دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال دوم، شماره هفتم، پاییز ۱۳۹۵
شماره شاپا: ۰۱۹۶-۱۶۸۲

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

پژوهش‌های نوین در ریاضی

شبیه‌سازی و پیش‌بینی قیمت نفت اوپک با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی

رحمان فرنوش[*1]، پریسا نباتی [2]، معصومه عزیزی [3]

[1] دانشیار، دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
[2] استادیار، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران
[3] دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۵/۱۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۵/۹/۰۲

چکیده

هدف اصلی این مقاله ارایه یک آنالیز کمی برای بررسی رفتار قیمت نفت اوپک می‌باشد. بدست آوردن بهترین معادله‌ی ریاضی برای توصیف قیمت نفت و نوسانات آن از اهمیت به سزایی برخوردار است. معادلات دیفرانسیل تصادفی جز بهترین مدل‌ها برای تعیین قیمت نفت می‌باشند، چرا که به علت داشتن عامل تصادفی می‌توانند تاثیر عوامل مختلف اقتصادی و سیاسی را در مدل لحاظ نمایند. بدین منظور ابتدا کارایی مدل‌های مختلف معادلات دیفرانسیل تصادفی را جهت شبیه‌سازی قیمت نفت اوپک مورد بررسی قرار داده، سپس با در دست داشتن قیمت‌های روزانه نفت اوپک در سال‌های ۲۰۰۳ الی ۲۰۱۶ و با توجه به نوسانات زیاد قیمت نفت در این بازه زمانی، به علت بحران‌های سیاسی و اقتصادی، داده‌ها را به چهار قسمت تقسیم کرده و برآورد پارامترهای مجهول معادلات را با استفاده از روش برآورد گشتاوری تعمیم یافته، در این بازه‌های زمانی انجام می‌دهیم. نهایتاً بهترین مدل را با توجه به نمودار اصلی قیمت و مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی با استفاده از نرم افزار متلب به‌دست می‌آوریم.

واژه‌های کلیدی: برآورد پارامتر، حرکت براونی، شبیه‌سازی عددی، معادلات دیفرانسیل تصادفی، قیمت نفت اوپک.

*. عهده‌دار مکاتبات
Email: rfarnoosh@iust.ac.ir

۱. مقدمه

از آنجایی که نفت یکی از مهمترین محصولات جهان می‌باشد، به دست آوردن بهترین مدل ریاضی برای توصیف پویایی رفتار قیمت نفت از اهمیت به سزایی برخوردار است. در دهه‌های اخیر رفتار قیمت نفت با فاکتورهای زیادی مثل نرخ‌های بهره، تغییرات نرخ ارز، جنگ‌های خاورمیانه و بحران‌های اقتصادی پیچیده‌تر شده است. انرژی و به‌ویژه نفت، نیروی محرکه هر فعالیت اقتصادی و تولیدی است، بنابراین جایگاه ویژه‌ای در رشد و توسعه اقتصادی کشورها دارد. شوک‌های نفتی ناشی از نوسانات قیمت نفت می‌تواند اثرات متفاوتی بر اقتصاد کشورهای عضو اوپک داشته باشد و علت آن را می‌توان در تفاوت زیرساخت‌های اقتصادی و سیاسی هر جامعه و یا در درجه وابستگی بودجه آن کشور به درآمدهای ارزی حاصل از فروش نفت جستجو نمود. از این رو پیش بینی صحیح قیمت نفت خام کشورهای عضو اوپک می‌تواند نقش به سزایی در ایمن‌سازی اقتصاد این کشورها در مقابل اثرات ناشی از این نوسانات داشته باشد.

معادلات دیفرانسیل تصادفی جز بهترین مدل‌ها برای توصیف پویایی قیمت نفت می‌باشند، چرا که تاثیر عوامل مختلف تصادفی چون مسایل اقتصادی و سیاسی را در مدل لحاظ می‌نمایند. بهترین نوع این معادلات برای قیمت نفت مدل‌های تک عاملی می‌باشند. ساده‌ترین مدل تک عاملی حرکت براونی هندسی است. براساس این مدل برنان و شوارتز روابط بین قیمت‌های آنی و قیمت‌های آتی محصولات را پیدا کردند [۱]. فرناندو و همکارانش نشان دادند که فرایند حرکت براونی هندسی علیرغم سادگی بهترین مدل برای توصیف رفتار قیمت نفت می‌باشد [۲]. گابیلون راه حل بسته‌ای را با این فرض که قیمت‌های آتی نفت به قیمت‌های آنی نفت و هزینه‌های حمل و نقل فیزیکی بستگی دارند به دست آورد [۳]. بجرکسون و اکرن مقادیر اختیار اروپایی را در صورتی که قیمت نفت از فرایند ارنشتاین آهلنبگ پیروی کند به دست آوردند [۴]. از معایب این روش این است که می‌تواند قیمت‌های منفی تولید کند. شوارتز مدل بازگشت به میانگین را برای قیمت‌های آتی نفت به دست آورد [۵]. بعدها مدل‌های مختلف معادله شوارتز مورد بررسی محققان قرار گرفت. بسطهای مختلفی برای مدل‌های تک عاملی یافت شده‌اند که شامل مدل‌های دو عاملی و سه عاملی می‌باشند. هزینه اصلی گسترش به مدل‌های چند عاملی رشد تعداد پارامترها برای برآورد می‌باشدکه در بسیاری از موارد به راه حل‌های تحلیلی نیاز دارند. بسط دیگر برای مدل‌های توزیع تک عاملی مدل‌های توزیع جهش می‌باشد که تلاش می‌کند تغییرات غیر منتظره مثل جنگ‌ها و اعتصاب‌ها را اعمال کند. این مدل‌ها دارای چندین مشکل عملیاتی ازجمله تخمین و برآورد چندین پارامتر می‌باشند و نیاز به وقایع نادر و بزرگ دارند که ممکن است به سختی بررسی شوند. مشکل دیگر عدم امکان ساخت یک ریسک است که باعث می‌شود تجزیه و تحلیل مطالبات موکول به آینده غیرممکن شود [۶]. در این مقاله مدل‌های تک عاملی موجود را برای مدل‌سازی قیمت نفت بررسی می‌کنیم. در ادامه این مقاله به صورت زیر طبقه‌بندی شده است. در بخش دوم، مدل‌های مختلف معادلات دیفرانسیل تصادفی موجود را برای قیمت‌گذاری نفت مورد بررسی قرار می‌دهیم. در بخش سوم، با در دست داشتن قیمت‌های روزانه نفت اوپک در سال‌های ۲۰۰۳ الی ۲۰۱۶ به برآورد پارامترهای مجهول معادلات ذکر شده می‌پردازیم. باتوجه به نوسانات موجود در بازار نفت در این بازه زمانی، داده‌ها را به چهار قسمت تقسیم کرده و برآورد پارامترها را در چهار بازه زمانی انجام می‌دهیم. نهایتاً در بخش چهارم، بهترین مدل را با توجه به نمودار اصلی قیمت‌ها و مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی با نرم افزار متلب به‌دست می‌آوریم.

۲. معادلات دیفرانسیل تصادفی

در این قسمت مدل‌های مختلف معادلات دیفرانسیل تصادفی جهت توصیف قیمت‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. در حالت کلی معادلات تک عاملی دارای فرم زیر می‌باشند:

$$dp_t = \mu(p_t,t)dt + \sigma(p_t,t)dB_t \qquad (۱)$$

که در آن p_t قیمت در زمان t، $\mu(p_t,t)$ ضریب پخش و $\sigma(p_t,t)$ ضریب انتشار و dB_t یک فرایند

وینر استاندارد با اندازه احتمال P است و $E[dB_t]=0,\ E[(dB_t)^2]=dt$

در جدول ۱ یازده مدل تصادفی تک عاملی به فرم معادله (۱) آورده شده است که توانایی‌شان برای تناسب با قیمت‌های نفت تست شده است.

مدل‌های ۱ تا ۸ برخی از معروف‌ترین مدل‌های تک عاملی برای قیمت‌گذاری نفت می‌باشند. مدل ۱ مدل حرکت براونی هندسی است که توسط برنان و شوارتز، مک دونالد و سیگل و گابیلون مورد بررسی قرار گرفته است [۱، ۳، ۱]. مدل ۲، یک فرایند بازگشت به میانگین است که توسط بجرکسند مورد بررسی قرار گرفته است [۴]. مدل ۳، حالتی دیگر از فرایند بازگشت به میانگین است که توسط بارنی و همکاران مورد بررسی قرار گرفته است [۸]. مدل ۴ توسط راس و شوارتز برای مدل‌سازی قیمت نفت استفاده شده است[۹، ۱۰]. این مدل نشان می‌دهد که لگاریتم قیمت‌ها از فرایند بازگشت به میانگین تبعیت می‌کند. مدل‌های ۵-۷ دارای ضرایب پخش یکسان هستند و ضرایب انتشار متفاوتی دارند. مدل ۸ به مدل هستون معروف می‌باشد که این فرد با استفاده از این مدل تصادفی قیمت‌های اختیار اروپایی را مدل کرد [۱۱]. مدل‌های ۹ تا ۱۱ مدل‌های جدیدی می‌باشند که توسط محمد آبا برای مدل‌سازی قیمت نفت و قیمت‌های آتی مورد استفاده قرار گرفته است این مدل‌ها دارای ضرایب انتشار به فرم $\sigma p^{3/4}$ می‌باشند که می‌توانند نوسانات قیمت‌های نفت را کاهش دهند. مدل ۱۱ با $b<0$ یک فرایند بازگشت به میانگین غیرخطی است و فرض می‌کند که قیمت آنی به ثابت a^2/b^2 با نرخ بازگشت متناسب با $\sqrt{p}$ بر می‌گردد. مدل‌های ۹ و ۱۰ برای مقایسه با مدل ۱۱ گنجانده شده‌اند. هر یک از مدل‌های مذکور را می‌توان با مدل کلی زیر درنظر گرفت.

$$dp_t = (c_1 + c_2 p_t + c_3 p_t \ln p_t + c_4 {p_t}^2 + c_5\sqrt{p_t})dt + \sigma {p_t}^{\gamma} dB \qquad (۲)$$

۳. برآورد پارامترهای معادلات دیفرانسیل تصادفی

در خصوص معادلات دیفرانسیل تصادفی دو موضوع مطرح می‌شود. موضوع اول به دست آوردن حل تحلیلی معادله دیفرانسیل تصادفی است که مسیر حرکتی قیمت در طول زمان را شبیه‌سازی کند و موضوع دوم برآورد پارامترهای مجهول این معادلات می‌باشد. در حالت کلی به دست آوردن برآوردهای سازگار برای معادلات دیفرانسیل تصادفی یکی از مشکل‌ترین موضوعات در فرایندهای زمان پیوسته است. در این مقاله برای برآورد پارامترهای معادلات از روش گشتاوری تعمیم یافته[1] (GMM) استفاده شده است [۱۳].

جدول ۱: مدل‌های مختلف معادلات دیفرانسیل تصادفی

	ضریب پخش	ضریب انتشار
مدل ۱	μP	σP
مدل ۲	$\eta(\mu-P)$	σ
مدل۳	$\eta(\mu-P)$	σP
مدل۴	$\eta P(\mu-\ln(P))$	σP
مدل ۵	$\eta P(\mu-P)$	σ
مدل ۶	$\eta P(\mu-P)$	σP
مدل ۷	$\eta P(\mu-P)$	$\sigma P^{3/2}$
مدل ۸	$\eta(\mu-P)$	$\sigma\sqrt{P}$
مدل ۹	aP	$\sigma P^{3/4}$
مدل ۱۰	$a\sqrt{P}$	$\sigma P^{3/4}$
مدل ۱۱	$a\sqrt{P}+bP$	$\sigma P^{3/4}$

1. Generalize Method of Moments

در برآوردگر GMM با فرض صحیح بودن روش، پارامترهای مجهول برآورد می‌شوند. این مدل به‌عنوان مدل بدون محدودیت شناخته می‌شود. برای استفاده از برآوردگرGMM از نرم افزار Eviews استفاده می‌کنیم. بدین منظور ابتدا با استفاده از روش عددی اویلر ماریاما مدل‌های ذکر شده را گسسته می‌کنیم. در حالت کلی فرم گسسته اویلر معادله (۲) به صورت زیر می‌باشد[۱۴].

$$p_{t+1} - p_t = (c_1 + c_2 p_t + c_3 p_t \ln p_t + c_4 {p_t}^2 + c_5 \sqrt{p_t})dt + \sigma {p_t}^{\gamma} \Delta B_t \qquad (۳)$$

حال با در دست داشتن قیمت‌های روزانه نفت اوپک در سال‌های ۲۰۰۳ الی ۲۰۱۶، پارامترهای مجهول را برآورد می‌کنیم. نمودار ۱ قیمت‌های روزانه نفت را در بازه زمانی ذکر شده نشان می‌دهد.

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید در این بازه زمانی قیمت نفت نوسانات زیادی را تجربه کرده است که به‌طور خلاصه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

۱) ابتدای سال ۲۰۰۳ الی انتهای سال ۲۰۰۶ افزایش قیمت نفت به علت حمله آمریکا به عراق

۲) ابتدای سال ۲۰۰۷ الی ابتدای سال ۲۰۰۸ افزایش شدید قیمت نفت به علت بحران مالی آمریکا

۳) ابتدای سال۲۰۰۸ الی انتهای سال ۲۰۰۸ کاهش شدید قیمت نفت به علت افزایش تولید نفت اوپک

۴) ابتدای سال ۲۰۰۹ الی میانه سال ۲۰۱۱ افزایش قیمت نفت به علت ادامه بحران مالی جهانی و تحریم‌ها علیه ایران

۵) میانه سال ۲۰۱۱ الی میانه سال ۲۰۱۲ افزایش قیمت و ثبات در تعادل جدید به علت تحریم نفتی ایران

۶) میانه سال ۲۰۱۲ الی ابتدای سال ۲۰۱۶ کاهش قیمت نفت به علت حملات داعش

با توجه به موارد ذکر شده در این مقاله تقسیم‌بندی زمانی جهت برآورد پارامترها به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

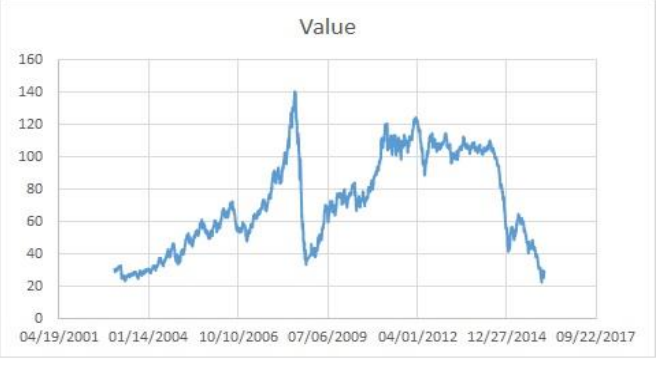
بازه زمانی اول: از ۱/۲/۲۰۰۳ الی ۷/۱۴/۲۰۰۸

بازه زمانی دوم: از ۷/۱۵/۲۰۰۸ الی ۱۱/۱۱/۲۰۰۸

بازه زمانی سوم : از ۱۱/۱۲/۲۰۰۸ الی۳/۲۰/۲۰۱۲

بازه زمانی چهارم: از ۳/۲۱/۲۰۱۲ الی۲/۱۷/۲۰۱۶

نتایج برآورد به روش GMM در جداول زیر آورده شده است.



نمودار ۱: قیمت‌های روزانه نفت اوپک در سال‌های ۲۰۰۳ الی ۲۰۱۶

		PART1	PART2	PART3	PART4
MODEL1	mu	0.00173	4.96E-05	0.000966	-0.000914
	sigma	0.000909	0.003335	-0.0001	0.00104

		PART1	PART2	PART3	PART4
MODEL2	mu	32.0830409	-13.9883	132.3134	209.32199
	sigma	-0.004413	-0.29878	-0.08537	0.00637
	eta	-0.00342	0.009059	0.002052	-0.000764

		PART1	PART2	PART3	PART4
MODEL3	mu	32.1898474	-15.6016	209.322	195.818074
	sigma	0.000552	-0.00453	0.00049	-0.000441
	eta	-0.003408	0.009618	0.002163	-0.000841

		PART1	PART2	PART3	PART4
MODEL4	mu	3.47696477	63.54301	195.8181	4.95326733
	sigma	-0.00023	0.004386	-0.00043	-0.0000007
	eta	-0.002214	-0.00019	-0.00084	-0.002525

		PART1	PART2	PART3	PART4
MODEL5	mu	23.7462236	372.7435	120.5774	127.81437
	sigma	-0.022536	0.084993	0.016826	-0.024228
	eta	-0.0000331	-0.000039	0.0000381	-0.0000334

		PART1	PART2	PART3	PART4
MODEL6	mu	23.0182927	533.2	120.59895	127.50750
	sigma	-0.0000798	0.002504	0.000146	0.000245
	eta	-0.0000328	-0.0000250	0.0000384	-0.0000333

		PART1	PART2	PART3	PART4
MODEL7	mu	23.3538462	460.85324	120.31331	128.59756
	sigma	-0.0000326	-0.0000293	-0.00000846	0.00000758
	eta	-0.0000325	-0.00000538	0.0000383	-0.0000328

		PART1	PART2	PART3	PART4
MODEL8	mu	16.6514793	17.72416	128.68075	216.2777
	sigma	0.00676	-0.012935	0.006841	-0.003181
	eta	-0.00676	-0.008690	0.002177	-0.000738

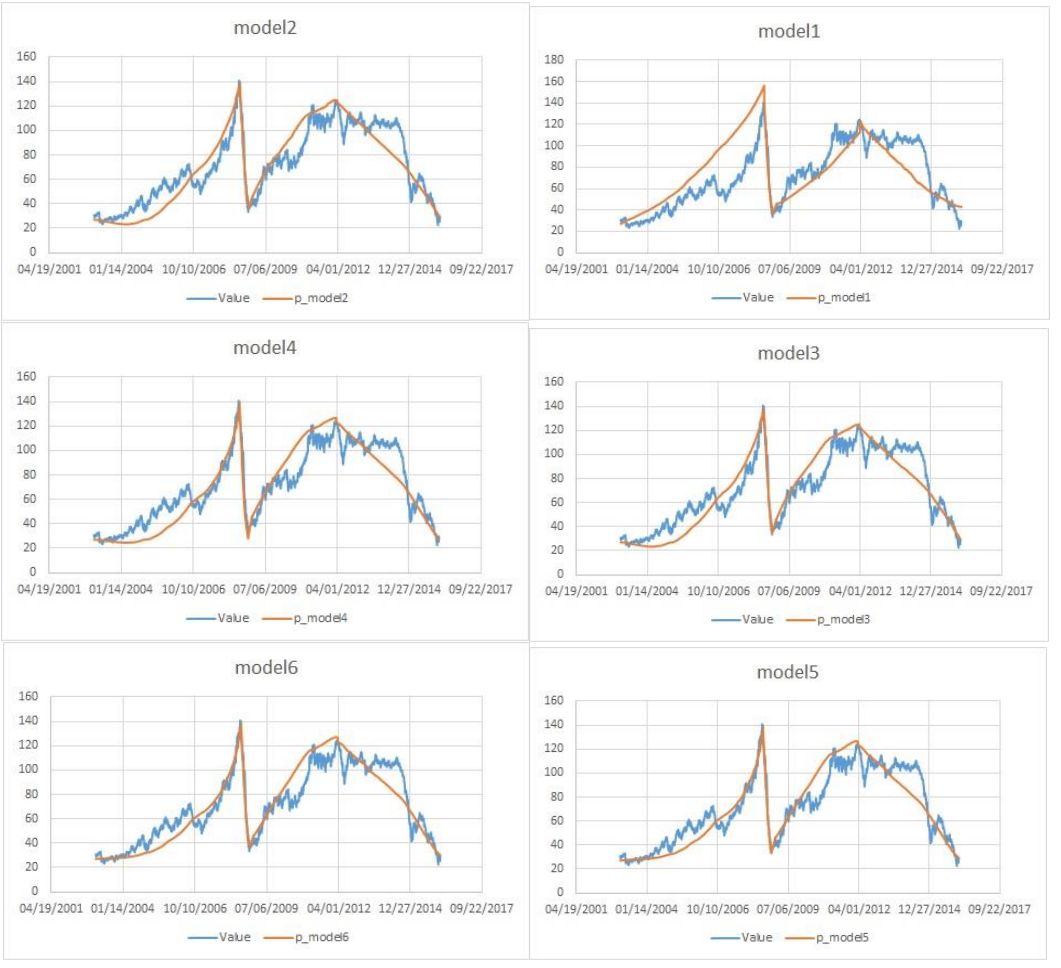
		PART1	PART2	PART3	PART4
MODEL9	a	0.001737	-0.010602	0.000972	-0.000913
	sigma	0.001153	-0.002956	0.002415	-0.001620

		PART1	PART2	PART3	PART4
MODEL10	A	0.012317	-0.099437	0.010068	-0.000961
	Sigma	0.000456	0.001557	-0.001258	-0.000561

		PART1	PART2	PART3	PART4
MODEL11	A	-0.032553	-0.043994	0.060981	-0.041328
	B	0.005683	-0.005504	-0.005403	0.003278
	Sigma	0.0000395	-0.007035	0.000261	0.0000207

۴. شبیه‌سازی عددی

در این قسمت کارایی مدل‌های ذکر شده در جدول ۱ جهت شبیه‌سازی قیمت نفت مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور با استفاده از مقادیر برآورد شده در جدول ۲ و روش عددی اویلر، مدل‌های مذکور را شبیه‌سازی نموده و بهترین مدل را با مقایسه نمودارهای مربوط به داده‌های واقعی نفت اوپک و مقادیر شبیه‌سازی شده به دست می‌آوریم. شکل‌های ۱–۱۱ مقایسه بین قیمت‌های واقعی و مقادیر شبیه‌سازی شده را برای مدل‌های ۱–۱۱ نشان می‌دهند.



همان‌طور که ملاحظه می‌کنید نمودارهای ۷ و ۱۱ دارای خطای کمتری می‌باشند.

برای بررسی میزان خطای هر یک از مدل‌ها از معیار میانگین مربعات خطا[1] (MSE) استفاده می‌کنیم. مقادیر MSE در جدول ۲ ذکر شده‌اند.

Models	MSE	Models	MSE	Models	MSE
Model 1	0.067025	Model 5	0.002879	Model 9	0.060017
Model 2	0.002866	Model 6	0.003667	Model 10	0.017293
Model 3	0.003172	Model 7	0.00275	Model 11	0.002847
Model 4	0.002955	Model 8	0.003509		

جدول ۲: میانگین مربعات خطای مدلهای تصادفی

1. Mean Square Error

بهترین مدل‌ها جهت شبیه‌سازی قیمت، طبق جدول ۳ مدل‌های ۷ و ۱۱ می‌باشند که دارای کمترین مقدار خطا هستند.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، کارایی معادلات دیفرانسیل تصادفی تک عاملی مختلف در توصیف پویایی قیمت نفت اوپک مورد بررسی قرار گرفته است. برای برآورد پارامترهای مجهول این معادلات از روش GMM استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی عددی نشان می‌دهد که مدل‌های ۷ و ۱۱ جز بهترین مدل‌ها برای توصیف رفتار قیمت نفت می‌باشند که از بین ایندو، مدل ۱۱ جدیدترین مدل مطرح شده برای قیمت‌گذاری است که دارای کمترین مقدار خطای MSE بوده و می‌توان پیش‌بینی‌های آتی بازار نفت اوپک را براساس این مدل انجام داد.

فهرست منابع

1. M. Brennan, E. Schwartz, Evaluating Natural Resource Investments, The Journal of Business, 1985, 58: 135–157.

2. A. S. Fernando, P. Pichetti, Geometric Brownian Motion and Structural Breaks in Oil Prices, Energy Economics, 2006, 506-522.

3. J. Gabillon, The Term Structures of Oil Futures Prices, Oxford Institute for Energy Studies, 1991.

4. P .Bjerksund, S. Ekern, Contingent Claims Evaluation of Mean-Reverting Cash Flows in Shipping. In Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications, 1995.

5. E. Schwartz, The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging. The Journal of Finance, 1997, 52: 923–973.

6. B. B. Skorodumov, Estimation of Mean Reversion in Oil and Gas Markets, Technical Report, 2008.

7. R. L. McDonald, D. R. Siege, Investment and the valuation of firms when there is an option to shut down, International Economic Review 26, 1985, 331–349.

8. G. Barone-Adesi, H. Rasmussen and C. Ravanelli, An Option Pricing Formula for the Garch Diffusion Model, Computational Statistics and Data Analysis, 2005, 287–310.

9. E. Schwartz, J. Smith. Short-Term Variations and Long-Term Dynamics in Commodity Prices, Management Science, 2000, 46: 893–911.

10. J. Hilliard, J. Reis, Valuation of Commodity Futures and Options Under Stochastic Convenience Yields, Interest Rates, and Jump Diffusions in the Spot, The Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1998, 33: 61–86.

11. S. Heston, A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options, Review of Financial Studies, 1993, 327–343.

12. M. A. Aba Oud, J. Goard, Stochastic Models for Oil Prices and the Pricing of Futures on Oil, Applied Mathematical Finance, 2015, 22:2, 189-206.

13. L. Hansen, Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators, Econometrica, 1982, 50: 1029–1054.

14. P. E. Kloeden, E. Platen, Numerical Solution of Stochastic Differential Equations, Springer-Verlag, 1992.