. Chawla, K. Gupta (2003) Dynamics of a Two-Crack Rotor, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 259, No. 3, pp. 649-675, 2003.
- [11] G. M. Dong, J. Chen, J. Zou, Parameter identification of a rotor with an open crack, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 23, pp. 23:325-333, 2004.
- [12] J-J. Sinou, A. W. Lees, The influence of cracks in rotating shafts, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 285, pp. 1015-1037, 2005.
- [13] A. K. Darpe, Dynamics of a Jeffcott rotor with slant crack, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 303, pp. 1-28, 2007.
- [14] S. N. Sachin, K. M. Surjya, Solution to Inverse Problem Involving Timoshenko Shaft/Beam Using Compliance Approach, 15th International Congress on Sound and Vibration, Daejeon, Korea. 2008.
- [15] C. A. Papadopoulos, The strain energy release approach for modeling cracks in rotors: A state of the art review, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, pp. 763-789, 2008.
- [16] Y. Lin, F. Chu, Numerical and experimental investigations of flexural vibrations of a rotor system with transverse or slant crack, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 324, pp. 107-125, 2009.
- [16] Y. Lin, F. Chu, The dynamic behavior of a rotor system with a slant crack on the shaft, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 24, pp. 522-545, 2010.
- [17] M. A. Al-Shudeifat, E. A. Butcher, New breathing functions for the transverse breathing crack of the cracked rotor system: Approach for critical and subcritical harmonic analysis, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, pp. 330: 526-544, 2011.
- [18] Q. Han, F. Chu, Parametric instability of a rotor-bearing system with two breathing transverse cracks, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 36, pp. 180-190, 2012.
- [19] Q. Han, J. Zhao, F. Chu, Dynamic analysis of a geared rotor system considering a slant crack on the shaft, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 331, pp. 5803-5823, 2012.
- [20] Q. Han, F. Chu (2013) Parametric instability of a Jeffcott rotor with rotationally asymmetric inertia and transverse crack, *Nonlinear Dynamic*, Vol. 73, pp. 827-842, 2013.
- [21] J. Didier, J.J. Sinou, B. Faverjon, Study of the non-linear dynamic response of a rotor system with faults and uncertainties, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 331, pp. 671-703, 2012.
- [22] Q. Han, J. Zhao, Dynamic response of cracked rotor-bearing system under time-dependent base movements, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, pp. 6847-6870, 2013.
- [23] O. S. JUN, H. J. EUN, Modeling and vibration analysis of a simple rotor with a breathing crack, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 155, No. 2, pp. 273-290, 1992.