دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال سوم، شماره دوازدهم، زمستان ۱۳۹۶
شماره شاپا: ۱۶۸۲-۰۱۶۹

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

پژوهش‌های نوین در ریاضی

گراف‌های m- قطبی فازی شهودی و خواص آن

محمد ادبی تبار فیروزجاه[۱*]، سیامک فیروزیان[۲]، محدثه تقی نژاد[۳]

[۱] گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قائمشهر، ایران
[۲و۳] گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۹۶/۰۳/۰۹ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۶/۱۲/۱۴

چکیده

در بسیاری از مسایل دنیای واقعی، داده‌ها برخی اوقات به n پارامتر بستگی دارد ($n \geq 2$) یعنی اطلاعات چند قطبی وجود دارد. برای مسایلی که با عدم قطعیت همراه است، این اطلاعات را نمی‌توان با مفاهیم با ارزش‌های قطعی، فازی، فازی شهودی یا دو قطبی نشان داد. گراف یکی از مدل‌های ریاضی است که کاربرد وسیعی در علوم مختلف دارد. ابهام در گرافی که داده‌های آن به n پارامتر بستگی دارد را نمی‌توان با گراف فازی یا گراف دو قطبی نشان داد. با تعریف مجموعه‌های n- قطبی فازی این مشکل بر طرف شد. اما هر یک از این اطلاعات تا حدی درست و تا حدی نادرست می‌باشند. بنابراین این اطلاعات نمی‌تواند به خوبی با گراف‌های فازی n- قطبی نشان داده شود. در این مقاله مجموعه فازی شهودی n- قطبی معرفی می‌شود و در ادامه گراف n- قطبی فازی شهودی را تعریف می‌کنیم که تعمیمی از گراف فازی n- قطبی است. همچنین بعضی مفاهیم اصلی همچون حاصلضرب دکارتی، ترکیب، اجتماع و مجموع در گراف همراه با اثبات قضایا و مثال نیز ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: گراف، گراف فازی، مجموعه فازی شهودی، گراف فازی شهودی و مجموعه m- قطبی.

*. عهده‌دار مکاتبات: Email: m.adabitabar@qaemiau.ac.ir

۱. مقدمه

مسئله گراف با مشکل پل کونیزنبرگ در سال ۱۳۷۵ شروع شده است. بعد از معرفی مجموعه‌های فازی با زاده [11] تعمیم‌های مختلفی از این مفهوم ارائه شد. یکی از این مفاهیم مجموعه فازی شهودی است که توسط آتاناسوف ارائه شده است [4]. مجموعه فازی دو قطبی توسط زنگ [12] معرفی شد. چن و همکاران در [5] مجموعه‌های m- قطبی فازی را تعمیمی از مجموعه‌های فازی دو قطبی معرفی کردند. اولین بار گراف فازی توسط کافمن [9] با استفاده از روابط فازی تعریف شده توسط زاده [11] معرفی شد. بعداً محققین زیادی این موضوع را کار کرده و مفاهیمی همچون گراف‌های فازی شهودی [8]، گراف‌های فازی شهودی قوی [2]، گراف های دو قطبی [3] را تعمیم دادند. پال و همکارانش [6,7] گراف‌های m- قطبی فازی را معرفی کردند. اکرم و همکاران [1] برخی از انواع گراف‌های فازی با یال- m قطبی را نیز بررسی نمودند. در این مقاله ما در بخش ۲ مقدمات و پیش نیازهای لازم را ارائه می‌کنیم. در بخش ۳، مجموعه‌های فازی شهودی m- قطبی را معرفی و رابطه فازی روی آن را تعریف می‌کنیم. در ادامه در بخش ۴ گراف های فازی شهودی و خواص آن را همراه با مثال و اثبات قضایای مرتبط ارائه می‌کنیم. در پایان نتیجه‌گیری در بخش ۵ ارائه می‌گردد.

۲. تعاریف و مفاهیم اولیه

در این بخش بعضی از تعاریف مورد نیاز در بخش‌های اصلی را ارائه می‌کنیم.

تعریف ۲-۱ : [11] مجموعه فازی A روی X به صورت زیر تعریف می‌شود:

$A=\{(x,\mu_A(x))|x\in X\}$

که $\mu_{\mathrm{A}}:\mathrm{X}\to[0,1]$ میزان تعلق برای هر عضو از مجموعه مرجع X در مجموعه A را نشان می‌دهد.

تعریف ۲-۲ : [4] مجموعه شهودی A روی X به صورت زیر تعریف می‌شود:

$A=\{(x,\mu_A(x),\nu_A(x))|x\in X\}$

که $\mu_A:\mathrm{X}\to[0,1]$ و $\nu_A:\mathrm{X}\to[0,1]$ به ترتیب میزان تعلق و عدم تعلق برای هر عضو از مجموعه مرجع X در مجموعه A را به شرطی که $\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x})+\nu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x})\le 1$ نشان می‌دهد.

تعریف ۲-۳ : [3] یک گراف به صورت جفت مرتب دوتایی $G^*=(V,E)$ است که V مجموعه از راس‌ها و E مجموعه از یال‌های G^* است.

در این مقاله، $[0,1]^{\mathrm{m}}=[0,1]\times[0,1]\times\ldots\times[0,1]$ و اگر $x=(x_1,\ldots,x_m)$ و $y=(y_1,\ldots,y_m)$ آنگاه: $x\le y\leftrightarrow p_i(x)\le p_i(y)$ که $x_i,y_i\in[0,1]$ و $p_{\mathrm{i}}(\mathrm{x})$ مولفه iام x است.

تعریف ۲-۴ : [6] مجموعه m- قطبی فازی A روی X به صورت زیر تعریف می‌شود:

$A=\{(x,\mu_A(x))|x\in X\}$

که $\mu_{\mathrm{A}}:\mathrm{X}\to[0,1]^{\mathrm{m}}$.

۳. مجموعه m- قطبی فازی شهودی و خواص آن

تعریف ۳-۱ : مجموعه m- قطبی فازی شهودی A روی X به صورت زیر تعریف می‌شود:

$A=\{(x,\mu_A(x),\nu_A(x))|x\in X\}$

که $\mu_{\mathrm{A}}:\mathrm{X}\to[0,1]^{\mathrm{m}}$ و $\nu_{\mathrm{A}}:\mathrm{X}\to[0,1]^{\mathrm{m}}$ به طوری که $p_{\mathrm{i}}(\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}))+p_{\mathrm{i}}(\nu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}))\le 1$ برای $i=1,\ldots,m$. مجموعه همه مجموعه‌های m- قطبی فازی شهودی روی X را با $IM(X)$ نشان می‌دهیم.

تعریف ۳-۲: فرض کنید A,B دو مجموعه m- قطبی فازی شهودی روی X باشند. اجتماع و اشتراک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p_i(\mu_{A\cup B}(x))=max\{p_i(\mu_A(x)),p_i(\mu_B(x))\}$$
$$p_i(\nu_{A\cup B}(x))=min\{p_i(\nu_A(x)),p_i(\nu_B(x))\}$$

$p_i\big(\mu_{A\cap B}(x)\big)$
$= min\{p_i\big(\mu_A(x)\big), p_i\big(\mu_B(x)\big)\}$
$p_i\big(\nu_{A\cap B}(x)\big)$
$= max\{p_i\big(\nu_A(x)\big), p_i\big(\nu_B(x)\big)\}$
و $A \subseteq B$ اگر و فقط اگر $p_i\big(\mu_A(x)\big) \le p_i\big(\mu_B(x)\big)$ و $p_i\big(\nu_A(x)\big) \ge p_i\big(\nu_B(x)\big)$
و $A = B$ اگر و فقط اگر $p_i\big(\mu_A(x)\big) = p_i\big(\mu_B(x)\big)$ و $p_i\big(\nu_A(x)\big) = p_i\big(\nu_B(x)\big)$.

تعریف ۳ -۳: فرض کنید A مجموعه m- قطبی فازی شهودی روی X باشد. رابطه m- قطبی فازی شهودی روی A یک مجموعه m- قطبی فازی شهودی R روی $X \times X$ است به طوریکه برای هر $x, y \in X$ و برای $i = 1, \dots, m$ داشته باشیم:

$p_i\big(\mu_R(x, y)\big)$
$\le min\{p_i\big(\mu_A(x)\big), p_i\big(\mu_A(y)\big)\}$
$p_i\big(\nu_R(x, y)\big)$
$\ge max\{p_i\big(\nu_A(x)\big), p_i\big(\nu_A(y)\big)\}$

۴. گراف‌های m- قطبی فازی شهودی و خواص آن

با توجه تعریف مجموعه m- قطبی فازی شهودی در بخش قبل در این بخش گراف‌های m- قطبی فازی شهودی را طوری تعریف می‌کنیم که تعمیمی از گراف‌های معمولی باشد.

تعریف ۴ -۱: گراف m- قطبی فازی شهودی با زوج (V, E) را با $G = (V, A, B)$ نشان می‌دهیم با $A = \big(\mu_A(x), \nu_A(x)\big)$ و $B = \big(\mu_B(xy), \nu_B(xy)\big)$ که $\mu_A\colon V \to [0,1]^m$ و $\nu_A\colon V \to [0,1]^m$ و $\mu_B\colon E \to [0,1]^m$ و $\nu_B\colon E \to [0,1]^m$ و به شرطی که برای هر $x \in V$ و $xy \in E$:

$p_i\big(\mu_A(x)\big) + p_i\big(\nu_A(x)\big) \le 1$
$p_i\big(\mu_B(xy)\big) + p_i\big(\nu_B(xy)\big) \le 1$

و همچنین

$p_i\big(\mu_B(xy)\big)$
$\le \min\{p_i\big(\mu_A(x)\big), p_i\big(\mu_A(y)\big)\}$
$p_i\big(\nu_B(xy)\big)$
$\ge \max\{p_i\big(\nu_A(x)\big), p_i\big(\nu_A(y)\big)\}$

در واقع، B یک مجموعه m- قطبی فازی شهودی در $E \subseteq V \times V$ است.

مثال ۴-۲: فرض کنید $X = \{F_1, F_2, F_3, F_4\}$ و $V = \{M_1, M_2, M_3\}$ به ترتیب مجموعه چهار دوست و سه فیلم باشند. فرض کنید آنها قصد دارند فیلمی را تماشا کنند. این وضعیت را می توان به عنوان یک گراف شهودی ۴- قطبی با رئوس V و مجموعه یال‌های $V \times V$ نشان داد. فرض کنید A یک زیر مجموعه شهودی ۴- قطبی شهودی فازی از V باشد. مقدار عضویت M_i میزان علاقه مندی و میزان علاقه مند نبودن فیلم M_i متناظر با دوستان را نشان می دهد.

فرض $A(M_1) = (\mu_A(M_1), \nu_A(M_1))$ که $\mu_A(M_1) =< 0.4,0.6,0.8,0.1 >$ و $\nu_A(M_1) =< 0.5,0.4,0.1,0.7 >$
و $A(M_2) = (\mu_A(M_2), \nu_A(M_2))$ که $\mu_A(M_2) =< 0.6,0.8,0.8,0.5 >$ و $\nu_A(M_2) =< 0.2,0.1,0.1,0.3 >$
و $A(M_3) = (\mu_A(M_3), \nu_A(M_3))$ که $\mu_A(M_3) =< 0.8,0.2,0.1,0.8 >$ و $\nu_A(M_3) =< 0.2,0.6,0.6,0.1 >$.

به عنوان مثال، میزان علاقه‌مندی و میزان علاقه‌مند نبودن فیلم M_1 متناظر متناظر با F_1 به ترتیب 0.4 و 0.5 است.

یال بین هر دو گره، داشتن یا نداشتن ویژگی مشترک (همچون کمدی، جنگی و ...) را نشان می‌دهد. فرض $B(M_1M_2) = (\mu_B(M_1M_2), \nu_B(M_1M_2))$ که $\mu_B(M_1M_2) =< 0.4,0.5,0.6,0.1 >$ و $\nu_B(M_1M_2) =< 0.5,0.4,0.2,0.8 >$.
$B(M_1M_3) = (\mu_B(M_1M_3), \nu_B(M_1M_3))$ که $\mu_B(M_1M_3) =< 0.4,0.2,0.1,0.1 >$ و $\nu_B(M_1M_2) =< 0.6,0.6,0.7,0.7 >$.

$$B(M_3M_2) = (\mu_B(M_3M_2), \nu_B(M_3M_2))$$

که $\mu_B(M_3M_2) =< 0.6,0.2,0.1,0.3 >$ و $\nu_B(M_3M_2) =< 0.4,0.6,0.6,0.4 >$.

به عنوان مثال، فیلم‌های M_1 و M_2 از نظر چهار نفر داشتن یا نداشتن ویژگی مشترکشان به ترتیب $< 0.4,0.5,0.6,0.1 >$ و $< 0.5,0.4,0.2,0.8 >$ است. به عبارت دیگر فیلم‌های M_1 و M_2 از نظر F_1 داشتن یا نداشتن ویژگی مشترکشان به ترتیب 0.4 و 0.5 است.

تعریف ۴-۳: گراف m- قطبی فازی شهودی $G = (V, A, B)$ با $A = (\mu_A(x), \nu_A(x))$ و $B = (\mu_B(xy), \nu_B(xy))$ که $\mu_\mathrm{A}: \mathrm{V} \to [0,1]^\mathrm{m}$ و $\nu_\mathrm{A}: \mathrm{V} \to [0,1]^\mathrm{m}$ و $\mu_\mathrm{B}: \mathrm{E} \to [0,1]^\mathrm{m}$ و $\nu_\mathrm{B}: \mathrm{E} \to [0,1]^\mathrm{m}$ و به شرطی که برای هر $x \in V$ و $xy \in E$:

$$p_i(\mu_A(x)) + p_i(\nu_A(x)) \leq 1$$
$$p_i(\mu_B(xy)) + p_i(\nu_B(xy)) \leq 1$$

را قوی گوییم هرگاه:

$$p_i(\mu_B(xy)) = \min\{p_i(\mu_A(x)), p_i(\mu_A(y))\}$$
$$p_i(\nu_B(xy)) = \max\{p_i(\nu_A(x)), p_i(\nu_A(y))\}$$

۴-۱. ضرب کارتزین، ترکیب، اجتماع و مجموع گراف‌های m- قطبی فازی شهودی

در این بخش، ابتدا عمل روی گراف‌های m- قطبی فازی شهودی را تعریف کرده و ثابت می‌کنیم حاصل این چهار عمل نیز گراف m- قطبی فازی شهودی است.

تعریف ۴-۱-۱: ضرب کارتزین دو گراف m- قطبی فازی شهودی $G_1 = (\mathrm{V}_1, \mathrm{A}_1, \mathrm{B}_1)$ و $G_2 = (\mathrm{V}_2, \mathrm{A}_2, \mathrm{B}_2)$ را با $G_1 \times \mathrm{G}_2 = (\mathrm{V}_1 \times \mathrm{V}_2, \mathrm{A}_1 \times \mathrm{A}_2, \mathrm{B}_1 \times \mathrm{B}_2)$ نشان می‌دهیم که برای $i = 1, \dots, M$:

$$p_i\left(\mu_{A_1\times A_2}(x_1,x_2)\right) = \min\{p_i\left(\mu_{A_1}(x_1)\right), p_i\left(\mu_{A_2}(x_2)\right)\},$$
$$p_i\left(\nu_{A_1\times A_2}(x_1,x_2)\right) = \max\{p_i\left(\nu_{A_1}(x_1)\right), p_i\left(\nu_{A_2}(x_2)\right)\},$$
$$p_i\left(\mu_{B_1\times B_2}((x,x_2)(x,y_2))\right) = \min\{p_i\left(\mu_{A_1}(x)\right), p_i\left(\mu_{B_2}(x_2y_2)\right)\},$$
$$p_i\left(\nu_{B_1\times B_2}((x,x_2)(x,y_2))\right) = \max\{p_i\left(\nu_{A_1}(x)\right), p_i\left(\nu_{B_2}(x_2y_2)\right)\},$$
$$p_i\left(\mu_{B_1\times B_2}((x_1,x)(y_1,x))\right) = \min\{p_i\left(\mu_{A_2}(x)\right), p_i\left(\mu_{B_1}(x_1y_1)\right)\},$$
$$p_i\left(\nu_{B_1\times B_2}((x_1,x)(y_1,x))\right) = \max\{p_i\left(\nu_{A_2}(x)\right), p_i\left(\nu_{B_2}(x_1y_1)\right)\}.$$

لم ۴-۱-۲: ضرب کارتزین دو گراف m- قطبی فازی شهودی خود یک گراف m- قطبی فازی شهودی است.

اثبات: باید نشان دهیم که میزان تعلق یال نا بیشتر از ارزش تعلق راس‌ها و عدم تعلق در یال‌ها نا کمتر از عدم تعلق تعلق در راس‌ها است. که از هر حالت یک مورد را اثبات و بقیه به طور مشابه اثبات می‌شود.

$$p_i\left(\mu_{B_1\times B_2}((x,x_2)(x,y_2))\right) = \min\left\{p_i\left(\mu_{A_1}(x)\right), p_i\left(\mu_{B_2}(x_2y_2)\right)\right\} \leq \min\left\{p_i\left(\mu_{A_1}(x)\right), \min\{p_i\left(\mu_{A_2}(x_2)\right), p_i\left(\mu_{A_2}(y_2)\right)\}\right\} = \min\left\{p_i\left(\mu_{A_1\times A_2}(x,x_2)\right), p_i\left(\mu_{A_1\times A_2}(x,y_2)\right)\right\}$$

و

$$p_i\left(\nu_{B_1\times B_2}((x,x_2)(x,y_2))\right) = \max\{p_i\left(\nu_{A_1}(x)\right), p_i\left(\nu_{B_2}(x_2y_2)\right)\} \geq \max\{p_i\left(\nu_{A_1}(x)\right), max\{p_i\left(\nu_{A_2}(x_2)\right), p_i\left(\nu_{A_2}(y_2)\right)\} = \max\{p_i\left(\nu_{A_1\times A_2}(x,x_2)\right), p_i\left(\nu_{A_1\times A_2}(x,y_2)\right)\}$$

تعریف ۴-۱-۳: ترکیب دو گراف m- قطبی فازی شهودی $G_1 = (\mathrm{V}_1, \mathrm{A}_1, \mathrm{B}_1)$ و $G_2 = (\mathrm{V}_2, \mathrm{A}_2, \mathrm{B}_2)$ را با $G_1[\mathrm{G}_2] = (\mathrm{V}_1 \times$

$\mathrm{V_2, A_1 o A_2, B_1 o B_2)}$ نشان می دهیم که برای $: i = 1, \dots, M$

$$p_i\left(\mu_{A_1 o A_2}(x_1, x_2)\right) = \min\{p_i\left(\mu_{A_1}(x_1)\right), p_i\left(\mu_{A_2}(x_2)\right)\},$$
$$p_i\left(\nu_{A_1 o A_2}(x_1, x_2)\right) = \max\{p_i\left(\nu_{A_1}(x_1)\right), p_i\left(\nu_{A_2}(x_2)\right)\},$$
$$p_i\left(\mu_{B_1 o B_2}((x, x_2)(x, y_2)\right) = \min\{p_i\left(\mu_{A_1}(x)\right), p_i\left(\mu_{B_2}(x_2 y_2)\right)\},$$
$$p_i\left(\nu_{B_1 o B_2}((x, x_2)(x, y_2)\right) = \max\{p_i\left(\nu_{A_1}(x)\right), p_i\left(\nu_{B_2}(x_2 y_2)\right)\},$$
$$p_i\left(\mu_{B_1 o B_2}((x_1, x)(y_1, x)\right) = \min\{p_i\left(\mu_{A_2}(x)\right), p_i\left(\mu_{B_1}(x_1 y_1)\right)\},$$
$$p_i\left(\nu_{B_1 o B_2}((x_1, x)(y_1, x)\right) = \max\left\{p_i\left(\nu_{A_2}(x)\right), p_i\left(\nu_{B_2}(x_1 y_1)\right)\right\},$$

اگر $x_2 \neq \mathrm{y}_2$ آنگاه

$$p_i\left(\mu_{B_1 o B_2}((x_1, x_2)(y_1, y_2)\right) = \min\{p_i\left(\mu_{A_2}(x_2)\right), p_i\left(\mu_{A_2}(y_2)\right), p_i\left(\mu_{B_1}(x_1 y_1)\right)\}$$
$$, p_i\left(\nu_{B_1 o B_2}((x_1, x_2)(y_1, y_2)\right) = \max\{p_i\left(\nu_{A_2}(x_2)\right), p_i\left(\nu_{A_2}(y_2)\right), p_i\left(\nu_{B_1}(x_1 y_1)\right)\}$$

و اگر $x_2 = \mathrm{y}_2$ آنگاه

$$p_i\left(\mu_{B_1 o B_2}((x_1, x_2)(y_1, y_2)\right) = 0$$

و

$$p_i\left(\nu_{B_1 o B_2}((x_1, x_2)(y_1, y_2)\right) = 1$$

لم ۴ -۱-۴: ترکیب دو گراف m- قطبی فازی شهودی خود یک کراف m- قطبی فازی شهودی است.
اثبات: مشابه لم ۴-۱-۲ می‌باشد.

تعریف ۴ -۱-۵: اجتماع دو گراف m- قطبی فازی شهودی $G_1 = (\mathrm{V_1, A_1, B_1})$ و $G_2 = (\mathrm{V_2, A_2, B_2})$ را با $G_1 \cup \mathrm{G_2} = (\mathrm{V_1 \cup V_2, A_1 \cup A_2, B_1 \cup B_2)}$ نشان می‌دهیم که برای $: i = 1, \dots, M$

$$p_i\left(\mu_{A_1 \cup A_2}(x)\right) = \begin{cases} p_i\left(\mu_{A_1}(x)\right) & x \in V_1 - V_2 \\ p_i\left(\mu_{A_2}(x)\right) & x \in V_2 - V_1 \\ \max\{p_i\left(\mu_{A_1}(x)\right), p_i\left(\mu_{A_2}(x)\right)\} & x \in V_1 \cap V_2 \end{cases}$$

$$p_i\left(\nu_{A_1 \cup A_2}(x)\right) = \begin{cases} p_i\left(\nu_{A_1}(x)\right) & x \in V_1 - V_2 \\ p_i\left(\nu_{A_2}(x)\right) & x \in V_2 - V_1 \\ \min\{p_i\left(\nu_{A_1}(x)\right), p_i\left(\nu_{A_2}(x)\right)\} & x \in V_1 \cap V_2 \end{cases}$$

$$p_i\left(\mu_{B_1 \cup B_2}(xy)\right) = \begin{cases} p_i\left(\mu_{B_1}(xy)\right) & xy \in E_1 - E_2 \\ p_i\left(\mu_{B_2}(xy)\right) & xy \in E_2 - E_1 \\ \max\{p_i\left(\mu_{B_1}(xy)\right), p_i\left(\mu_{B_2}(xy)\right)\} & xy \in E_1 \cap E_2 \end{cases}$$

$$p_i\left(\nu_{B_1 \cup B_2}(xy)\right) = \begin{cases} p_i\left(\nu_{B_1}(xy)\right) & xy \in E_1 - E_2 \\ p_i\left(\nu_{B_2}(xy)\right) & xy \in E_2 - E_1 \\ \min\{p_i\left(\nu_{B_1}(xy)\right), p_i\left(\nu_{B_2}(xy)\right)\} & xy \in E_1 \cap E_2 \end{cases}$$

لم ۴ -۱-۶: اجتماع دو گراف m- قطبی فازی شهودی خود یک کراف m- قطبی فازی شهودی است.
اثبات: مشابه لم ۴-۱-۲ می باشد.

تعریف ۴ -۱-۷: مجموع دو گراف m- قطبی فازی شهودی $G_1 = (\mathrm{V_1, A_1, B_1})$ و $G_2 = (\mathrm{V_2, A_2, B_2})$ را با $G_1 + \mathrm{G_2} = (\mathrm{V_1 \cup V_2, A_1 + A_2, B_1 + B_2)}$ نشان می‌دهیم که برای $: i = 1, \dots, M$

$$p_i\left(\mu_{A_1 + A_2}(x)\right) = p_i\left(\mu_{A_1 \cup A_2}(x)\right)$$
$$p_i\left(\nu_{A_1 + A_2}(x)\right) = p_i\left(\nu_{A_1 \cup A_2}(x)\right)$$
$$p_i\left(\mu_{B_1 + B_2}(xy)\right) = p_i\left(\mu_{B_1 \cup B_2}(xy)\right)$$

$$p_i\left(\nu_{B_1+B_2}(xy)\right) = p_i\left(\nu_{B_1\cup B_2}(xy)\right)$$

و برای $xy \in E'$ (E' مجموعه همه یال‌های اتصال گره‌های V_1 و V_2 است.)

$$p_i\left(\mu_{B_1+B_2}(xy)\right) = \min\{p_i\left(\mu_{A_1}(x)\right), p_i\left(\mu_{A_2}(y)\right)\}$$

$$p_i\left(\nu_{B_1+B_2}(xy)\right) = \max\{p_i\left(\nu_{A_1}(x)\right), p_i\left(\nu_{A_2}(y)\right)\}$$

لم ۴ -۱-۸: مجموع دو گراف m- قطبی فازی شهودی خود یک کراف m- قطبی فازی شهودی است.

اثبات: مشابه لم ۴-۱-۲ می‌باشد.

۵. نتیجه‌گیری

گراف با ارزش m- قطبی فازی شهودی در هر راس و یال معرفی شد. با توجه به اینکه در بسیاری از مسائل که مدل ریاضی آنها به شکل گراف هست و در بسیاری از موارد نیز ارزش چندگانه وجود دارد این مسئله بسیار کاربرد خواهد داشت. خواص‌های متعارف در گراف را نیز تعریف کرده و قضایای مرتبط به آنها را نیز ارائه کردیم. در ادامه می‌توان انواع ایزومورفیسم و متمم در گراف m- قطبی فازی شهودی را به محققین پیشنهاد کرد.

فهرست منابع

[1] M. Akram, N. Waseem and W. A. Dudek, Certain types of edge m-Polar fuzzy graphs, Iranian Journal of Fuzzy Systems Vol. 14, No. 4, (2017) pp. 27-50.

[2] M. Akram, B. Davvaz, Strong intuitionistic fuzzy graphs, Filomat 26 (1) (2012) 177-195.

[3] M. Akram, Bipolar fuzzy graphs, Information Sciences 181 (2011) 5548–5564.

[4] K.T. Atanassove, Intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets Syst. 20 (1986) 87-96.

[5] J. Chen, S. Li, S. Ma, X. Wang, m-Polar fuzzy sets: an extension of bipolar fuzzy sets. Hindwai Publishing Corporation, Sci. World J. (2014) 8. Article Id: 416530,http://dx.doi.org/10.1155/2014/416530.

[6] G. Ghorai, M. Pal, Some properties of m-polar fuzzy graphs, Pacific Science Review A: Natural Science and Engineering 18 (2016) 38-46.

[7] G. Ghorai, M. Pal, A study on m-polar fuzzy planar graphs, Int. J. Comput. Sci. Math. 7 (3) (2016) 283-292.

[8] H. Rashmanlou, R.A. Borzooei, S. Samanta, M. Pal, Properties of interval valued intuitionistic (S,T) - Fuzzy graphs, Pacific Science Review A: Natural Science and Engineering 18 (2016) 30-37.

[9] A. Kauffman, Introduction a la theorie des sous-emsembles 503 ous, Masson et Cie 1, 1973.

[10] L.A. Zadeh, Similarity relations and fuzzy ordering, Inf. Sci. 3 (1971) 177-200.

[11] L.A. Zadeh, Fuzzy sets, Inf. Control (1965) 338-353.

[12] W.R. Zhang, Bipolar fuzzy sets, in: Proceedings of Fuzzy-IEEE, 1998, pp. 835-840.