

الگوریتمی برای تجمیع نظرات کارشناسان و افراد خبره در فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی گروهی با استفاده از مدل رأی‌گیری

ظاهر سپهریان^۱، سحر خوش فطرت^{۱*}، سعید عبادی شرف آباد^۲

^(۱) گروه ریاضی، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

^(۲) گروه ریاضی، واحد اردبیل، دانشگاه آزاد اسلامی، اردبیل، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۱/۰۲/۲۶ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۷/۱۰

چکیده

چگونگی به دست آوردن یک بردار اولویت از یک ماتریس مقایسه زوجی، موضوع مهمی در فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی بوده است. تصمیم‌گیری گروهی بخش مهمی از تصمیم‌گیری چند معیاره در فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی است. در تصمیم‌گیری گروهی که در آن همه افراد خبره به عنوان یک واحد کار می‌کنند، فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی معمولاً از یکی از رویکردهای سنتی تجمیع قضاوت‌های فردی و تجمیع اولویت‌های فردی پیروی می‌کند. در این مقاله یک الگوریتمی جهت تجمیع نظرات کارشناسان و افراد خبره با استفاده از مدل رأی‌گیری ارائه شده است. مدل رأی‌گیری با استفاده از رأی افراد در خصوص جایگاه معیارها، بدون استفاده از ماتریس مقایسه زوجی به رتبه‌بندی معیارها می‌پردازند. مدل رأی‌گیری در مواردی که تعداد کارشناسان بسیار زیاد باشد پیشنهاد شده است. در مواردی که تعداد کارشناسان محدود باشد، می‌توان با استفاده از مدل SBM وزن‌های محلی را بر اساس ماتریس مقایسه زوجی هر یک از افراد خبره تعیین کرد، با استفاده از آن رتبه هر یک از معیارها تعیین می‌شود. رتبه به‌دست‌آمده از مدل SBM را می‌توان به عنوان رأی افراد خبره در نظر گرفت که از سوگیری ذهنی افراد خبره در ارائه رأی، جلوگیری به عمل می‌آورد. بنابراین می‌توان با استفاده از مدل رأی‌گیری به تجمیع نظرات افراد خبره پرداخت. در ادامه یک مثال عددی جهت نشان دادن پتانسیل بالقوه این الگوریتم ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که رتبه‌های به‌دست‌آمده از این الگوریتم در حالت ارزیابی متقابل خیرخواهانه با رتبه‌بندی به روش بردار ویژه مطابقت دارد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها؛ فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی؛ تصمیم‌گیری چند شاخصی؛ مدل رأی‌گیری؛ ارزیابی متقابل.

۱- مقدمه

یکی از تکنیک‌های تصمیم‌گیری چند معیاره که به بهترین وجه به چالش‌ها و نیازهای جامعه علمی به‌ویژه با در نظر گرفتن جنبه‌های پیچیده و تصمیم‌گیری با چندین کارشناس پاسخ می‌دهد، فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی AHP است [1]. تصمیم‌گیری گروهی اهمیت فزاینده‌ای در تصمیم‌گیری چند معیاره پیدا می‌کند ([2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9]). دینفعان متعدد می‌توانند در تجربیات، تخصص و دیدگاه‌ها باهم مشارکت داشته باشند. بهتر است که تصمیمات مبتنی بر قضاوت‌ها و نظرات چند تصمیم‌گیرنده باشد، نه آنکه صرفاً متکی بر یک تصمیم‌گیرنده‌ی فردی باشد [10]. فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی AHP ساعتی ۱۹۸۰ یکی از مناسب‌ترین روش‌ها در تصمیم‌گیری چند معیاره گروهی در نظر گرفته می‌شود [11]. این تکنیک چند معیاره جنبه‌های ناملموس را از طریق استفاده از مقایسه‌های زوجی که با عامل انسانی مرتبط است را در بر می‌گیرد. در AHP گروهی، چهار رویکرد اساسی برای استخراج بردار اولویت گروه از ماتریس‌های مقایسه‌ای DMها پیشنهاد می‌شود ([12], [13], [14]). گروه می‌تواند در یک جلسه تلاش کند تا ابتدا در توسعه ساختار سلسله‌مراتب و سپس در ایجاد مقایسه‌های زوجی به اجماع برسد. اگر آن‌ها در مورد یک قضاوت خاص نمی‌توانند به اجماع برسند، می‌توانند رأی دهند یا برای رسیدن به مصالحه تلاش کنند. نظریه انتخاب اجتماعی با سیستم‌های رأی‌گیری تایور و پاسلی [15] را می‌توان با AHP ترکیب کرد [16]. برای جمع‌بندی نظرات افراد گروه تصمیم‌گیری، روش‌های متفاوتی در AHP گروهی وجود دارد. از بین روش‌های موجود روش تجمیع نظرات فردی AIJ و تجمیع اولویت‌های فرد AIP دو روش تجمیع ریاضی هستند [17]. انتخاب هر کدام از این روش‌ها بستگی به این مسئله دارد که آیا گروه به‌عنوان یک واحد عمل می‌کند (دیدگاه اجماع) یا به‌صورت انفرادی. برتولینی و ماریزیو [18] استفاده از روش AIJ را برای حالت اول و روش AIP را برای حالتی که هر یک از اعضا به‌صورت انفرادی عمل می‌کنند مناسب‌تر می‌دانند. اگر اولویت‌های نهایی گروه تا حد امکان به قضاوت‌ها و اولویت‌ها یا رتبه‌بندی معیارهای تصمیم‌گیرنده، نزدیک باشد تصمیم‌گیرنده راضی می‌باشد. برخلاف حالت DMهای تکی، در مورد AHP گروهی مطالعات زیادی در مورد مقایسه نتایج گروه‌های مختلف AHP وجود ندارد که منجر به فقدان معیارهایی برای مقایسه روش‌های گروهی می‌باشد ([20] و [19]). آلتوزارا و همکاران [21] یک رویکرد بیزی را به‌عنوان یک روش اولویت‌بندی در فرآیند تجمیع تصمیم‌گیری گروهی تسریع کرده است. یکی دیگر از ویژگی‌های مرتبط فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی، امکان ارزیابی سازگاری ماتریس مقایسه زوجی مورد استفاده به‌منظور گرفتن اولویت‌های تصمیم‌گیران DMها است. ایده استفاده از مفهوم سازگاری در تصمیم‌گیری گروهی اولین بار توسط مورتو و همکاران [22] مطرح شد و به‌طور گسترده در ادبیات علمی مورد استفاده قرار گرفت. مورتو و همکاران ([23] و [22]) از یک روش تجمیع ماتریس اجماع سازگاری (CCM) برای تصمیم‌گیری گروهی استفاده کردند. تحت شرایط خاص CCM یک ماتریس قضاوت بازه‌ای را ارائه می‌دهد که در آن هر ورودی منعکس‌کننده محدوده مقادیری است که همه تصمیم‌گیران به‌طور هم‌زمان در ماتریس‌های اولیه آن‌ها موافق هستند. یکی از محدودیت‌های این ابزار تصمیم‌گیری این است که CCM گاهی اوقات ناقص است. ماتریس اجماع سازگاری دقیق PCCM برای پاسخ دادن به این محدودیت‌ها با گنجاندن قضاوت‌های بیشتر در ماتریس اجماع گروهی پیشنهاد شده است که به تصمیم‌گیران اجازه می‌دهد وزن‌های متفاوتی را برای حل مسئله در نظر بگیرند [24]. به‌منظور ایجاد یک وزن فراگیر و درعین حال منطقی برای هر معیار یا گزینه‌ی تصمیم از دیدگاه همه افراد خبره در این مقاله، یک الگوریتم جدید با استفاده از مدل رأی‌گیری پیشنهاد می‌کنیم. ابتدا مدل SBM را برای وزن دهی معیارها یا گزینه‌ها پیشنهاد می‌کنیم که ما را قادر می‌سازد که وزن معیارها یا گزینه‌های موردبررسی را از دیدگاه کارشناسان و افراد خبره رتبه‌بندی کنیم. با استفاده از وزن معیارها یا

گزینه‌ها رتبه هر معیار یا گزینه از دیدگاه افراد خبره به دست می‌آید که آن را به‌عنوان رأی افراد خبره در نظر می‌گیریم و با استفاده از مدل رأی‌گیری که رأی افراد خبره به‌عنوان ورودی مدل رأی‌گیری می‌باشد به وزن نهایی معیارها یا گزینه‌ها دست پیدا می‌کنیم که درواقع از تجمیع نظرات همه افراد خبره در آن استفاده شده است؛ بنابراین، وزن‌های به‌دست‌آمده با استفاده از این الگوریتم منطقی‌تر و منصفانه‌ترند. چراکه رأی افراد بر اساس مدل SBM انجام می‌گیرد تا از سوگیری‌های ذهنی افراد جلوگیری به عمل می‌آید.

بقیه‌ی مقاله به‌صورت زیر سازمان‌دهی شده است: قسمت ۲ به‌اختصار پیشینه DEA AHP و مدل رأی‌گیری را مرور می‌کند بعد الگوریتم پیشنهادی جهت تجمیع نظرات افراد خبره در قسمت ۳ ارائه می‌شود. مثال عددی در قسمت ۴ بررسی می‌شود. نتیجه‌گیری مقاله در قسمت ۵ ارائه می‌شود.

۲- پیشینه تحقیق

۲-۱- پیشینه DEA

DEA ابتدا توسط چارلز و همکاران در سال ۱۹۷۸ [24] برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیری پیشنهاد شد. از آن زمان تاکنون DEA برای ارزیابی عملکرد در زمینه‌های مختلف از جمله بانکداری، هوانوردی، برق، دانشگاه، بازارهای سهام استفاده شده است. در روشی مشابه DEA به‌طور خودکار وزن‌های بهینه برای تمام معیارهای اندازه‌گیری شده را تخصیص می‌دهد که باعث کاهش ذهنیت در ارزیابی‌ها می‌شود. یکی از پرکاربردترین مدل‌های DEA، مدل اندازه‌گیری SMB می‌باشد که توسط تن در سال ۲۰۰۱ [25] پیشنهاد شده است که در آن کارایی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری DMUها بر اساس نسبت خروجی‌ها به ورودی‌ها با در نظر گرفتن برخی محدودیت‌ها که نشان‌دهنده ترجیحات مدیریتی هستند، محاسبه می‌شود. مدل SBM می‌تواند به‌طور هم‌زمان ورودی را کاهش و خروجی را افزایش دهد. همچنین متغیر مازاد ورودی s_i^- و کمبود خروجی s_r^+ را در تابع هدف در نظر می‌گیرد. فرض کنید n تعداد DMUهایی باشد که $x_i (i=1, \dots, m)$ ورودی را برای تولید $y_r (r=1, \dots, s)$ خروجی مصرف می‌کند. به عبارتی x_{ij} و y_{rj} به ترتیب ورودی‌ها و خروجی‌های DMU_j هستند. تن [25] مدل SBM را برای DMU_o فرمول‌بندی کرد که در آن DMU_o مطابق زیر ارزیابی می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad \rho_o &= \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_{io}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{y_{ro}}} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- &= x_{io} \quad i=1, \dots, m \quad (1) \\ \text{s.t} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ &= y_{ro} \quad r=1, \dots, s \\ \lambda_j, s_i^-, s_r^+ &\geq 0 \end{aligned}$$

۲-۲- پیشینه AHP

فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی یکی از پرکاربردترین تکنیک‌های تصمیم‌گیری چند معیاره است. AHP روشی را برای تجزیه مسائل پیچیده‌ی تصمیم‌گیری به مسائل ساده‌تر جهت رتبه‌بندی گزینه‌های مختلف ارائه می‌دهد. ابتدا برای مسئله هدفی در نظر گرفته و برای آن معیارها و گزینه‌هایی در نظر گرفته و آن‌ها را در یک ساختار سلسله‌مراتبی شبیه درخت مرتب می‌شوند. هدف در بالاترین سطح آن قرار گرفته در سطح بعدی معیارها و زیر معیارهای مرتبه

اول و دوم و... قرار می‌گیرند و در پایین‌ترین سطح گزینه‌ها قرار داده می‌شوند. مرحله بعد تشکیل ماتریس مقایسه زوجی بین معیارها و بین گزینه‌ها نسبت به هر معیار می‌باشد. بررسی سازگاری در AHP که یکی از نقاط قوت اصلی AHP تلقی می‌شود و از آن برای ارزیابی درجه‌ی سازگاری میان مقایسه‌های زوجی استفاده می‌شود، اهمیت حیاتی دارد، زیرا مانند یک بازخورد برای تصمیم‌گیرنده عمل می‌کند تا ارزیابی‌ها و قضاوت‌های خود را مورد بررسی و بازبینی قرار دهد [26]. وزن‌های محلی عناصر سطوح مختلف به‌دست‌آمده، برای به دست آوردن وزن‌های نهایی گزینه‌های تصمیم‌تجمیع می‌شوند (عناصر در پایین‌ترین سطح). خوش فطرت و همکاران [27] روش حداقل مربعات وزنی (WLSM) را برای ماتریس‌های مقایسه زوجی سازگار و ناسازگار تعمیم داده‌اند، این مدل در دو نوع خطی و غیر خطی بیان شده و از الگوریتم ژنتیک و روش سیمپلکس برای حل آن استفاده شده است که موجب کاهش پیچیدگی محاسبات گردیده است. خوش فطرت و حسین زاده لطفی [28] از یک مدل برنامه ریزی غیر خطی NLP برای استخراج وزن‌های واقعی برای ماتریس مقایسه زوجی در AHP استفاده کردند. برای حل این مدل از الگوریتم ژنتیک GA استفاده شده است. خوش فطرت و حسین زاده لطفی [29] با معرفی یک مدل با استفاده از کارایی متقاطع، بردار وزنی جهت تعیین اولویت واحدهای تصمیم‌گیری در AHP ارائه دادند که مشکل وجود جواب‌های بهین دگرین را رفع نموده و منجر به رتبه‌بندی منحصر بفردی شده است. همان‌طور که گفته شد، در زمینه AHP گروهی دو روش سنتی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

(۱) تجمیع قضاوت‌های فردی (AIJ) (۲) تجمیع اولویت‌های فردی (AIP).

فرض کنید $A^k = [a_{ij}^k]_{n \times n}$ ماتریس مقایسه زوجی تشکیل شده توسط فرد k ام باشد به‌طوری‌که a_{ij}^k نشان‌دهنده وزن معیار i ام نسبت به معیار j ام از نظر فرد k ام باشد و $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\}$ بردار اهمیت نظر هر یک از افراد تصمیم‌گیرنده باشد به‌صورتی که $\sum_{k=1}^m \lambda_k = 1, \lambda_k \geq 0$ است. اولویت‌ها به دنبال دو رویکرد به شرح زیر به دست می‌آیند.

(۱) تجمیع قضاوت‌های فردی: در این روش با استفاده از میانگین هندسی، عناصر ماتریس تصمیم‌گیری نهایی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$a_{ij}^c = \left[\prod_{k=1}^m (a_{ij}^k)^{\lambda_k} \right]^{\frac{1}{\sum_{k=1}^m \lambda_k}} \quad (2)$$

در نتیجه ماتریس مقایسه زوجی نهایی به‌صورت $A^c = [a_{ij}^c]_{n \times n}$ به دست می‌آید. سپس بردار اولویت با استفاده از یکی از روش‌های موجود در AHP به دست می‌آید.

(۲) تجمیع اولویت‌های فردی: ابتدا بردارهای اولویت برای هر فرد خبره با استفاده از یکی از روش‌های موجود در AHP به دست می‌آید. بردار وزن حاصل به‌صورت $W^k = (w_1^k, w_2^k, \dots, w_n^k)^t$ خواهد بود که در آن W^k نشان‌دهنده بردار اوزان معیارها یا گزینه‌ها نسبت به نظرات تصمیم‌گیرنده k ام می‌باشد. سپس برای تجمیع بردارهای اوزان به‌دست‌آمده می‌توان از روش میانگین هندسی وزن‌دار WGM مطابق رابطه (۳) استفاده کرد. بنابراین، بردار اوزان تجمیع شده به‌صورت $W^c = (w_1^c, w_2^c, \dots, w_n^c)^t$ می‌باشد که در آن w_i^c نشان‌دهنده وزن کلی معیار یا گزینه i ام است.

$$w_i^c = \left[\prod_{k=1}^m (w_i^k)^{\lambda_k} \right]^{\frac{1}{\sum_{k=1}^m \lambda_k}} \quad (3)$$

هنگامی که روش تجمیع میانگین هندسی وزن‌دار به کار گرفته می‌شود و اولویت‌ها با استفاده از روش میانگین هندسی سطری RGM به دست می‌آیند، دو رویکرد AIJ و AIP راه‌حل یکسانی را ارائه می‌دهند ([31] و [30]).

۳-۲- رأی‌گیری ترجیحی

مسئله "انتخاب" با استفاده از تجمیع آرا رأی‌دهندگان یکی از مهم‌ترین مسائل تصمیم‌گیری گروهی است. در مدل‌های رأی‌گیری سنتی، تجمیع آرا بدون در نظر گرفتن جایگاه تصمیم‌گیری است. بنابراین نتیجه، منعکس‌کننده خواست رأی‌دهندگان نخواهد بود. مدلی توسط کوک و کراس [32] ارائه گردید که ارزش جایگاه‌های رأی‌گیری در آن مدنظر قرار گرفت. فرض کنید، بخواهیم m نماینده را از بین n نامزد $m \leq n$ با تجمیع آرا رأی‌دهندگان انتخاب کنیم. در این فرآیند یک برگه رأی‌گیری در اختیار رأی‌دهندگان قرار می‌گیرد و از آن‌ها خواسته می‌شود که منتخبین خود را رتبه‌بندی نموده و m نامزد برتر از دیدگاه خود را با تعیین رتبه آن‌ها در برگه‌های رأی‌گیری عنوان کنند. بدیهی است که هر رأی‌دهنده نامزدهای با شایستگی بالا را در رتبه‌های برتر و مقدم‌تر قرار خواهند داد. اگر $(i=1, \dots, m, o=1, \dots, n)$ تعداد آرا کسب‌شده توسط نامزد o در رتبه i باشد می‌توان از حل مدل (۴) که در سال ۱۹۹۰ توسط کوک و کراس [32] ارائه گردید، یک عدد کارایی برای هر نامزد به دست آورد که مبنایی برای رتبه‌بندی نامزدها خواهد بود. در این مدل هر نامزد به‌عنوان واحد تصمیم‌گیرنده متجانس و آرا تجمیع شده هر نامزد به‌عنوان خروجی این واحد در نظر گرفته می‌شود. همچنین تمامی واحدهای تصمیم‌گیرنده دارای یک ورودی با مقدار یک هستند. همچنین برای تفاوت بین رتبه‌های رأی‌گیری از قیود کنترل وزن با تابع شدت تشخیص مناسب استفاده شده است [33].

$$\begin{aligned}
 Ep &= \max \sum_{i=1}^m w_i v_{ip} \\
 \sum_{i=1}^m w_i v_{ij} &\leq 1 \quad j=1, \dots, n \\
 s.t \quad w_i - w_{i+1} &\geq d(i, \varepsilon) \quad i=1, \dots, m-1 \\
 w_i &\geq d(m, \varepsilon)
 \end{aligned} \quad (۴)$$

در مدل (۴) $\varepsilon \geq 0$ ، $d(0, \varepsilon)$ تابعی نازولی و نامنفی است که "تابع شدت تشخیص" نامیده می‌شود. این تابع میزان فاصله رتبه‌های رأی‌گیری را از هم مشخص می‌کند و توسط سیستم مدیریتی انتخابات تعیین می‌شود. مدل (۴) در پژوهش‌های مختلف کاربرد فراوانی داشته است. حسین زاده و سلطانی فر [34] فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی رأی‌گیری را با استفاده از مدل (۴) برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری در تحلیل پوششی داده‌ها به کار بردند. سلطانی فر و همکاران [35] با استفاده از مدل رأی‌گیری، مدل‌های مختلف رتبه‌بندی در تحلیل پوششی داده‌ها را اولویت‌بندی نموده و از این فرآیند برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری در تحلیل پوششی داده‌ها استفاده نمودند.

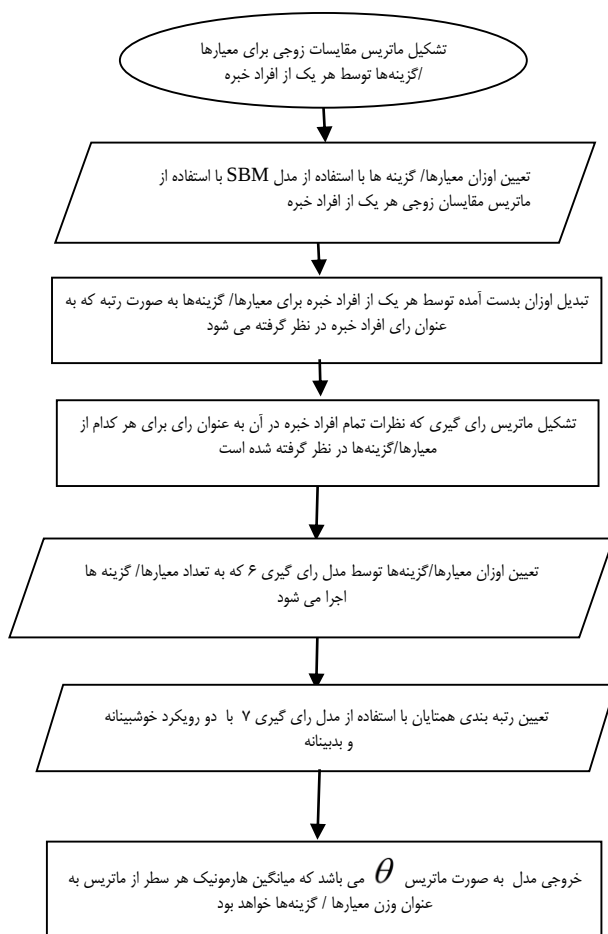
۳- الگوریتم پیشنهادی برای تجمیع نظرات کارشناسان

با میانگین ساده می‌توان امتیاز ساده داد. اما اگر علاوه بر امتیاز ساده؛ لازم باشد نقاط قوت و ضعف مورد تحت ارزیابی ارائه شود؛ در اینصورت میانگین ساده جوابگو نبوده که در الگوریتم پیشنهادی که در شکل ۱ مراحل مختلف آن آورده شده است؛ مدل SBM این امر را میسر خواهد کرد. در این الگوریتم مدل رأی‌گیری برای تجمیع نظرات افراد خبره بکار گرفته شده است. به این ترتیب؛ تاثیر نظرات شخصی افراد خبره بر رتبه‌بندی از بین می‌رود. با حل

مدل SBM؛ اوزان بدست آمده ملاک تعیین رتبه معیارها خواهد بود. این الگوریتم شامل قسمت‌های مختلفی است که در زیر به تشریح آن می‌پردازیم.

۱-۳- مدل SBM جهت تعیین اوزان

ابتدا یک مدل DEA غیر شعاعی که SBM نامیده می‌شود برای تعیین وزن محلی معیارها با استفاده از ماتریس مقایسات زوجی هر یک از کارشناسان که به صورت $A^k = [(a_{ij}^k)^{\lambda_k}]_{n \times n}$ می‌باشد، پیشنهاد می‌شود. هر سطر ماتریس مقایسه زوجی به عنوان یک DMU و هر ستون از آن ماتریس به عنوان یک خروجی در نظر گرفته می‌شود. برای همه DMU ها، مقدار ورودی ساختگی یک را مفروض می‌کند. بنابراین جهت تعیین اولویت محلی معیارها با استفاده از ماتریس مقایسه زوجی و مدل SBM عناصر ماتریس به عنوان خروجی تعیین می‌شود که از مدل DEAHP راناتان [36] گرفته شده است. از مدل SBM خروجی محور به دلیل ثابت در نظر گرفتن ورودی‌ها، برای تعیین اوزان به صورت زیر استفاده می‌شود.



شکل (۱) الگوریتم تجميع نظرات کارشناسان

$$\begin{aligned}
 \text{Max} \quad & z_o^k = 1 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{s_i^+}{(a_{oi}^k)^{\lambda_k}} \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1 \\
 \text{s.t} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j (a_{ji}^k)^{\lambda_k} - s_i^+ = a_{oi} \quad i=1, \dots, n \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad j=1, \dots, n \\
 & s_i^+ \geq 0 \quad i=1, \dots, n
 \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن کارایی DMU_o عبارت است از $w_o^{*k} = \frac{1}{z_o^{*k}}$. این کارایی در ماهیت خروجی بدست آمده است. لذا با معکوس کردن مقدار بهینه تابع هدف؛ کارایی حاصل می‌شود که درواقع وزن معیار تحت ارزیابی (معیار o) از دیدگاه کارشناس k ام می‌باشد. جهت شناسایی اوزان؛ کارایی های بدست آمده با نرم یک نرمالیزه می‌شوند. بدین‌صورت ماتریس وزن هر معیار/گزینه از دیدگاه کارشناسان به‌صورت $W = [w_i^k]_{K \times N}$ مشخص می‌شود. که در آن w_i^k وزن معیار i ام از دیدگاه کارشناس k ام می‌باشد.

۲-۳- تبدیل اوزان به رتبه

با توجه به بردار اوزان W^k به‌دست‌آمده در مرحله قبلی، می‌توان رتبه‌بندی معیارها/گزینه‌ها را بر اساس نظر کارشناسان و افراد خبره مشخص کرد. یعنی از دیدگاه کارشناس k ام جایگاه هر معیار/گزینه مشخص می‌شود که آن را به‌عنوان رأی همان کارشناس در نظر می‌گیریم. بنابراین تاثیر نظرات شخصی افراد خبره در دادن رأی از بین می‌رود. درنهایت با استفاده از رأی به‌دست‌آمده از هر کارشناس ماتریس رأی‌گیری به‌صورت $V = [v_{ol}]_{L \times L}$ به دست می‌آید که عنصر v_{ol} تعداد دفعاتی را نشان می‌دهد که معیار o ام در جایگاه l ام توسط کارشناسان خبره قرار می‌گیرد.

۳-۳- استفاده از مدل رأی‌گیری برای تجمیع نظرات کارشناسان

اهمیت رتبه معیار o ام می‌تواند به صورت میانگین وزنی $\theta_o = \sum_{l=1}^L w_l v_{ol}$ بیان شود که وزن های w_l $l=1,2,3,\dots,L$ می‌تواند به عنوان " ارزش رتبه بندی در جایگاه l " باشد. هر انتخاب خاصی از چنین وزنهایی توسط اعضا تصمیم گیرنده به احتمال زیاد یک سو گیری ذهنی در رتبه بندی اهمیت معیارها ایجاد می‌کند. طرفداری از برخی از آنها و رد برخی دیگر به طور بالقوه منجر به تصمیمات مغرضانه و نتایج نامطلوب می‌شود. با اتخاذ رویکرد DEA که از وزنه‌های رتبه ای از پیش تعیین شده صرف نظر می‌کند این موضوع قابل حل می‌باشد [32]. پیشچلو و همکاران [37] با استفاده از ماتریس رأی‌گیری مدل زیر را برای به دست آوردن رتبه θ_{oo} (رتبه معیار o ام) معرفی می‌کنند که با حل آن برای هر $i \in \{1, \dots, N\}$ به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 \theta_{oo} &= \max \sum_{l=1}^L w_l v_{ol} \\
 \theta_{io} &= \sum_{l=1}^L w_l v_{il} \leq 1 \quad i=1, \dots, N \\
 \text{s.t.} \quad w_{l-1} - w_l &\geq w_l - w_{l+1} \quad l=2, \dots, L-1 \\
 w_{L-1} - w_L &\geq \varepsilon \\
 w_L &\geq \varepsilon
 \end{aligned} \tag{۶}$$

در تابع هدف مدل فوق امتیاز رتبه بندی اهمیت معیار 0 ام بایستی ماکزیمم شود. متغیرهای تصمیم w_l بایستی در یک تعداد شرایط صدق کنند. اولین محدودیت در مدل فوق یعنی: $\sum_{l=1}^L w_l v_{il} \leq 1 \quad i=1, \dots, N$ یک محدودیت استاندارد DEA است که یک کران بالایی برای درجه اهمیت هر معیار تعیین می کند، که شامل خود معیار 0 ام هم می شود. این کران بالا به یک نرمالیزه می شود. جهت اطمینان از تحذب ترتیب وزن ها، پیشچلو و همکاران [37] محدودیت های دوم و سوم را در مدل (۶) در نظر گرفتند. با اعمال این تحذب امکان بدست آوردن توالی غیر محدب وزنها برطرف شده است. محدودیت آخر برای اطمینان از اینکه وزن رتبه آخر یک عدد مثبت باشد، بکار رفته است. کوک و کراس [32] استفاده از مقدار ماکزیمم ممکن را برای ε پیشنهاد کردند. با این حال گرین و همکاران [38] متوجه شدند که این رویکرد اصل اساسی DEA را نقض می کند. آنها $\varepsilon = 0$ را پیشنهاد کردند که توسط نوچوگی [39] به خاطر تضاد با هدف اصلی رتبه بندی مورد انتقاد قرار گرفت. بنابراین مقدار میانی $\varepsilon = \frac{2}{KL(L+1)}$ که توسط نوچوگی [39] پیشنهاد می شود در این مدل بکار رفته است که در آن K تعداد

کارشناسان و افراد خبره می باشد همچنین در پیشچلو و همکاران [37] نشان داده شده است که محدودیت وزن نوچوگی از محدودیت $w_{l-1} - w_l \geq w_l - w_{l+1}$ که در مدل (۶) بکار رفته بدست آمده است. مطلوبترین وزن ها برای هر معیار یا گزینه از دیدگاه خود آن مورد بررسی قرار می گیرند، که به آن خودارزیابی می گویند. وقتی که یک معیار یا گزینه بهترین وزن خود را ارزیابی می کند، وزن معیارها و گزینه های دیگر را نیز می سنجد. به این گونه وزنها که بوسیله معیارها یا گزینه های دیگر سنجیده شده اند، وزنها متقابل می گویند و به ارزیابی انجام شده توسط معیارها یا گزینه های دیگر، ارزیابی همتایان می گویند. برای بدست آوردن رتبه بندی همتایان $\theta_{io} \in \{1, \dots, N\} - \{0\}$ از ارزیابی متقابل استفاده می شود تا اختیاری بودن انتخاب بین چندین جواب بهینه در مدل (۶) برطرف شده، بهتر بتوانیم بین معیارها تفاوت قائل شویم [38]. اگر رویکرد ارزیابی متقابل بدینانه، برای به دست آوردن رتبه بندی همتایان در نظر گرفته شود، این نیازمند این است که مدل (۷) برای هر $o \in \{1, \dots, N\}$

اعمال و حل شود. در مدل (۷) تمامی محدودیت های مدل (۶) به همراه محدودت اضافه $\sum_{l=1}^L w_l v_{kl} = \theta_{kk}^*$ جهت

حفظ بهینگی مدل (۶) اعمال گردیده که در آن θ_{kk}^* جواب بهینه مدل (۶) می باشد. درواقع هر معیار 0 ام رتبه بندی همتایان خود را به حداقل می رساند. به دلیل اینکه میانگین رتبه بندی همتایان در مدل (۷) در تابع هدف لحاظ شده است، وجود جواب بهینه چند گانه در این مدل تاثیری در رتبه بندی همتایان نخواهد داشت.

$$\begin{aligned}
 & \min \frac{1}{N-1} \sum_{i \neq o} \sum_{l=1}^L w_l v_{il} \\
 & \text{s.t.} \quad \theta_{io} = \sum_{l=1}^L w_l v_{il} \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, N \\
 & \quad \sum_{l=1}^L w_l v_{ol} = \theta_{oo}^* \\
 & \quad w_{l-1} - w_l \geq w_l - w_{l+1} \quad l = 2, \dots, L-1 \\
 & \quad w_{L-1} - w_L \geq \varepsilon \\
 & \quad w_L \geq \varepsilon
 \end{aligned} \tag{7}$$

اما اگر رویکرد ارزیابی متقابل خوشبینانه را برای به دست آوردن رتبه‌بندی همتایان در نظر گرفته شود، بایستی در مدل (۷) نوع تابع هدف از مینیمم به ماکزیمم تبدیل شود. به عبارتی دیگر معیار θ_o ام رتبه‌بندی همتایان خود را به حداکثر می‌رساند. با گرفتن میانگین هارمونیک از سطر θ_o ام در θ رتبه‌بندی متقابل $\bar{\theta}_o$ معیار θ_o ام به دست می‌آید. با نرمالیزه کردن رتبه‌بندی متقاطع، رتبه وزن نسبی معیار θ_o ام به صورت $\theta_o = \frac{\bar{\theta}_o}{\bar{\theta}_1 + \bar{\theta}_2 + \dots + \bar{\theta}_L}$ به دست می‌آید که با توجه به نظر تمامی کارشناسان و افراد خبره به دست آمده است. دلیل استفاده از میانگین هارمونیک که سکستون [40] برای این منظور پیشنهاد شده است، آن است که مدل (۶) یک مدل DEA ورودی محور با L خروجی و یک ورودی با مقدار یک را نشان می‌دهد. واضح است که مقدار بهینه تابع هدف مدل ورودی محور، یک ضریب کاهش ورودی را برای رسیدن به مرز کارا توسط واحد تصمیم‌گیری نشان می‌دهد. بنابراین میانگین هارمونیک رتبه‌بندی همتایان، طبیعی و منطقی به نظر می‌رسد.

۴-مثال عددی

در این قسمت یک مثال عددی را برای نشان دادن مزایا و کاربردهای بالقوه الگوریتم پیشنهادی در AHP گروهی را بررسی می‌کنیم. تمام مدل‌ها روی یک کامپیوتر با استفاده از برنامه حل‌کننده LP به نام GAMS حل گردید. مثال ۱- یک مسئله‌ی تصمیم‌گیری گروهی را در AHP در نظر بگیرید: از یک مدیر سطح بالا و سه کارشناس از بخش‌های مختلف خواسته شده است که اهمیت نسبی پنج معیار تصمیم را مقایسه کنند. چهار ماتریس مقایسه‌ی زوجی که توسط مدیر ارشد و سه کارشناس ارائه شده‌اند، از این قرارند [41].

$$\begin{aligned}
 A^{(1)} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/3 & 1 & 1 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 2 & 2 & 1 & 1/2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} & A^{(2)} &= \begin{bmatrix} 1 & 8 & 1 & 2 & 2 \\ 1/8 & 1 & 1/8 & 1/3 & 1/5 \\ 1 & 8 & 1 & 2 & 2 \\ 1/2 & 3 & 1/2 & 1 & 1 \\ 1/2 & 5 & 1/2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 A^{(3)} &= \begin{bmatrix} 1 & 8 & 1 & 1 & 1 \\ 1/8 & 1 & 1/8 & 1/5 & 1/8 \\ 1 & 8 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 1/2 & 1 & 1 \\ 1 & 8 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & A^{(4)} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1 & 1/2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1/2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

وزن‌های اهمیت نسبی چهار تصمیم‌گیرنده برای مدیر ارشد ۵۰٪ و برای سه کارشناس به ترتیب ۳۰٪، ۱۵٪ و ۵٪ فرض می‌شوند. در اینجا λ_k ($k=1, \dots, 4$) وزن‌های اهمیت نسبی چهار تصمیم‌گیرنده هستند. نتایج رتبه‌بندی به دست آمده از مدل (۵) در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول (۱) وزن و اولویت معیارها از نظر کارشناسان با استفاده از مدل SBM

معیار یا گزینه‌ی تصمیم					کارشناسان
C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	
(۱) ۱/۰۰۰	(۳) ۰/۶۹۶	(۵) ۰/۵۷۴	(۴) ۰/۶۰۳	(۱) ۱/۰۰۰	مدیر ارشد
(۳) ۰/۸۲۳	(۴) ۰/۷۹۸	(۱) ۱/۰۰۰	(۵) ۰/۵۳۷	(۱) ۱/۰۰۰	کارشناس ۳۰٪
(۳) ۰/۹۷۹	(۴) ۰/۹۴۵	(۱) ۱/۰۰۰	(۵) ۰/۷۲۷	(۱) ۱/۰۰۰	کارشناس ۱۵٪
(۳) ۰/۹۹۳	(۱) ۱/۰۰۰	(۴) ۰/۹۸۶	(۵) ۰/۹۷۰	(۱) ۱/۰۰۰	کارشناس ۵٪

رتبه‌بندی معیارها از نظر کارشناسان و مدیر ارشد با درجه اهمیت متفاوت در جدول ۲ گزارش شده است.

جدول (۲) جایگاه معیارها از دیدگاه کارشناسان و مدیر ارشد

جایگاه رتبه‌بندی معیارها					کارشناسان
جایگاه اول	جایگاه دوم	جایگاه سوم	جایگاه چهارم	جایگاه پنجم	
C_5 و C_1	-	C_4	C_2	C_3	مدیر ارشد
C_3 و C_1	-	C_5	C_4	C_2	کارشناس ۳۰٪
C_3 و C_1	-	C_5	C_4	C_2	کارشناس ۱۵٪
C_4 و C_1	-	C_5	C_3	C_2	کارشناس ۵٪

با توجه داده‌های جدول ۲ ماتریس رأی‌گیری به صورت زیر به دست می‌آید.

$$V = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

منظور از عدد ۴ در سطر اول و ستون اول ماتریس V این است که معیار اول از دیدگاه ۴ کارشناس حائز رتبه اول می‌باشد که در جدول ۲ نشان داده شده است. در مرحله بعدی تجمیع نظرات کارشناسان با بکار بردن مدل (۶) و با دو رویکرد خصمانه و خیرخواهانه در جدول‌های ۳ و ۴ تهیه شده است.

جدول (۳) نتایج تجمیع نظرات کارشناسان با استفاده از مدل‌های (۶) با رویکرد ارزیابی متقابل بدبینانه

رتبه	وزن نرمالیزه	میانگین هارمونیک همسالان	معیار یا گزینه‌ی هدف					معیار یا گزینه
			C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	
۱	۰/۲۹۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	C_1
۵	۰/۰۷۳	۰/۲۵	۰/۸	۰/۸	۰/۸	۰/۸	۰/۰۶۶۷	C_2
۲	۰/۲۳۳	۰/۷۹۸۳	۰/۹۰۶۷	۰/۹۰۶۷	۰/۹۰۶۷	۰/۹۰۶۷	۰/۵۴	C_3
۴	۰/۱۹۷	۰/۶۷۶۶	۰/۸۹۳۳	۰/۸۹۳۳	۰/۸۹۳۳	۰/۸۹۳۳	۰/۳۴۳۳	C_4
۳	۰/۲۰۶	۰/۷۰۹۲	۰/۹۲	۰/۹۲	۰/۹۲	۰/۹۲	۰/۳۷	C_5

جدول (۴) نتایج تجمیع نظرات کارشناسان با استفاده از مدل (۶) با رویکرد ارزیابی متقابل خوش بینانه

رتبه	وزن نرمالیزه	میانگین هارمونیک همسالان	معیار یا گزینه‌ی هدف					معیار یا گزینه
			C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	
۱	۰/۲۲۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	C_1
۵	۰/۱۷۷	۰/۸	۰/۸	۰/۸	۰/۸	۰/۸	۰/۸	C_2
۳	۰/۲۰۱	۰/۹۰۶۷	۰/۹۰۶۷	۰/۹۰۶۷	۰/۹۰۶۷	۰/۹۰۶۷	۰/۹۰۶۷	C_3
۴	۰/۱۹۸	۰/۸۹۳۳	۰/۸۹۳۳	۰/۸۹۳۳	۰/۸۹۳۳	۰/۸۹۳۳	۰/۸۹۳۳	C_4
۲	۰/۲۰۳	۰/۹۲	۰/۹۲	۰/۹۲	۰/۹۲	۰/۹۲	۰/۹۲	C_5

پس از تجمیع چهار ماتریس مقایسه زوجی به صورت یک ماتریس مقایسه‌ی زوجی گروهی، با استفاده از میانگین هندسی وزنی $b_{ij} = \prod_{k=1}^4 (a_{ij}^k)^{\lambda_k}$ که در اینجا λ_k ($k=1, \dots, 4$) وزن‌های اهمیت نسبی چهار تصمیم‌گیرنده هستند، داریم:

$$E = (e_{ij})_{n \times n} = \begin{bmatrix} 1 & 2.6390 & 1.7321 & 2.4623 & 1.2311 \\ 0.3789 & 1 & 0.3789 & 0.3995 & 0.2608 \\ 0.5774 & 2.6390 & 1 & 0.9330 & 0.8706 \\ 0.4061 & 2.5032 & 1.0718 & 1 & 0.7071 \\ 0.8123 & 3.8346 & 1.1487 & 1.4142 & 1 \end{bmatrix}$$

برای این ماتریس مقایسه‌ی زوجی، مقدار ویژه‌ی بیشینه $\lambda_{\max} = 5.075$ است. که نسبت همسازی آن است که قابل قبول می‌باشد. (برای این مثال $\beta = 5.514$ به دست آمده است). بر این اساس، رتبه‌بن $CR = 0.017$ دی اولویت پنج معیار به صورت $C_1 > C_5 > C_3 > C_4 > C_2$ است. الگوریتم تجمیع نظرات کارشناسان پیشنهادشده با رویکرد خوش بینانه نیز، دقیقاً همین ترتیب اولویت را به دست می‌دهند که در جدول ۵ نشان داده شده است. در این الگوریتم ابتدا با استفاده از مدل SBM رتبه‌بندی معیارها به روش علمی به دست می‌آید و از سوگیری‌های ذهنی در دادن رأی افراد که ممکن است ایجاد شود، جلوگیری به عمل می‌آورد. بنابراین الگوریتم پیشنهادی می‌تواند با حضور کارشناسان بیشتر در سطوح مختلف به نتایج قابل اطمینانی دست پیدا کند.

جدول (۵) وزن معیارها با استفاده از الگوریتم پیشنهادی و EM

معیار یا گزینه‌ی تصمیم					مدل‌ها
C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	
(۲) ۰/۲۴۹	(۴) ۰/۱۷۲	(۳) ۰/۱۸۸	(۵) ۰/۰۷۹	(۱) ۰/۳۱۱	روش EM(AIJ)
(۲) ۰/۲۰۳	(۴) ۰/۱۹۸	(۳) ۰/۲۰۱	(۵) ۰/۱۷۷	(۱) ۰/۲۲۱	الگوریتم پیشنهادی با رویکرد ارزیابی متقابل خوشبینانه
(۳) ۰/۲۰۶	(۴) ۰/۱۹۷	(۲) ۰/۲۳۳	(۵) ۰/۰۷۳	(۱) ۰/۲۹۱	الگوریتم پیشنهادی با رویکرد ارزیابی متقابل بدبینانه

۵- نتیجه گیری

موضوع اصلی در AHP گروهی، چگونگی تجمیع نظرات کارشناسان و افراد خبره با سطح اهمیت مختلف می‌باشد. مطالعات مختلفی برای حل این مشکل وجود دارد. با این حال، مطالعات مقادیر مختلفی را برای بردار اولویت تولید می‌کند. در این مقاله الگوریتمی برای حل این مشکل، پیشنهاد می‌شود که ابتدا با استفاده از مدل SBM وزن‌های معیارها به کمک ماتریس مقایسه زوجی که از هر یک از کارشناسان به دست آمده است، تعیین می‌شود. و در نهایت بر اساس این وزن‌ها، رأی افراد صاحب نظر در مورد جایگاه معیارها مشخص می‌شود. سپس از مدل رأی‌گیری جهت تجمیع نظرات کارشناسان به همراه دو رویکرد ارزیابی متقابل خوشبینانه و بدبینانه در تعیین رتبه همتایان استفاده می‌شود. یک مثال عددی به همراه ۴ کارشناس و ۵ معیار، با استفاده از این الگوریتم مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که رتبه‌های به دست آمده از این الگوریتم در حالت ارزیابی متقابل خوشبینانه با رتبه‌بندی به روش EM مطابقت دارد که می‌تواند با حضور کارشناسان بیشتر در تعیین رتبه‌بندی منطقی‌تر عمل کند.

فهرست منابع

- [1] Saaty, T.L. The Analytic Hierarchy Process; 2nd impression 1990, RSW Pub. Pittsburgh; Mc Graw-Hill: New York, NY, USA, 1980.
- [2] Ahmad, F., Saman, M.Y.M., Mohamad, F.S., Mohamad, Z., & Awang, W.S.W.(2014). Group decision support system based on enhanced AHP for tender evaluation. *International Journal of Digital Information and Wireless Communications. (IJDWC)*, 4(2), 248–257.
- [3] De Brucker, K., Macharis, C., & Verbeke, A. (2013). Multi-criteria analysis and the resolution of sustainable development dilemmas: A stakeholder management approach. *European Journal of Operational Research*, 224(1), 122–131.
- [4] Kuzman, M. K., Grošelj, P., Ayrlmis, N., & Zbasnik-Senegacnik, M. (2013). Comparison of passive house construction types using analytic hierarchy process. *Energy and Buildings*, 64, 258–263.
- [5] Ren, J., Fedele, A., Mason, M., Manzardo, A., & Scipioni, A. (2013). Fuzzy multi-actor multi- criteria decision making for sustainability assessment of biomass-based technologies for hydrogen production. *International Journal of Hydrogen Energy* 38(22), 9111–9120.
- [6] Skorupski, J. (2014). Multi-criteria group decision making under uncertainty with application to air traffic safety Expert Systems with Applications, 41(16), 7406–7414.
- [7] Wang, J. Q., Peng, L., Zhang, H. Y., & Chen, X. H. (2014). Method of multi-criteria group decision-making based on cloud aggregation operators with linguistic information. *Information Sciences*, 274, 177–191.
- [8] Dede, G., Kamalakis, T., & Sphicopoulos, T. (2016). Theoretical estimation of the probability of weight rank reversal in pairwise comparisons. *European Journal of Operational Research*, 252(2), 587–600.
- [9] Peniwati, K. (2007). Criteria for evaluating group decision-making methods. *Mathematical and Computer Modelling*, 46, 935–947.
- [10] Dyer, R. F., & Forman, E. H. (1992). Group decision support with the analytic hierarchy process. *Decision Support Systems*, 8, 99–124.
- [11] Ishizaka, A., & Labib, A. (2011b). Review of the main developments in the analytic hierarchy process. *Expert Systems with Applications*, 38(11), 14336–14345.
- [12] Lai, V. S., Wong, B. K., & Cheung, W. (2002). Group decision making in a multiple criteria environment: A case using the AHP in software selection. *European Journal of Operational Research*, 137, 134–144.
- [13] Taylor, A. D., & Pacelli, A. M. (2008). *Mathematics and politics: Strategy, voting, power and proof* (2nd ed.). New York: Springer Verlag.
- [14] Srdjevic, B. (2007). Linking analytic hierarchy process and social choice methods to support group decision-making in water management. *Decision Support Systems*, 42, 2261–2273
- [15] Forman, E., & Peniwati, K. (1998). Aggregating individual judgments and priorities with the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research* 108, 165–169.

- [16] Berttolini, M., & Maurizio, B. (2006). A combined goal programming – AHP approach to maintenance selection problem . *Reliability Engineering & System Safety* 91, 7 :839-848.
- [17] Hosseini, S.S., Navidi, H., Hajfathaliha, A. (2012). A New Linear Programming Method for Weights Generation and Group Decision Making in the Analytic Hierarchy Process. *Group Decision and Negotiation*, 21(3), 233-254.
- [18] Huang, Y. S., Liao, J. T., & Lin, Z. L. (2009). A study on aggregation of group decisions. *Systems Research and Behavioral Science*, 26, 445–454
- [19] Altuzarra, A.; Moreno-Jiménez, J.M.; Salvador, M.(2007). A Bayesian prioritization procedure for AHP-group decision making. *Eur. J. Oper. Res.* 182, 367–382.
- [20] Moreno-Jiménez, J.M.; Aguarón, J.; Escobar, M.T. (2002). Decisional Tools for Consensus Building in AHP-Group Decision Making. In *Proceedings of the 12th Mini Euro Conference*, Brussels, Belgium, 2–5
- [21] Moreno-Jiménez, J.M.; Aguarón, J.; Escobar, M.T. (2008). The core of consistency in AHP-group decision making. *Group Decis. Negotiat.* 17, 249–265.
- [22] Escobar, M.T.; Aguarón, J.; Moreno-Jiménez, J.M.(2015). Some extensions of the Precise Consistency Consensus Matrix. *Decis. Support Syst.* 74, 67–77.
- [23] Sharafi, H., Hosseinzadeh Lotfi, F., Jahanshalloo, G., Rostamy-malkhalifeh, M., Soltanifar, M., & Razipour-GhalehJough, S. (2019). Ranking of petrochemical companies using preferential voting at unequal levels of voting power through data envelopment analysis. *Mathematical Sciences*, 13(3), 287-297.
- [24] Charnes, A., Cooper, W.W. and Rhodes, E. (1978), “Measuring the efficiency of decision making units”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 2 No. 6, pp. 429-444.
- [25] Tone, K. (2001), “A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 130 No. 3, pp. 498-509.
- [26] Ho, W. (2008). Integrated analytic hierarchy process and its applications –A literature review. *European Journal of Operational Research*, 186(1), 211–228.
- [27] Khoshfetrat, S.; Hosseinzadeh Lotfi, F. ; Rostamy-Malkhalifeh, M.(2014). Analytic Hierarchy Process: Obtaining weight vector with generalized weighted least square method by using Genetic Algorithm and simplex method. *Journal of Applied Science and Agriculture*. 9(1), 211-217.
- [28] Khoshfetrat, S.; Hosseinzadeh Lotfi, F., (2014). Introducing a nonlinear programming model and using genetic algorithm to rank the alternatives in analytic hierarchy process. *Journal of Applied Research on Industrial Engineering*. 1(1)12-18.
- [29] Khoshfetrat, S., Hosseinzadeh Lotfi, F., (2014). Deriving Priorities the Alternatives in an Analytic Hierarchy Process. *International Journal of Research in Industrial Engineering*. 3(4)13-20.
- [30] Barzilai, J.; Golany, B. (1994). AHP rank reversal, normalization and aggregation rules. *INFOR*, 32, 57–63.

- [31] Escobar, M.T.; Aguarón, J.; Moreno-Jiménez, J.M.(2004). A Note on AHP Group Consistency for the Row Geometric Mean Priorization Procedure. *Eur. J. Oper. Res.* 153, 318–322
- [32] Cook, M. Kress, A.(1990). A data envelopment model for aggregating preference rankings, *Manage. Sci.* 36, 1302–1310.
۳۳. سلطانی فر، مهدی؛ شرفی، حمید؛ زرگر، سید محمد؛ همایونفر، مهدی. (۱۴۰۰). رتبه‌بندی تامین‌کنندگان با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها و مدل جدید کارایی متقاطع در حضور خروجی‌های نامطلوب. *مجله پژوهش‌های نوین در ریاضی*. ۳۲(۴): ۳۵–۵۷.
- [34] Soltanifar. M., Hosseinzadeh Lotfi, F. (2011). The voting analytic hierarchy process method for discriminating among efficient decision making units in data envelopment analysis. *Computers & Industrial Engineering* 60 (4), 585-592.
- [35] Soltanifar, M., Ebrahimnejad, A. Farrokhi., MM.(2010) Ranking of different ranking models using a voting model and its application in determining efficient candidates, *International Journal of Society Systems Science* 2 (4), 375-389.
- [36] Ramanathan, R (2006). Data envelopment analysis for weight derivation and aggregation in the analytic hierarchy process. *Computers & Operations Research*, 33(5), 1289–1307.
- [37] Pishchulov, G. Trautrimsc, A. Chesnecy, T., (2019). Stefan Gold, Leila Schwabe The Voting Analytic Hierarchy Process revisited: A revised method with application to sustainable supplier selection. *International Journal of Production Economics* 211, 166-179.
- [38] Green, R.H., Doyle, J.R., Cook, W.D., (1996). Preference voting and project ranking using DEA and cross-evaluation. *Eur. J. Oper. Res.* 90 (3), 461–472.
- [39] Noguchi, H., Ogawa, M., Ishii, H., (2002). The appropriate total ranking method using DEA for multiple categorized purposes. *J. Comput. Appl. Math.* 146 (1), 155–166.
- [40] Sexton, T.R., Silkman, R.H., Hogan, A.J., 1986. Data envelopment analysis: critique and extensions. In: Silkman, R.H. (Ed.), *Measuring Efficiency: an Assessment of Data Envelopment Analysis*. Jossey-Bass, San Francisco, pp. 73–105.
- [41] Wang, Y.-M., & Chin, K.-S. (2009). A new data envelopment analysis method for priority determination and group decision making in the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*, 195(1), 239–250.