فصلنامه مطالعات فضا و مکان

دوره ۱، شماره ۲، صص.۱۴-۵، زمستان ۱۴۰۱
DOI: 10.30495/JSPS.2023.1976429.1027

ترجمه انگلیسی این مقاله با عنوان:
Application of Gireh on Free Surface Pattern with Recognition of Gireh Projection on Iranian Dome Surface
در همین شماره به چاپ رسیده است.

کاربست گره در سطوح آزاد
با الگوبرداری انتقال گره در گنبدهای ایرانی به شیوه تجانس

عارف عزیزپور شوبی[۱]، احد نژاد ابراهیمی[۲*]

۱. دانشجوی دکترای معماری اسلامی، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، تبریز، ایران.
۲. استاد، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، تبریز، ایران.

معماری دیجیتال

مقاله تخصصی

تاریخ دریافت:
۱۴۰۱/۱۰/۱۰
تاریخ بازنگری:
۱۴۰۱/۱۱/۱۷
تاریخ پذیرش:
۱۴۰۱/۱۱/۲۰
تاریخ انتشار:
۱۴۰۱/۱۲/۲۶

واژگان کلیدی:
معماری اسلامی و سطوح،
سطح آزاد،
گره،
گنبد،
روش انتقال گره.

چکیده:

سطوح آزاد از نیازهای معماری معاصر محسوب می شوند؛ ظهور این سطوح سبب شد تا اسلوب بکاررفته در ساختار گره‌های استفاده شده در معماری اسلامی با آن همخوان نباشند. زیرا گسترش‌پذیری سطوح آزاد به صورت غیرمنتظم و سه‌بعدی بوده، اما گره‌ها در اصول ساختاری سنتی شان به صورت دو بعدی گسترش می‌یافتند. از آنجا که گره‌چینی یکی از تزئینات اصیل و هویت‌بخش در معماری جهان اسلام است؛ یافتن راهبرد انتقال گره بر سطوح آزاد بر مبنای اصالت تاریخی برای هویت‌بخشی معماری معاصر و توسعه دستاوردهای معماری گذشته لازم و ضروری است. معمار ایرانی تلاش کرده تا با کشف ویژگی‌های هندسی گنبد و گره این دو عنصر را با یکدیگر مطابقت دهد و برای اینکار راهکارهای متنوعی را طراحی کرده است. این تحقیق از نوع تحقیق های کیفی است که با انتخاب و مطالعه گره های های بکار رفته در دو نمونه از گنبدهای ایرانی با روش توصیفی-تحلیلی کار شده است تا به این پرسش پاسخ دهد که: چگونه می‌توان اصول هندسی گره بکار رفته در سطوح گنبدهای معماری ایرانی-اسلامی را در سطوح آزاد معماری معاصر بکار گرفت؟ یافته های تحقیق نشان می دهد: یکی از راهکارهای انتقال گره به سطح گنبد، تعمیم بر شبکه‌ای مبتنی بر قسمت‌های شعاعی ترکین بود. انتقال گره‌ها به این شبکه در گنبدها سبب شکل‌گیری تجانس همسان‌گرد می شود. از آنجا که مدل توپولوژیک سطوح آزاد مبتنی بر خطوط نُربز (NURBS) است، امکان گسسته سازی و تعریف شبکه‌ای از نقاط را بر روی آن به وجود می‌آورد که بکارگیری تبدیل تجانس ناهمسان‌گرد برای انتقال گره را ممکن می‌سازد.

* **نویسنده مسئول:** *+989144113198* , *ahadebrahimi@tabriziau.ac.ir*

مقدمه

روش ساخت یک اثر با آنچه در معرض دید قرار گیرد، به‌طور پیوسته موضوع و چالش کار در دنیای معاصر بوده است. حاصل چنین تنوعی برای شکل‌بندی و آرایش فضا در ترکیب و ارائه نهایی ساختمان بین بازتاب‌های تفکرات تصویری و منظری سیستم‌های تجدد سبک‌های قدیمی و تولید جدید آن در نوسان است (لیتر بارو و مصطفوی، ۱۳۸۹: ۲). آثار معماری معاصر به دلیل پیشرفت تکنیک ساخت شاهد سبک‌های جدید طراحی سطوحی است که شکل و ساختار آنها متفاوت از سطوح معماری گذشته است. از نمونه این معماری‌ها می‌توان به مرکز فرهنگی حیدر علی‌اف در کشور آذربایجان، اپرای سیدنی و ایستگاه راه‌آهن اینسبروک در اتریش اشاره کرد کرد که سطوح معماری این بناها از منظر ریاضی با تعریف یک سطح در هندسه اقلیدسی متمایز است و مانند سطح تخت در صفحه اقلیدسی قابل تعریف نیستند. یکی از مسائل مهم در طراحی‌های معماری، تزئینات یا الگوهایی است که فضا را می‌آراید. در معماری دوران اسلامی بحث تزئینات معماری بسیار با اهمیت بوده است و یکی از عناصر مهم و هویت بخش تزئینی در هنر و معماری جهان اسلام گره‌ها هستند. هنرمندان کشورهای اسلامی از گره‌ها برای تزئین ساختمان و انواع صنایع هنری دیگر استفاده کرده اند. "یکی از ارکان اساسی معماری و تزئینات دوره‌ی اسلامی، استفاده از الگوهای هندسی در قالب سطوح تزیینی تحت عنوان تزیینات هندسی(گره‌ها) به منظور پوشش و فضاسازیِ بناهای اسلامی، طی قرون مختلف است که بدون توجه به علم هندسه، اعداد و ریاضیات، ترسیم چنین گره‌هایی مقدور نیست" (منتظر و سلطان‌زاده ۱۳۹۷). گره بافت‌های گوناگونی از شکل‌های منظم هندسی است؛ بافت‌های پیچیده‌ای که همگی ترکیبی منظم و همگن دارند و می‌توانند تا از همه سو گسترش یابند بدون آنکه ترکیب هماهنگ‌شان دستخوش تغییر شود" (نوایی و قاسمی، ۱۳۹۰: ۱۷۶). معماری حاصل یک فرایند تکاملی است که کالبد آن با شرایط زمانه سازگار می‌شود؛ در نتیجه امکان بکارگیری تزئینات هندسی به شیوه گذشته در سطوح آزاد معماری وجود ندارد. چون گره و سطح در گذشته دارای ارتباط تعریف شده با یکدیگر بودند که هر یک دارای اسلوبی متناسب بوده است که با استفاده از انواع تقارن‌ها (انتقال، انعکاس، دورانی یا لغزنده) با یکدیگر مطابقت می‌یافتند. سطوح آزاد تعریف جدیدی نسبت به سطوح معماری سنتی ارائه می‌دهند که تفاوت بارز آن پیوستگی در سطح افقی و عمودی است. گسترش سطح نیز در دو بُعد و به‌صورت منظم نیست؛ بلکه به‌صورت غیرمنتظم و پیش‌بینی نشده در سه بُعد اتفاق می‌افتد و در کل سطح تراکم متغیر و غیر یکپارچه‌ای را دارد(عزیزپور شوبی، ۱۳۹۷: ۳-۴). با توجه به این خصیصه سطوح آزاد، گره با اصول سابق قابلیت اجرا در سطح آزاد را ندارد. نزدیک‌ترین سطح دارای گره‌چینی به سطوح آزاد در معماری اسلامی ایران، گنبدها هستند. بدلیل اینکه گره چینی بصورت سه‌بُعدی صورت می‌گرفت، نیاز به فشردگی و گشودگی بر سطح کروی گنبد بود؛ تکرار مبتنی بر تغییر مقیاس در سطح گنبدها از جمله اصول آن است. بنابراین این پژوهش با بررسی ساختاری اصول گره از منظر گسترش‌پذیری و شناخت سطوح و ارتباط سطح با الگو در پی این است تا یکی از روش‌های انتقال گره را به سطح گنبدها برای کاربست گره در سطح آزاد بکار بگیرد.

روش پژوهش

این پژوهش از نوع پژوهش های کیفی است که با روش توصیفی-تحلیلی به انجام رسیده است؛ و دو نمونه از گنبدهای با گره تزئین شده در معماری دوران معاصر ایران یعنی گنبدهای امامزاده ابراهیم و مسجد اعظم قم به عنوان نمونه مطالعاتی، تحلیل شده اند. موردکاوی یک روش پژوهش علمی است که بصورت عمیق روی یک موضوع پژوهش می کند و بصورت تفصیلی مو ضوع مورد مطالعه را از منظر عوامل متعدد تأثیرگذار مورد تحلیل قرار می دهد. هدف این تحقیق پاسخ به این پرسش ا ست: چگونه می‌توان ا صول هند سه گره بکار رفته در سطوح گنبدهای معماری مذهبی معماری ایرانی-اسلامی در سطوح آزاد معماری معاصر بکار گرفت؟ باید به زمینه به‌عنوان گونه‌ای از تاریخ نگاه کرد؛ زمینه نه به‌عنوان عاملی ایستا، بلکه به‌عنوان عامل پویایی، سیال و متغیر انگا شته می شود. هر بنای ساخته شده می‌تواند به‌عنوان زمینه‌ای برای بناهای بعد از خود در نظر گرفته شود (احمدی، ۱۳۸۸: ۴۱). این پژوهش نیز به هدف کاربست گره در سطوح آزاد معماری معاصر متکی بر بستر تاریخی است. با بررسی ساختاری اصول گره از منظر گسترش‌پذیری و شناخت سطوح و ارتباط سطح با الگو در پی این است تا یکی از روش‌های انتقال گره را به سطح گنبدها با

اســـتفاده از افزونه گرس‌هاپر در نرم‌افزار راینو به عنوان یک ابزار طراحی معاصر برای کاربست گره در سطح آزاد بروز رسانی کند و یک الگوریتم پارامتریک برای کاربست گره در سطح آزاد ارائه دهد.

پیشینه پژوهش

گره‌چینی و سازه‌های گنبدی دو موضوع بسیار پر اهمیت و جذاب در معماری ایرانی-اسلامی هستند که توجه پژوهشگران بسیاری را به خود جلب کرده اند. بنابراین پژوهش‌های انجام شده در این زمینه بسیار زیاد است. محورهای اصلی این پژوهش دربردارنده سه حوزه انتقال گره در سطوح گنبدهای ایرانی، مباحث الگوریتم گره و سطوح آزاد است. پژوهش‌هایی که در این سه حوزه به انجام رسیده اند در جدول شماره ۱ دسته‌بندی و ارائه شده‌اند. بررسی این پژوهش‌ها نشان می‌دهد، سطوح آزاد یکی از دستاوردهای مهم معماری معاصر محسوب می‌شود. از آنجایی که هندسه و تزئین نیز یکی از ویژگی‌های مهم معماری جهان اسلام است، سبب هویت‌بخشی می‌شود. بنابراین دست یافتن به راهبردهای مبتنی بر اصالت تاریخی و مبانی الگوریتمیک برای کاربست گره در سطوح آزاد معماری معاصر گام مهمی برای معماری جهان اسلام است که موضوع این پژوهش است.

جدول شماره ۱) پژوهش‌های پیشین

دسته	نویسندگان	دستاورد
راهبرد انتقال گره	Nejad Ebrahimi and Azizpour Shoubi (2020)	گنبدهای ایرانی که با گره پوشیده شده‌اند را مورد بررسی قرار دادند و به استخراج و دسته‌بندی روش‌های انتقال گره بر سطح گنبدهای ایرانی پرداختند.
	بونر (۱۴۰۰)	به بررسی دو شیوه انتقال گره به روش قسمت‌های شعاعی ترکین و تعمیم به احجام افلاطونی در گنبدها می‌پردازد.
	Bonner (2018)	اصول ژئودزیک در مقایسه تبدیلات هندسی گره با احجام کروی در گنبد بررسی می‌کند.
	Bonner (2016)	ابتدا به اهمیت تاریخی روش ترسیم چندضلعی در توسعه گره‌ها را بحث می‌کند. سپس کاربرد راهبرد تقارن چندوجهی افلاطونی برای انتقال گره در گنبدخانه تاج‌الملک در مسجد جامع اصفهان را مورد بررسی می‌دهد.
	Kasraei. Et al (2017)	به بررسی سه گنبد ایرانی برای استخراج طریقه انتقال گره پرداخته‌اند که روش انتقال گره را مبتنی بر دستگردان کردن معرفی می‌کنند.
	Sarhangi (2008)	به اهمیت نقش هندسه عملی ابوالوفا بوزجانی برای کاربست انتقالات کروی در معماری می‌پردازد.
	Broug (2013)	به معرفی گنبدهای آرامگاه شاه نعمت‌الله ولی و مسجد اعظم که با گره پوشانیده شدند می‌پردازد که گره بکار رفته در مسجد اعظم را در دسته الگوهای شش‌گانه و آرامگاه شاه نعمت‌الله را گره‌ای با شمسه‌های متعدد شناسایی کرد.
مبانی الگوریتم گره	بونر (۱۴۰۰)	فصل چهارم کتاب بونر که توسط کاپلن تالیف شده است به الگوریتم‌های رایانشی بر اساس قالب‌های مولد پایه می‌پردازد.
	Khalili. Et al (2018)	بر اساس ویژگی‌های مشترکی شمسه‌ها در سفال، فرش‌بافی و تزئینات معماری وجود دارد، به ارائه الگوریتم‌های تولید شمسه‌پردازد که با تغییر پارامترها قابلیت تغییر دارند.
	Kaplan & Salesin (2004)	به توسعه ترسیم گره‌ها بر اساس مبانی الگوریتم رایانشی پرداختند که بر اساس شبکه زیر ساختی پایه روشی به نام نجم برای تولید گره در سطوح تخت و کروی ارائه می‌دهند.
	امین‌پور و همکاران (۱۳۹۵)	فن چندضلعی را برای تولید الگوریتمیک و پارامتریک گره‌ها با زبان برنامه‌نویسی در برنامه متلب بکار گرفتند.
سطح آزاد	GLAESER & GRUBER (2007)	نقش قابل توسعه سطوح در معماری معاصر پرداخته‌اند و منحنی گاوسی را در آن جستجو نموده‌اند.
	Wallner & Pottmann (2011)	به محاسبات هندسی سطوح آزاد در معماری پرداخته‌اند که طریقه مش‌بندی این سطوح را شرح می‌دهند.
	HENRIKSSON & HULT (2015)	معماری فرم آزاد بر اساس ویژگی‌های توپولوژیک این سطح برای بهینه‌سازی آن را بررسی می‌کنند.
	Kızılörenli & Maden (2021)	به نقش موزاییک‌کاری‌ها در سطوح از معماری سنتی تا معاصر پرداختند.

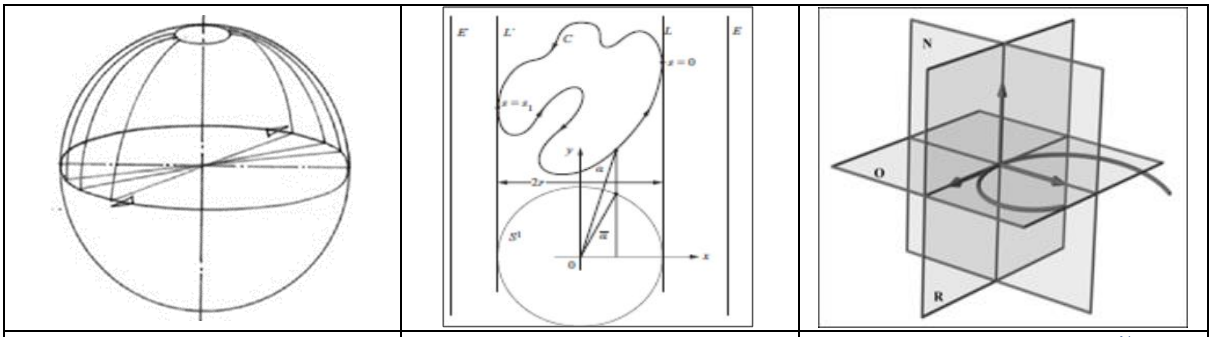
سطوح

سطح به واسطه هم‌نشینی " قسمت‌های" مختلف که پیوستگی ممتد در محیط مشخص دارند شکل می‌گیرد (Su and Liu, 1989: 6). از نظر هندسی ماهیت سطح مبتنی بر حرکت یک خط در مسیر غیر از امتداد خودش است و خط نیز از حرکت نقطه مشتق می شود. بنابراین ریشه سطح مجموعه نقاطی است که در یک آرایش خاص قرار گرفته‌اند. از این رو بر اساس نوع آرایش نقاط انواع سطوح قابل تعریف هستند(Nejad Ebrahimi and Azizpour Shoubi, 2020). دنیای واقعی ما یک جهان سه‌بُعدی دانسته می‌شود؛ زیرا در این جهان هر نقطه می‌تواند از طریق سه محور عمود برهم توصیف شود.(شکل ۱ الف) سطحِ تخت، خط خمیده‌ای است که دو سر آن به هم برسند و محیط یک شکل را تشکیل دهند. بر اساس نظریه و شکل این شکل دوبعدی می‌تواند فقط در یک صفحه (دستگاه مختصات دکارتی) تحقق بپذیرد؛ یا در فضای سه‌بُعدی هر سطحی که تنها از سه نقطه حاصل شود نمی‌تواند خارج از سطح تخت باشد. گسترش این سطوح پیرو دو مؤلفه است؛ برای مثال:

$x^2+y^2=1$

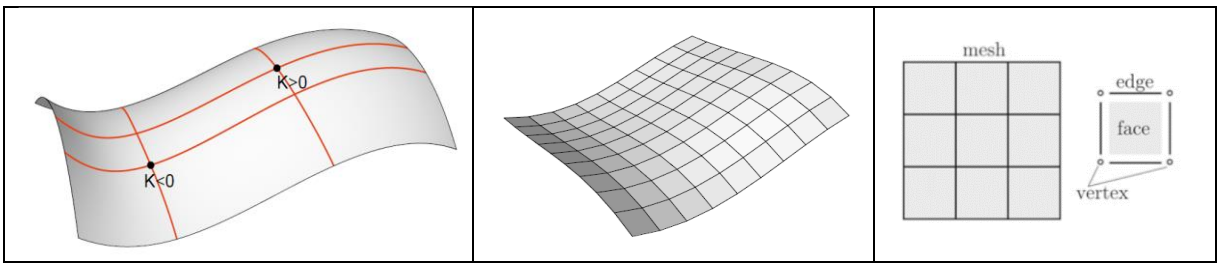
یک صفحه دایره است که فارغ از مؤلفه ارتفاعی Z است. یا به بیان دیگر اگر همه نقاط مختلف دارای مشخصه ارتفاعی ثابتی باشند، سطح تخت را تعریف می‌کند که مطابق با یک صفحه اقلیدوسی(دستگاه مختصات دکارتی) است. برای نمونه یک منحنی بسته که فاقد تغییر در یکی از بُعدهای فضایی است سطح تخت را شکل می‌دهد (Carmo, 2016) که سطحی فاقد انحنا است.(شکل ۱ب) اما اگر دارای ارتفاع‌های مختلف در موقعیت‌های قرارگیری شان باشند، انواع دیگر سطوح را بوجود می‌آورد که برخی از این سطوح دارای تراکم نقاط متغیری هستند. این سطوح دارای انحنا نیز می‌باشند و شامل سطوح دورانی، آزاد و غیره هستند. سطح کروی گنبدها که در دسته سطوح دورانی جای می‌گیرند از چرخش یک منحنی حول یک محور تعریف می‌شوند. (شکل ۱ ج) سطوح دورانی تنها محدود به سطوح کروی نیست بلکه بر اساس شکل خط مولد و نحوه چرخش آن حول یک محور می‌تواند دربردارنده سطوح مخروطی، استوانه‌ای، هذلولی، کروی، حلقوی و چنبره‌ای نیز باشد.

سطوح آزاد دارای توپولوژی خارج از یک نظم پیش‌بینی شده هستند (فیضی و خاک زند،۱۳۹۲: ۶۱). در این سطوح توپولوژی پیرو روابط کمیتی نیست و تنها به ویژگی‌های بنیادی سطح اهمیت می‌دهد و هرگونه تغییر شکل سطح، به جز جدا یا به هم چسباندن تکه‌ها محفوظ می ماند. "اشکال غیر-اقلیدسی ذاتاً دارای پیوستگی



الف: (Bllaga,2005: 46) | ب:(Carmo, 2016: 35) | ج: (رضوانی، ۱۳۹۴: ۴۳۶)

شکل ۱. به ترتیب: فضا، سطح تخت و سطح گنبدی



شکل۲. شبکه بندی و تعریف سطح آزاد مبتنی بر هندسه خطوط نُربز. ماخذ: (Henriksson & Hult, 2015 & Dimcic 2011, 14)

هستند. با این حال، می‌تواند به‌صورت مجزا و لایه‌لایه در فضا گسترده شوند" (Shelden and Witt, 2011: 36). مدل توپولوژی این سطوح بر اساس دو راستای خطوط نُربز است که این دو راستا خط نُربز با علامت v, u بیان می‌شوند و امکان پارامتریک کردن یک سطح را می‌دهند. با تداخل خطوط نُربز در سطح، یک چند سطحی حاصل می‌شود که پارامترهای هر بخش u, v تعریف متفاوتی دارند.(شکل ۲) خطوط نُربز دارای انحنای غیر یک شکل در سطوح هستند که به‌عنوان نگاشت‌های R2*R3 در فضاهای دو یا چند توپولوژیکی صورت می‌پذیرند که "امکان تعریف دقیق شکل‌های پیچیده مبتنی بر نقاط کنترل را می‌دهند" (Scheurer and Stehling 2011, 72&32). به بیان دیگر، ریشه این سطوح مجموعه‌ای از نقاط در کنار هم قرارگرفته است. بنابراین می‌توان سطح آزاد را شبکه‌ای از نقاط توصیف کرد که شکل سطح را تعریف می‌کنند. از این رو، سطح آزاد با نقاط مماسی قابل‌تعریف است که مکان قرارگیری این نقاط در تقاطع‌های خطوط نُربز است. هیچ توده ساکنی امکان پوشش این سطوح را نمی‌دهد "تمام نقاط این شبکه دارای ویژگی ارتباط نامحدود، نامتناهی و مجزا هستند. در این فضا هیچ ترتیب سلسله‌مراتب و یا مرکزیتی نیست. قواعد این فضا و شبکه‌ها شناورند و در شرایط متفاوت متغیرند. ماهیت این شبکه دارای فضای نرم و انعطاف‌پذیر است و موتیف‌های پویا، نامنظم و ناهمگن ساختاری فرا سه‌بُعدی را تشکیل می‌دهند (عزیزپور شوبی ۱۳۹۷، ۵۲ و ۵۳).

اصول گسترش پذیری گره در سطح

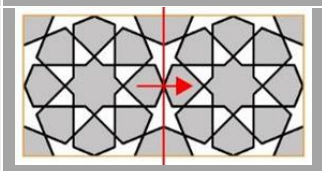
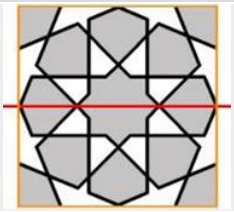
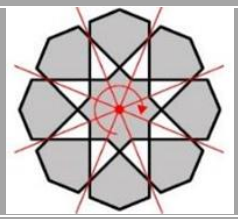
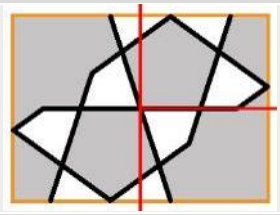
"از مدارک اندکی که از گذشته باقی مانده است، می‌توان فهمید که طراحان گره‌های بجای مانده بر سطوح بناهای تاریخی به دانش بالایی از هندسه عملی تسلط داشتند، هرچند که آنها هیچ تلاشی برای نشان دادن صرف ریاضی یا پایه‌گذاری نظریه ریاضی برای طرح‌های خودشان نداشتند" (Sarhangi 2012). پوپ نیز می‌گفت:"تزئین برتر هندسی در ایران چیز دیگری است که نمی‌توان صرفاً آن را محصول کار صنعت‌گران شمرد، بلکه نمونه‌های پخته‌تر آن قطعاً محصول کاربرد مستقیم نظام‌های ریاضی است" (Necipoğlu & Al-Asad, 1995). خاصیت گره مبتنی بر گسترش‌پذیری آن بر اساس تکرار است. تقارن یکی از مهم‌ترین تبدیل‌ها است که شکل را پایا نگاه می‌دارد؛ بدین معنی که شکل تبدیل یافته به‌وسیله تقارن در کل مثل شکل قبلی باقی می‌ماند. "تقارن نقش مهمی در زیبایی‌شناسی و درک بصری انسان بازی می‌کند، و قاعدتا اکثر درک انسان از جهان اطرافش مبتنی بر درک و شناسایی ساختارهای مشترک یا تکرار شده است" (Séquin 2008). بوسیله تقارن است که الگو قابلیت تکثیر و گسترش می‌یابد. تقارن در الگوها می‌تواند به چهار صورت اعمال شود که در جدول شماره ۲ نشان داده شده است. "نوع تقارن می‌تواند تعیین کننده ابعاد گسترش باشد که در بر دارنده گسترش صفر-بعدی ، یک بعدی (کتیبه) و دو-بعدی (تصویر زمینه) است" (Makovicky 2016). چون اساس گسترش الگوها مبتنی بر تقارن است، هر الگو در صفحه این قابلیت را دارد که با مجموعه‌ای از تبدیل‌های ریاضی تعریف شود. به این تبدیل‌ها همگون گفته می‌شود که موقعیت، گرایش و اندازهٔ یک شیء را بدون تغییرشکل پایهٔ آن تحت تأثیر قرار می‌دهند. هر همگون در صفحه ماتریس ۳ × ۳ است که ردیف پایین آن به عنوان (۰،۰،۱) ثابت است (Bonner and Kaplan 2017).

$$T(p) = R^3 \begin{pmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{pmatrix} = (ax + by + c.dx + ey + f)$$

در حقیقت وقتی یک طرح گره را تجزیه می‌کنیم، گره مجموعه از پاره‌خط‌ها در انتظامی هماهنگ است که بر اساس شبکه‌ای پایه به اشکال تعریف شده‌ای را شکل می‌دهند و محل برخورد این پاره‌خط‌ها نیز به مجموعه‌ای از نقاط قابل تجزیه است. در هندسه اقلیدسی، انتقال عملی است که طی آن تمامی نقطه‌ها به‌اندازه‌ای ثابت در جهتی خاص انتقال داده می‌شوند. به‌عبارت‌دیگر، برداری ثابت به‌تمامی نقطه‌ها افزوده می‌شود. "در یک تبدیل T تمامی صفحه بر روی خودش یک حرکت یا یک طولپای نامیده می‌شود که هر حرکت یک خود ریختی است" (گرینبرگ، ۱۳۸۹: ۳۳۶).

هر نقطه با یک بردار v = (tx,ty) جابجا می‌شود؛ که هر نقطه (X,Y) را به یک تقطه (x + tx,y + ty) جابجا می‌کند. از آنجا که در یک سطح تخت (صفحه اقلیدسی) ارتفاع آن تغییری نمی‌یابد ردیف و سطر سوم ماتریس با واحد ۱ ثابت می‌ماند. بنابراین گسترش‌پذیری گره با سطح تخت همخوان است. اما

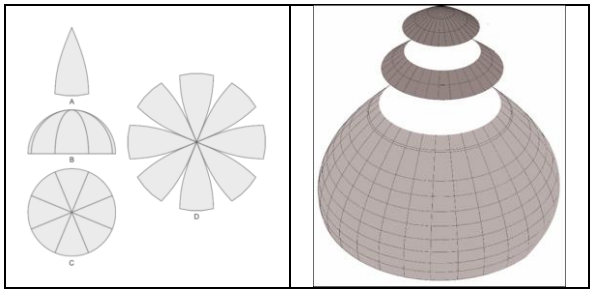
جدول شماره ۲) انواع تقارن در الگو

انتقال	انعکاس محوری	چرخش	لغزنده
			
تکرار بواسطه انتقال موازی مدول صورت می‌گیرد و تغییری در الگو رخ نمی‌دهد.	تکرار از بازتاب مدول مبتنی یک محور شکل می‌گیرد، در این تقارن فاصله هر نقطه از مدول با محور یکسان باقی می‌ماند.	گسترش حول یک نقطه اجرا می‌شود که یک لوپ بسته (صفر-بعدی) را تشکیل می‌دهد	ترکیبی از دو تقارن انتقال و انعکاس است که تکرار بواسطه دو محور تقارن اعمال می‌شود.
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & tx \\ 0 & 1 & ty \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	بدلیل اینکه این تقارن ترکیبی از دو محور است ماتریس در این نوع تقارن تعریف نشده است.

این گسترش‌پذیری بدلیل تغییرپذیری مؤلفه سوم در سطوح غیر تخت همچون گنبد و سطوح آزاد با چالش رو به‌رو است.

انتقال گره به سطح گنبد بر اساس تجانس

همانطور که در قسمت پیشینه پژوهش ذکر شد، روش‌های انتقال گره به سطح گنبد متنوع هستند که این روش‌ها در شش راهبرد دسته‌بندی شده اند (نژاد ابراهیمی و عزیزپور شوبی، ۲۰۲۰). از این میان گنبدهای مسجد اعظم قم و امامزاده ابراهیم زنجان از نمونه‌های برجسته کاربرد تجانس در انتقال گره بر سطح گنبد هستند. در تعریف هندسی گنبد مکان هندسی نقاطی است که از دَوَران چفدی مشخص حول یک محور قائم به وجود می آید. اما در زبان معماری، گنبد پوششی است که بر روی زمینه گرد برپا می‌شود. رولان بزنوال گنبدها را در دسته طاق‌های بسته قرار داده است که از چرخش یک طاق به دست می‌آید (بزنوال، ۱۳۷۹: ۴۹). پیدایش یک طاق دورانی از طریق گردش یک مقطع مولد به دور یک محور عمودی حاصل می‌شود. وقتی‌که مقطع مولد یک نیم‌دایره است، شکل به‌دست‌آمده یک نیم‌کره است (تاق کروی). چرخش یک منحنی حول یک محور انواع گنبد را ایجاد می‌کند. هرچه منحنی مبنا به محور نزدیک‌تر می‌شود و فشردگی سطح نیز افزایش یابد. بر اساس این فشردگی سطح گنبد به سه قسمت قابل تقسیم است. در این قست اگر بر اساس محور شکل منحنی مبنا سطح گنبد را تقسیم‌بندی کنیم به قسمت‌های شعاعی ترکین دست می‌یابیم که نزد



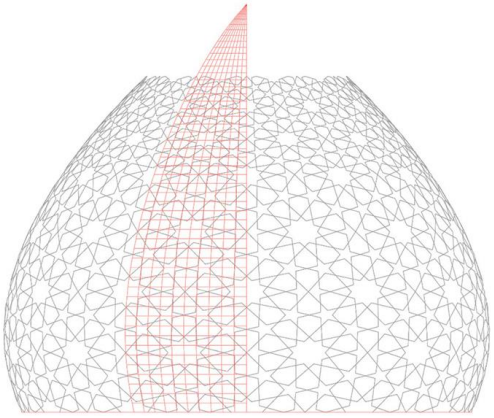
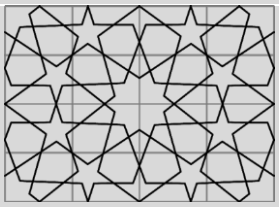
شکل ۳) تقسیم بندی سطح گنبد و قسمت‌های ترکین شعاعی در گنبد

اساتید معماری سنتی به قایقی معروف است. (شکل شماره ۳) بنای مسجد اعظم قم در دوره پهلوی و به دستور آیت‌الله بروجردی توسط استاد لرزاده طراحی و اجرا شد که آخرین نسل از اساتید سنتی معماری ایران محسوب می‌شود. اثر دیگر که به لحاظ هندسه و شیوه انتقال گره مشابه این بنا است، بنای امامزاده ابراهیم زنجان است. این بنا در سال ۱۳۴۰ شمسی منطبق بر بنای قدیمی نوسازی شد. نزدیکی تاریخی این بنا با مسجد اعظم و قرابت الگوی آن با مسجد اعظم این احتمال را مطرح می‌کند که این گنبد توسط استاد لرزاده بازسازی شد (نژاد ابراهیمی و عزیزپور شوبی ۱۳۹۸). (شکل شماره ۴)

همانطور که بیان شد، ساختار گره می تواند در آرایش نقاط برخورد پاره‌خط‌ها در شبکه پایه تجزیه شود. بر اساس ساختار، این روش برای انتقال گره از منحنی مبنای گنبد به عنوان خطوط شبکه استفاده می‌کند که یک ترک گنبد شکل

شکل ۴) گره در گنبدهای امامزاده ابراهیم و مسجد اعظم قم

جدول شماره ۳) روش انتقال گره به گنبد بر اساس تبدیل متجانس درگنبدهای امامزاده ابراهیم و مسجد اعظم قم

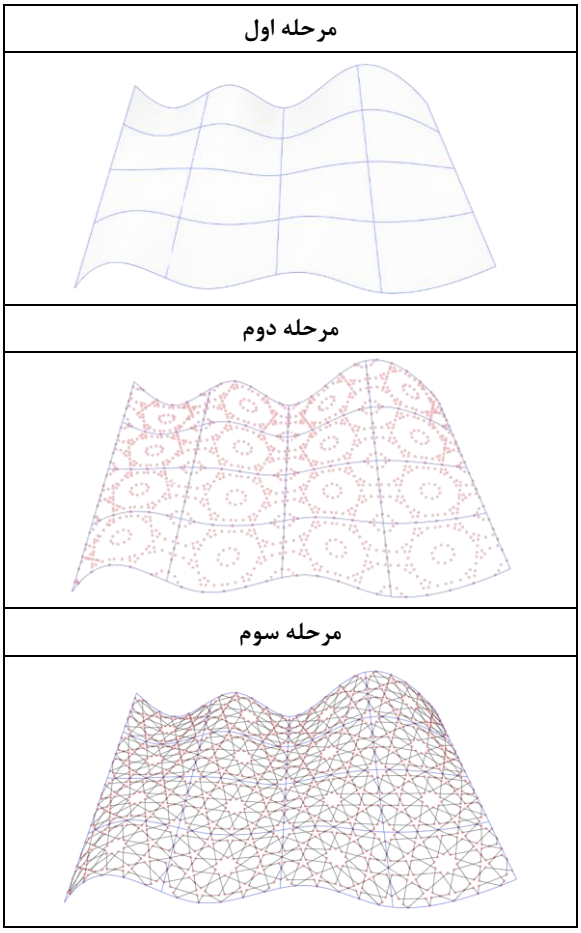
منحنی پایه	انتقال بر سطح گنبدی
	
گره در شبکه	
	

مأخذ: (Nejad Ebrahimi and Azizpour Shoubi, 2020)

می‌گیرد و بر کل سطح گنبد تعمیم داده می‌شود. استفاده از شبکه‌ای مبتنی بر منحنی مبنا در قسمت‌های شعاعی ترکین سبب ایجاد تجانس می‌شود. در هندسه اقلیدسی، تجانس یکنواخت یا تجانس همسانگرد، تبدیلی خطی است که اشکال را در تمام جهات به یک مقیاس بزرگ یا کوچک می‌کند. (جدول شماره ۳) در این نوع تبدیل اندازه زوایا حفظ می‌شود ولی اندازه خطوط تغییر می‌کند که نمونه آن‌را می‌توان در مسجد شیخ لطف‌الله مشاهده نمود.

کاربست گره در سطح آزاد

سطح آزاد مانند نقاط تشکیل‌دهنده سطح کروی دارای سازماندهی شعاعی برابر بر اساس یک نقطه مرکزی مشخص نیست. هندسه آن بر اساس هندسه غیرقابل پیش‌بینی است که تمامی نقاط این شبکه دارای خصوصیتی مجزا و ارتباط نامحدود و نامتناهی‌اند. چون نقاط روی سطوح آزاد مانند سطوح گنبدها داری پیوستگی هستند و مانند سطح گنبد فشردگی ناهمگن دارند؛ یک کالبد ساکن قابلیت پوشش این سطوح را ندارد. مدل توپولوژیکی این سطوح مبتنی بر دو راستا خطوط نُربز است که با علامت v, u بیان می‌شود. ابتدایی‌ترین ایده تقسیم خطی سطوح آزاد است که امکان چند سطحی کردن را حاصل می‌کند. بدین گونه که مکان تقاطع این خطوط به‌عنوان نقاط شبکه شناخته می‌شود. با استفاده از آن می‌توان چندضلعی‌های ساخت که سطح آزاد را موزاییک کرد و به واحدهایی برای نگاشت واگیره‌ها دست یافت. یا به بیانی دیگر هر نقطه روی سطح آزاد دارای مختصات u و v منحصر به فرد است. بنابراین فن موزاییک‌کاری دوبُعدی می‌تواند برای تقسیم‌بندی سطح سه‌بُعدی بکار رود که تبدیل مختصات xy به uv است. هندسه سطوح گنبدی نیز مبتنی بر منحنی مبنا است که با استفاده از شبکه پایه برای سطح تعریف می‌شود. هر واحد آن سطحی مجزا مبتنی بر تجانس همسان است. حال اگر در سطح، خطوط نُربز را به‌عنوان خطوط مبنای سطح



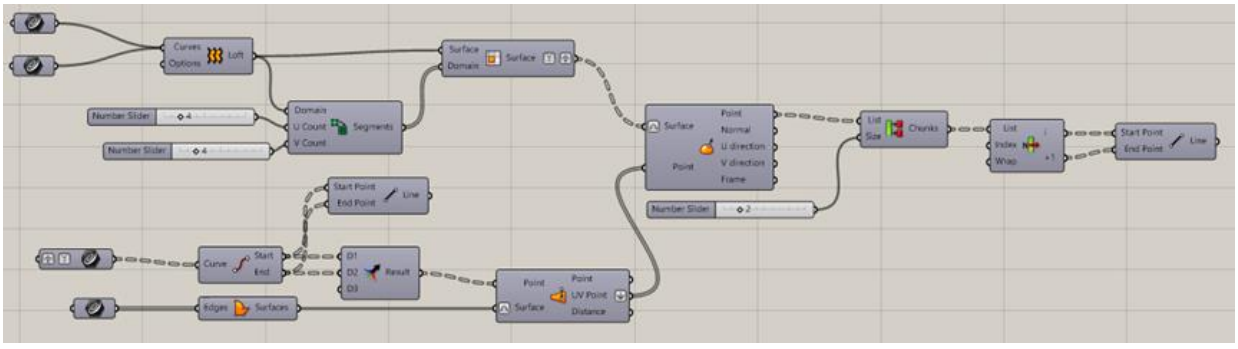
شکل ۵) فرآیند انتقال گره در سطوح آزاد

تعریف کنیم، به موجب آن می‌توان شبکه پایه را شکل داد. با توجه به خصیصه سطوح آزاد هر واحد تشکیل‌دهنده این سطوح دارای تجانس ناهمسانگردی است که فرمی یکپارچه را به اجزای مجزا تقسیم می‌کند.

بنابراین براساس ویژگی‌های ساختاری سطح آزاد و گره برای انتقال گره به سطح آزاد در افزونه گرس‌هاپر ابتدا باید به گسسته‌سازی سطح آزاد بر اساس خطوط نُربز پرداخت (کامپونت: Isotrim). این گسسته‌سازی باید تابع تناسبات مدول تکرار گره‌ای باشد (کامپونت: Divide Domin). در مرحله بعدی باید گره مورد نظر را بر اساس پاره‌خط‌های سازنده‌اش به مجموعه‌ای از نقاط قرار گرفته در یک مدول تکرار تجزیه کرد (کامپونت: End Point). در این تجزیه باید توجه شود که نقاط ابتدایی و انتهایی هر پاره خط در شاخه‌ای مجزا قرار گیرد (Data Tree) تا در زمان تعریف پاره‌خط جدید بر روی سطح آزاد نقاط پاره‌خط‌های قرار گرفته در هر شاخه به درستی به نقطه مربوط به خودش وصل شود تا همان طرح گره مجددا ایجاد کند. علاوه بر این برای انطباق انتظام نقاط در مدول تکرارشان باید با هر قسمت گسسته‌شده در سطح آزاد سنجیده شود. موقعیت نقاط باید بر اساس محدوده کادر مدول تکرار در یک سطح مجزا تعریف شده باشد (کامپونت: Boundary surface). این مرحله شامل یافتن موقعیت نقاط گره بر اساس تطبیق موقعیت نقاط گره در مدول تکرار گره در قیاس با هر بخش گسسته شده سطح آزاد است (کامپونت: Evaluate Surface). از آنجایی که اندازه ها و حالت‌های این دو مدول با یکدیگر همخوانی ندارد، برای نگاشت نقاط بر بخش گسسته شده سطح آزاد از حالت «Reparametrize» استفاده کرد. در مرحله آخر پس از نقطه‌یابی بر روی سطح آزاد یافتن باید پاره‌خط‌ها بر اساس نقاط تعریف شده در سطح آزاد ایجاد شوند. ایجاد پاره‌خط‌ها مبتنی بر ردیف داده‌ها در هر شاخه است (Data Tree)؛ با این کار یک ساختار یکپارچه از نقش گره بر اساس ساختار سطح آزاد شکل می‌گیرد.(شکل شماره ۵ و شکل شماره ۶)

نتیجه‌گیری

ظهور سطح آزاد در معماری امروز سبب بروز چالش‌های جدید از منظر فضا، سازه و تزئینات گردیده است. از منظر ساختاری



شکل ۶) الگوریتم انتقال گره در گرس هاپر

ویژگی هندسی سطح آزاد متمایز از سطوح معماری گذشته است. وجود این تمایز سبب شده تزئیناتی چون گره‌چینی که مبتنی بر اصول ریاضی است با آن همخوان نیست. زیرا اصول گسترش‌پذیری گره‌ها مبتنی بر تقارن است که با سطوح تخت همخوان است. با این حال، وجود گره‌چینی در گنبدها نشان راهکارهای متنوعی را برای کاربست انتقال گره به سطوح آزاد در اختیار معماران معاصر می‌گذارد. یکی از راهکارهای انتقال گره به سطح گنبد تعمیم بر شبکه‌ای مبتنی بر قسمت‌های شعاعی ترکین بود که مبتنی بر منحنی مبنای در گنبد بوده است. از آنجا که گره‌ها نیز به شبکه‌ای از نقاط قابل تجزیه هستند، انتقال گره‌ها به این شبکه در گنبدها سبب شکل‌گیری تجانس همسانگرد در تبدیلات انتقالی این الگو می‌شود.

گسترش‌پذیری در هندسه سطوح آزاد کاملا سیال و غیرقابل پیش‌بینی هست که هر نقطه این شبکه دارای خصوصیتی مجزا و ارتباط نامحدوداست. اما از آن رو نقاط روی سطوح آزاد مانند سطوح گنبدها داری پیوستگی است و مانند سطح گنبد فشردگی ناهمگن دارد که یک کالبد ساکن قابلیت پوشش این سطوح را ندارد. از آنجا که ماهیت سطوح مبتنی بر حرکت یک خط در مسیر غیر از امتداد خودش است و خط نیز مشتق حرکت نقطه است؛ بنابراین بر اساس نوع آرایش نقاط انواع سطوح قابل تعریف هستند. از آنجا که مدل توپولوژیک سطوح آزاد مبتنی بر خطوط نُربز است، امکان گسسته سازی و تعریف شبکه‌ای از نقاط را بر روی آن به وجود می‌آورد. هر موقعیت برخود خطوط نُربز به عنوان یک نقطه در شبکه انگاشته می‌شود که بکارگیری تبدیل تجانس برای انتقال گره را ممکن می‌سازد. با این حال، از آنجا که مدل توپولوژیک این سطوح مبتنی بر نظمی تعریف شده است که قابل پیش‌بینی نیست، بنابراین تجانس همسانگرد نیز در انتقال گره‌ها کاربرد ندارد؛ بلکه باید از تجانس ناهمسان‌گرد برای انتقال گره به سطوح آزاد استفاده کرد. در این شیوه از انتقال گره به سطح آزاد ابتدا باید سطح آزاد را با استفاده از خطوط نُربز گسسته‌سازی کرد. سپس گره مورد نظر به مجموعه از نقاط تشکیل دهنده پاره‌خط‌ها تجزیه کرد. همچنین باید موقیت این نقاط را در مدول تکرار خود سنجیده شود، تا امکان نگاشت در یک واحد گسسته دیگر که دارای اندازه و هندسه متمایز است، بر اساس موقعیت نقاط در مدول تکرارش پدید بیاید. در نهایت پس از یافتن موقعیت این نقاط در هر بخش گسسته از سطح آزاد، پاره‌خط‌های گره را ایجاد می‌شوند که یک گره یکپارچه بر اساس توپولوژی سطح بدست می‌آید.

فهرست منابع :

احمدی، زهرا. (۱۳۸۸). زمینه گرایی و معماری پایدار. **مجموعه مقالات اولین همایش ملی معماری پایدار**، همدان: دانشکده فنی حرفه‌ای سما. https://civilica.com/doc/78814

امین‌پور، احمد؛ محمدرضا اولیا؛ رضا ابوئی؛ بیتا حاجبی (۱۳۹۵). **ارائه دو روش جدید در ترسیم گره و مقایسه آنها**. *نشریه علمی-پژوهشی انجمن علمی معماری و شهرسازی ایران*، شماره ۱۱، ۶۷-۸۳. https://doi.org/10.30475/isau.2017.62018

بزنوال، رولان. (۱۳۷۹). **فن‌آوری تاق در خاور کهن**. ترجمه: محسن حبیبی، تهران: سازمان میراث فرهنگی کشور.

بونر، جی. ۱۴۰۰. **الگوهای هندسی اسلامی؛ توسعه تاریخی و روش‌های سنتی ساخت**. ترجمه: احد نژادابراهیمی، عارف عزیزپورشوبی. تبریز: دانشگاه هنر اسلامی تبریز.

رضوانی، علیرضا. (۱۳۹۴). **شبکه‌های فضایی و احجام هندسی**. مشهد: دانشگاه آزاد اسلامی.

عزیزپور شوبی، عارف (۱۳۹۷). **کاربست گره در سطوح آزاد با الگو برداری از گره‌های بکار رفته در سطوح آزاد فضاهای مذهبی ایرانی اسلامی از دوره ایلخانی تا پایان قاجار**. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه هنر اسلامی تبریز. به راهنمایی احد نژادابراهیمی.

فیضی، محسن و مهدی خاک زند (۱۳۹۲). **فرم، فضا و نظم در معماری ایران**، تهران: انتشارات علم و صنعت.

گرینبرگ، ماروین ج (۱۳۸۹). **هندسه‌های اقلیدسی و نااقلیدسی و بسط آن**. ترجمه: محمد هادی شفیعیها .تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

لیترباره، دیوید ،و مصطفوی، محسن (۱۳۸۹). **معماری سطوح**. ترجمه: مصطفی کیانی. تهران: دانشگاه هنر.

منتظر، بهناز، و سلطان زاده، حسین. (۱۳۹۷). **بازتاب نقش پنج ضلعی منتظم در نقوش هندسی معماری اسلامی ایران**. *مطالعات هنر اسلامی*. ۱۴(۳۰). صص: ۱۵- ۴۰. https://www.doi.org/10.22034/ias.2018.91746

نژادابراهیمی، احد؛ و عزیزپور شوبی، عارف (۱۳۹۸). **شناسایی گنبدهای گره دار در مساجد ایرانی**. *معماری سبز*، شماره ۱۵، ۵۰ – ۵۷.

نوایی، کامبیز و حاجی‌قاسمی، کامبیز. ۱۳۹۰. **خشت و خیال**. تهران: سروش.

Blaga, Paul A. (2005). **Lectures on Classical Differential Geometry**, Risoprint, Cluj-Napoca.

Bonner, Jay. (2018). **Doing the Jitterbug with Islamic geometric patterns**. *J. Math. Arts*. 3 (12) 128 -143. https://doi.org/10.1080/17513472.2018.1466431

Comparison of "Shamsah" in Iranian Architecture, Carpet and Pottery. International *Journal of Applied Arts Studies (IJAPAS)*3(4): 7–22. https://journals.indexcopernicus.com/search/article?articleId=2213551

Necipoğlu, G., & Al-Asad, M. (1995). **The Topkapı Scroll: Geometry and Ornament in Islamic Architecture**, Topkapı Palace Museum Library MSNo Title. Los_Angeles: Getty Center for the History of Art and the Humanities. doi:9780892363353

Nejad Ebrahimi, Ahad, and Aref Azizpour Shoubi. (2020). "**The Projection Strategies of Gireh on the Iranian Historical Domes**." Mathematics Interdisciplinary Research 5 (3): 239–57. https://doi.org/10.22052/mir.2020.212903.1187.

Makovicky, Emil. (2016). **Symmetry: Through the Eyes of Old Masters.** Berlin/Boston: Walter de Gruyter GmbH. https://doi.org/10.1080/0889311x.2017.1286333.

Sarhangi, Reza. (2012). "**Interlocking Star Polygons in Persian Architecture: The Special Case of the Decagram in Mosaic Designs**." Nexus Network Journal 14 (2): 345–72. https://doi.org/10.1007/s00004-012-0117-5.

Sarhangi, Reza. (2008). "**Illustrating Abu Al-Wafā' Būzjānī: Flat Images, Spherical Constructions**." *Iranian Studies* 41 (4): 511–23. https://doi.org/10.1080/00210860802246184.

Séquin, Carlo H. (2008). "**Symmetry for Architectural Design**." **In Advances in Architectural Geometry**. Edited by Helmut Pottmann, Axel Kilian, and Michael Hofer, 13–16. Vienna, Austria: Printed in Austria. https://doi.org/ISBN 978-3-902233-03-5.

Shelden, Dennis R, and Andrew J Witt. (2011). "**Continuity and Rupture**." *Architectural Design* 81 (4): 36–43. https://doi.org/10.1002/ad.1266.

Su, Buqing, and Ting-yüan. Liu. (1989). **Computational Geometry--Curve and Surface Modeling**. New York: Academic Press, INC.

Wallner, Johannes, & Pottmann, Helmut. (2011). **Geometric computing for freeform architecture**. *Journal of Mathematics in Industry*, 1:4. https://doi.org/10.1186/2190-5983-1-4

Bonner, Jay, and Craig S. Kaplan. (2017). "4 Computer Algorithms for Star Pattern Construction." **In Islamic Geometric Patterns**, 549–73. New York, NY: Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0217-7_4.

Broug, Eric. (2013). **Islamic geometric design**. London: Thames & Hudson.

Carmo, MP Do. (2016). **Differential Geometry of Curves and Surfaces**: Revised and Updated Second Edition. Mineola, New York: DOVER PUBLICATIONS, INC.

Dimcic, Milos; Knippers, Jan. 2011. Structural Optimization of Grid Shells Based on Genetic Algorithms. **acadia 2011 _proceedings**. https://elib.uni-stuttgart.de/handle/11682/98

Georg Glaeser & Franz Gruber. (2007). **Developable surfaces in contemporary architecture**, Journal of Mathematics and the Arts, 1:1, 59-71, http://dx.doi.org/10.1080/17513470701230004

Henriksson, Viktoria & Hult, Maria. (2015). **Rationalizing freeform architecture**; Surface discretization and multi-objective optimization. **Master's thesis in Structural Engineering and Building Technology**, Department of Applied Mechanics. Gothenburg, Sweden: CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY. https://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/231658/231658.pdf

Jablan, Slavik Vlado. (2002). **Symmetry, Ornament and Modularity**. Vol. 30. Series on Knots and Everything. Singapore: WORLD SCIENTIFIC. https://doi.org/10.1142/5031.

Kaplan, Craig S., and David H. Salesin. (2004). "**Islamic Star Patterns in Absolute Geometry**". *ACM Transactions on Graphics* 23 (2): 97–119. https://doi.org/10.1145/990002.990003

Kasraei, Mohammad Hossein, Yahya Nourian, and Mohammadjavad Mahdavinejad. (2016). "**Girih for Domes: Analysis of Three Iranian Domes**." *Nexus Network Journal 18* (1): 311–21. https://doi.org/10.1007/s00004-015-0282-4.

Kızılörenli, Ecenur,& Maden, Feray. (2021). Tessellation in Architecture from Past to Present. **IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering**. https://doi.org/10.1088/1757-899X/1203/3/032062

Khalilia, Ahmadreza; Hossein Soltanzadehb; Seyed Hadi Ghoddusifar. (2018). **Algorithmic**