

**Design and Validation of a Math Curriculum Model Based on a Reality-Oriented Approach for High School Students****Abdolamir Abaszadeh, Alireza, Medghalchi, Nasim Asghary**¹ Department of Mathematics, Faculty of sciences, Islamic Azad University, Central Tehran Branch, Tehran, Iran² Department of Mathematics, Faculty of Mathematical sciences, Kharazmi University, Tehran, Iran³ Department of mathematics. Faculty of Basic Science. Centeal Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.**Abstract**

The current research aims to design and validate a realistic mathematics education curriculum model for high school students. Data collection was done by the documentary method and content analysis technique. The research community includes all documents on realistic mathematics education and the sample volume included 94 documents. Purposive sampling and the method of collecting extracted information was chip sampling. Validity and reliability of data from the four criteria of dependability, transferability, verifiability, dependence and reliability. Findings according to the Akker Pattern in the form of reality-oriented mathematics curriculum components, including: Rationale, Aims & Objectives, Content, Learning activities, Teacher Role, Materials & Resources, Location, Time, Grouping and Assessment, were explained. For the purpose of validation, the proposed model for the quantitative part was carried out using a descriptive survey method and a researcher-made scale. The reliability of the system was calculated using the content validity method and the calculation of content validity ratio indexes and the reliability tool was also calculated using the internal consistency method. Quantitative data was analyzed by confirmatory factor analysis. Finally, it was found that the model of the math curriculum designed based on the reality-oriented approach has the required validity.

key words: realistic mathematics education, mathematics curriculum, curricular spider web, validation, high school

طراحی و اعتبارسنجی الگوی برنامه درسی ریاضی مبتنی بر رویکرد واقعیت مدار برای دانش آموزان دوره دوم متوسطه

عبدالامیر عباس زاده، علیرضا مدقالچی*، نسیم اصغری

^۱ دانشجوی دکتری ریاضی، گرایش آموزش ریاضی دانشکده علوم

پایه دانشگاه آزاداسلامی واحد تهران مرکزی، تهران، ایران

^۲ استاد گروه ریاضی، دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران^۳ استادیار گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه دانشگاه آزاداسلامی واحد تهران مرکزی، تهران، ایران**چکیده:**

پژوهش حاضر با هدف طراحی و اعتبارسنجی الگوی برنامه درسی ریاضیات واقعیت مدار برای دانش آموزان دوره دوم متوسطه انجام شد. روش پژوهش از نظر هدف کاربردی و در زمره مطالعات آمیخته (کیفی - کمی) بود. در بخش کیفی گردآوری داده‌ها به روش اسنادی و با استفاده از فن تحلیل محتوا صورت گرفت. جامعه پژوهش شامل کلیه اسناد ریاضیات واقعیت مدار و حجم نمونه شامل ۹۴ سند بود. نمونه گیری هدفمند و روش گردآوری اطلاعات استخراج شده فیش برداری بود. روایی و پایایی داده‌ها از چهار ملاک اعتمادپذیری، انتقال پذیری، وابستگی و اتکاپذیری و تاییدپذیری صورت گرفت. یافته‌ها مطابق الگوی ده گانه اگر در قالب مولفه‌های برنامه درسی ریاضیات واقعیت مدار شامل: منطقی، اهداف، محتوا، فرصت‌های یادگیری، نقش معلم، منابع، مکان، زمان، گروه بندی، ارزشیابی تبیین گردید. به منظور اعتبار بخشی الگوی پیشنهادی بخش کمی به روش توصیفی پیمایشی و مقیاس محقق ساخته، صورت پذیرفت. جامعه آماری این بخش شامل افرادی بود که با توجه به موضوع پژوهش دارای دانش و تخصص و تجربه بودند. در یک نمونه گیری هدفمند تعداد ۳۰ نفر در پژوهش شرکت داشتند. اعتبار مقیاس، به روش اعتبار محتوا و محاسبه شاخص‌های نسبت روایی محتوا و پایایی ابزار نیز از طریق روش همسانی درونی محاسبه گردید. داده‌های کمی به روش تحلیل عامل تاییدی تجزیه و تحلیل شدند. در نهایت مشخص شد الگوی برنامه درسی ریاضی طراحی شده مبتنی بر رویکرد واقعیت مدار از اعتبار لازم برخوردار است.

کلید واژه: ریاضیات واقعیت مدار، برنامه درسی ریاضی، دوره دوم متوسطه، اعتبار سنجی، الگوی تار عنکبوتی اگر

مقدمه:

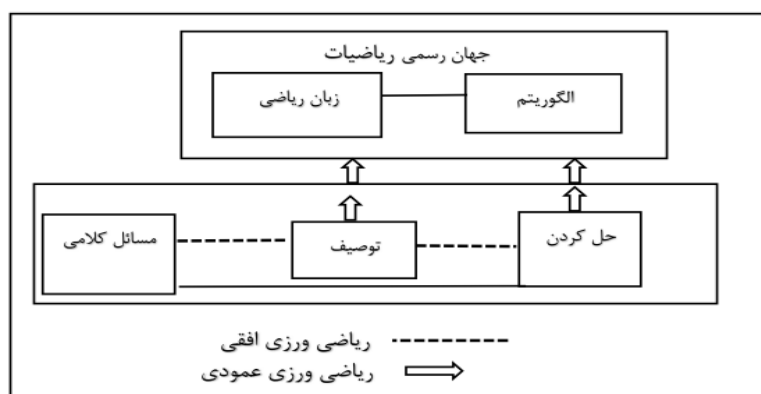
یکی از دغدغه جهانی در آموزش ریاضیات ارتباط بین ریاضیات با تجربیات زندگی روزمره و اتصال میان آموخته‌های دانش آموزان با دنیای واقعی پیرامون آنها و دنیای واقعیت‌های ذهنی است. (Rafiepour & Gooya, 2010) به گونه‌ای که در بسیاری از کشورها نظیر هلند، پرتغال، استرالیا، تانزانیا، اندونزی و فیلیپین موضوع به قدری جدی است که برای تغییر برنامه درسی ریاضی در این جهت تلاش‌های قابل توجهی انجام گرفته است و به دنبال پژوهش‌ها، راهکارهای عملی متنوعی پیشنهاد شده است و نتایج مطالعات انجام شده در بسیاری از این کشورها حاکی از آن است که آموزش ریاضیات واقعیت مدار جهت امید وار کننده‌ای برای بهبود و تقویت درک دانش آموزان از مفاهیم ریاضی است (Tine & et al, 2019; Laurens & et al, 2018; Özkaya & Yetim, 2017; Maureen & et al, 2019).

در رویکرد ریاضیات واقعیت مدار اصطلاح واقعی بودن به این معنا که موضوعات لزوماً از دنیای واقعی باشند نیست و زمینه‌های طرح مسئله به طور ضروری به موقعیت‌های دنیای واقعی محدود و منحصر نمی‌شوند، بلکه واژه واقع گرایی بیشتر اشاره به آن دارد که موقعیت‌های طرح مسئله برای دانش آموزان معنا دار باشد تا نسبت به آنها احساس مالکیت کنند. (Nana, 2018) از منظر واقعیت مدار بجای دیدن ریاضیات به عنوان موضوعی که باید منتقل شود، لازم است که فرصت‌های هدایت شده‌ای در اختیار دانش آموزان قرار داد تا ریاضی را از طریق انجام دادن، باز آفرینی کنند. رویکرد واقعیت مدار نسبت به ریاضی در اوایل دهه ۷۰ میلادی به دنبال برنامه درسی پیشنهادی فرودنتال (Freudenthal) در تقابل با رویکرد ریاضیات جدید (NeW Math Era) که تب آن در بسیاری از کشورها در آن سال‌ها بالا بود مطرح شد (Van den Heuvel, 2019). که تاکید زیادی به رابطه ریاضی با دنیای واقعی داشت اما به دنبال آن جنبه‌های ساختاری ریاضیات همچنان جزء ثابت این رویکرد باقی مانده است. به نقل

مبانی نظری تحول بنیادین نظام تعلیم و تربیت رسمی عمومی جمهوری اسلامی ایران برنامه درسی را مجموعه‌ای از فرصت‌های تربیتی، نظامند و طرح ریزی شده (از سطح ملی منطقه‌ای و محلی تا مدرسه و کلاس درس با طیف مخاطبان بسیار گسترده و فراگیر تا بسیار محدود) و نتایج مترتب با آنها می‌داند که متریبان برای کسب شایستگی‌های لازم جهت درک و اصلاح موقعیت براساس نظام معیار اسلامی در معرض آنها قرار می‌گیرند، تا با تکوین و تعالی پیوسته هویت خویش، به مرتبه قابل قبولی از آمادگی برای تحقق حیات طیبه در همه ابعاد برسند. (Gholamazad, 2021) به دنبال اعمال تغییرات همه جانبه در برنامه درسی که ضرورت آن به طور مشخص سازگار نمودن برنامه‌های درسی با اسناد بالادستی نظیر «تحول بنیادین آموزش و پرورش» و «برنامه درسی ملی» عنوان شده است، راهنمای برنامه درسی حوزه تربیت و یادگیری ریاضی طی دو مرحله در سال‌های ۱۳۹۵ توسط ریحانی و همکاران (Reyhani & et al, 2016) و ۱۳۹۹ حاجی بابایی و همکاران (Hajibabaei & et al, 2020) تهیه و تدوین شد. اما گزارش‌های منتشر شده حاکی از آن است که تغییرات محتوایی ساختارهای انجام شده در جهت عملیاتی کردن اسناد تحولی نظام آموزش و پرورش به دلیل آنکه اجرای آنها فاقد پشتوانه‌های کافی پژوهشی و زیرساخت‌های لازم بود با چالش‌های اساسی برای نظام تعلیم و تربیت در ایران همراه بود که همچنان ادامه دارد (Gholamazad, 2021). به اعتقاد (Rejali & Parvaneh, 2019) برنامه درسی ریاضیات مدرسه‌ای در ایران، زمانی تدوین شده است که مولفه‌های بومی، منطقه‌ای و جهانی تاثیر گذار بر آن با زمان حال متفاوت بوده است علاوه بر این تغییرات عظیم اجتماعی، توسعه منابع اطلاع رسانی و یافته‌های جدید پژوهشی درباره چگونگی یادگیری، حوزه برنامه ریزی درسی، نظام‌های اجتماعی و علوم ریاضی، سطح مطالبات عمومی را نسبت به همه برنامه‌های درسی بالاتر برده است.

مسائل دنیای واقعی و همچنین ریاضی ورزشی عمودی یعنی دست‌یابی دانش‌آموزان به انواع مختلف از ابزارهای ریاضی برای سیر در دنیای ریاضی، را متمایز کرد.

از (Laurens & et al, 2018)، (Treffers, 1991) در رساله دکترای خود که تحت راهنمایی فرودنتال نوشته شده است دو نوع ریاضی ورزشی افقی یعنی دست‌یابی دانش‌آموزان به انواع مختلف از ابزارهای ریاضی برای حل



شکل ۱. ارتباط بین ریاضیات افقی و عمودی (Laurens & et al, 2018)

ریاضی مشابه آنچه ریاضیدانان هنگام خلق یک مفهوم تجربه کرده‌اند، بنابراین تاریخ می‌تواند به عنوان یک منبع الهام بخش برای این منظور به حساب آید.

۲. پدیدارشناسی (phenomenology): پس از آنکه در مرحله باز آفرینی هدایت شده دانش‌آموزان توانستند ویژگی‌های شناخته شده‌ی الگویی را که برای آنها آشناست کشف کنند، در مرحله پدیدارشناسی طبیعی دانش‌آموزان می‌توانند آن ویژگی‌ها را به هم مرتبط کنند. در این مرحله تمرکز بر نحوه‌ی تفسیر ریاضی پدیده‌هایی در دسترس است. به گفته فرودنتال و به نقل از (Mohseni, 2015) این مرحله می‌تواند به عنوان یک طراحی اکتشافی دیده شود. بنابراین هدف از پدیدارشناسی تعلیمی ایجاد شرایطی است که دانش‌آموزان در خصوص راه‌حل‌های پیچیده از مسائل واقعی از طریق فعالیت‌های فردی یا گروهی بحث کنند.

۳. خلق پل‌های نو ظهور (emergent models): در این مرحله یادگیرندگان شروع به دست‌کاری ویژگی‌های ذاتی رابطه‌ها می‌کنند و این مدل‌ها به عنوان پلی بین تجرید و واقعیت مورد استفاده قرار می‌گیرند (Fauzan,

ریاضیات افقی زمانی است که یادگیرندگان از استراتژی‌های غیر رسمی خود برای توصیف و حل مسئله استفاده می‌کنند از این رو با کاربرد از یک موقعیت واقعی از زندگی شروع شده و با توصیف، سازماندهی و فهمیدن مسئله به ساخت دانش و ابزار ریاضی منجر می‌شود. (Muslimin, Ratu & Zulkardi, 2020) در اینجا خط سیر یادگیری بر ماهیت فرایند یادگیری تاکید دارد و به دانش‌آموزان اجازه می‌دهد که فرصت کسب دانش ریاضی را از طریق خلق معنا از تجربه به دست آورند. با ساخت دانش ریاضیات از طریق درگیری با نمادها، جریان یادگیری در جهت تسلط بر فرایند سازماندهی دوباره مدل‌ها در خود نظام ریاضی به منظور استفاده، اصلاح و تنظیم مدل‌های مختلف، ترکیب و ادغام و صورت بندی مدل‌ها و تعمیم آنها پیش می‌رود.

فرایند یادگیری مفاهیم ریاضی در رویکرد واقعیت مدار طی سه مرحله حاصل می‌شود: (Van den Heuvel, 2019)

۱. باز آفرینی هدایت شده (Guided reinvention) یعنی در اختیار قرار دادن فرصت‌هایی برای بازآفرینی مفاهیم

تطبیقی به مقایسه و بررسی میزان انطباق مسائل مورد استفاده در آزمون مطالعه پیزا با مسائل و تمرینات کتاب درسی ریاضی نهم چاپ سال ۱۳۹۵ (2019) می‌پردازند و نتیجه می‌گیرند اگرچه مسائل دنیای واقعی در فصل‌های مربوط به هندسه در کتاب مورد بحث وجود دارد اما این مسائل در کتاب پاسخ داده شده اند و عملاً دانش آموزان به شکلی بسیار محدود حل این نوع مسائل را تمرین می‌کنند. (Muslimin, Ratu & Zulkardi, 2020) دریک پژوهش کیفی به تاثیر رویکرد ریاضیات واقعیت مدار مبتنی بر ارزش‌های اسلامی در یاددهی مفهوم اعداد صحیح به این نتیجه رسیدند که این رویکرد باعث رفع بدفهمی دانش آموزان در مفاهیم مربوط به اعداد صحیح و تاثیر مثبت بر چگونگی عملکرد دانش آموزان در حل مسائل مربوط به اعداد صحیح دارد. (Kaushik, 2020) دریک پژوهش کتابخانه‌ای با بررسی منابع مختلف به شابهت‌ها و همچنین تاثیرات متقابل نظریه ساختن گرابی ویگوتسکی و ریاضیات واقعیت مدار بر یکدیگر در آموزش ریاضی می‌پردازد. (Galman & Del Rosario, 2021) در مطالعه‌ای با هدف بررسی ارتباط بین موقعیت‌های زندگی واقعی با کلاس درس برای دانش آموزان پایه یازدهم مدرسه پرداختند و نتیجه گرفتند که وظایف مبتنی بر عملکرد دنیای واقعی به دانش آموزان در درک مفاهیم ریاضی مدرسه‌ای کمک کردند و دانش آموزان از اینکه موقعیت‌های واقعی زندگی را در ریاضی مدرسه‌ای به کار گرفته اند احساس خوش آیندی داشتند. (Nguyen, 2022) در پژوهش به روش نیمه تجربی به طراحی الگویی تدریس براساس رویکرد واقعیت مدار و کاربرد آن در تدریس حساب دیفرانسیل و انتگرال می‌پردازد و نتیجه می‌گیرد که به کارگیری این رویکرد تاثیر مثبتی در یادگیری دانش آموزان در درس حساب دیفرانسیل و انتگرال دارد.

در بین سطوح تحصیلی دوره دوم متوسطه به دلیل ماهیت انتقالی از آموزش مدرسه‌ای به آموزش دانشگاهی دارای اهمیت خاصی است. چنانچه از جنبه روانشناسی دوره‌ای است که در آن حداکثر توافق بین خصوصیات

(Armiati & Ceria, 2018). با این توجه که نمادهایی که در روند مدل‌سازی تعبیه شده و مدل‌ها را تشکیل می‌دهند، می‌توانند با گذشت زمان تغییر کنند. بدین ترتیب که در ابتدا دانش آموزان مدلی از یک فعالیت مستقر را توسعه می‌دهند و این مدل خود به یک مدل برای استدلال ریاضی پیچیده تر تبدیل می‌شود.

اگر چه جستجوی محققان این پژوهش از منابع داخلی و خارجی در حوزه طراحی مولفه‌های برنامه درسی ریاضی بر اساس رویکرد واقعیت مدار بی نتیجه ماند با این حال بررسی منابع نشان می‌دهد رویکرد واقعیت مدار در ریاضی به عنوان یک موضوع پژوهشی در آموزش ریاضی از مدت‌ها پیش مورد توجه پژوهشگران این حوزه بوده است. چنانچه (Gholamazad, 2014) در تحقیق خود ضمن معرفی جنبه‌های مختلف این رویکرد در آموزش ریاضی، به تحلیل محتوای کتاب درسی ریاضی ۱ از منظر رویکرد واقعیت مدار پرداخت و نتیجه می‌گیرد که نظم خاصی در توزیع مسائل زمینه دار در بخش‌های مختلف این کتاب به چشم نمی‌خورد. همچنین (Mohseni, 2015) در پژوهشی به منظور افزایش سطح فهم و درک و کاهش بدفهمی‌های دانش آموزان در مبحث تابع بر مبنای آموزش ریاضی واقعیت مدار به روش کمی و شبه آزمایشی به این نتیجه دست یافت که تدریس بر مبنای چهار ویژگی آموزش واقعیت مدار شامل استفاده از زمینه برای طرح سوال، استفاده از مدل برای برقراری ارتباط بین سطوح مجرد و سطح غیرمجرد، استفاده از تولیدات و ساخته‌های دانش آموزان و تدریس تعاملی نشان دهنده افزایش سطح فهم و درک دانش آموزان گروه آزمایش نسبت به گروه کنترل دارد. (Hoseini, 2018) در تحقیقی به استفاده از مدل‌های ساده واقعیت مدار در آموزش بعضی از موضوعات پایه ریاضیات دبیرستانی نظیر، مدل دایره مثلثاتی، مدل دوکفه ترازو برای حل معادله و چند مدل دیگر می‌پردازد و ضمن معرفی این مدل‌ها نتیجه می‌گیرد دست یابی به ویژگی‌ها، تعریف و تحلیل اثرات این مدل‌ها امری تاثیر گذار بر آموزش ریاضی است. در پژوهشی دیگر (Ebrahimi & Yaftian, 2020) به روش تحلیلی -

فرد و مقتضیات رشته تحصیلی امکان پذیر می‌گردد و از جنبه اجتماعی مرحله‌ای از آموزش و پرورش است که دانش آموزان به افرادی مستقل و مسئولیت پذیر تبدیل و مهارت لازم جهت ورود به زندگی آینده کسب می‌نمایند. بنابراین، با توجه به اهمیت رویکرد واقعیت مدار در آموزش ریاضیات مدرسه‌ی و از آنجائیکه بررسی‌های صورت گرفته طبق جستجوی محققان، نشان می‌دهد که تاکنون پژوهشی در راستای طراحی برنامه درسی ریاضی با رویکرد واقعیت مدار برای دانش آموزان صورت نگرفته است، هدف کلی پژوهش حاضر «طراحی و اعتبارسنجی الگوی برنامه درسی مبتنی بر رویکرد ریاضیات واقعیت مدار برای دانش آموزان دوره دوم متوسطه» است. سئوالات پژوهش عبارت انداز:

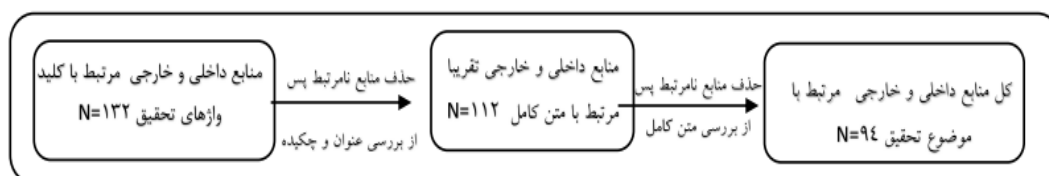
۱. عناصر برنامه درسی ریاضی مبتنی بر رویکرد واقعیت مدار برای دانش آموزان دوره متوسطه دوم از چه ویژگی‌هایی برخوردار است؟
 ۲. الگوی برنامه درسی ریاضی مبتنی بر رویکرد واقعیت مدار برای دانش آموزان دوره دوم متوسطه چگونه است؟
 ۳. اعتبار الگوی طراحی شده برنامه درسی ریاضی مبتنی بر رویکرد واقعیت مدار برای دانش آموزان دوره دوم متوسطه، از نظر متخصصان (برنامه ریزی درسی، آموزش ریاضی) چگونه است؟

Mathematics Education, Realistics, Mathematical Mathematics curriculum), (Modelling در پایگاه‌های معتبر داخلی و خارجی مانند Google Scholar: SID, Irandoc, Noormags, Magiran, Science Direct, Springer, Sage, Eric تعداد ۱۳۲ سند مشتمل بر مقاله‌های علمی پژوهشی، پایانامه کارشناسی ارشد و دکترا، کتب و گزارش‌های علمی بازیابی شد. پس از بازیابی منابع چکیده مقالات و گزارش‌ها و همچنین فهرست فصل‌های کتاب در صورت مرتبط بودن با موضوع تحقیق، انتخاب و یا رد شدند. ملاک ورود مطالعه کیفی عبارت بود از مرتبط بودن محتوای منبع با اهداف پژوهش حاضر و همچنین عدم دسترسی به متن کامل منبع، ملاک خروج بود. شکل شماره (۲) مراحل گزینش، پالایش و سازماندهی منابع را نشان می‌دهد.

پژوهش حاضر از نظر هدف کاربردی و در زمره مطالعات

روش تحقیق:

پژوهش حاضر از نظر هدف کاربردی و در زمره مطالعات



شکل ۲. مراحل گزینش، پالایش و سازماندهی منابع

برای مدیریت و دستیابی سریع تر، منابع بازیابی شده کد گذاری و درون پوشه‌هایی برای ترجمه و مطالعات

بعدی ذخیره شدند. گردآوری اطلاعات استخراج شده از منابع بازیابی شده به روش فیش برداری بود. به نحوی که

دکتر و حداقل ۱۸ سال سابقه تدریس در دانشگاه) در پژوهش مشارکت داشتند. افراد انتخاب شده در فرایند تدوین چارچوب ارائه شده هیچ نقشی نداشته اند. به منظور اعتبار بخشی الگوی طراحی شده مبتنی بر ریاضیات واقعیت مدار از پرسش نامه محقق ساخته شامل ۱۵ سؤال پنج درجه‌ای از نوع لیکرت با نمره گذاری از ۱ (کاملاً مخالفم) تا ۵ (کاملاً موافقم) استفاده شد. برای تعیین اعتبار مقیاس، از روش اعتبار محتوا محاسبه شاخص نسبت روایی محتوا (content validity index, CVI) و شاخص روایی محتوا (content validity index (CVR), (ratio) استفاده گردید. مقیاس مورد نظر برای ۸ نفر از اساتید برنامه ریزی درسی و آموزش ریاضی ارسال گردید و پس از دریافت نظرات آنها، اصلاحات لازم صورت گرفت. مقدار (CVR) بازه ۰/۷۸ تا ۰/۹۴ و مقدار (CVI) بازه ۰/۸۰ تا ۰/۹۱. به دست آمد و اعتبار مقیاس تایید شد. همچنین برای بررسی پایایی ابزار بخش کمی مقیاس بین ۲۰ نمونه خارج از گروه اصلی نمونه پژوهش به روش همسانی درونی مورد بررسی قرار گرفت و ضریب آلفای کرونباخ برای کل مقیاس ۰/۸۸. به دست آمد. برای تحلیل داده‌های کمی از روش تحلیل عامل تاییدی استفاده شد.

یافته‌ها:

پرسش اول: عناصر برنامه درسی ریاضی مبتنی بر رویکرد واقعیت مدار برای دانش آموزان دوره متوسطه دوم از چه ویژگی‌هایی برخوردار است؟

برای پاسخ به سوال اول پژوهش، به بررسی پیشینه پژوهشی طی سال‌های (2000, 2022) اقدام شد. سپس ادبیات پژوهشی از طریق تحلیل محتوا مورد بررسی قرار گرفت. پس از آن تمام عوامل برگرفته شده از منابع مطالعه شده در نرم افزار NVIVO-10 کد گذاری شد و تعداد ۲۰۳ کد اولیه به ۸۶ کد تقلیل یافت. سپس این کدها براساس مفاهیم مرتبط با عناصر برنامه درسی با استفاده از الگوی ۱۰ گانه اگر شامل: بنیان‌های منطقی، اهداف اساسی از یادگیری، محتوا، فعالیت‌های یادگیری

پس از انتخاب متون چاپی و الکترونیکی مرتبط با موضوع، مضامین مرتبط با عناصر برنامه درسی مبتنی بر رویکرد واقعیت مدار علامت گذاری، استخراج، فیش برداری و کد بندی شدند. و براساس ۱۰ مولفه برنامه درسی مبتنی بر الگوی اگر شامل: مبانی منطقی، اهداف، محتوا، فعالیت‌های یادگیری، نقش معلم، منابع و مواد آموزشی، گروه بندی، مکان، زمان و سنجش جایگزین شدند. دلیل استفاده از الگوی برنامه درسی اگر آن بود که به اعتقاد بسیاری از محققین یکی از کاملترین و در عین حال کاربردی ترین برداشت از عناصر برنامه درسی که می‌تواند به عنوان الگوی زیر بنا از برنامه درسی مورد استفاده قرار گیرد، الگوی اگر است (Fathi Vahjargah, 2015). در انتهای پژوهش، به منظور اطمینان از صحت کدهای تعریف شده و اجتناب از اشتباهات احتمالی در اختصاص کدها از چهار ملاک (Lincoln & Guba, 1995) شامل اعتماد پذیری، انتقال پذیری، وابستگی و اتکا پذیری و همچنین تایید پذیری استفاده شد. به این ترتیب که با انجام مراحل مختلف کد گذاری و تحلیل و بررسی دقیق آنها، اعتماد پذیری لازم حاصل شد. کدگذاری و مشابهت این مرحله با شرایط مطالعات قبلی ملاک انتقال پذیری پژوهش است. همچنین ثبت وضبط مشروع همه فعالیت‌های صورت پذیرفته در مراحل مختلف پژوهش بیانگر وابستگی و اتکا پذیری پژوهش است و بی طرفی و عینی بودن یافته‌ها و نتایج ملاک تایید پذیری است. در بخش کمی جامعه آماری شامل همه افرادی بود که با توجه به موضوع پژوهش دارای دانش و تخصص و تجربه بودند. انتخاب نمونه براساس یک نمونه گیری هدفمند و غیر تصادفی از میان جامعه آماری انجام شد. به این معنا که پژوهشگر سوژه‌هایی را به عنوان نمونه برای خود انتخاب می‌کند که حتما در فهم مسئله پژوهش و روند تفسیر آن کمک کنند و نقش کلیدی در این رابطه بازی می‌کنند. در این نمونه گیری هدفمند تعداد ۴۱ نفر انتخاب شدند که در نهایت ۳۰ نفر (۱۰ نفر متخصص برنامه ریزی درسی با مدرک دکتر و سابقه حداقل ۱۵ سال تدریس در دانشگاه و ۲۰ نفر متخصص آموزش ریاضی با مدرک

و رویکردهای پداگوژی، نقش معلم، منابع و مواد آموزشی، یادگیری مشخص گردید. نتایج در جدول شماره ۱ ارائه مکان و محیط یادگیری، زمان و سنجش و پیشرفت گردیده است.

جدول ۱. ویژگی‌های عناصر برنامه درسی ریاضی با رویکرد واقعیت مدار

عناصر برنامه	ویژگی‌ها
منطق	ریاضیات یک فعالیت طبیعی بشری و بخشی از زندگی روزمره است. دانش و مهارت‌های ریاضیات وسیله‌ای برای روابط و الگوهای حاکم بر نظام خلقت و تغییرات در آنها است. ریاضیات نظامی از مفاهیم انسانی که از ابزارهای عادی شناخت انسان، کاربرد فوق العاده به عمل می‌آورد. ریاضیات یک محصول نهایی از فرایندها و فعالیت‌های انسانی است. موضوعات متنوع ریاضیات- حساب، هندسه، احتمال، حسابان و مانند آن‌ها حاصل دغدغه و فعالیت انسان است. موضوع‌های ریاضی هستی‌های به طور عینی موجود و حقیقی اند. حقایق ریاضی حقایق عینی موجود و حقیقی اند. ریاضیات شمایل انسانی دارد.
اهداف اساسی از یادگیری	باور به ارزش‌های ریاضی، توجه به اهمیت ریاضی در گذشته، حال و آینده. آشکار کردن یک تصویر واقعی از ریاضیات به عنوان علم زنده با این بینش که در رشد تاریخی ریاضی، ریاضیات و دنیای خارج از آن هم پوشانی داشته اند. ارتباط مفاهیم ریاضی با تجارب عینی (ریاضیات افقی). معنا بخشی به نمادهای ریاضی در جهان پیرامون (ریاضیات افقی). دست یابی به انواع مختلف از ابزارهای ریاضی برای سازمان دهی و حل مسائل در یک موقعیت زندگی واقعی. توجه به ریاضی به عنوان زمینه‌ای غنی به جای مجموعه‌ای از مسائل کلامی. خلق مفاهیم ریاضی با تجربه‌های روزمره. خلق ریاضیات بر پایه توسعه‌های طبیعی از واقعیت‌های تجربه شده فراگیران. شکل گیری مفاهیم ریاضی در ذهن، به جای اکتساب مفاهیم ریاضی. یافتن تعبیرهای متفاوت برای ریاضی از محیط پیرامون. دست یابی دانش آموزان به انواع مختلف از ابزارهای ریاضی برای سیر در دنیای ریاضی (ریاضیات عمودی). اصلاح و تنظیم مدل‌های مختلف ریاضی. ترکیب، ادغام و صورت بندی مدل‌های مختلف ریاضی و تعمیم آنها (ریاضیات عمودی). ریاضی در خدمت توسعه شایستگی و مدلسازی.
محتوا	توجه به مسائل روز جامعه در محتوا. تاکید محتوا بر گفتمان ریاضی (فرهنگی و اجتماعی) تمرکز محتوا بر نحوه ی تفسیرهای ریاضی پدیده‌های در دسترس دانش آموزان. ایجاد تعادل بین دو جنبه ریاضی ورزی افقی و عمودی در محتوا. محتوا غنی از مدل‌ها به عنوان پل بین دنیای واقعی و تجرید ریاضی و بالعکس (ریاضیات افقی و عمودی). توجه به صورت بندی مدل‌ها و تعمیم آنها در محتوا. محتوا در خدمت رشد شناختی با تاکید بر سطوح مختلف تفکری (سیر مرحله‌ای در سطوح تفکری RME) محتوا غنی از فرصت‌ها برای بازآفرینی مفاهیم ریاضی، مشابه آنچه ریاضیدانان هنگام خلق یک مفهوم تجربه کرده اند (باز آفرینی هدایت شده). تاکید محتوا بر فعالیت‌های فردی و گروهی درباره راه حل‌های پیچیده از مسائل جهان واقعی یا معنا دار در جهان واقعی (پدیدار شناسی تعلیمی) ایجاد فرصت‌های فراوان در محتوا برای دست کاری ویژگی‌های ذاتی رابطه‌های ریاضی برای خلق مدل‌های تازه از مدل‌های پیشین (خلق پل‌های نوظهور)

ویژگی‌ها	عنصر برنامه
<p>وابسته بودن روش یاددهی مفاهیم ریاضی به زمینه‌های اجتماعی و فرهنگی فراگیر. یادگیری ریاضی حاصل اندیشیدن به تجربیات ریاضی. تعلیم و تربیت ریاضیات به مثابه بازسازی مداوم تجربیات روزمره برای کشف مفاهیم ریاضی موجود در آن تجربیات. تنظیم فعالیت‌ها برای خلق مفاهیم ریاضی درحین عمل به ریاضی. سازماندهی فعالیت‌ها برای ایجاد مدل‌های واقعی برای داربست زنی در آموزش ریاضی. تنظیم فعالیت‌ها در جهت حرکت آگاهانه از (ریاضی ورزشی) به (ریاضی عمومی). ایجاد فرصت در آموزش به فراگیران تا درحالی که ایده‌های خود را می‌سازند آنها را در تعامل با محیط اصلاح کنند. تأکید فعالیت‌ها بر تفکر و تدبر به ریاضی، پیش از عمل به ریاضی (تأمل، تفکر قبل از عمل). تمرکز یادگیری بر فعالیت‌هایی که به روابط انسانی با دنیای پیرامون تحقق می‌بخشند. تنظیم فعالیت‌ها در جهت توسعه تفکر شهودی به منظور درک الگوهای ریاضی پیدا و پنهان حاکم بر پدیده‌ها.</p>	<p>فعالیت‌های یادگیری و رویکردهای پداگوژی</p>
<p>راهبر در چگونگی خلق مدل‌های ریاضی و راهبر در توسعه مدل‌ها همراه با استدلال ریاضی پیچیده تر نهفته در آنها (راهبر در خلق پل‌های نوظهور). سازمان دهنده موقعیت‌های مختلف یاددهی از طریق طرح مسائل معنا دار در ذهن فراگیر، تا وظایف را در درهم تنیده انجام دهد. مسئول ایجاد فضای کشف در محیط یادگیری. مسئول درهم تنیدگی مسیرهای مختلف یادگیری از طریق انجام ریاضی. سهولت بخش به تعامل ذهن متربی با دنیای پیرامون برای حل مسائل نهفته در آنها از طریق ریاضیات. راهنما و راهبر در آموزش به منظور هدایت متربی به سوی ابداع مجدد یک مفهوم (بازآفرینی هدایت شده). طراح و مجری در ایجاد نوعی خاص از محیط یادگیری برای فراگیران تا در ضمن ساخته ایده‌های ریاضی در تعامل با محیط ایده‌ها را تفسیر و اصلاح کنند. (پدیدارشناسی تعلیمی). طراح در مسائل معنادار برای صوری سازی ریاضی و حرکت آگاهانه از جهان متجسم به جهان صوری ریاضی. آگاه در به کارگیری رویکردهای چند گانه بجای تجسم‌های چندگانه در آموزش ریاضی. متوجه به نقش ارادی و انگیزشی متربی در روش‌های یاددهی و یاددهی. مسئول ایجاد تعادل در روش‌های یاددهی بین (تجربیات روزمره) و (ریاضیات رسمی).</p>	<p>نقش معلم</p>
<p>استفاده از دست ساخته‌های دانش آموزان. فیلم، عکس. پارک‌های علم و نوآوری. منابع فرهنگی، اقتصادی، صنعتی موجود در جامعه. منابع قومی.</p>	<p>منابع و مواد آموزشی</p>
<p>انجمن‌های دانش آموزی. تاکید بر تعامل در امر یادگیری. تاکید بر گروه‌های چند رشته‌ای برای ارتباط بین مفاهیم ریاضی با سایر علوم. تمرکز بر کار فردی برای توجه به کارایی ریاضی در حل مسائل شخصی.</p>	<p>گروه بندی</p>
<p>کلاس درس، محیط مدرسه، محیط خانواده، محیط‌های اجتماعی، اقتصادی، صنعتی و فرهنگی و بطور کلی تمام ابعاد و صحنه‌های زندگی روزمره. محیط‌های مجازی و رسانه‌ها</p>	<p>مکان و محیط یادگیری</p>
<p>دراختیار قراردادن فرصت لازم برای خلق مفاهیم توسط متربی. دراختیار قراردادن فرصت لازم برای مدل سازی ریاضی از مسائل معنادار برای متربی. دراختیار قرار دادن فرصت لازم برای دست کاری در رابطه‌های خلق شده به منظور خلق مدل‌های جدید از مدل‌های پیشین.</p>	<p>زمان</p>

عناصر برنامه	ویژگی‌ها
	برتوجه در ارتباط بین ریاضیات و زندگی روزمره در هر زمان.
سنجش و پیشرفت یادگیری	<p>تاکید بر ارزیابی تکوینی</p> <p>تاکید بر مشاهده فرآیندهای یادگیری در برابر آزمایش محصولات یادگیری. مشاهده شامل: رفتار، رویکرد، نگرش، سطوح حل و نوع خطاهای ایجاد شده.</p> <p>ارزیابی و سنجش از عملکردهای ذهنی دانش آموز که در منطقه تقریبی رشد در حین عمل به ریاضیات در تعامل با محیط اتفاق می‌افتد.</p> <p>ارزیابی از بینش در مورد بینایی فعالیت‌های ریاضی سازی دانش آموزان.</p> <p>ارزیابی از توانایی بالقوه متربی از درک نقشی که ریاضیات در جهان واقعی ایفا می‌کند.</p> <p>ارزیابی از تولیدات دست ساخته‌های ریاضی دانش آموزان در زمینه ریاضی</p> <p>وسایلهای برای کسب بینش درباره چگونگی انجام فعالیت‌های معنا دار ریاضی، توسط ادغام آموزش و ارزشیابی توجه به جزئی ترین تغییر در رویکرد نسبت به ریاضی.</p> <p>ارزیابی از نحوه ی درون نگری (باصدای بلند فکر کردن) دانش آموزان در حین عمل به ریاضی</p> <p>ارزیابی از توصیف‌های نوشتاری و توضیحات کلامی مدل‌های به کار برای حل مسائل معنا دار توسط متربی در حین مسیر (آیین کار مدل).</p> <p>ارزیابی از توصیف‌های نوشتاری و تفسیرهای گفتاری مدل‌های به کار گرفته شده در حل مسائل معنا دار توسط متربی در پایان راه (گذشته نگری مدل).</p>

ده عنصر برنامه درسی: بنیان‌های منطقی، اهداف یادگیری، محتوای یادگیری، راهبردهای یادگیری، نقش معلم، منابع و مواد آموزشی، مکان یادگیری، زمان و سنجش و پیشرفت یادگیری، الگوی نهایی زیر ارائه شد.

پرسش دوم: الگوی برنامه درسی ریاضی مبتنی بر رویکرد واقعیت مدار برای دانش آموزان دوره دوره دوم متوسطه چگونه است؟ در پاسخ به پرسش شماره ۲ بر اساس عناصر ده گانه که در پاسخ به پرسش اول تهیه گردیده بود، مدل تار عنکبوتی برنامه درسی اگر بر اساس



شکل ۳. الگوی نهایی برنامه درسی ریاضیات واقعیت مدار

داده‌های به دست آمده شاخص‌های ریشه خطای میانگین مجذورات تقریبی، ریشه میانگین مجذورات باقیمانده شاخص نیکویی برازش، شاخص تعدیل شده نیکویی برازش، شاخص نرم شده برازندگی، شاخص نرم نشده برازندگی، شاخص برازندگی فزاینده و شاخص برازندگی تطبیقی تعیین گردید. که نتایج آن در جدول شماره ۳ گزارش شده است.

پرسش سوم: اعتبار الگوی طراحی شده برنامه درسی ریاضی مبتنی بر رویکرد واقعیت مدار برای دانش آموزان دوره دوم متوسطه، از نظر متخصصان (برنامه ریزی درسی، آموزش ریاضی) چگونه است؟ جدول شماره ۲ بار عاملی داده‌های کمی و همچنین خطای معیار برآوردشده را برای هر یک از عناصر برنامه نشان می‌دهد. به عنوان ملاک‌های برنامه درسی با

جدول ۲. بار عاملی داده‌های کمی و خطای معیار برآوردشده

عناصر برنامه	بار عاملی	خطای معیار برآورد شده
منطق	.۸۱	.۵۴
اهداف	.۸۸	.۵۱
محتوای یادگیری	.۷۱	.۳۱
راهبردهای یادگیری	.۶۹	.۴۱
مواد و منابع یادگیری	.۷۶	.۵۳
نقش معلم	.۶۸	.۶۳
زمان	.۵۷	.۳۳
مکان	.۷۵	.۴۲
گروه بندی	.۷۹	.۵۷
ارزشیابی	.۷۱	.۴۰

جدول ۳. شاخص‌های نیکویی برازش

مقدار	شاخص
.۵۱	ریشه خطای میانگین مجذورات
.۴۸	ریشه میانگین مجذورات باقیمانده
.۸۸	نیکویی برازش
.۹۰	تعدیل شده نیکویی برازش
.۹۳	نرم شده برازندگی
.۸۹	نرم نشده برازندگی

مطرح می‌شود و عنصر مرکزی در الگوی ده گانه اگر است که نقطه اتصال سایر عناصر برنامه درسی را برعهده دارد و ضروری است که چگونگی انتخاب عناصر ۹ گانه دیگر برنامه درسی ریشه در بنیان منطقی برنامه داشته باشند. یافته‌های این پژوهش گواه از آن است که بنیان منطقی برنامه درسی ریاضی با رویکرد واقعیت مدار به گونه‌ای است که ریاضیات را یک فعالیت انسانی، پدیده‌ای اجتماعی، بخشی از فرهنگ بشری و موثر در همه زمینه‌های اجتماعی می‌داند. به عبارت دیگر معرفت ریاضی معرفتی با معنا، خطاپذیر، اصلاح پذیر، آزمودنی و درحال توسعه و نه یک چیز قطعی و تردید ناپذیر است. ریاضیات واقعیت مدار، ریاضیات را بخشی از زندگی بشر و مانند دیگر فعالیت‌های طبیعی می‌داند، چنانکه از مفاهیم روزمره کاربردهای فوق العاده می‌سازد. ریاضیات واقعیت مدار موضوع‌های ریاضی را به طور عینی موجود

بحث و نتیجه گیری:

در دهه‌های گذشته پژوهش گران بسیاری از کشورهای مختلف نتیجه گرفته اند که آموزش ریاضیات واقعیت مدار نوید بخش ارتقاء سطح یادگیری ریاضیات در مدرسه و دانشگاه بوده است به گونه‌ای که با ادغام مفاهیم انتزاعی ریاضیات به دنیای پیش روی انتظار می‌رود که دانش آموزان تشویق شوند تا براساس تجربیات کسب شده خود، پایه‌های مفاهیم ریاضی را بنیان نهند. پژوهش حاضر با هدف کلی طراحی و اعتبارسنجی الگوی برنامه درسی ریاضی بر اساس رویکرد واقعیت مدار برای دانش آموزان دوره دوم متوسطه با انتخاب مدل ده مولفه‌ای تار عنکبوتی اگر انجام گرفت. استعاره تار عنکبوت برای نشان دادن ارتباط و تعامل درونی عناصر ده گانه و همچنین به منظور تاکید بر اصل آسیب پذیری چیدمان عناصر مفروض است. عنصر منطق در پاسخ به چرایی یادگیری

با مسائل جامعه باشد. محتوای برنامه درسی ریاضی با رویکرد واقعیت مدار برای دوره دوم متوسطه تاکید زیادی بر استفاده از تاریخ ریاضیات برای خلق یک مفهوم دارد. تا فرصت‌های هدایت شده‌ای را در اختیار دانش آموزان قرار دهد که ریاضی را از طریق انجام آن باز آفرینی کنند. (Madaniebrojeni, 2015) در پژوهش خود با عنوان (نقش تاریخ ریاضیات در آموزش از دیدگاه معلمان) نشان داد که از دیدگاه معلمان شرکت کننده در مصاحبه تاریخ ریاضیات یک ابزار کارآمد در فرایند آموزش و یادگیری ریاضیات است و به درک بیشتر دانش آموزان، خودباوری، پرورش نبوغ و خلاقیت، علاقه به حل مسئله، ایجاد انگیزه و اعتمادبه نفس، شور و هیجان در سطوح مختلف یادگیری و درک و ارزش ریاضی از طرف دانش آموز منجر می‌شود. که با تاکید محتوای ریاضیات واقعیت مدار برای استفاده از تاریخ ریاضیات هماهنگی دارد. محتوای طراحی شده در رویکرد واقعیت مدار باید غنی از مدل‌ها برای ایجاد پل بین جهان واقعی و ریاضیات رسمی و بالعکس باشد. این پل‌ها باید بتوانند مسیرهایی را پدید آورند که متری آنها را بارها پیموده و از طریق آن به درک معناداری از نمادهای ریاضی برسد. محتوای طراحی شده در این رویکرد باید به ارتباط بین ریاضیات و سایر علوم توجه کند و توانایی حرکت آزادانه میان حالت‌های تجسمی، شهودی، نمادین، رسمی و غیر رسمی را داشته باشد. محتوای برنامه درسی واقعیت مدار لازم است خلق یک مفهوم را از جهان مجسم آغاز کرده و از طریق تفکر عمیق همراه با بازخورد، ایجاد مدل کند. در اینجا نمادها زبان بیان و تفسیر مدلها خواهند بود، همچنین محتوا باید ایجاد فرصت برای دست ورزی با مدلها و تعمیم آنها به مدلهای نوظهور را فراهم کند. یافته‌های پژوهش در بخش عنصر محتوا با نظرات (Azwar, & Surya, 2017; NCTM, 2000; van den Heuvel, 2019; Hajibabaie, 2020) همسویی دارد.

برخلاف تعلیم و تربیت رایج در بیشتر مدارس که آموزش عمل ذخیره کردن اطلاعات است به گونه‌ای که معلم ذخیره کننده و شاگردان انبارهای ذخیره هستند.

و حقیقی می‌پندارد... این یافته‌ها با نظرات و پژوهش‌های زیر همسویی دارد.

(Beckers, 2019; Ebrahimi & Yaftian, 2020; Lakoff & Núñez, 2000; Kaushik, 2020; Fauzan & Yerizon, 2017)

عنصر هدف، عنصری مشترک در میان برنامه‌های درسی با الگوهای متفاوت است. یافته‌های این پژوهش حاکی از آن است که در رویکرد واقعیت مدار هدف از آموزش ریاضی، تربیت ساختارهای شناختی برای رسیدن به حقایق به کمک روش‌های شناخت ریاضی و تجلیات حقیقت در علم ریاضی با بکاربردن ریاضیات به عنوان زبان مشترک برای شناخت خود و خلقت است. علاوه بر آن ایجاد ارتباط بین مفاهیم مجرد ریاضی با تجارب واقعی و معنا بخشی به نمادهای ریاضی در جهان پیرامون دانش آموزان برای آنکه نسبت به ریاضی خود احساس مالکیت کنند. ایجاد باور به ارزش مندی ریاضیات و توجه به ارتباط آن با سایر علوم، نقش و کاربرد آن در حوزه‌های علمی، حرفه‌ای و محیط کار. دقت در طبیعت برای پی بردن به عظمت جهان آفرینش از طریق ریاضیات و مدل‌سازی ریاضی مسائل دنیای واقعی به منظور کشف یک مفهوم از آن مدل و بسط و گسترش مدل به مدل‌های دیگر از طریق سیر در دنیای ریاضی است. نظرات و یافته‌های (Dwijanto, Tayani, & Veronica, 2019; Sean, 2018; Lakoff & Núñez, 2000; Fauzan, Armiaati, & Ceria, 2018) یافته‌های این بخش از پژوهش را تایید می‌کنند.

توجه به محتوا و چگونگی سازماندهی آن به عنوان یک عنصر مهم، در مرحله طراحی هر برنامه درسی، همیشه مورد توجه صاحب نظران برنامه درسی بوده است. درالگوی برنامه درسی اگر ویژگی‌های محتوا در پاسخ به این پرسش که فراگیران چه چیزی را می‌آموزند؟ داده می‌شوند. محتوای برنامه درسی ریاضی با رویکرد واقعیت مدار، مجموعه‌ای از فرصت‌ها و تجربیات یادگیری شامل رشته‌های عصبی تاثیر گذار در همه فرایند آموزش است. به گونه‌ای که همواره نزدیک به متری بماند و در ارتباط

درک و انگیزه اصلاح و ارتقادموم موقعیت‌های یادگیری فراگیران است. تاثیر گذار در سهولت بخشی به تعامل ذهن متربی با دنیای پیرامون برای حل مسائل نهفته در آن و خلق یک مفهوم ریاضی به عنوان نتیجه نهایی آن محصول است. همچنین طراح موقعیت‌های خاص از محیط‌های متنوع یادگیری تا درضمن کشف ایده، فرصت تفسیر و اصلاح ایده برای فراگیران فراهم باشد. در این رویکرد معلم به عنوان یک راهنما و تسهیل کننده است نه اداره کننده و فرصت‌ها را برای دانش آموزان فراهم می‌آورد تا به کمک خود او یادگیری شکل گیرد. یافته‌های پژوهش را نظرات (Nur & Surya, 2017; Pratama, Minarni, & Saragih, 2017)

تایید می‌کند. همچنین یافته‌های این بخش از پژوهش با پژوهش‌های (Sari & Mutmainah, 2018; Tanjung, 2017; Akhadya & Wijaya, 2017) همسویی دارد.

تقریباً همه شرکا یک برنامه درسی براین نکته اتفاق نظر دارند که عنصر زمان از جمله عناصر ارزشمند اما محدود کننده‌ای است که آنان در اجرای برنامه درسی با آن سروکار دارند. اگرچه عنصر زمان برای هر درسی اهمیت دارد ولی به لحاظ ماهیت ریاضیات، عنصر زمان در برنامه درسی ریاضی اهمیتی مضاعف پیدا می‌کند. در رویکرد واقعیت مدار به جهت اهداف و رویکردهای تعریف شده در یادگیری، اختصاص زمان لازم برای مدل‌سازی مسائل واقعی و همچنین زمان لازم برای انجام کارهای گروهی و پروژه محور و نیز اختصاص زمان برای بحث‌های کلاسی فراگیران درحین عمل به ریاضی و درپایان خلق مفهوم امری مهم است. اگر چه محدودیت‌های زمان در کلاس‌های رسمی آموزش مدرسه‌ای مسئله مهمی در اجرای برنامه درسی ریاضی با رویکرد واقعیت مدار است. همچنین مکان و محیط یادگیری لازم است که تسهیل کننده امر یادگیری باشد. و محیط باید مجموعه‌ای را ایجاد کند تا فراگیران بتوانند در امر یادگیری درگیر شوند. این محیط می‌تواند کلاس درس، یا محیط‌های دیگر اجتماعی و حتی صنعتی باشد.

در رویکرد واقعیت مدار و در جریان فعالیت‌های یادگیری، شاگردان و معلم هردو مسئول جریانی هستند که باهم در آن رشد می‌کنند. نتایج به دست آمده از پژوهش در بخش فرایند یاددهی و یادگیری حاکی از آن است که فعالیت‌های یاددهی باید فعال و مشارکتی برای معلم و متربیان و ناظر به مراتب مختلف شناخت متربیان و متناسب با مرزهای شناختی ایشان باشد تعلیم ریاضی یعنی درگیری متربیان در فعالیت‌های از جهان پیرامون یا معنادار در جهان واقعی در حالیکه انتظار می‌رود این فعالیت‌ها به تولید ریاضی به عنوان محصول نهایی منجر شود. فرایند فعالیت‌ها در بستر ریاضیات واقعیت مدار باید به گونه‌ای باشند که یادگیرنده را برای گذار از آنچه اکنون می‌داند به آنچه قرار است یادبگیرد هدایت کند. به گونه‌ای که یادگیرندگان از کنترل بیرونی خارج شده و صاحب کنترل درونی شوند. علاوه برآن لازم است که فعالیت‌ها یاددهی و یادگیری در جهت حرکت آگاهانه از (ریاضی ورزی افقی) به (ریاضی ورزی عمودی) صورت پذیرد. یافته‌های پژوهش (Fauzan & Yerizon 2017) بیانگر آن است که موقعیت‌های آموزشی باید جذاب بوده و ریاضی سازی تدریجی از روند حل مسئله جدا نشود. همچنین (Goos, Vale & Stillman, 2017; Sean, 2018) در تحقیق خود اظهار می‌دارند فرصت‌های یاددهی در ریاضیات واقعیت مدار باید با باورهای شخصی فرد در ارتباط باشد و موضوعات مختلف به یک کل معنادار در ذهن یادگیرنده تبدیل شود. از این جهت یافته‌ها (Goos, Vale & Fauzan & Yerizon 2017; Sean, 2018; Stillman, 2017) پژوهش حاضر را در عنصر راهبردهای یادگیری تایید می‌کنند.

معلمان اصلی ترین عنصر در اجرای هر برنامه درسی و مهم ترین عامل دربالا بردن کیفیت یادگیری دانش آموزان هستند. بر مبنای منطق حاکم بر برنامه درسی ریاضی واقعیت مدار، کلیه مفاهیم ریاضیات از طریق تاثیر و اثرهای متقابل معلمان با شاگردان و همچنین شاگردان با همسالان خود خلق می‌شود. نقش معلم خلق فرصت‌های آموزشی و تربیتی به منظور فراهم سازی زمینه

دارد. (Vanden Heuvel, 2019; Hajibabaei & et al, 2020; Noviani, Syahputra & Murad, 2017) تحلیل عامل در بخش کمی حاکی از معتبر بودن عناصر ده گانه این الگو و ویژگی عناصر و ارتباط منطقی عناصر با یکدیگر از نظر متخصصان برنامه‌ریزی درسی و آموزش ریاضیات دارد.

یافته‌های پژوهشی در سطح ملی نشان می‌دهد که الگوی طراحی شده برای نخستین بار در کشور انجام شده است با توجه به فقدان چنین الگویی، پژوهش انجام شده اقدامی موثر محسوب می‌شود. پیشنهاد می‌گردد مطالعات مشابهی برای دوره‌های دیگر تحصیلی انجام گردد. همچنین با توجه به تاکید برنامه درسی ملی بر ارتباط هر چه بیشتر ریاضیات با دنیای واقعی در برنامه درسی ریاضیات مدرسه‌ای، برنامه ریزان و مولفین کتاب‌های درسی می‌توانند از یافته‌های این پژوهش در طراحی برنامه درسی ریاضی و کتاب‌های درسی با رویکرد واقعیت مدار بهره‌مند شوند.

منابع:

- Akhadya, W. N., & Wijaya, A. (2017). The effectiveness of team assisted individualization learning model with realistic mathematics approach on mathematical problem-solving ability of junior high school students. *Pendidikan Matematika-S1*, 6(1), 37-42.
- Azwar, M., & Surya, E. (2017). Development of Learning Devices Based on Contextual Teaching and Learning Based on The Context of Aceh Cultural to Improve Mathematical Representation Ability. *IJARIE*, 3(2), 2395-4396.
- Beckers, D. (2019). Why to publish on mathematics education so as to be useful? *Educational Studies in Mathematics and its founder Hans Freudenthal Educational Studies in Mathematics*, 101(5), 7-17.
- Dwijanto, A., Tayani, M., & Veronica, R. B. (2019). The mathematical creative thinking

یافته‌های پژوهش‌های با یافته‌ها (Tine & et al, 2019) (Azwar, & Surya, 2017; Dwijanto, Tayani & Veronica, 2019) همسو هستند.

در بخش ارزشیابی نتایج به دست آمده نشانگر آن است که اگرچه در گذشته ارزشیابی فقط به عنوان وسیله‌ای برای کسب اطلاعات در مورد میزان تحقق اهداف از پیش تعیین شده توسط دانش آموزان در نظر گرفته می‌شد (ارزشیابی از یادگیری) اما امروزه به موازات تغییر در اهداف آموزشی و تنوع شیوه‌های یاددهی - یادگیری، درک از ارزشیابی و جایگاه آن در نظام آموزشی ارتقاء یافته است. در دیدگاه واقعیت مدار ارزشیابی وسیله‌ای برای کسب بینش درباره چگونگی انجام فعالیت‌ها توسط دانش آموزان است. ارزشیابی برای معلوم شدن اینکه او قادر به یادگیری چه چیزی است بر مشاهده فرایندهای یادگیری در برابر آزمایش محصولات نهایی یادگیری تاکید دارد از این رو ارزیابی باید بینش در مورد بینایی فعالیت‌های ریاضی سازی دانش آموزان ارائه کند. در رویکرد ریاضیات واقعیت مدار توجه به ارزشیابی‌های شفاهی در ریاضیات تاکید می‌شود همچنین معلم باید به عنوان ناظر با دقت به پاسخ‌های مطرح شده توسط دانش آموز توجه کند. این توجه شامل نحوه نگرش نسبت به ریاضی، سطوح حل، نوع خطاهای ساخته شده، روش همکاری، توجه به جنبه‌های احساسی و انگیزشی، خواهد بود. نگرش‌های مختلف را می‌توان به وضوح در تولیدات خود دانش آموزان مشاهده کرد. همچنین (Hajibabaei & et al, 2020) در راهنمای برنامه درسی حوزه تربیت و یادگیری ریاضیات در رویکرد راهنمای برنامه درسی نسبت به مولفه‌های مختلف برنامه درسی در بخش ارزشیابی تاکید دارد که لازم است ارزشیابی از فرآیند یاددهی و یادگیری جهت کنترل برخط برآورده شدن اهداف کلان و خرد یادگیری، شناخت ضعف‌ها و توانایی‌های شناختی متربیان، شناخت مهارت‌ها و توانایی‌های شناختی معلمان و کارکرد صحیح نظام آموزشی باشد. بین یافته‌های بخش ارزشیابی تحقیق حاضر با اهداف و چرایی بخش ارزشیابی همسویی وجود

- models in teaching some of the basics of high school math. *Mathematics Education Approach*. Master's Thesis in Science in Mathematics Education Faculty of teachers's point of view. Master's Thesis in Science in Mathematics Education Faculty of science. Shahid Rajaei Teacher Training University.
- Kaushik, D.(2020). Realistic Mathematics & Vygotsky's Theories in Mathematics Education. *International Journal of Education*, 9 (1) ,104-108.
- Lakoff, G., & Núñez, R.E. (2000) Where mathematics come from: How the embodied mind brings mathematics into being. New York: Basic Books.
- Laurens, T., Batlolona, F. A., Batlolona, J. R., & Leasa, M. (2018). How does realistic mathematics education (RME) improve students' mathematics cognitive achievement. *Mathematics.Science and Technology Education*, 14(2), 569-578.
- Lincoln, Y.S., & Guba, E. (1995).*Naturalistic inquiry*, Thousand Oaks, CA: Sage, 124.
- Madaniebrojeni, N.(2015). The Role of History of Mathematics in Mathematics Education From Mathematics and Computer Department of Mathematics Education.Shahid Beheshti Tehran.
- Mauliydia, S. S., Surya, E., & Syahputra, E. (2017). The Development of Mathematic Teaching Material Through Realistic Mathematics education to Increase Mathematical Problem solving of Junior High School Students. *International Journal of Advance Research and Innovative Ideas in Education (IJARIIE)*, 3(2), 2965-2971.
- Maureen, S., & et al.(2019). the integration of a problem-solving framework for brunei high school mathematics curriculum in increasing student's affective competency. *Journal on Mathematics Education*, 10(2), 215-228.
- Mohseni,M.(2015). Construction of Function Concept by Grade 9 Students through Realistic Mathematics Education Approach. ability viewed from learning interest in eleventh grade of vocational high school by using treffinger model assisted by problem card. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 8(1), 26–33.
- Ebrahimi, M., & Yaftian, N. (2020). Correspondence between the Content of the 9th Grade Math Textbook and the Real World. *Quarterly Journal of Educational*, 35 (4), 107-130.
- Fathi Vahjargah, K. (2015). *Principles and Concepts of Curriculum Development*. Tehran: Ball Publishing.
- Fauzan, A., Armiami, A., & Ceria, C. (2018). A learning trajectory for teaching social arithmetic using RME approach IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 335(1), 112-136.
- Fauzan, A., & Yerizon. (2017). The Effect of the RME Approach and Learning Independence on Students' Mathematical Ability. *Prosiding Semirata FMIPA Universitas Lampung*, 7-14.
- Galman, S.M.A., & Del Rosario, J.C. (2021) Linking Real-Life Situations with Classroom Assessment: Development of Real-Life Performance Based Tasks in Business Mathematics. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 9(7), 485-502.
- Gholamazad,S.(2014). The trace of realistic mathematics education in the school mathematics in Iran. *Journal of Theory & Practice in Curriculum*, 2 (3), 47-70.
- Gholamazad,S.(2021).School Mathematics Curriculum Change: Challenges and Required Research.*Journal of curriculum studies (j.c.s)*, 15(57), 107-128.
- Goos, M., Vale, C., & Stillman, G. (2017). *Teaching secondary school mathematics: Research and practice for the 21st century* (2nd ed.). Crows Nest, NSW: Allen & Unwin.
- Hajibabaei, G., & et al.(2020). *Curriculum Guide for Math Learning*. Educational Research and Planning Organization, Ministry of Education.
- Hoseini, F. (2018). Using simple reality-based

- Understand Mathematical Concepts and Students' Self-Regulated Learning At SMP Negeri 5 Medan. *Journal of Mathematics (IOSR-JM)*, 13(6), 18-29.
- Rafiepour, A., & Gooya, Z. (2010). Necessity and direction of changes in school mathematics curriculum Iran from the perspective of teachers. *Quarterly Journal of Educational Innovations*, 33(9), 91-120.
- Rejali, A., & Parvaneh, A. (2019). Warning to the Iranian mathematical community and those interested in the sustainable development of the country. *The Culture and Thought of Mathematics*, 65(38), 13-35.
- Reyhani, A., & et al. (2016). *Curriculum Guide for Math Learning*. Educational Research and Planning Organization, Ministry of Education.
- Sari, W. R., & Mutmainah, S. (2018). Increased motivation and results of student math learning through realistic mathematics education. *Journal of Mathematics Education*, 3(1), 7-13.
- Sean, L. (2018). Didactical Phenomenology: The Engine That Drives Realistic Mathematics Education, For the Learning of Mathematics, 38(3), 65-86.
- Tanjung, H. S. (2017). Development of Learning Devices Based on Realistic Mathematical Approaches to Improve Mathematical Communication Skills of Middle School Students. *MAJU Journal*, 4(1), 30-58
- Tine, T., & et al. (2019). Realistic Mathematics education (RME) and didactical situations in Mathematics (DSM) in the context of education reform in Vietnam. *International Journal of Education and Practice*, 8(1), 57-71.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2019). *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education*. Springer.
- Master's Thesis in Science in Mathematics Education. Faculty of Mathematics and Computer Department of Mathematics Education. Shahid Bahonar University of Kerman.
- Muslimin, N., Ratu, I., & Zulkardi, N. (2020). Learning Integers with Realistic Mathematics Education Approach Based On Islamic Values, *Journal on Mathematics Education*, 11(3), 363-384.
- Nana, S. (2018). Mathematics Learning Devices Development based on Realistic Mathematics Education on Probability. *AL-TA'LIM JOURNAL*, 25(1), 87-96.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Nguyen, T. (2022). Designing a teaching model based on the Realistic Mathematics Education (RME) approach and its application in teaching calculus. *Journal of Mathematics and Science Teacher*, 2(1), 1-10.
- Noviani, J., Syahputra, E., & Murad, A. (2017). The Effect of Realistic Mathematic Education (RME) in Improving Primary School Students' Spatial Ability in Subtopic Two Dimension Shape. *Journal of Education and Practice*, 8(34), 19-36.
- Nur, M., & Surya, E. (2017). The Integration of Realistic Mathematical Approach and Virtual Manipulative as an Enhancement of Students' Mathematical Representation Ability. *IJARIE*, 3(2), 2395-4396.
- Özkaya, A., & Yetim Karaca, S. (2017). The effects of Realistic Mathematics Education on students' achievements and attitudes in fifth grades mathematics courses. *Education and Teaching (IOJET)*, 4(2), 185-197.
- Pratama, S., Minarni, A., & Saragih, S. (2017). Development of Learning Materials Based on Realistic Approach Integrated Context Malay Deli Culture To Improve Ability of