

دسترسی در سایت <http://jnrm.srbiau.ac.ir>

سال پنجم، شماره هفدهم، فروردین و اردیبهشت ۱۳۹۸

شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸۸



پژوهش‌های نوین در ریاضی



دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

تحلیل کارایی در فرآیندهای تولید با حضور خروجی‌های با مجموع ثابت

علیرضا امیر تیموری^{۱*}، سیمین مسروری^۲، سهراب کردرستمی^۳

^(۱) گروه ریاضی کاربردی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

^(۲) گروه ریاضی کاربردی، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۹۶/۰۴/۱۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۷/۰۶/۲۶

چکیده

ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده در حالتی که خروجی‌هایی با مجموع ثابت در فرآیند تولید حضور داشته باشند از موضوعات قابل توجه در بحث مدیریت عملکرد می‌باشد. تعریف‌های متفاوتی از اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده، زمانی که هدف ثابت نگه داشتن مجموع خروجی‌ها باشد، ارائه شده است که در تمام آنها واحدها به یک مرز تعادل مشترک واحد با کارایی یک می‌رسند و این امر چه بسا مستلزم یک تبادل چشمگیر بین ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای کارا و ناکارا باشد که ممکن است در کاربردهای عملی میسر نباشد. در این مقاله هدف ارائه یک مدل تحلیل پوششی داده‌هاست تا در آن با استفاده از مفهوم context-dependent، تبادل داده بین واحدها عادلانه‌تر باشد و به جای رسیدن به یک مرز تعادل واحد، این اجازه به واحدها داده می‌شود که با توجه به اندازه توانایی واحد، برای بهبود کارایی فعلی خود تلاش کنند. برای تحلیل روش ارائه شده در این مقاله ۲۱ کشور عضو OECD انتخاب شده و مورد مطالعه قرار گرفت.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، context-dependent، کارایی، OECD.

۱- مقدمه

روش تحلیل پوششی داده‌ها یک مدل برنامه‌ریزی خطی است که هدف آن ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده است. چارنز-کوپر-رودز اولین بار این روش را در سال ۱۹۸۷ معرفی کردند. در مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها (CCR، BCC، ...) فرض بر این است که ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌توانند آزادانه توسعه داده شوند و هم چنین ورودی‌ها (خروجی‌ها) مستقل از هم هستند. به عبارتی ورودی (خروجی) یک واحد نمی‌تواند روی ورودی (خروجی) واحدهای دیگر اثر بگذارد. در مواردی این استقلال برقرار نیست و آن زمانی است که مجموع خروجی‌ها باید ثابت باشد. برای مثال، در ارزیابی واحدهای تولید کننده‌ای که در آنها عرضه تولید، وابسته به تقاضای ثابت باشد چنانچه یک واحد ناکارا برای بهبود کارایی خود تصمیم به افزایش تولید بگیرد، واحدهای دیگر باید در مجموع به همان مقدار تولید خود را کاهش دهند تا مجموع تقاضا ثابت بماند. بنابراین وقتی متغیرهایی با مجموع خروجی ثابت مورد بررسی قرار می‌گیرد مدل‌های پایه ای تحلیل پوششی داده‌ها نمی‌توانند پاسخگوی مناسبی باشند. تقریب‌های متفاوتی برای بررسی این موضوع ارائه شد. لینز و همکاران (۲۰۰۳) مدل ZSG-DEA ارائه دادند که نمایانگر یک وضعیت شبیه به بازی مجموع برابر صفر است که در آن تمام چیزهایی که توسط یک بازیکن برده (باخته) شده است باید توسط دیگر بازیکنان از دست برود (به دست آید) به طوری که مجموع نهایی مقادیر همچنان صفر باقی بماند. در این روش هر واحد ناکارایی تحت ارزیابی برای رسیدن به کارایی یک، باید مقدار خروجی خود را افزایش دهد و این مقدار افزایش باید توسط کاهش مقدار خروجی واحدهای دیگر جبران شود، به طوری که مجموع خروجی‌ها همواره ثابت بماند. پس از تخصیص مجدد خروجی‌ها، تمام واحدها با نمره کارایی یک، به یک مرز مشترک خواهند رسید. یانگ و همکاران (۲۰۱۱) مدل FSOE را برای توسعه مدل قبل ارائه کردند. در این مدل ابتدا افزایش خروجی واحد ناکارایی که تحت ارزیابی است توسط کاهش خروجی واحدهای کارایی دیگر جبران می‌شود و سپس تمام واحدها با حداقل تطبیق

روی مرز جدید تصویر می‌شود. واضح است که در این حالت برای هر واحد تحت ارزیابی یک مرز کارایی متفاوت ساخته می‌شود که کاملاً متفاوت از مرز کارایی ساخته شده توسط واحدهای تحت ارزیابی دیگر خواهد بود. از این رو چنین ارزیابی برای واحدها عادلانه به نظر نمی‌رسد؛ زیرا بازنگری هم زمان واحدها امکان‌پذیر نیست. برای رفع این مشکل یانگ و همکاران (۲۰۱۴) تقریب EEFDEA با نام مرز کارایی تعادل ارائه کردند که براساس آن تمام واحدها به ترتیب (مرحله به مرحله) روی یک مرز کارا تصویر می‌شود و هم زمان مورد بازبینی قرار می‌گیرد. این مدل نیز اشکالاتی به همراه داشت، از جمله نتیجه ارزیابی به ترتیب تعیین واحدهای تحت ارزیابی بستگی دارد، ممکن است تعداد مراحل محاسبات زیاد باشد به ویژه وقتی تعداد واحدها زیاد است همچنین علامت متغیر تعدیل در خروجی‌ها یکسان (همه مثبت یا همه منفی) در نظر گرفته می‌شود که این امر ممکن است شرط حداقل تطبیق را با تردید مواجه سازد. برای غلبه بر مشکلات بیان شده در این تقریب، یانگ و همکاران (۲۰۱۵) با تعمیم تقریب قبل مدل GEEFDEA را ارائه کردند که در آن تمام واحدها در یک مرحله به یک مرز کارایی تعادل می‌رسند و علاوه بر آن متغیر تعدیل برای هر خروجی در علامت آزاد است؛ یعنی می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد. البته در این مدل ممکن است تبادل داده بین واحدهای کارا و ناکارایی که فاصله زیادی از هم دارند، بسیار چشمگیر باشد.

هدف در این مقاله تخصیص عادلانه و توزیع مجدد متغیرها (ورودی، خروجی متغیر و خروجی ثابت) است به طوری که مجموع خروجی‌هایی با مجموع ثابت، همواره ثابت باقی بماند. به همین دلیل روشی پویا برای مساله تحلیل پوششی داده‌ها با مجموع خروجی ثابت ارائه می‌دهیم که در آن از تقریب Context-dependent در تحلیل پوششی داده‌ها استفاده می‌شود. در روش Context-dependent ابتدا یک مجموعه از واحدها به لایه‌های مختلف از مرزهای کارا تقسیم می‌شود و سپس در زمینه خاص مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در این مقاله از این مفهوم برای ساخت مرزهای تعادلی مختلف استفاده می‌شود. برای تجزیه و تحلیل تقریب ارائه شده در

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \delta_{ij} = \alpha_{ik}, \quad \forall t, \forall j \neq k,$$

$$0 \leq s_{ij} \leq f_{ij}, \quad \forall t, \forall j \neq k,$$

$$v_i, u_r, w_t \geq 0, \quad \mu_0 \text{ is Free.}$$

که در آن E_1 و E_2 به ترتیب مجموعه‌هایی از واحدهای کارا و ناکارا هستند که کارایی آنها توسط مدل پایه‌ای BCC مورد بررسی قرار می‌گیرد و پس از رسیدن به مرز تعادل مشترک با توجه به واحد تحت ارزیابی مورد نظر، توسط مدل زیر کارایی سنجی می‌شود:

$$e_k^{EEFDEA} = \text{Min} \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + \mu_0}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk} + \sum_{t=1}^l w_t f_{tk}}$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + \mu_0}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{t=1}^l w_t (f_{ij} + \Delta_{ij}^*)} \geq 1,$$

for all j ,

$$v_i, u_r, w_t \geq 0, \quad \text{for all } i, r, t.$$

با تکرار دو مدل (۱) و (۲) تمام واحدها به مجموعه کارایی E_1 تعلق می‌گیرند. به عبارتی تمام واحدها دارای نمره کارایی، یک می‌شوند.

یانگ و همکاران (۲۰۱۵) برای بهبود (اصلاح) مدل فوق، مدلی یک مرحله‌ای به صورت زیر ارائه کردند:

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l w_t \alpha_{ij}$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{t=1}^l w_t (f_{ij} + \delta_{ij}) + \mu_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} = 1,$$

$$j = 1, \dots, n, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n \delta_{ij} = 0, \quad \text{for all } t,$$

$$\alpha_{ij} = \text{Max} \{ \delta_{ij}, 0 \}, \quad \text{for all } t, j,$$

این مقاله ۲۱ کشور عضو OECD براساس اطلاعات مشترک موجود در سال ۲۰۱۵ از سایت www.OECD.org/statistics انتخاب و مورد بررسی قرار گرفت.

۲- مروری بر تحقیقات انجام شده

در این بخش خلاصه‌ای از دو مدل EEFDEA و GEEFDEA را بیان می‌کنیم. فرض می‌کنیم n متغیر تصمیم‌گیرنده از m ورودی x_{ij} ($i=1, \dots, m, j=1, \dots, n$) برای تولید s خروجی متغیر v_{rj} ($r=1, \dots, s, j=1, \dots, n$) و T خروجی ثابت f_{ij} ($t=1, \dots, T, j=1, \dots, n$) استفاده می‌کند به طوری که مجموع خروجی ثابت، ثابت بماند

$$\left(\sum_{j=1}^n f_{ij} = C, \quad t=1, \dots, T \right).$$

یانگ و همکاران (۲۰۱۴) تقریبی دو مرحله‌ای ارائه کردند که در مرحله اول، حداقل مقدار توسعه خروجی برای هر واحد محاسبه گردید و در مرحله بعد، پس از تبادل داده بین خروجی‌ها نمره کارایی واحدها ارزیابی می‌شود.

$$\text{Min} \quad \sum_{t=1}^l w_t \alpha_{ik}$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk} + \sum_{t=1}^l w_t (f_{tk} + \alpha_{ik}) + \mu_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} = 1,$$

for all j , (۱)

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{t=1}^l w_t (f_{ij} - s_{ij}) + \mu_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} = 1,$$

$j \in E_1$, for all $j \neq k$,

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{t=1}^l w_t (f_{ij} - \delta_{ij}) + \mu_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} \leq 1,$$

$j \in E_2$, for all $j \neq k$,

زیاد باشد تبادل داده بسیار چشمگیر و چه بسا غیرممکن است.

۳- اصلاح مرز تعادل کارایی

همانطور که در بخش‌های قبل اشاره شد ممکن است رسیدن به یک مرز کارای تعادل واحد در عمل بسیار سخت یا حتی غیرممکن باشد زیرا این امر مستلزم از دست دادن مقادیر زیادی ورودی یا تولید مقادیر زیادی از خروجی‌ها خواهد بود. از این رو در این مقاله مدلی ارایه می‌شود که علاوه بر تخصیص عادلانه در خصوص خروجی‌هایی با مجموع ثابت، اجازه کاهش ورودی‌ها و افزایش خروجی‌های متغیر را فراهم می‌سازد.

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیرنده با m ورودی x_{ij} $(i=1, \dots, m, j=1, \dots, n)$ خروجی متغیر v_{ij} $(i=1, \dots, m, j=1, \dots, n)$ خروجی ثابت f_{ij} $(r=1, \dots, s, j=1, \dots, n)$ و T خروجی ثابت $(t=1, \dots, T, j=1, \dots, n)$ دارد. ابتدا برای تشکیل لایه‌های مختلف کارایی دو مجموعه E_l و C_l به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$C_l = \{Dmu_j : j=1, \dots, n\} \text{ و } E_l = \{Dmu_j \in C_l ; \theta^*(l, k) = 1\}$$

که در آن، مجموعه C_l شامل واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ای است که باید در مرحله l ام کارایی سنجی شوند و مجموعه E_l شامل واحدهای کارای مرحله l ام است که با اجرای مدل (۵) روی مرز کارایی قرار می‌گیرند. $\theta^*(l, k)$ جواب بهینه مدل (۵) است.

$$\theta^*(l, k) = \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk} + \sum_{t=1}^T w_t f_{tk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} \quad (5)$$

$$s.t. \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{t=1}^T w_t f_{tj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1,$$

$$f_{tj} + \delta_{tj} \geq 0, \quad \text{for all } t, j,$$

$$v_i, u_r, w_t \geq 0, \quad \text{for all } i, r, t,$$

$$\mu_0, \delta_{tj} \text{ are Free.}$$

که در آن δ_{tj} مقدار تطبیق (تبادل داده) خروجی ثابت t ام از واحد j ام است. مدل (۳) غیرخطی است که با تغییر متغیرهای مناسب به مدل خطی تبدیل می‌شود (مقاله یانگ و همکاران ۲۰۱۵ را ببیند).

پس از حل مدل (۳) و تصویر واحدها روی مرز تعادل واحد، با استفاده از مدل (۴) می‌توان مشاهده کرد که تمام واحدها دارای مقدار کارایی یکسان یک هستند.

$$e_k^{GEDEA} = \text{Min} \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + \mu_0}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk} + \sum_{t=1}^l w_t f_{tk}}$$

$$s.t. \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + \mu_0}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{t=1}^l w_t f_{tj}} \geq 1, \quad (4)$$

$$\text{for all } j,$$

$$v_i, u_r, w_t \geq 0,$$

$$\text{for all } i, r, t$$

$$\mu_0 \text{ is Free.}$$

که در آن F_{tj} مقدار جدید خروجی ثابت t ام از واحد j ام است.

همانطور که مشاهده می‌شود این تقریب، یک مرحله‌ای است و تمام واحدها (کارا و ناکارا) به طور هم زمان بده و بستان داده را بین خروجی‌های ثابت انجام می‌دهند تا به یک مرز تعادل واحد برسند (تمام واحدها نمره کارایی یک را خواهند داشت) واضح است که در هر دو تقریب بعضی از واحدها خروجی خود را کاهش می‌دهند و این کاهش خروجی به واحدهای دیگر اختصاص داده می‌شود تا آنها را کارا سازد. به همین علت واحدهایی که از ابتدا روی مرز کارا قرار دارند به یک محیط با مطلوبیت کمتر از مجموعه تولید منتقل و واحدهای ناکارا نیز به همان مرز با مطلوبیت بهتر تصویر می‌شوند. مشکل عمده هر دو تقریب آن است که اگر فاصله بین واحدهای کارا و ناکارا

مولفه‌های جدید هر واحد مثبت باقی خواهد ماند. مدل (۶) یک مدل غیر خطی است که با تغییر متغیر مناسب به مدل خطی زیر تبدیل می‌شود (مقاله امیرتیموری و همکاران (۲۰۱۷) را ببینید).

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n (a_{tj} + b_{tj}) \\ & + \sum_{r=1}^s \sum_{j=1}^n \bar{\beta}_{rj} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \bar{\gamma}_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{r=1}^s (u_r y_{rj} + \bar{\beta}_{rj}) + \sum_{t=1}^T (w_t f_{tj} + a_{tj} - b_{tj}) \\ & - \sum_{i=1}^m (v_i x_{ij} - \bar{\gamma}_{ij}) = 0, \quad j \in E_k, E_{k+1}, \\ & \sum_{j=1}^n (a_{tj} - b_{tj}) = 0, \quad t = 1, \dots, T, \\ & w_t f_{tj} + a_{tj} - b_{tj} \geq 0, \quad \text{for all } t, j, \\ & u_r y_{rj} + \bar{\beta}_{rj} \geq 0, \quad \text{for all } r, j, \\ & v_i x_{ij} - \bar{\gamma}_{ij} \geq 0, \quad \text{for all } i, j, \\ & (\bar{\beta}_{rj}, \bar{\gamma}_{ij}) \geq (0, 0), \quad \text{for all } i, r, j, \\ & v_i, u_r, w_t \geq \varepsilon, \\ & a_{tj}, b_{tj} \geq 0, \quad \text{for all } i, r, t. \end{aligned} \quad (۷)$$

$$\begin{aligned} a_{tj} &= \frac{1}{2} [|\delta_{tj}| + \delta_{tj}] \quad \text{که در آن} \\ a_{tj} + b_{tj} &= |\delta_{tj}|, \quad b_{tj} = \frac{1}{2} [|\delta_{tj}| - \delta_{tj}] \geq 0 \\ a_{tj} - b_{tj} &= \bar{\delta}_{tj} \end{aligned}$$

مجموعه تکنولوژی مدل (۷) زیر مجموعه‌ای از تکنولوژی اولیه است و مطابق آن توزیع مجدد متغیرها (ورودی، خروجی ثابت، خروجی متغیر) به طور تکنیکی، شدنی است.

فرض کنید E_1, \dots, E_k لایه‌هایی متفاوت از مرز کارایی باشند که توسط روش لایه‌بندی اشاره شده ساخته شده است. برای ایجاد مرز تعادلی ابتدا مدل (۷) را برای دو لایه متوالی E_k, E_{k-1} اجرا می‌کنیم. این مدل، به واحدهای متعلق به لایه E_k اجازه می‌دهد که کمی از مرز فعلی خود بالاتر رفته یا ثابت بمانند و به طور هم

$$\begin{aligned} j &\in C_l, \\ v_i, u_r, w_t &\geq \varepsilon, \\ \text{for all } i, r, t, j. \end{aligned}$$

در مدل (۵) ε یک عدد مثبت کوچک است و از شرط $v_i, u_r, w_t > 0$ به جای $v_i, u_r, w_t \geq \varepsilon$ استفاده می‌شود تا ناحیه شدنی نقاط مرزی را نیز شامل شود. روند ساخت لایه‌ها با استفاده از متغیر بازگشتی $C_{l+1} = C_l - E_l$ تکرار می‌شود تا k لایه از مرزهای E_1, \dots, E_k ساخته شود که در آن کاراترین واحدها به لایه E_1 و ناکاراترین واحدها به لایه E_k تعلق دارد. اکنون از مدل زیر برای ساختن مرز کارایی استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n w_t |\delta_{tj}| + \\ & \sum_{r=1}^s \sum_{j=1}^n u_r \beta_{rj} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n v_i \gamma_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r (y_{rj} + \beta_{rj}) + \sum_{t=1}^T w_t (f_{tj} + \delta_{tj})}{\sum_{i=1}^m v_i (x_{ij} - \gamma_{ij})} = 1, \\ & j \in E_k \cup E_{k+1}, \\ & \sum_{j=1}^n \delta_{tj} = 0, \quad t = 1, \dots, T, \\ & f_{tj} + \delta_{tj} \geq 0, \quad \text{for all } t, j, \\ & y_{rj} + \beta_{rj} \geq 0, \quad \text{for all } r, j, \\ & x_{ij} - \gamma_{ij} \geq 0, \quad \text{for all } i, j, \\ & \beta_{rj}, \gamma_{ij} \geq 0, \quad \text{for all } i, r, t, \delta_{tj} \text{ is Free}, \\ & v_i, u_r, w_t \geq \varepsilon, \quad \text{for all } i, r, t. \end{aligned} \quad (۶)$$

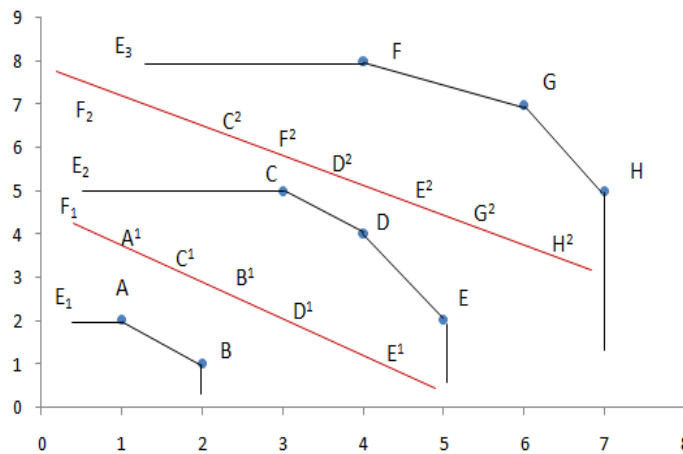
که در آن δ_{tj} و β_{rj} و γ_{ij} به ترتیب مقدار داده اختصاص داده شده به خروجی ثابت t ام، خروجی متغیر r ام و ورودی i ام واحد j ام است. قید اول تضمین می‌کند که تمام واحدهای بین دو لایه متوالی روی یک مرز کارا قرار می‌گیرند. همانطور که مشاهده می‌شود قید دوم بیانگر ثابت ماندن مجموع خروجی‌های با مجموع ثابت است. قیدهای ۳ تا ۵ هم تضمین می‌کند که

G^1 و H^1 موقیت جدید واحدهای لایه E_3 را نشان می‌دهد.

۴- مثال کاربردی

امروزه جوامع صنعتی و سیستم‌های مالی سرمایه داری بر این اصل بنا شده‌اند که به طور صحیح به رشد اقتصادی خود ادامه دهند و این امر به طور مستقیم به دسترسی مناسب آنها به انرژی فسیلی بستگی دارد. از میان منابع مختلف انرژی (از قبیل، نفت، گاز طبیعی، زغال سنگ، انرژی‌های تجدید شنی، انرژی هسته‌ای) سهم نفت از مصرف انرژی در حدود ۳۷ درصد (بالاترین سهم) می‌باشد. از سویی رشد اقتصادی کشورها، رشد جمعیت، میزان صرفه جویی و افزایش قیمت نفت، چهار عامل اصلی هستند که بیش از همه بر تقاضای جهانی نفت تاثیر می‌گذارند. میزان بهره‌وری هر کشور تولید کننده نفت ممکن است به دلایل مختلف (عرضه و تقاضای جهانی، تغییرات فصلی، شرایط پالایش، وضعیت اقتصادی، سطح ذخیره سازی نفت خام، وضعیت آب و هوا، حوادث غیر مترقبه، مقررات زیست محیطی و ...) افزایش یا کاهش یابد. برخی از سیاستمداران افزایش واردات نفت را تهدیدی برای امنیت ملی می‌دانند به ویژه اگر سهم واردات نفت خام از کشورها یا مناطقی از جهان که به لحاظ سیاسی بی‌ثبات هستند تامین شود؛

زمان واحدهای متعلق به لایه E_{k+1} کمی پایین‌تر آمده یا ثابت بمانند و در مجموع تمام واحدهای متعلق به دو لایه روی یک مرز مشترک (F_1) بین دو لایه متوالی قرار گیرند. در ادامه مدل (γ) برای واحدهای لایه E_{k-1} با موقیت جدید و E_{k-2} تکرار می‌شود تا مرز تعادل (F_2) به دست آید. این روند تا رسیدن به آخرین مرز کارای تعادل (F_{k-1}) تکرار می‌شود. لازم به ذکر است که در اجرای این الگوریتم، آخرین مرز تعادل (F_{k-1}) در محیطی با مطلوبیت کمتر از مجموعه امکان تولید خود و اولین مرز کارایی (F_1) در محیطی با مطلوبیت بهتر قرار می‌گیرد. برای روش شدن رویکرد ارایه شده شکل ۱ را ببینید. در شکل ۱، واحدهای تصمیم‌گیرنده $\{A, B, C, D, E, F, G, H\}$ به سه لایه E_1 و E_2 و E_3 تقسیم می‌شوند. پس از اجرای مدل (γ) بین دو لایه E_1 و E_2 واحدهای متعلق به این دو لایه روی مرز مشترک F_1 قرار می‌گیرند واضح است که واحدهای A و B با بهبود وضعیت قبلی خود با مقدار جدید A^1 و B^1 روی F_1 تصویر می‌شوند و به طور مشابه واحدهای C و D و E به ترتیب با موقیت جدید C^1 و D^1 و E^1 را روی F_1 به دست می‌آورند. در ادامه روند مدل (γ) بین دو لایه E_2 با موقیت جدید و لایه E_3 جهت تشکیل مرز مشترک F_2 تکرار می‌شود، C^2 و D^2 و E^2 موقیت جدید واحدهای لایه E_2 و به طور مشابه F^1 و



شکل ۱. روند تشکیل مرز مشترک

چنانچه کشوری به دلایل مختلف مجبور به کاهش (افزایش) مقدار تولید نفت خام شود این کاهش (افزایش) باید توسط دیگر کشورهای عضو این پیمان جبران گردد به طوری که مجموع تولید ثابت بماند.

دلیل انتخاب این ۲۱ کشور، اطلاعات مشترک موجود در سال ۲۰۱۵ بوده است که از سایت www.OECD.org/statistics انتخاب شده

است. برای هر کشور X_1 (جمعیت، بر حسب میلیون نفر از ساکنان) و X_2 (انرژی اولیه، بر حسب میلیون تن) به عنوان دو ورودی، V_1 (تولید ناخالص ملی، بر حسب میلیون دلار آمریکا) و V_2 (تولید خالص ملی، بر حسب میلیون دلار آمریکا) و V_3 (انرژی تجدید شدنی، بر حسب هزار تن معادل نفت) به عنوان سه خروجی متغیر و f (تولید نفت خام، بر حسب هزار بشکه معادل نفت) تنها خروجی ثابت مدل در نظر گرفته شده است. این اطلاعات به همراه مقدار کارایی اولیه به روش CCR در جدول ۱ آورده شده است.

بنابراین گاهی مدیران مجبورند تصمیم‌هایی خاص برای ثبات یا بهبود وضعیت فعلی خود اتخاذ کنند. از آنجا که انواع انرژی جایگزین نیز بر مقدار مصرف نفت اثر گذار است؛ لذا در این مقاله انرژی‌های تجدید شدنی (انرژی بادی، انرژی خورشیدی، انرژی آبی، انرژی به دست آمده از سوخت‌های زیستی جامد و زباله شهری، جزر و مد و ...) نیز مورد توجه قرار گرفته است.

کشورهای عضو OECD از سال ۱۹۷۳ برای جلوگیری از آسیب‌های وارده از شوک نفتی تصمیم گرفتند مقدار واردات نفت خام خود را کاهش دهند؛ بنابراین، این گونه به نظر می‌رسد که کشورهای تولید کننده نفت خام عضو OECD باید این کمبود را جبران کنند یا انرژی‌های جایگزین (تجدید شدنی) افزایش یابد. در این مقاله برای جلوگیری از شوک نفتی و کاهش واردات، فرض گردیده است که ۲۱ کشور تولید کننده نفت خام عضو OECD در یک دوره زمانی خاص به گونه‌ای همکاری کنند که مجموع تولید نفت خام کشورهای عضو ثابت بماند و

جدول ۱. داده‌های اولیه

	Country	X1	X2	V1	V2	V3	f	Layer
1	Australia	23.5	130.6	45821	37485	8544.65	116476.2	4
2	Austria	8.5	32.8	48091	38836	9594.934	6182.526	3
3	Canada	35.5	272.5	44310	36705	49703.237	1127955	2
4	Czech	10.5	40.7	32785	23566	3571.81	925.344	4
5	Denmark	5.6	16	46574	39645	4542.163	56391.01	1
6	France	64.1	245.7	39813	33343	21533.062	5945.478	5
7	Germany	80.9	311.8	47221	39218	38962.102	17704.34	4
8	Greece	11.1	23.6	26596	21871	2666.064	409.836	4
9	Hungary	9.9	24	25596	19659	1925.114	4284	4
10	Italy	60.4	150.7	35942	29458	26331.637	38763.06	4
11	Japan	127.3	435.9	37372	30306	22997.866	1498.686	6
12	Mexico	119.7	187.3	18078	15467	15447.381	895074	2
13	Netherlands	16.8	71.7	48326	40161	3621.638	10165.22	4
14	New Zealand	4.5	20.4	36780	30834	8263.794	13767.35	2
15	Norway	5.1	30.2	61542	53835	13467.18	559780.3	1
16	Poland	38.5	94.6	25825	21236	9072.711	6755.868	5
17	Slovakia	5.4	16.3	28886	21485	1390.609	63.546	3
18	South Korea	50.4	276.2	34549	27931	4071.219	123.522	6
19	Spain	46.5	119.4	34521	27497	17138.837	1687.896	5
20	United kingdom	63.7	180	41452	35196	13786.309	316754.7	3
21	United state	318.9	2182.3	56077	47236	149614.49	3431766	3
	Sum			816157	670970	426246.8	6612474	

مورد نظر با نمره کارایی یک است. سپس مدل (۷) بار دیگر برای کشورهای متعلق به لایه E_6 با مقادیر بهبود یافته جدید و لایه بالاتر (E_4) اجرا می‌شود تا مرز کارایی جدید ساخته شود و این روند تا تشکیل آخرین مرز تعادلی بین لایه‌ها تکرار می‌شود.

کشورها با تغییرات بهبود یافته جدید یک بار دیگر با روش پایه‌ای CCR کارایی سنجی شد. تغییرات جدید و مقدار کارایی در جدول ۲ قابل مشاهده است.

$$E_1^{new} = \{3, 5, 7, 10, 12, 14, 15\}$$

$$E_2^{new} = \{1, 2, 4, 8, 13, 17, 20, 21\}$$

$$E_3^{new} = \{9, 16\}$$

$$E_4^{new} = \{6, 11, 19\}$$

$$E_5^{new} = \{18\}$$

همانطور که از جدول ۱ دیده می‌شود ۲۱ کشور مورد بررسی با اجرای مدل پایه‌ای CCR روی ۶ لایه متفاوت کارایی (E_6, \dots, E_1) به صورت زیر قرار می‌گیرند:

$$E_1 = \{5, 15\}$$

$$E_2 = \{3, 12, 14\}$$

$$E_3 = \{2, 17, 20, 21\}$$

$$E_4 = \{1, 4, 7, 8, 9, 10, 13\}$$

$$E_5 = \{6, 16, 19\}$$

$$E_6 = \{11, 18\}$$

که در آن لایه‌های E_6, E_1 به ترتیب نشان دهنده کاراترین و ناکاراترین کشورهاست.

همان طور که در بخش قبل بیان شد ابتدا مدل (۷) را برای دو لایه E_6, E_5 اجرا کرده و مرز تعادلی مشترک ایجاد می‌شود که در بردارنده تمام کشورهای دو لایه

جدول ۲. نتیجه نهایی

	Country	X1-new	X2-new	V1-new	V2-new	V3-new	f-new	Old efficiency	New efficiency
1	Australia	23.5	130.6	45821	37485	112513.340	98988.72	0.1678	0.6918
2	Austria	8.5	32.8	48091	38836	9594.934	23891.8	0.6851	0.7284
3	Canada	35.5	272.5	44310	36705	49703.237	971208.6	0.5302	1.0000
4	Czech	10.5	40.7	32785	23566	63264.138	0	0.3265	0.8612
5	Denmark	5.6	16	46574	39645	4542.163	0.001824	1.0000	1.0000
6	France	64.1	245.7	39813	33343	34705.093	5945.478	0.1965	0.1089
7	Germany	80.9	311.8	47221	39218	794049.549	23919.34	0.2802	1.0000
8	Greece	11.1	23.6	26596	21871	36631.930	409.836	0.3909	0.8397
9	Hungary	9.9	24	25596	19659	30705.783	4284	0.3664	0.7676
10	Italy	60.4	150.7	35942	29458	447842.707	0	0.3918	1.0000
11	Japan	127.3	435.9	37372	30306	144699.521	3186.581	0.1183	0.1470
12	Mexico	119.7	187.3	18078	15467	15447.380	895074	0.2578	1.0000
13	Netherlands	16.8	71.7	48326	40161	100801.674	10165.22	0.2864	0.7849
14	New Zealand	4.5	20.4	36780	30834	8263.790	25383.91	0.9084	1.0000
15	Norway	5.1	30.2	61542	53835	13467.180	21595.49	1.0000	1.0000
16	Poland	38.5	94.6	25825	21236	13225.093	63931.75	0.2151	0.2708
17	Slovakia	5.4	16.3	28886	21485	1390.609	16804.53	0.6283	0.8576
18	South Korea	50.4	276.2	34549	27931	23290.708	123.522	0.0595	0.0875
19	Spain	46.5	119.4	34521	27497	19978.810	0.001018	0.3219	0.1426
20	United kingdom	63.7	180	41452	35196	13786.309	513464.9	0.1718	0.7435
21	United state	318.9	2182.3	56077	47236	149614.491	3934096	0.1777	0.5005
	Sum			816157	670970	2087518.439	6612474	8.4806	14.532

از سویی دیگر با مقایسه سطر آخر ستون‌های پنجم و ششم و هفتم دو جدول ۱ و ۲، افزایش تولید ناخالص ملی، افزایش تولید خاص ملی و افزایش انرژی‌های تجدید شنی مشهود است.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله تقریبی از تحلیل پوششی داده‌ها برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده ارائه شد که در فرآیند تولید آنها خروجی‌هایی با مجموع ثابت وجود دارد. این روش به واحدها این اجازه را می‌دهد که همکاری (رقابت) منطقی و عادلانه‌تری انجام دهند. هم چنین این مدل این امکان را نیز فراهم می‌آورد که علاوه به افزایش (کاهش) متغیرهای ثابت، ورودی‌ها و خروجی‌های متغیر نیز اجازه کاهش یا افزایش داشته باشند. در این رویکرد کارایی واحدها هم زمان مورد باز بینی مجدد قرار می‌گیرد. این تقریب برای ثابت نگه داشتن مجموع تولید نفت خام ۲۱ کشور تولید کننده نفت عضو OCED بررسی شد. تجزیه و تحلیل نشان می‌دهد که با استفاده از این تقریب، پس از تبادل مجدد داده‌ها، کشورها در مجموع از سطح کارایی بهتری برخوردار می‌شوند و بهبود کارایی کشورها قابل توجه است. در این روش از مرزهای کارایی متفاوت استفاده گردیده است و این از دو جهت مفید واقع می‌گردد، یکی اینکه، وقتی فاصله زیادی میان واحدهای بسیار کارا و بسیار ناکارا وجود دارد، تبادل داده بطور چشمگیر افزایش نخواهد یافت. از جهت دیگر، تا حد بسیار زیادی از سلیقه‌های مدیریتی جلوگیری کرده و چنانچه یک واحد خاص نیاز به بهبود تولید داشته باشد، این امکان را فراهم می‌سازد تا یک عامل نظارتی درست قادر باشد همه واحدها را در رسیدن به یک تصمیم عادلانه و واحد یاری رساند.

همان طور که از ستون نهم جدول ۲ مشاهده می‌شود، علاوه بر دو کشور دانمارک و نروژ (که از ابتدا کارا بودند) پنج کشور کانادا، آلمان، ایتالیا، مکزیک و نیوزیلند هم توانستند به نمره کارایی یک برسند؛ لذا تعداد کشورهای کارا از دو کشور به هفت کشور افزایش یافته است. کارایی سنتی جدید نشان می‌دهد تعداد لایه‌های کارایی از ۶ لایه به ۵ لایه تعدیل یافته است که بیانگر نزدیک شدن مقدار کارایی کشورهاست. دو کشوری کارایی دانمارک با کاهش مقدار تولید نفت خام خود از مقدار ۰/۱/۵۶۳۹۱ به ۰/۰۱۸۲۴ و کشور نروژ با کاهش ۳۴۳۸۴/۸۱ از نفت خام تولیدی خود و بدون هیچگونه تغییری در مقدار تولید ناخالص ملی، تولید خالص ملی و انرژی تجدید شنی توانستند هم چنان کارا بمانند. به طور هم زمان دو کشور ناکارای کره جنوبی و ژاپن توانستند کارایی خود را به ترتیب به مقدار ۰/۰۲۸۰ و ۰/۰۲۸۷ بهبود دهند. علاوه بر این با توجه به دو ستون آخر جدول ۲ بهبود نسبی کارایی برخی از کشورها نیز قابل مشاهده است. با توجه به جدول ۲، این گونه به نظر می‌رسد که دو کشور فرانسه و اسپانیا در موقعیت خوبی قرار نگرفته‌اند، اما با توجه به لایه بندی جدید می‌توان مشاهده کرد که این دو کشور در مطلوبیت بهتری نسبت به موقعیت قبلی خود قرار گرفته‌اند و هنوز نسبت به کشورهای ناکارای اولیه از موقعیت بهتری برخوردار هستند. نکته دیگری که از جدول ۲ قابل مشاهده است کاهش اختلاف کارایی است. در بررسی حداکثر اختلاف بین کارایی اولیه و کارایی ثانویه یعنی:

$$\max |e_M^{new} - e_m^{new}|, \max |e_M^{old} - e_m^{old}|$$

که در آن e_M^{new} و e_m^{new} به ترتیب ماکزیمم و مینیمم مقدار کارایی بعد از تبادل داده و e_M^{old} و e_m^{old} به ترتیب ماکزیمم و مینیمم مقدار کارایی اولیه است، روند بهبود کارایی مشهود است، زیرا:

$$\max |1 - 0.0875| \leq \max |1 - 0.0595| \\ \Rightarrow 0.9125 < 0.9405$$

این نشان می‌دهد که ناحیه شنی کوچک‌تر شده؛ لذا مقدار هدف در این روند بدتر نخواهد شد.

companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research*, 185, 418–429.

[9] Kao, C., Liu, S.T. (2014). Multi-period efficiency measurement in data envelopment analysis: The case of Taiwanese commercial banks. *Omega*, 47, 90-98.

[10] Koopmans, T.C. (1951). Analysis of production as an efficient combination of activities. In: Koopmans, T.C. (Ed), *Activity Analysis of production and Allocation*. Cowles Commission, Wiley, New York, 33-97.

[11] Koshandam, L., Amirteimoori, A., Kazemimatin, R. (2014). Marginal rates of substitution in the presence of non-discretionary factors: A data envelopment analysis approach. *Measurement*, 58, 409-415.

[12] Koshandam, L., Kazemimatin, R., Amirteimoori, A. (2015). Marginal rates of substitution in data envelopment analysis with undesirable outputs: A directional approach. *Measurement*, 68, 49-57.

[13] Lins, M. P. E., Gomes, E. G., Soares de Mello, J.C.C.B., Soares de Mello, A.J.R. (2003). Olympic ranking based on a zero sum gains DEA model. *European Journal of Operational Research*, 148, 312–322.

[14] Maghbouli, M., Amirteimoori, A., Kordrostami, S. (2014). Two-stage network structures with undesirable outputs: A DEA based approach. *Measurement*, 48, 109-118.

[15] Matousek, R., Tzeremes, N.G. (2016). CEO compensation and bank efficiency: An application of conditional nonparametric frontiers. *European Journal of Operational Research*, 251, 264-273.

فهرست منابع

[1] Amirteimoori, A., Masrouri, S., Yang, F., Kordrostami, S. (2017), Context-based competition strategy and performance analysis with fixed-sum outputs: An application to banking sector. *The Operational Research Society*, In press.

[2] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30, 1078–1092.

[3] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429–444.

[4] Cooper, W. W., Ruiz, J., Sirvent, I. (2009). Selecting non-zero weights to evaluate effectiveness of basketball players with DEA. *European Journal of Operational Research*, 195, 563-574.

[5] Debreu, G. (1951). The coefficient of resource utilization. *Econometrica*, 19(3), 273–292.

[6] Gomes, E.G., Lins, M.P.E. (2008). Modelling undesirable outputs with zero sum gains data envelopment analysis models. *Journal of the Operational Research Society*, 59, 616–623.

[7] Jaffry, S., Ghulam, Y., Cox, J. (2013). Trends in efficiency in response to regulatory reforms: The case of Indian and Pakistani commercial banks, *European Journal of Operational Research*, 226, 122-131.

[8] Kao, C., Huang, S.N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance

[16] Wanke, P., Azad, A. K., and Barros, C. P. (2016). Efficiency factors in OECD banks: A ten-year analysis. *Expert Systems with Applications*, 64, 208-227.

[17] Yang, F., Wu, D. D., Liang, L., O'Neill, L. (2011). Competition strategy and efficiency evaluation for decision making units with fixed-sum outputs. *European Journal of Operational Research*, 212, 560-569.

[18] Yang, M., Li, Y., Chen, Y., Liang, L. (2014). An equilibrium efficiency frontier data envelopment analysis approach for evaluating decision-making units with fixed-sum outputs. *European Journal of Operational Research*, 239, 479-489.

[19] Yang, M., Li, Y., Liang, L. (2015). A generalized equilibrium efficient frontier data envelopment analysis approach for evaluating DMUs with fixed-sum outputs. *European Journal of Operational Research*, 246, 209-217.

