

دسترسی در سایت <http://jnrm.srbiau.ac.ir>

سال هفتم، شماره سی و یکم، مرداد و شهریور ۱۴۰۰

شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸X



پژوهش‌های نوین در ریاضی



دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

## ارائه یک مدل جدید به عنوان شاخص آسیب در یک مسأله مقدار ویژه با کاربرد در پایش سلامت سکوی شابلونی فراساحلی

مهدی علوی نژاد<sup>۱</sup>، مجید قدسی حسن آباد<sup>۲\*</sup>، محمد جواد کتابداری<sup>۳</sup>، مسعود نکوئی<sup>۴</sup>

<sup>(۱و۲)</sup> گروه صنایع دریایی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران

<sup>(۳)</sup> گروه مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

<sup>(۴)</sup> گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۰/۰۱/۲۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۴/۰۱

### چکیده

ارتعاشات سازه‌ها را می‌توان با کمک مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم (مسئله مقدار اولیه) تجزیه و تحلیل نمود. این روش مبتنی بر تغییر معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم به مسئله مقدار ویژه بوده که معمولاً برای تحلیل مودال سازه‌ها به کار می‌رود. این مسئله شامل یک معادله ماتریسی با جرم و سختی به عنوان ماتریس‌های ضرایب است. تغییر در برخی از آرایه‌های ماتریس سختی، مقادیر ویژه و بردارهای ویژه را تغییر داده و تغییرات در ماتریس سختی، آسیب به یک یا چند عضو سازه را نشان می‌دهد. بنابراین، شناسایی آرایه‌های تغییر یافته برای پایش سلامت سازه‌ها بسیار مفید است. آرایه‌های تغییر یافته ماتریس سختی را می‌توان با مقایسه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه جدید با موارد قدیمی به دست آورد. شاخص استابس (انرژی کرنشی مودال)  $(MSE)$  فقط از بردارهای ویژه برای شناسایی آسیب‌ها استفاده می‌کند. در روش انرژی کرنشی مودال بهبود یافته  $(IMSE)$  که توسط لی و همکاران ارائه شده است، علاوه بر بردارهای ویژه، مقادیر ویژه نیز در رابطه شاخص آسیب وارد می‌شوند. در این تحقیق، شاخص جدیدی با توسعه دو شاخص بالا ارائه شده است که نتایج دقیق‌تری را نسبت به آن‌ها نشان می‌دهد. در این مطالعه، پایش سلامت یک سازه سکوی شابلونی میدان نفتی فروزان خلیج فارس برای مقایسه دقت این سه شاخص مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج نشان دهنده دقت بیشتر روش جدید نسبت به شاخص  $MSE$  و  $IMSE$  به خصوص در حضور آسیب‌های چندگانه می‌باشد، به طوری که در مواردی دو روش دیگر اشتباه در تشخیص اعضای آسیب‌دیده داشتند ولی روش جدید اعضای آسیب دیده را کاملاً صحیح تشخیص داد.

**واژه‌های کلیدی:** مسئله مقدار ویژه، ماتریس سختی، انرژی کرنش مودال، شاخص استابس، تشخیص آسیب، سکوی شابلونی فراساحلی.

## ۱- مقدمه

معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم نقش اساسی در تحلیل ارتعاشات سازه‌های دارای تغییر شکل‌های جزئی و ناچیز دارند. این معادلات را می‌توان در دامنه‌های زمانی یا فرکانسی حل کرد. با تبدیل این مسائل به مسائل مقدار ویژه، می‌توان تحلیل مودال سازه‌ها را در دامنه فرکانسی انجام داد [۱]. حل مسائل مقدار ویژه معادله دیفرانسیل مرتبه دوم با ماتریس‌های ضرایب جرم و سختی منجر به به‌دست آوردن فرکانس‌های طبیعی و شکل موه‌های یک سازه یا یک سیستم می‌شود [۲].

تاکنون مطالعات زیادی در مورد مسائل مقدار ویژه انجام شده است. علی‌زاده نظر‌کندی (۱۳۹۵) به مطالعه خواص تابع مقدار ویژه برای ماتریس‌ها پرداخت و نشان داد که این تابع پیوسته، اکیدا پیوسته، دیفرانسیل‌پذیر سویی، دیفرانسیل‌پذیر فرشه و به‌طور دیفرانسیل‌پذیر پیوسته می‌باشد. در مرحله بعد، تابع مقدار ویژه را به یک مجموعه بزرگتر از ماتریس‌ها تعمیم داده و به این نتیجه رسید که خواص مذکور مجدداً برقرار است. [۳].

آل‌هوز و همکاران (۱۳۹۸) در مطالعه‌ای تعدادی کران بالا و پایین برای شعاع طیفی ارائه داده و گراف‌هایی که در حالت مرزی کران‌های داده شده صدق می‌کنند را مشخص کردند. هم‌چنین در این مقاله به بررسی روابط بین بزرگترین و کوچکترین مقادیر ویژه ماتریس پرداخته شد. [۴]. عبودی (۱۳۹۹) گراف‌هایی که دارای حداکثر سه مقدار ویژه نامنفی هستند را مورد مطالعه قرار داد. [۵]. لای و همکاران (۲۰۰۸) روش جدید تجزیه دامنه (ADM) را برای حل مسئله مقدار ویژه در ارتعاشات آزاد تیر اویلر-برنولی معرفی نمودند [۶]. هسو و همکاران (۲۰۰۹) از همان روش برای تجزیه و تحلیل ارتعاش آزاد تیر تیموشنکو استفاده کردند [۷]. فاروق و فینی (۲۰۰۸) روش تجزیه متعامد هموار را برای حل مسئله مقدار ویژه در تجزیه و

تحلیل مود سیستم ارتعاشات تصادفی ایجاد نمودند [۸]. هانسن (۲۰۰۴) تعادل توربین‌های بادی را با توجه به مسئله مقدار ویژه بررسی و مقادیر ویژه و بردارهای ویژه توربین در شرایط عملیاتی مختلف برای به‌دست آوردن مشخصات معین هوا-الاستیک آن را محاسبه کردند [۹]. مائورینی و همکاران (۲۰۰۶) با فرض تیر اویلر-برنولی [۱۰] از روش‌های مختلف عددی برای تجزیه و تحلیل معیار عناصر پرتو پیزوالکتریک پلکانی استفاده کردند. آگودو و همکاران (۲۰۱۴) آنالیز مودال بر روی سازه‌های غیرصلب انجام دادند [۱۱]. داتا در سال ۲۰۰۲، روش‌های مستقیم برای به‌روزرسانی مدل المان محدود (FEM) را مرور و رویکرد "مستقیم و جزئی" را برای مسأله مقدار ویژه جزئی و تکنیک‌های "جاگذاری مقدار ویژه" برای سیستم‌های ارتعاشی بررسی نمودند [۱۲]. یان و رن (۲۰۱۱) از روش جبری مستقیم برای تجزیه و تحلیل حساسیت عناصر تیر یکنواخت در یک مسئله مقدار ویژه استفاده کردند تا محل آسیب تیر را بیابند [۱۳].

ماتریس‌های سختی و جرم نقشی اساسی در یک مسأله مقدار ویژه برای ارتعاشات سازه‌ها یا سیستم‌ها دارند. در آنالیز مودال سازه‌های خرابایی سه بعدی با اعضای تیر بسیار زیاد، ماتریس‌های جرم و سختی سازه با تشکیل ماتریس هر المان (ماتریس مربعی  $12 \times 12$ ) ساخته می‌شوند. تغییر برخی آرایه‌ها در ماتریس سختی سازه به این معنی است که یک یا برخی از اعضا آسیب دیده‌اند. این آرایه‌های تغییر یافته در ماتریس سختی عضو را می‌توان با استخراج معادلات ریاضی و با استفاده از بردارهای ویژه و ماتریس ضرایب به‌دست آورد. مطالعات زیر به‌طور گسترده این معادلات را برای شناسایی آسیب اعضای سازه‌ها مورد بحث قرار می‌دهند.

کیم و استابس (۲۰۰۲) شاخص خرابی

دوم، شدت آسیب با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی particle swarm optimization با استفاده از نتایج مرحله اول تعیین گردید [۲۰].

لیو و همکاران (۲۰۱۴) با استفاده از تفاضل انرژی کرنشی مودال درحالت سالم و آسیب دیده در شناسایی مکان آسیب پایه توربین بادی، شاخصی بر مبنای انرژی کرنشی مودال ارائه نمودند که نسبت به سایر روش‌های سنتی آن حساسیت بالاتری داشت [۲۱].

سیدپور و یزدان پناه (۲۰۱۴) یک روش انرژی کرنشی برای مکان‌یابی آسیب ارائه دادند، با این تفاوت که انرژی کرنشی ذخیره شده در سازه نتیجه بارهای استاتیکی است که به سازه تحمیل شده است. بنابراین آن‌ها با مقایسه انرژی کرنشی ذخیره شده در سازه در حالت‌های سالم و آسیب دیده، آسیب را شناسایی کردند و همچنین کارایی روش را بر روی یک خرپای ۱۳ عضوی، یک قاب سه دهانه و یک خرپای فضایی ارزیابی کردند و نتیجه گرفتند که با اعمال بار به یک گره خرپا و محاسبه جابجایی گره‌ها، به راحتی می‌توان آسیب را تشخیص داد. روش آن‌ها همچنین می‌تواند آسیب‌ها را در حضور نوفه<sup>۱</sup> شناسایی کند. در نهایت، بررسی کارایی انرژی کرنشی مودال و روش‌های انرژی کرنشی استاتیکی برای شناسایی آسیب‌های مشابه نشان داد که روش استاتیکی می‌تواند آسیب‌ها را با دقت بالاتری شناسایی کند [۲۲].

وانگ و همکاران (۲۰۱۴) از روش انرژی کرنشی مودال برای مکان‌یابی آسیب بر روی یک سکوی دریایی استفاده نموده و نتیجه گرفتند که از میان تمامی روش‌های تشخیص خرابی تاکنون، روش‌های مبتنی بر انرژی کرنشی مودال برای تشخیص محل آسیب نتیجه بخش‌تر از سایر روش‌ها است [۲۳].

بهبودیافته‌ای برای بهبود دقت شناسایی آسیب در سازه‌های با اعضای زیاد توسعه داده و کارایی آن را بر روی یک تیر دو دهانه آزمایش نمودند [۱۴].

لی و همکاران (۲۰۰۲) روشی را برای شناسایی مکان آسیب‌های یک المان صفحه‌ای با استفاده از شکل مودهای به دست آمده از روش رایلی ریتز ارائه کرده و با مدل‌سازی عددی و آزمایش تجربی نشان دادند که این روش قابلیت بالایی برای شناسایی آسیب‌های تکی و چندگانه دارد [۱۵].

یانگ و همکاران (۲۰۰۳) روشی جدید با تکیه بر تغییرات انرژی کرنشی مودال برای بررسی آسیب‌های سازه‌های دریایی با توجه به بارهای محیطی ارائه دادند. در این روش از نسبت تغییرات انرژی کرنشی مودال فشاری (CMSECR) و خمشی (FMSECR) استفاده شده است [۱۶].

جی و لویی (۲۰۰۵) روشی را بر پایه مدل اجزاء محدود و با استفاده از خصوصیات دینامیکی سازه شامل فرکانس‌ها و اشکال مودی، به منظور شناسایی و تعیین شدت آسیب ارائه دادند [۱۷].

شی و همکاران (۲۰۰۹) روش شاخص خرابی انرژی کرنشی مودال را برای تشخیص آسیب در تیر و صفحه بررسی نمودند و نتیجه گرفتند می‌توان از این روش در شناسایی آسیب در شاه‌تیر و عرشه پل‌ها که رفتاری نظیر تیر و صفحه دارند استفاده کرد [۱۸].

هو و وو (۲۰۰۹) شاخص آسیب را برای شناسایی آسیب در ورق‌ها بر اساس روش انرژی کرنشی مودال توسعه دادند [۱۹].

سیدپور (۲۰۱۲) روشی دو مرحله‌ای برای شناسایی دقیق موقعیت و شدت آسیب‌های چندگانه در سیستم‌های سازه‌ای ارائه نمود که در مرحله اول، یک شاخص انرژی کرنشی مودال برای مکان‌یابی دقیق آسیب در یک سازه استفاده شد و در مرحله

می‌توان از این معادلات با استفاده از روش‌های انتگرال‌گیری مستقیم در دامنه زمان به‌دست آورد. از سوی دیگر، این معادلات کوپل حرکت ممکن است با تبدیل آن‌ها به مجموعه‌ای از معادلات مستقل (جدا نشده) با استفاده از یک ماتریس مودال حل شود [۲]. در ادامه یک مسئله ارتعاش آزاد نامیرا (در صورت عدم وجود میراگر و نیروهای خارجی) با استفاده از مجموعه معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم نشان داده شده است [۲]. در صورتی که معادله حرکت سیستم را بدون میرایی در نظر بگیریم، معادله دینامیکی سیستم مطابق معادله (۱) خواهد بود:

$$M\ddot{X}(t) + KX(t) = 0 \quad (1)$$

که در آن،  $M$ ،  $K$ ،  $X$  و  $t$  به ترتیب ماتریس جرم سازه، ماتریس سختی سازه، ماتریس جابجایی سازه و زمان هستند.

با فرض پاسخ هارمونیک با دامنه  $\Phi$  و فرکانس زاویه‌ای  $\omega$ ، فرمول زیر از معادله (۱) بدست می‌آید:

$$(K - \omega^2 M)\Phi = 0 \quad (2)$$

اکنون، معادلات دیفرانسیل همگن چند مجهولی (معادله ۱) به مجموعه‌ای از معادلات جبری همگن (مسئله مقدار ویژه جبری یا به عبارت ساده تر از مسئله ویژه) تقلیل می‌یابد. برای راه‌حل‌های غیر مستقیم، دترمینان ماتریس ضرایب باید برابر با صفر باشد. با این شرایط،  $\omega$  (مقادیر ویژه یا فرکانس‌های طبیعی) و  $\Phi$  (بردارهای ویژه یا شکل‌های مود) به‌دست می‌آیند.

در این مقاله، سازه خرپا متشکل از اعضای میله‌ای برای بررسی مسئله مقدار ویژه انتخاب شده است. ماتریس‌های سختی ( $ke$ ) و جرم ( $me$ ) اعضای تیر سه بعدی به‌صورت ماتریس‌های مربعی متقارن  $12 \times 12$  در زیر نشان داده شده است [۲۸ و ۲۹].

لی و همکاران (۲۰۱۶) یک روش بهبود یافته بر مبنای روش انرژی کرنشی مودال (IMSE) برای تشخیص آسیب در سازه سکوه‌های دریایی ارائه نمودند و نتیجه گرفتند که روش IMSE یک روش دقیق برای تحلیل داده‌ها در حضور نوفه است [۲۴]. قاسمی و همکاران (۲۰۱۸) یک روش تشخیص آسیب دو مرحله‌ای را برای شناسایی مکان و شدت آسیب‌های سازه پیشنهاد دادند. نتایج مطالعه آن‌ها، نشان دهنده توانمندی روش ارائه شده برای شناسایی آسیب‌های چندگانه در سازه بود [۲۵].

مطالعات فوق‌الذکر، نشان دهنده دقت و توانایی بالای روش انرژی کرنشی مودال در شناسایی آسیب در سازه‌های دریایی است. در این مقاله، یک رابطه ریاضی جدید تک مرحله‌ای توسعه یافته مبتنی بر روش انرژی کرنشی بهبود یافته [۲۴] برای شناسایی دقیق‌تر مکان آسیب پیشنهاد شده و با روش‌های بهبودیافته و استابس مقایسه می‌شود [۲۶ و ۲۷]. بر این اساس، انرژی کرنشی مودال سازه و اعضای آن در حالت سالم و آسیب دیده با استفاده از هر سه روش محاسبه می‌شود. سکوه‌های شابلونی فراساحلی که در مناطق کم عمق استفاده می‌شوند دارای زیرسازه خرپایی هستند. در این مقاله به‌دلیل اهمیت و سرمایه‌گذاری بالا در تأسیسات نفت و گاز فراساحلی ایران و لزوم بررسی و پایش سلامت این سازه‌ها، این مقایسه برای شناسایی مکان و شدت آسیب اعضای یک سکوی دریایی در مجتمع فراساحلی فروزان واقع در آب‌های خلیج فارس، انجام می‌شود.

## ۲- روش پژوهش

### ۲-۱- مسئله مقدار ویژه و شاخص استابس

حرکت یک سازه یا سیستم دینامیکی ممکن است توسط مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل چند مجهولی نشان داده شود. ویژگی‌های دینامیکی (به عنوان مثال پاسخ‌های دینامیکی) یک سیستم را

در رابطه (۵)،  $I_x$  ممان دوم سطح تیر نسبت به محور X است.

شکل ۱ عضو تیر سه بعدی با ۱۲ درجه آزادی را نشان می‌دهد.

سازه‌ای خرابی از تعدادی عضو میله‌ای (تیر) تشکیل می‌شود که در زوایای مختلف نسبت به مختصات کلی قرار گرفته‌اند. بنابراین، ماتریس سختی هر تیر در انتقال به مختصات کلی توسط ماتریس دوران تغییر می‌کند. سپس، ماتریس سختی کل سازه (K) با مونتاژ ماتریس‌های سختی اعضای تیر به دست می‌آید [۲۸ و ۲۹].

### ۲-۲- روش انرژی کرنشی مودال

وقتی یک جسم الاستیک تحت اثر نیرو قرار می‌گیرد، در آن تنش ایجاد شده، جسم تغییر شکل داده و وضعیت نقاط مختلف آن نسبت به حالت اولیه تغییر پیدا می‌کند. تغییر نقطه اثر نیروهای اعمالی به جسم سبب می‌شود که در هنگام اعمال آن‌ها مقداری کار انجام شود. کار مزبور که همراه با تغییر شکل جسم در وضعیت تنش است، باعث ذخیره مقداری انرژی به صورت انرژی ارتجاعی در جسم شده که به آن انرژی کرنشی گفته می‌شود. انرژی کرنشی مودال وضعیتی است که نیرویی به سازه وارد نمی‌شود و سازه در حالت ارتعاش آزاد قرار دارد که با تحلیل دینامیکی و حل روابط ارائه شده می‌توان انرژی کرنشی مودال هر عضو را به دست آورد. خرابی در یک سازه معمولاً سبب کاهش سختی سازه می‌شود و بر ماتریس جرم سازه تاثیری نمی‌گذارد.

$$k_e = \begin{bmatrix} \frac{AE}{2a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EI_z}{2a^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3EI_y}{2a^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3EI_z}{2a^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3EI_y}{2a^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3EI_z}{2a^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3EI_y}{2a^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3EI_z}{2a^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3EI_y}{2a^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3EI_z}{2a^3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3EI_y}{2a^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3EI_z}{2a^3} \end{bmatrix} \quad (3)$$

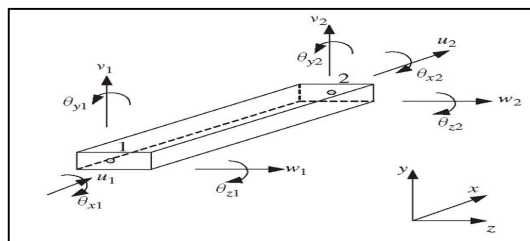
در رابطه (۳) که ماتریس سختی المان قاب سه بعدی است، A مقطع عرضی عضو تیر (بردار مساحت در محور محلی x یا عضو تیر)،  $I_z$  و  $I_y$  به ترتیب ممان دوم سطح مقطع عرضی نسبت به محورهای Y و Z هستند. لازم به ذکر است که، E مدول الاستیسیته، G مدول برشی، J ممان اینرسی قطبی المان، L طول المان و رابطه  $a=L/2$  برقرار می‌باشد.

ماتریس جرم سازه نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$m_e = \frac{\rho A a}{105} \begin{bmatrix} 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 35 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 78 & 0 & 0 & 0 & 22a & 0 & 27 & 0 & 0 & 0 & -13a \\ 0 & 0 & 78 & 0 & -22a & 0 & 0 & 0 & 27 & 0 & 13a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 70r_x^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -35r_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6a^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8a^2 & 0 & 13a & 0 & 0 & 0 & -6a^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 78 & 0 & 0 & 0 & -22a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 78 & 0 & 22a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70r_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8a^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8a^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

که در ماتریس بالا  $r_x^2$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$r_x^2 = \frac{I_x}{A} \quad (5)$$



شکل ۱: شماتیک تیر سه بعدی با ۱۲ درجه آزادی [۲۹]

(۱۲)، شاخص آسیب در روش Stubbs از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\beta_j = \frac{E_j}{E_j^*} = \frac{\sum_{i=1}^m (\Phi_j^{*T} K_{j0} \Phi_j^* + \sum_{j=1}^{ne} \Phi_j^{*T} K_{j0} \Phi_j^*) S_i}{\sum_{i=1}^m (\Phi_j^T K_{j0} \Phi_j + \sum_{j=1}^{ne} \Phi_j^T K_{j0} \Phi_j) S_i^*} \quad (13)$$

$$\beta_j = \frac{E_j}{E_j^*} = \frac{\sum_{i=1}^m (\Phi_j^{*T} K_{j0} \Phi_j^* + \sum_{j=1}^{ne} \Phi_j^{*T} K_{j0} \Phi_j^*) \Phi_i^T K \Phi_i}{\sum_{i=1}^m (\Phi_j^T K_{j0} \Phi_j + \sum_{j=1}^{ne} \Phi_j^T K_{j0} \Phi_j) \Phi_i^{*T} K \Phi_i^*} \quad (14)$$

که در آن،  $E_j$  و  $E_j^*$  به ترتیب نشان‌دهنده مدول الاستیسیته المان زام در موارد سالم و آسیب دیده بوده و  $K_{j0}$  ماتریس سختی هندسی است ( $K_j = E_j \times K_{j0}$  و  $K_j^* = E_j^* \times K_{j0}$ ). تعداد  $ne$  المان‌ها در سازه را نشان می‌دهد و  $m$  تعداد شکل مودهایی است که در محاسبات در نظر گرفته شده است.

در این معادله، ویژگی‌های سختی ماده اعضاء از ویژگی‌های هندسی ماتریس سختی جدا شده و از معادلات فاکتورگیری شده است. به همین دلیل، در بخش اول، هم در صورت و هم در مخرج  $\beta_j$ ، تنها بخش هندسی ماتریس سختی نشان داده شده است. بنابراین،  $\beta_j$  نشان‌دهنده کسر مدول الاستیسیته موارد سالم و آسیب دیده در المان زام می‌باشد. لذا، اگر این کسر، نزدیک به یک باشد، المان زام سالم خواهد بود و چنانچه کسر به اندازه کافی بزرگ باشد، المان زام آسیب دیده خواهد بود.

### ۲-۳- روش انرژی کرنشی مودال بهبود یافته

در تعیین شاخص خرابی Stubbs تنها از شکل موده‌های ارتعاشی و ماتریس سختی استفاده می‌شود و فرکانس‌های طبیعی در تعیین محل آسیب در نظر گرفته نمی‌شوند. با این وجود، تحقیقات قبلی نشان

در یک سازه خطی بدون آسیب، با المان  $NE$  و  $N$  گره،  $i$  امین سختی مودال سازه از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۶ و ۲۷].

$$S_i = \Phi_i^T K \Phi_i \quad (6)$$

که در این رابطه،  $\Phi_i$ ،  $i$  امین بردار شکل مود سازه و  $K$  ماتریس سختی سازه است. مشارکت زامین عضو در  $i$  امین سختی مودال از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$S_{ij} = \Phi_i^T K_j \Phi_i \quad (7)$$

در این رابطه،  $S_{ij}$ ،  $i$  امین سختی مودال المان زام و  $K_j$  مشارکت المان زام در ماتریس سختی سازه است.

نسبت حساسیت المان زام در مود  $i$  ام سازه سالم از رابطه ۸ محاسبه خواهد شد.

$$F_{ij} = \frac{S_{ij}}{S_i} \quad (8)$$

همین نسبت برای سازه در حالت آسیب دیده برابر است با:

$$F_{ij}^* = \frac{S_{ij}^*}{S_i^*} \quad (9)$$

که  $S_i^*$  و  $S_{ij}^*$  به ترتیب زیر تعریف می‌شوند:

$$S_i^* = \Phi_i^{*T} K^* \Phi_i^* \quad (10)$$

$$S_{ij}^* = \Phi_i^{*T} K_j^* \Phi_i^* \quad (11)$$

در روابط فوق، علامت \* نشانگر حالت آسیب دیده است.

با فرض یک اندازه کوچک برای روابط (۸) و (۹)، رابطه زیر در روش Stubbs پیشنهاد شده است:

$$1 = \frac{F_{ij}^* + 1}{F_{ij} + 1} = \frac{(S_{ij}^* + S_i^*) S_i}{(S_{ij} + S_i) S_i^*} \quad (12)$$

با جایگزین کردن معادلات (۶) تا (۹) در معادله

پرانزها) علاوه بر اینکه با ویژگی‌های هندسی ماتریس‌های سختی مرتبط می‌باشند، شامل مدول الاستیسیته و چگالی در اعضای آن‌ها نیز هستند. بنابراین، بر خلاف رابطه (۱۴)، مدول الاستیسیته از روابط حالات سالم و آسیب دیده خارج نشده است. لذا،  $\beta_j$  (در رابطه ۱۷) نشان دهنده کسر مدول الاستیسیته در سازه‌های سالم و آسیب دیده نمی‌باشد. محققین تحقیق حاضر معتقدند، که این موضوع می‌تواند تا حدی دقت شناسایی آسیب را، به‌ویژه در حالات آسیب‌های چندگانه کاهش دهد.

به‌منظور افزایش دقت نتایج، یک رابطه ارتقاء یافته از شاخص آسیب (رابطه ۱۸) با جایگزین کردن معادلات (۱۵) و (۱۶) در رابطه (۱۴) توسعه داده شده است. در این معادله، هر دو ماتریس جرم و فرکانس‌های طبیعی در معادله استفاده شده و مدول الاستیسیته از معادله خارج شده است. محاسبه شاخص آسیب با استفاده از این رابطه، در مقایسه با روابط موجود می‌تواند موقعیت آسیب را با دقت بیشتری شناسایی نماید. این فرمولاسیون جدید، نوآوری این مطالعه بوده که قادر به افزایش دقت نتایج می‌باشد.

$$\beta_j = \frac{E_j}{E_j^*} = \frac{\sum_{i=1}^m (\phi_i^{*T} K_{jo} \phi_i^* + \sum_{j=1}^{ne} \phi_j^{*T} K_{jo} \phi_j^*) \omega_i^T \phi_i^T M \phi_i}{\sum_{i=1}^m (\phi_j^T K_{jo} \phi_j + \sum_{j=1}^{ne} \phi_j^T K_{jo} \phi_j) \omega_i^{*T} \phi_i^{*T} M^* \phi_i^*} \quad (18)$$

برتری‌های معادله (۱۸) نسبت به معادله (۱۴) عبارت است از:

۱) در فرمول به‌روز شده، بر خلاف شاخص استابس (رابطه ۱۴)، فرکانس‌های طبیعی در شاخص آسیب مورد استفاده قرار گرفته است که به‌دلیل تخمین و محاسبه دقیق فرکانس‌های طبیعی، دقت بالاتری نسبت به شاخص استابس دارد.

۲) فرض اساسی در شاخص استابس این است که اعضای آسیب دیده فقط می‌توانند با تغییر در

داده است که فرکانس‌های مودال را می‌توان با دقت بسیار بیشتری نسبت به شکل مودها تعیین نمود. لی و همکاران (۲۰۱۶) یک شاخص شناسایی آسیب بهبود یافته را با وارد کردن فرکانس‌های طبیعی در رابطه (۱۴) و اصلاح آن رابطه پیشنهاد نمودند. بر مبنای مطالعه ایشان، به‌دلیل تخمین دقیق‌تر فرکانس‌های طبیعی، دقت شناسایی آسیب، به‌ویژه در حضور نوفه در داده‌های مودال بهبود داده شد. در روش انرژی کرنشی مودال بهبود یافته ارائه شده توسط ایشان (IMSE)، دو رابطه زیر با استفاده از روابط آنالیز مودال به‌دست آمد [۲۴]:

$$K \phi_i = \omega_i^2 M \phi_i \quad (15)$$

$$K^* \phi_i^* = \omega_i^{*2} M^* \phi_i^* \quad (16)$$

با جایگزینی این معادلات در رابطه (۱۴)، معادله زیر به‌عنوان شاخص انرژی کرنشی مودال بهبود یافته توسط لی و همکاران (۲۰۱۶) پیشنهاد گردید:

$$\beta_j = \frac{\sum_{i=1}^m (\phi_i^{*T} K_j \phi_i^* + \omega_i^{*T} \phi_i^{*T} M \phi_i^*) \omega_i^T \phi_i^T M \phi_i}{\sum_{i=1}^m (\phi_i^T K_j \phi_i + \omega_i^T \phi_i^T M \phi_i) \omega_i^{*T} \phi_i^{*T} M^* \phi_i^*} \quad (17)$$

که در آن مدول الاستیسیته از ماتریس سختی فاکتورگیری نشده است. بنابراین،  $\beta_j$  نشان دهنده کسر مدول الاستیسیته سازه‌های سالم و آسیب دیده نمی‌باشد.

## ۲-۴- روش پیشنهادی

باتوجه به‌مبحث بالا لی و همکاران (۲۰۱۶) یک شاخص شناسایی آسیب بهبود یافته پیشنهاد دادند [۲۴]. بر مبنای مطالعه ایشان، به‌دلیل تخمین دقیق‌تر فرکانس‌های طبیعی، دقت شناسایی آسیب، به‌ویژه در حضور نوفه بهبود داده شد. در فرم بهبود یافته شاخص آسیب، مدول الاستیسیته از ماتریس سختی فاکتورگیری نشده است. به بیان دیگر، در صورت و مخرج کسر معادله (۱۷)،  $M$  و  $K_j$  (در

حل یک مسأله واقعی برای مقایسه سه روش پرداخته می‌شود.

#### ۲-۵- تخمین شدت آسیب

شدت آسیب را می‌توان به‌طور مستقیم از معادله (۱۴) تعیین نمود. چنان‌چه نسبت تغییرات در سختی عضو  $Z_j$  را با  $\alpha_j$  نشان دهیم به‌طوری‌که

$$E_j^* = E_j(1 + \alpha_j) \quad (20)$$

با ترکیب معادلات (۱۱) و (۱۴) خواهیم داشت:

$$\alpha_j = \frac{[\phi_i^T C_{jo} \phi_i] K_i^*}{[\phi_i^{*T} C_{jo} \phi_i^*] K_i} - 1 \quad (21)$$

#### ۳- اعمال آسیب فرضی بر روی سازه و تعریف حالت‌های مختلف آسیب

در این قسمت با استفاده از روش انرژی کرنشی مودال، به شناسایی آسیب در سازه پرداخته شده است. این آسیب با کاهش مدول الاستیسیته عضو در برنامه المان محدود نوشته شده، اعمال گردیده است. به‌منظور نشان دادن دقت روش انرژی کرنشی مودال در شناسایی مکان و شدت آسیب، حالت‌های مختلف آسیب‌های تکی و چندتایی برای سازه تعریف شده است. برای شناسایی آسیب به روش انرژی کرنشی مودال به اطلاعات مودال سازه در حالت قبل و بعد از آسیب نیاز است. بدین منظور بعد از مدل‌سازی سکو و تعریف ماتریس‌های سختی و جرم المان‌ها و برهم‌چینی آن‌ها جهت دستیابی به ماتریس سختی و جرم کل سازه، بردارهای ویژه و مقادیر ویژه که به ترتیب همان شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی سازه هستند، استخراج گردید. سپس فرکانس‌های طبیعی از کوچک به بزرگ مرتب شده که کوچک‌ترین فرکانس، اولین فرکانس طبیعی سازه و شکل مود متناظر با آن، اولین شکل مود سازه است. سایر شکل مودهای سازه نیز به

ماتریس سختی شناسایی شوند. ولی در روش به‌روز رسانی شده (معادله ۱۸)، علاوه بر ماتریس سختی، ماتریس جرم نیز در فرمول نقش داشته و تغییر در ماتریس جرم را نیز می‌توان در نظر گرفت. به‌عنوان مثال، در اعضای سازه‌های ثابت دریایی، پس از مدتی، رشد گیاهان دریایی بر ماتریس جرم اعضا تاثیر گذاشته، که بر خلاف روش استابس، روش ارتقاء یافته می‌تواند تاثیر آن را در نظر بگیرد.

۳) در حالت آسیب‌های چندگانه، روش استابس گاهی اوقات منجر به تشخیص غلط می‌شود. اما روش ارتقاء یافته (معادله ۱۸) به‌طور دقیق آسیب را در آسیب چندگانه، تشخیص می‌دهد.

برتری‌های رابطه به‌روز رسانی شده (معادله ۱۸) نسبت به رابطه (۱۷) عبارت است از:

۱) رابطه ارتقاء یافته (معادله ۱۸) دقت خیلی بیشتری در شناسایی آسیب نسبت به روش IMSE (معادله ۱۷) دارد.

۲) در روش ارتقاء یافته، علاوه بر ماتریس سختی، ماتریس جرم نیز نقش مهمی ایفا می‌کند و برخلاف شاخص IMSE (معادله ۱۷)، تغییرات در ماتریس سختی نیز در نظر گرفته می‌شوند.

۳) در حالات چند آسیبیه، روش IMSE (معادله ۱۷) گاهی اوقات تشخیص غلط می‌دهد، ولی رابطه ارتقاء یافته (معادله ۱۸) به‌دقت آسیب را در موارد آسیب چندگانه شناسایی می‌نماید. در نهایت، شاخص آسیب برای المان  $Z_j$  با استفاده از رابطه زیر نرمال سازی می‌شود:

$$Z_j = \frac{\beta_j - \bar{\beta}}{\sigma_\beta} \quad (19)$$

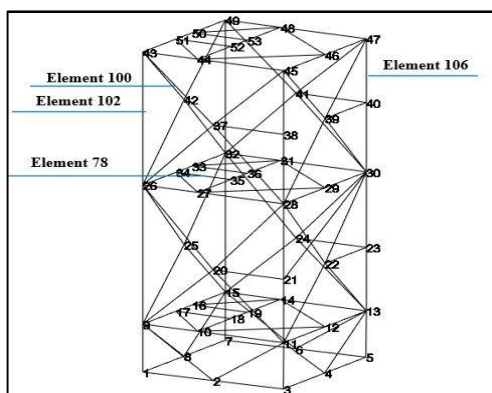
در این رابطه،  $Z_j$ ،  $\bar{\beta}$  و  $\sigma_\beta$  به ترتیب شاخص آسیب نرمال شده، شاخص آسیب متوسط و انحراف استاندارد شاخص‌های آسیب هستند. برای نشان دادن دقت بالاتر و کارایی بیشتر رابطه جدید استخراج شده در این تحقیق (رابطه ۱۸) در ادامه به



شناسایی آسیب‌های کوچک در مراحل اولیه رشد آسیب می‌باشد. شکل ۳ بیانگر دقت بسیار خوب هر سه روش شاخص استابس، روش انرژی کرنشی مودال بهبود یافته و روش تحقیق حاضر در شناسایی مکان آسیب است. در این حالت میانگین خطا برای دقت شناسایی مکان آسیب برای شاخص Stubbs، روش بهبود یافته و روش پیشنهادی به ترتیب ۰٫۴٪، ۳٫۰۱٪ و ۱٫۱۵٪ است. مقادیر خطاها و شکل ۳ نشانگر دقت بیشتر روش تحقیق حاضر است. شکل ۴ نیز نشان دهنده شدت آسیب با دقت بالا توسط روش انرژی کرنشی مودال ارتقاء یافته در این تحقیق است.

شیوه فوق مرتب گردید. در جدول ۱، حالت‌های مختلف آسیب‌های وارده به زیرسازه در کنار سه فرکانس طبیعی اول سازه آسیب دیده در هر حالت نشان داده شده است. مکان هندسی اعضای آسیب دیده در حالت‌های مختلف نیز در شکل ۲ مشاهده می‌شود. لازم به ذکر است تنها چند شکل مود اول سازه در محاسبات مربوط به شناسایی آسیب در نظر گرفته شده‌اند.

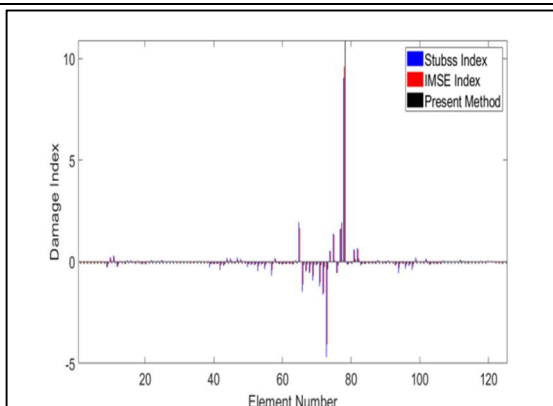
**۳-۱- حالت اول: ۱٪ آسیب در عضو شماره ۷۸**  
به‌عنوان حالت اول، المان شماره ۷۸ که در زیر سطح آب قرار دارد، به‌میزان ۱٪ دچار آسیب شده است. هدف از این حالت، کنترل دقت روش در



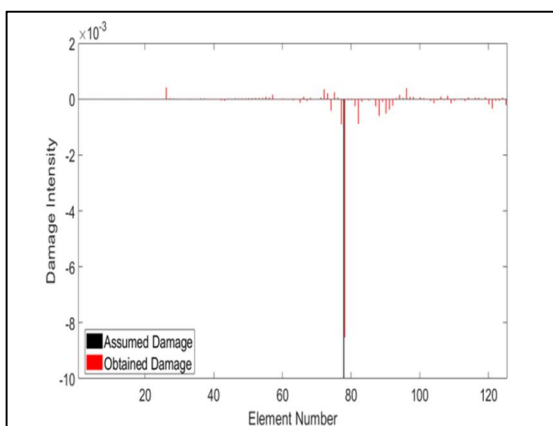
شکل ۲: مدل المان محدود سکوی فروزان و المان‌های آسیب دیده

جدول ۱: حالت‌های مختلف آسیب‌های وارده به سکوی فروزان و فرکانس‌های طبیعی اول آن در هر حالت

فرکانس سوم	فرکانس طبیعی بر حسب هرتز		شدت آسیب	عضو آسیب دیده	حالت آسیب
	فرکانس دوم	فرکانس اول			
۱٫۷۴۵۲	۱٫۶۹۰۲	۱٫۵۴۴۶	٪۱	۷۸	۱
۱٫۷۴۱۶	۱٫۶۸۹۸	۱٫۵۴۲۰	٪۱۰	۱۰۰	۲
۱٫۷۴۴۶	۱٫۶۸۸۷	۱٫۵۴۲۵	٪۱۰	۱۰۲	۳
۱٫۷۴۴۹	۱٫۶۸۹۹	۱٫۵۴۳۴	٪۱۰	۱۰۶	۴
۱٫۷۴۴۹	۱٫۶۸۹۳	۱٫۵۴۳۶	٪۱۰ و ٪۵	۷۸ و ۱۰۲	۵



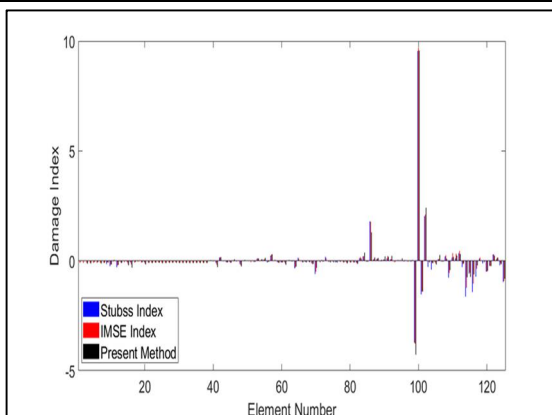
شکل ۳: تعیین محل آسیب با استفاده از واریانتهای مختلف روش انرژی کرنشی مودال در حالت اول



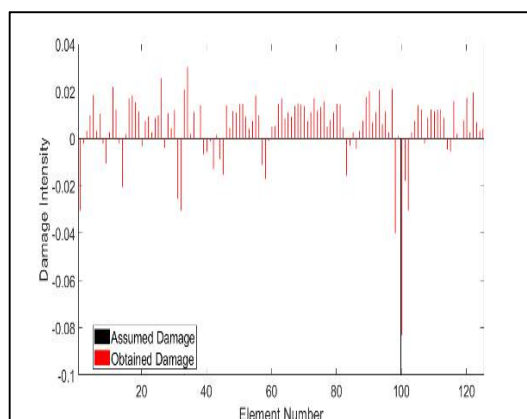
شکل ۴: تعیین شدت آسیب با استفاده از روش انرژی کرنشی مودال در حالت اول

۳-۳- حالت دوم: ۱۰٪ آسیب در عضو شماره ۱۰۲  
در این حالت، عضو شماره ۱۰۲ به‌عنوان یکی از اعضای پایه سکو به‌میزان ۱۰٪ دچار آسیب شده است. شکل ۷ بیانگر دقت مناسب مکان‌یابی آسیب توسط روش ارائه شده در تحقیق حاضر در این عضو است. همچنین میانگین خطاها برای دقت شناسایی مکان آسیب برای شاخص Stubbs، روش بهبودیافته و روش پیشنهادی به‌ترتیب ۴٫۵٪، ۳٫۸٪ و ۳٫۳۹٪ هستند. همان‌گونه که شکل ۸ نشان می‌دهد، روش انرژی کرنشی مودال دارای توانایی مناسب در تعیین شدت آسیب است.

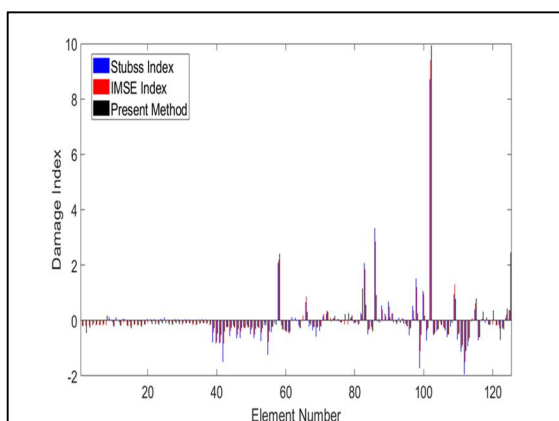
۳-۲- حالت دوم: ۱۰٪ در آسیب عضو شماره ۱۰۰  
به‌عنوان حالت دوم، المان شماره ۱۰۰ که در ناحیه پاشش آب قرار دارد، به میزان ۱۰ درصد دچار آسیب شده است. همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، مکان آسیب با دقت بسیار خوبی توسط هر سه شناسایی شده است. میانگین خطا برای دقت شناسایی مکان آسیب برای شاخص Stubbs، روش بهبود یافته و روش پیشنهادی این تحقیق به‌ترتیب ۱٫۸۸٪، ۲٫۱٪ و ۲٫۲۳٪ است. مقادیر خطا و شکل ۵ نشان دهنده تشخیص یکسان و تقریباً دقیق هر سه روش است. شکل ۶ نیز نشان دهنده تخمین خوب روش پیشنهادی تحقیق حاضر در تعیین شدت آسیب است.



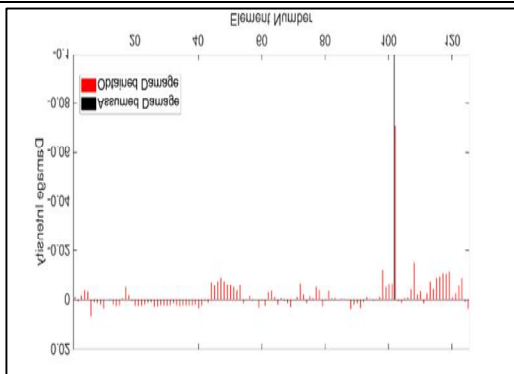
شکل ۵: تعیین محل آسیب با استفاده از واریانتهای مختلف روش انرژی کرنشی مودال در حالت دوم



شکل ۶: تعیین شدت آسیب با استفاده از روش انرژی کرنشی مودال در حالت دوم



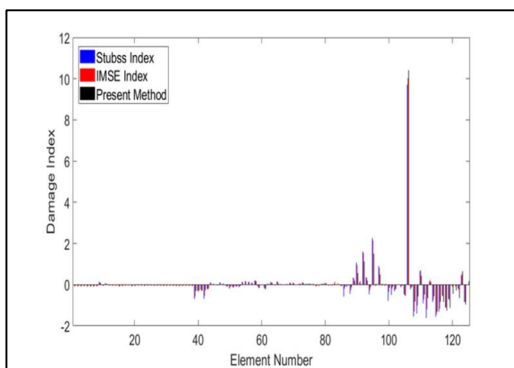
شکل ۷: تعیین محل آسیب با استفاده از واریانتهای مختلف روش انرژی کرنشی مودال در حالت سوم



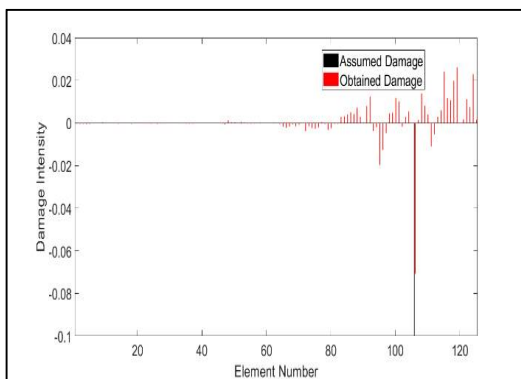
شکل ۸: تعیین شدت آسیب با استفاده از روش انرژی کرنشی مودال در حالت سوم

روش شناسایی شده است. همچنین میانگین خطاها برای دقت شناسایی مکان آسیب برای شاخص Stubbs، روش بهبودیافته و روش پیشنهادی به ترتیب ۳٫۶٪، ۲٫۸٪ و ۲٫۱۶٪ هستند. با توجه به شکل ۱۰، تخمین شدت آسیب در روش تحقیق حاضر از دقت مناسب‌تری برخوردار است.

۳-۴- حالت چهارم: ۱۰٪ آسیب در عضو شماره ۱۰۶ در این حالت، ۱۰٪ عضو شماره ۱۰۶ که یک عضو پایه‌ای کوتاه واقع در بالای خط آب است، دچار آسیب می‌شود. همانطور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود، مکان آسیب در این سناریو با دقت مناسبی توسط هر سه



شکل ۹: تعیین محل آسیب با استفاده از واریانت‌های مختلف روش انرژی کرنشی مودال در حالت چهارم



شکل ۱۰: تعیین شدت آسیب با استفاده از روش انرژی کرنشی مودال در سناریوی پنجم

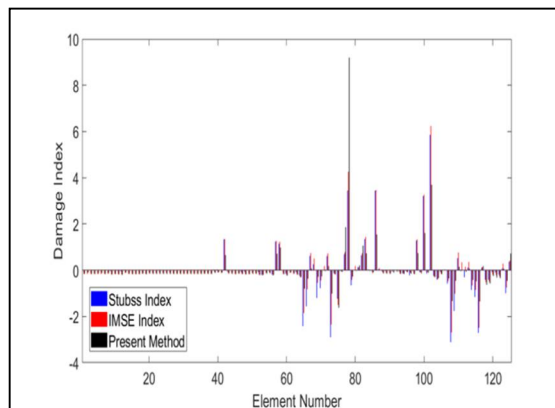
#### ۴- نتیجه‌گیری

هدف اصلی این مطالعه به منظور جلوگیری از گسترش آسیب‌های سازه‌ای و پرهیز از به خطر افتادن سلامت سازه، استفاده از یک فرمول جدید مبتنی بر روش انرژی کرنشی مودال بهبود یافته در یک مسئله مقدار ویژه برای مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم (مسئله مقدار اولیه) اعمال شده در تحلیل مودال و ارتعاش می‌باشد. مزیت این روش دقت بالاتر آن نسبت به سایر فرمول‌های مشابه است. برای اثبات این نکته، روش جدید با روش‌های شناخته شده شناسایی آسیب از جمله شاخص Stubbs و روش انرژی کرنشی مودال بهبود یافته (IMSE) مقایسه شده است.

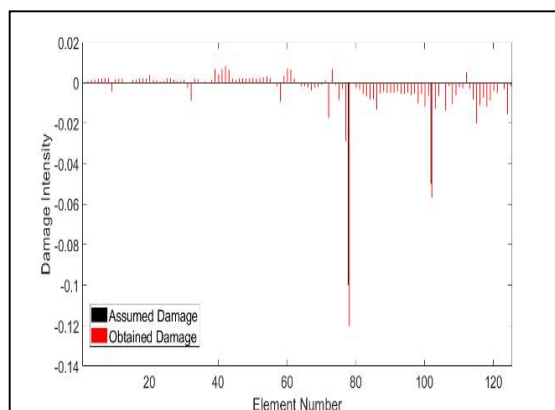
#### ۳-۵- حالت پنجم: ۱۰٪ آسیب در عضو شماره

#### ۷۸ و ۵٪ آسیب در عضو شماره ۱۰۲

منظور از ارائه این حالت، نشان دادن توانایی بالاتر روش تحقیق حاضر در شناسایی آسیب‌های چندگانه است. در این حالت دو عضو شماره ۷۸ و ۱۰۲ که شامل یک عضو افقی زیر آب سکو و یک عضو قائم بالای سطح آب است، دچار خرابی شده‌اند. همانطور که در شکل ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده است، شاخص تعیین آسیب ارائه شده در این تحقیق با دقت خوبی مکان و شدت آسیب را در حالت بروز آسیب‌های چندگانه تعیین نموده است (میانگین خطا ۳,۴۶٪ است)، در حالیکه دوروش دیگر اعضای شماره ۸۶ و ۱۰۰ را هم به اشتباه آسیب دیده تشخیص داده‌اند.



شکل ۱۱: تعیین محل آسیب با استفاده از واریانت‌های مختلف روش انرژی کرنشی مودال در حالت پنجم



شکل ۱۲: تعیین شدت آسیب با استفاده از روش انرژی کرنشی مودال در حالت پنجم

به دلیل برخورد مداوم امواج در معرض خستگی بیشتر و به دلیل تر و خشک شدن پیایی در معرض خوردگی بیشتری قرار دارد، تمرکز شناسایی آسیب بر روی این ناحیه قرار داده شد و مشخص گردید که روش انرژی کرنشی مودال قادر به شناسایی مکان و محل آسیب در اعضای واقع در ناحیه پاشش آب می‌باشد. سرانجام، با توجه به مطالعات انجام شده، روش پیشنهادی بر مبنای روش انرژی کرنشی مودال بهبود یافته به محققان توصیه می‌شود تا از آن در تشخیص مکان و شدت آسیب استفاده نمایند.

#### تشکر و قدردانی

بدین وسیله نویسندگان مقاله از شرکت نفت فلات قاره ایران به دلیل در اختیار قرار دادن نقشه‌های سکوی واقع در میدان نفتی فروزان تشکر و قدردانی می‌نمایند.

از این رو، یک کد MATLAB برای شناسایی آسیب‌های منفرد و چندگانه اعضای سازه یک سکوی شابلونی فراساحلی واقع در آب‌های خلیج فارس ساخته شد. در این کد متلب، مشخصات پلت فرم مانند محل اتصالات، عناصر و خصوصیات مواد پیاده‌سازی و پس از تعریف ماتریس‌های جرم و سختی، معادلات حاکم و اعمال آسیب فرضی به سازه، آسیب‌ها با استفاده از دو روش ذکر شده شناسایی شد.

نتایج نشان می‌دهد که روش انرژی کرنشی مودال ارائه شده توسط استابس در سال ۱۹۹۵، به درستی آسیب را در حالت منفرد شناسایی می‌نماید. همچنین این روش قادر به شناسایی آسیب‌های کوچک و بزرگ می‌باشد. همین امر در مورد روش انرژی کرنش مودال بهبود یافته (IMSE) با دقت بیشتر صادق است. زیرا روش IMSE علاوه بر بردارهای ویژه، از مقادیر ویژه نیز استفاده می‌کند. به همین دلیل، این روش مکان دقیق آسیب را با دقت بیشتری نشان می‌دهد. روش جدید ارائه شده در این مقاله، در آسیب‌های چندگانه، توانایی قابل توجه خود را در مقایسه با روش‌های Stubbs و IMSE نشان داد. این روش، تمام اعضای آسیب دیده را به درستی نشان می‌دهد، در حالی که دو روش دیگر در ارائه نتایج، اشکالاتی دارد.

در این مطالعه، شاخص آسیب جدیدی بر مبنای روش انرژی کرنشی مودال بهبود یافته پیشنهاد گردیده و دقت آن بر روی یک نمونه سکوی واقعی در میدان نفتی مشترک ایران و عربستان، به نام سکوی فروزان مورد آزمایش قرار گرفت. یکی از تفاوت‌های مطالعه حاضر با سایر مطالعات موجود، تعداد زیاد اعضای موجود در سکو بود. نتایج نشان داد، در اکثر اعضای افقی، مایل، واقع در ناحیه پاشش آب و موارد آسیب چندگانه، روش پیشنهادی با دقت بالاتری قادر به مکان‌یابی آسیب‌های موجود در سازه می‌باشد. با توجه به اینکه ناحیه پاشش آب

## فهرست منابع

- [9] Hansen MH (2004) Aeroelastic stability analysis of wind turbines using an eigenvalue approach. *Wind Energy* 7:133–143.
- [10] Maurini C, Porfiri M, Pouget J (2006) Numerical methods for modal analysis of stepped piezoelectric beams. *J of Sound and Vibration* 298:918–933.
- [11] Agudo A, Agapito L, Calvo B, Montiel JMM (2014) Good Vibrations: a modal analysis approach for sequential non-rigid structure from motion. *IEEE conference on computer vision and pattern recognition*. <https://doi.org/10.1109/CVPR.2014.202>.
- [12] Datta BN (2002) Finite-element model updating, eigenstructure assignment and eigenvalue embedding techniques for vibration systems. *Mechanical systems and signal processing* 16(1):83–96.
- [13] Yan WJ, Ren WX (2011) A direct algebraic method to calculate the sensitivity of element modal strain energy. *Int J Numer Meth Biomed. Engng* 27:694–710.
- [14] Kim JT, Stubbs N (2002) Improved damage identification method based on modal information. *J of Sound and Vibration* 252:223-238.
- [15] Li YY, Cheng L, Yam LH, Wong WO (2002) Identification of damage locations for plate-like structures using damage sensitive indices: strain modal approach. *Computers & Structures* 80:1881-1894.
- [16] Yang HZ, Li HJ, Wang S (2003) Damage localization of offshore platforms under ambient excitation. *China Ocean Engineering* 17(4): 495-504.
- [1] Chopra AK (2020) *Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering*. Fifth edition, Pearson education limited, United Kingdom.
- [2] Qu ZQ (2004) *Model Order Reduction Techniques with application in finite element analysis*. Springer-Verlag London Ltd.
- [۳] علی‌زاده نظر‌کندی، ح. (۱۳۹۵). خواص تابع مقدار ویژه. پژوهش‌های نوین در ریاضی. سال دوم. شماره ۷.
- [۴] آل‌هوز، ع. باغی‌پور، م. هاشمی، ا. (۱۳۹۸). کران‌هایی برای مقادیر ویژه ماتریس فاصله تعمیم‌یافته در گراف‌ها. پژوهش‌های نوین در ریاضی. سال پنجم. شماره ۲۱.
- [۵] عبودی، م. (۱۳۹۹). گراف‌هایی که دارای تعداد کمی مقدار ویژه مثبت هستند. پژوهش‌های نوین در ریاضی. سال ششم. شماره ۲۷. صفحه ۶۰-۵۳.
- [6] Lai HY, Hsu JC, Chen CK (2008) An innovative eigenvalue problem solver for free vibration of Euler\_Bernoulli beam by using the Adomian decomposition method. *Computers and Mathematics with Applications* 56:3204-3220.
- [7] Hsu JC, Lai HY, Chen CK (2009) An innovative eigenvalue problem solver for free vibration of uniform Timoshenko beams by using the Adomian modified decomposition method. *J of Sound and Vibration* 325:451–470.
- [8] Farooq U, Feeny BF (2008) Smooth orthogonal decomposition for modal analysis of randomly excited systems. *J of Sound and Vibration* 316:137–146.

- [25] Ghasemi MR, Nobahari M, Shabakhty N (2018) Enhanced optimization-based structural damage detection method using modal strain energy and modal frequencies. *Engineering with Computers* 34:637-647.
- [26] Kim JT, Stubbs N (1995) Damage detection in offshore jacket structures from limited modal information. *Int J of Offshore and Polar Engineering* 5:58-66.
- [27] Stubbs N, Kim JT, Farrar CR (1995) Field verification of a non-destructive damage localization and severity estimation algorithm. *Proc of the 13th Int Modal Analysis Conference* 210.
- [28] Roy R, Craig JR, Kurdila AJ (2006) *Fundamentals of Structural Dynamics*. 2nd Edition, John Wiley & Sons.
- [29] Copyright (2018) 3D Frame Analysis Library Technical Notes & Examples. ENGISSOL Ltd. <https://www.engissol.com/Downloads/Technical%20Notes%20and%20examples.pdf>.
- [17] Ge M, Lui EM (2005) Structural damage identification using system dynamic properties. *Computers & Structures* 83(2185-2196).
- [18] Shih HW, Thambiratnam D, Chan T (2009) Vibration based structural damage detection in flexural members using multi-criteria approach. *J of Sound and Vibration*, 323(3-5):645-661.
- [19] Hu H, Wu C (2009) Development of scanning damage index for the damage detection of plate structures using modal strain energy method. *Mechanical Systems and Signal Processing* 23:274-287.
- [20] Seyedpoor SM (2012) A two stage method for structural damage detection using a modal strain energy based index and particle swarm optimization. *Int J of Non-Linear Mechanics* 47:1-8.
- [21] Liu F, Li H, Li W, Wang B (2014) Experimental study of improved modal strain energy method for damage localisation in jacket-type offshore wind turbines. *Renewable Energy* 72:174-181.
- [22] Seyedpoor SM, Yazdanpanah O (2014) An efficient indicator for structural damage localization using the change of strain energy based on static noisy data. *Applied Mathematical Modeling* 38:2661-2672.
- [23] Wang S, Liu F, Zhang M (2014) Modal strain energy based structural damage localization for offshore platform using simulated and measured data. *J of Ocean University of China* 13:397-406.
- [24] Li Y, Wang S, Zhang M, Zheng C (2016) An improved modal strain energy method for damage detection in offshore platform structures. *J Marine Sci Appl* 15:182-192.