دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
دوره ششم، شماره بیست و سوم، فروردین و اردیبهشت ۱۳۹۹
شماره شاپا: ۵۸۸-۲۵۸۸X

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات
پژوهش‌های نوین در ریاضی

کارایی هزینه در فرآیند سه مرحله ای شبکه DEA-R

پریسا کامیاب[1]، محمدرضا مظفری [2*]

[1]گروه ریاضی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران
[2] گروه ریاضی، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران

تاریخ ارسال مقاله:1397/05/02 تاریخ پذیرش مقاله:1398/11/29

چکیده

در بسیاری از سازمان ها و موسسات مالی همواره داده های ورودی و خروجی در دسترس نمی باشند؛ بلکه فقط نسبتی از ورودیها به خروجی های (یا بالعکس) واحدهای تصمیم گیرنده در دسترس می باشد. در تحلیل پوششی داده ها کارایی هزینه با توجه به بردار هزینه ورودی ها، استاندارد ورودی ها را مشخص می کند. در فرایند چند مرحله ای شبکه تحلیل پوششی داده ها نیز بحث کارایی هزینه علاوه بر استاندارد ورودی، استاندارد بردارهای میانی را با استفاده از مدل های برنامه ریزی خطی مشخص می کند. در این مقاله براساس مجموعه امکان تولید در فرایندهای سه مرحله ای شبکه DEA-R ابتدا مقیاس کارایی در هر مرحله و کارایی کلی محاسبه می شود. سپس، فرایند سه مرحله ای شبکه DEA-R که تلفیقی از تحلیل پوششی داده ها و داده های نسبتی است، پیشنهاد می شود. سپس مدل های کارایی هزینه در فرایند سه مرحله ای شبکه DEA-R پیشنهاد می شود. با استفاده از بحث کارایی هزینه، استاندارد ورودی ها و پیوندهای میانی در هر مرحله مشخص می شود. در خاتمه، کارایی کلی و کارایی هزینه برای ۳۰ مرکز آموزشی تحقیقاتی در ایران مربوط به شش ماهه اول ۲۰۱۵ ، براساس فرایند سه مرحله ای شبکه DEA-R بررسی می شود.

واژه های کلیدی: تحلیل پوششی داده ها، کارایی هزینه، شبکه DEA-R

نویسنده مسؤل
* Email: mozaffari۸۵٤@yahoo.com

۱-مقدمه

تحلیل پوششی داده ها[۱] یکی از تکنیک های غیر پارامتریک برای اندازگیری عملکرد واحد های تصمیم گیرنده با چند ورودی و چند خروجی می باشد. مدل های اساسی تحلیل پوششی داده ها یعنی CCR[۲] و BCC[۳] از روش های غیر پارامتریک هستند که تحت فرضیات بترتیب بازده به مقیاس ثابت و متغیر برای ارزیابی واحدهای تصمیم گیرنده استفاده می شوند [۳,٤] . از تکنیک غیر پارامتریک تحلیل پوششی داده ها در زمینه های مختلف مطالعاتی استفاده می شود؛ از جمله در ارزیابی عملکرد بانک[۲۸]عملکرد هواپیمایی[۲۷]، برنامه ریزی تولید [۱۰ [۲۸]R&D performance] و کاربردهای دیگر [۷]. اکثر روش های تحلیل پوششی داده ها، هر یک از این سیستم های تحت مطالعه را به صورت یک فرآیند تک مرحله ای (جعبه سیاه) در نظر می گیرند که ورودی برای تولید خروجی مصرف می شود. اگرچه، کارایی نسبی مجموعه ای از واحدهای تصمیم گیرنده را برآورد می کنند اما نمی توانند سرچشمه و منبع ناکارایی در واحدهای تصمیم گیرنده را تشخیص دهد[۲]. در چنین مواردی با استفاده از تحلیل پوششی داده های تک مرحله ای، ممکن است به ارزیابی کارایی نادرست منتج شود [۱٤]. همانطور که تَن و سوئیشی [۳۰]، اظهار داشتند، یکی از اشکالات مدل های سنتی تحلیل پوششی داده ها حذف ساختار درونی واحد های تصمیم گیرنده است فار و همکاران [۱۳] ساختار درونی جعبه سیاه را مورد بررسی قرار دادند .تصمیم آنها برای دستیابی به این مهم، استفاده از شبکه بود. دیدگاهی که آنها داشتند این بود که وقتی شبکه خودش یک مدل تحلیل پوششی داده ها است، مدل های چند مرحله ای تحلیل پوششی داده ها در ساختار یک شبکه استفاده می شوند و می توانند با استفاده از برنامه ریزی خطی حل شوند. در ساختار شبکه، واحدهای تصمیم گیرنده متجانس هستند بعبارت دیگر، آنها در گروهی از ورودی و خروجی های یکسان و مشابه قرار دارند و همچنین مستقل هستند؛ یعنی سطوح ورودی و خروجی یک واحد تصمیم گیرنده با ورودی و خروجی های واحد تصمیم گیرنده ی دیگر، متفاوت است. با وجود این، برخی از روش های تحلیل پوششی داده ها مثل الگوی شبکه تحلیل پوششی داده ها ساختار درونی واحدهای تصمیم گیرنده را نیز درنظر می‌گیرند و دیدگاه هایی در مورد سرچشمه و منبع ناکارایی در واحد تصمیم گیرنده را بدست می دهد[۱۳و۱۵]در واقع شبکه تحلیل پوششی داده ها به فرایندهای چند مرحله ای اشاره دارد که در این ساختار شبکه ای، جریانی از اندازه های میانی درمیان مراحل وجود دارند که نقش مهمی در ارزیابی عملکرد ایفا می کنند. در ابتدا فار و گروسکوف[۱۲]کارایی را در چنین فرایندهایی مطالعه کردند و تحت مدل های تحلیل فعالیت شبکه پیشنهاد کردند. حسین زاده لطفی و همکاران [۱۶] روشی برای ارزیابی شاخص بهره وری مالمکوئیست با استفاده از کارایی هزینه پیشنهاد نمودند. مولائیان و رستمی مال خلیفه [۲۴] مدل شبکه غیرشعاعی تحلیل پوششی داده ها برای ارزیابی زنجیره تامین با درنظر گفتن محصولات میانی پیشنهاد دادند. ژو و همکاران [۳۳] زنجیره تامین را به عنوان یک سیستم شبکه سه مرحله ای پویا شامل تامین کننده، تولید کننده و دوره ای چندگانه میان توزیع کننده درنظر می گیرند و مدل تحلیل پوششی داده های شبکه پویا با شاخص مطلوب و نامطلوب برای محاسبه کارایی پیشنهاد می دهد. سیفورد و زو [۲۸] نیز از جمله پژوهشگرانی هستند که در مطالعه ساختار شبکه، هر یک از مراحل و کل واحد تصمیم گیرنده را به صورت مستقل درنظر گرفتند و کارایی های این ساختار را با بکارگیری مدل های سنتی تحلیل پوششی داده ها ارزیابی نمودند. همچنین [٦,۱۳,۱٦] مطالعات خاصی روی چنین سیستم های دارای فرایندهای چند مرحله ای انجام دادند. کاستلی و همکاران[۵] مرور جامعی از مدل ها و روش های پیشنهادی برای ساختار چند مرحله ای مختلف انجام دادند. کاو [۱۸] مدل شبکه تحلیل پوششی داده ها را ارائه داد که روابط مراحل را برای اندازه گیری کارایی کل سیستم و کارایی های هر یک از مراحل در نظر می گیرد. ساختار سری و ساختار موازی دو ساختار اصلی سیستم شبکه هستند که کاو [۱۹] نشان داد که سیستم شبکه را می توان به صورت یک سیستم سری درنظر گرفت که stage در سری ها، یک ساختار موازی شامل تعدادی مرحله است. کاو [۱۸] یک طبقه بندی کلی از مطالعات روی تحلیل پوششی داده های شبکه بر اساس نوع ساختار شبکه و مدل های بکار رفته انجام داد. رستمی مال خلیفه و همکاران [۲۶]در پژوهش خود نشان دادند که از آنجایی که ورودی ها، خروجی ها و بردارهای قیمت اعداد فازی هستند واحدهای تصمیم گیرنده را نمی توان به راحتی مورد ارزیابی قرار داد. بنابراین ارایه روش جدیدی برای محاسبه کارایی واحدهای

[۱] Data Envelopment Analysis (DEA)
[۲] Charnes, Cooper, Rhodes (CCR)
[۳] Banker, Charnes, Cooper (BCC)

تصمیم گیرنده با داده های فازی سودمند خواهد بود. رئش پیشنهادی ایشان بهترین و بدترین کارایی سود کلی برای واحدهای تصمیم گیرنده را ارایه می دهد. نیک فرجام و همکاران [۲۵] اندازه گیری کارایی زنجیره تامین بر اساس روش هیبرید را مورد مطالعه قرار دادند. از جمله ارزیابی هایی که می توان روی ساختار شبکه ای انجام داد، ارزیابی و آنالیز کارایی هزینه است. در سال های اخیر چندین مطالعه انتشار یافته است که به اندازه گیری کارایی هزینه در فرایندهای چند مرحله ای اختصاص یافته است. athanassapoulos [۱] مدل های غیر پارامتری مرزی را برای ارزیابی عملکرد کارایی هزینه در شبکه ای از شعب بانک ارائه داد. لوزانو [۲۲] برای فرایندهای شبکه ای متجانس، روشی ساده را برای محاسبه ی مقیاس های کارایی های تخصیصی، تکنیکی و هزینه ارائه داد. ابراهیم نژاد و همکاران [۱۱] مدل تحلیل پوششی داده های سه مرحله ای شبکه با مطالعه روی صنعت بانکداری به منظور تعیین کارایی را پیشنهاد کردند. در مدل پیشنهادی شان، دو مرحله ی مستقل موازی به مرحله ی سوم در مدل، مرتبط است. دانگ و همکاران [۹] کارایی هزینه بخش بانکی چین را براساس یک مجموعه داده از بانک های چین با مقایسه تحلیل پوششی داده ها و SFA با هدف بررسی ثبات مقیاس های کارایی بدست آمده از روش های مختلف مرزی را مورد مطالعه و ارزیابی قرار دادند و به یک ثبات متوسط بین روش های پارامتریک و غیر پارامتریک دست یافتند. مدیران همواره در صدد بهبود عملکرد سازمان تحت مدیریت خود هستند اما این بهبود عملکرد زمانی میسر است که آنان شناخت کافی از توانایی خود و نقاط ضعف و قوت رقیبان داشته باشند .در صورتیکه کارایی به عنوان نسبتی از خروجی ها به ورودی ها تعریف شود، محاسبه و تحلیل آن برای واحدهای یک ورودی و یک خروجی با بکار بردن مدل های تحلیل پوششی داده ها آسان خواهد بود. اما در اکثر مسائل دنیای واقعی با واحد هایی که دارای داده های نسبتی هستند، روبه رو هستیم که مدل های DEA-R[۴] میتوانند بهترین جایگزین مدل های تحلیل پوششی داد ه ها باشند. مدل DEA-Rبا ادغام تحلیل پوششی داده ها و تحلیل کسری توسط دسپیک و همکاران [۸] پیشنهاد گردیده است. در این مقاله، روی ساختار سه مرحله ای شبکه که دارای داده های نسبتی هستند، متمرکز می شویم و هدف ارزیابی کارایی تکنیکی و کارایی هزینه این چنین ساختار است درحالیکه هر یک از مراحل در سیستم، مینیمم هزینه خروجی خود را تولید کنند. نا مشخص بودن فرآیندهای درونی و اندازه های میانی مشترک بین مراحل و نادیده انگاشتن اندازه های میانی این فرایندها بوسیله مدل های سنتی و مرسوم تحلیل پوششی داده ها و نیز چگونگی درنظر گرفتن این فرایندها در محاسبه کارایی در DEA-R از جمله مسائلی هستند که این مطالعه در پی بررسی آنهاست. ادامه مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است .در بخش ۲ به تعریف و ذکر مفاهیم موردنیاز پرداخته شده است. در بخش ۳ ساختار سه مرحله ای شبکه در DEA-Rمورد مطالعه قرار می گیرد؛ همچنین مدل های کارایی تکنیکی در تک تک مراحل ساختار شبکه ای و کارایی کل سیستم و کارایی هزینه ارائه می شود. در بخش[٤] ، مدل های پیشنهادی روی داده های ۳۰ موسسه آموزشی تحقیقاتی که دارای ساختار سه مرحله ای شبکه هستند، ارائه می شود و مهمترین نتایج آزمون تجربی بیان می شود. در بخش پایانی، نتیجه آورده شده است.

۲- بیان مساله

دراین بخش، نوع سیستم تحت مطالعه و فرضیات و نماد های مورد نیاز معرفی خواهد شد. یک نمونه از داده های مشاهده شده از مجموعه ای از n واحد تصمیم گیرنده در دسترس است. این مشاهدات می توانند به یک سیستم واحد مشاهده شده در دوره های زمانی مختلف و یا به سیستم های مختلف مستقل تعلق داشته باشند. در حالت دوم، سیستم ها باید از لحاظ ساختاری متجانس باشند[٦] . بعبارت دیگر، سیستم ها باید شامل انواعی از مراحل با روابط میانی مشابه بین آنها باشند. در مطالعه ی حاضر، فرض کینم pتعداد مراحل باشد. برخی مولفین واژه ی زیرواحد های تصمیم گیرنده را برای پروسه هایی که یک واحد تصمیم گیرنده تشکیل می دهد، استفاده می کنند [٦،٥،١٩]. برخی دیگر از مولفین آنها را واحد های تولید یا گره های تولید می نامند [١٢،٢٣] . در سیستم های سری، مراحل را stage می نامند [١٧،٢١،٢٧]. برخی دیگر از مولفان [٢،٢٩] پروسه ها را به عنوان بخشی از سازمان چند بخشی درنظر می گیرند. در این مطالعه از واژه ی stage استفاده شده است. روش های پیشنهادی در مطالعه حاضر، هریک از ۳۰ موسسه آموزشی تحقیقاتی در ایران مربوط به نیمسال اول ۲۰۱۵ را بعنوان

[٤] Data Envelopment Analysis based on Ratio analysis

واحدی درنظر می گیرد که دارای ساختار سه مرحله ای شبکه است و در هر مرحله، با مصرف ورودی های x_{ij} مقدار i امین ورودی از واحدjام، خروجی های y_{rj} مقدارr امین خروجی از واحدjام و همچنین z_{pj} مقدار pامین اندازه میانی از واحدjام را بعنوان اندازه میانی تولید می کند؛ همچنین در کل مقاله فرض می کنیم که مراحل تشکیل دهنده ی شبکه به صورت ساختار سری(series) به یکدیگر متصل شده اند.

۳- شبکه سه مرحله ای در DEA-R

۳-۱- مجموعه امکان تولید در DEA-R

به کمک تحلیل پوششی داده ها می توان کارایی واحدهای مختلف را ارزیابی کرد. برخی از واحدهای تصمیم گیرنده از چندین بخش یا مرحله تشکیل شده اند که یک شبکه از زیرفرآیندها را ایجاد می کنند. برای ارزیابی کارایی این نوع واحدها از روش های تحلیل پوششی داده های شبکه ای استفاده می شود. در مدل شبکه ای، خروجی بعضی از واحدها ورودی واحدهای دیگر است، که منجر به ایجاد ساختار درونی بین واحدها می شود؛ بنابراین در این حالت نمی توان از مدل های قدیمی تحلیل پوششی داده ها استفاده نمود. زیرا مدل های سنتی تحلیل پوششی داده ها، ساختار درونی واحدها را در ارزیابی لحاظ نمی کنند؛ بلکه سیستم را به صورت جعبه سیاهی درگرفته و در سنجش کارایی و عملکرد سیستم، تنها ورودی های اولیه و خروجی های نهایی را در نظر می گیرند؛ که این امر به دلیل لحاظ نکردن اندازه های میانی در تعیین کارایی، که نقش مهمی در روند تبدیل ورودی به خروجی در سیستم تحت ارزیابی ایفا می کنند، موجب حصول کارایی نادرستی از سیستم خواهد شد. بنابراین باید مدل های تحلیل پوششی داده های شبکه ای که ساختار داخلی واحدهای تصمیم گیرنده را در ارزیابی عملکرد در نظر می گیرند؛ جایگزین مدل های سنتی تحلیل پوششی داده ها کرد.

در این بخش، روش شبکه DEA-R را برای حالت ساختار سه مرحله ای شبکه پیشنهاد و مورد بررسی قرار می دهیم. ساختاری شبکه ای از n واحد تصمیم گیرنده که با مصرف m ورودی و q اندازه میانی s خروجی را تولید می کند، درنظر می گیریم. بردارهای Z, Y, X ، بترتیب دسته ورودی، خروجی و اندازه میانی معرفی می کنیم .تکنولوژی تولید برای چنین ساختاری را به صورت مجموعه امکان تولید می توان توصیف کرد. فرض می کنیم داده های n واحد تصمیم گیرنده در دسترس است و $\left(X^j, Y^j, Z^j\right)$ دسته ورودی ، خروجی و اندازه میانی از واحد تصمیم گیرنده یjام که $j=(1,2,\ldots,n)$ می باشند، آنگاه تحت اصول موضوعه ی استاندارد، دسترسی پذیری آزاد و تکنولوژی تحدب و با داشتن نسبتی از داده ها می توانیم تقریبی از مجموعه امکان تولید در DEA-R را بصورت زیر بسازیم.

$$
\begin{aligned}
T_R = \Big\{ & \left(X^1, Y^1, Z^1, X^2, Y^2, Z^2, X^3, Y^3, Z^3\right) \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \left(\frac{x_{ij}^1}{y_{rj}^1}\right) \le \left(\frac{x_i^1}{y_r^1}\right), \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{z_{bj}^2}{y_{hj}^3}\right) \le \left(\frac{z_b^2}{y_h^3}\right) \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \left(\frac{x_{pj}^2}{y_{mj}^2}\right) \le \left(\frac{x_p^2}{y_m^2}\right), \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{x_{qj}^3}{y_{hj}^3}\right) \le \left(\frac{x_q^3}{y_h^3}\right) \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \left(\frac{x_{ij}^1}{z_{aj}^1}\right) \le \left(\frac{x_i^1}{z_a^1}\right), \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \left(\frac{z_{aj}^1}{y_{mj}^2}\right) \le \left(\frac{z_a^1}{y_m^2}\right) \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{z_{bj}^2}{y_{hj}^3}\right) \le \left(\frac{z_b^2}{y_h^3}\right), \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \left(\frac{z_{aj}^1}{z_{bj}^2}\right) \le \left(\frac{z_a^1}{z_b^2}\right) \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \left(\frac{y_{rj}^1}{y_{mj}^2}\right) \le \left(\frac{y_r^1}{y_m^2}\right), \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{z_{bj}^2}{z_{dj}^3}\right) \le \left(\frac{z_b^2}{z_d^3}\right) \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 = 1, \ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 = 1, \ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 = 1 \\
& \lambda_j^1, \ \lambda_j^2, \lambda_j^3 \ge 0, \quad \forall j, \ j = 1, \ldots, n \ \Big\}.
\end{aligned}
$$

لازم به ذکر است که مجموعه امکان تولید فوق را می توان از مجموعه ای از فرضیات با استفاده از اصل کمینه برونیابی بدست آورد. بنابراین، در حالت بازده به مقیاس ثابت، این اصول موضوعه عبارتند از:

الف. اصل شمول مشاهدات : بر طبق این اصل، تمامی مشاهدات به مجموعه امکان تولید تعلق دارند.

$$W_j = \left(X_j^1, Y_j^1, Z_j^1, X_j^2, Y_j^2, Z_j^2, X_j^3, Y_j^3, Z_j^3\right) \in T_R.$$

ب. اصل بازده به مقیاس ثابت : با قبول این اصل، فرض می کنیم که تکنولوژی تولید بازده به مقیاس ثابت دارد؛ و کارایی نسبی W_j و λW_j یکسان است. به بیان دیگر، هرنوع تغییر در ورودی ها، همان نسبت تغییر در اندازه های میانی و خروجی ها را باعث می شود. به تعبیر دیگر می توان گفت افزایش در ورودی ها، موجب صرفه جویی و یا بالا رفتن

هزینه ها نمی شود. تکنولوژی با بازده به مقیاس ثابت را، اصل بی کرانی اشعه نیز می نامند.

$$W_j=\left(X_j^1,\mathrm{Y}_\mathrm{j}^1,\mathrm{Z}_\mathrm{j}^1,\mathrm{X}_\mathrm{j}^2,\mathrm{Y}_\mathrm{j}^2,\mathrm{Z}_\mathrm{j}^2,\mathrm{X}_\mathrm{j}^3,\mathrm{Y}_\mathrm{j}^3,\mathrm{Z}_\mathrm{j}^3\right)\in T_R$$
$$\Rightarrow\lambda\left(X_j^1,\mathrm{Y}_\mathrm{j}^1,\mathrm{Z}_\mathrm{j}^1,\mathrm{X}_\mathrm{j}^2,\mathrm{Y}_\mathrm{j}^2,\mathrm{Z}_\mathrm{j}^2,\mathrm{X}_\mathrm{j}^3,\mathrm{Y}_\mathrm{j}^3,\mathrm{Z}_\mathrm{j}^3\right)\in T_R,$$
$$\forall \mathrm{j},\ \ \mathrm{j}=1,..,\mathrm{n},\ \ \ 0\le\lambda\le 1.$$

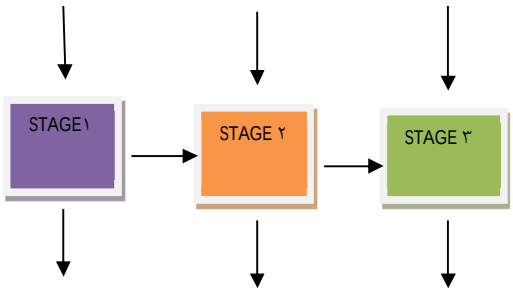
ج. اصل امکان پذیری

$$W_j=\left(X_j^1,Y_j^1,Z_j^1,X_j^2,Y_j^2,Z_j^2,X_j^3,Y_j^3,Z_j^3\right)\in T_R$$
$$\tilde{W}_j=\left(\tilde{X}_j^1,\tilde{Y}_j^1,\tilde{Z}_j^1,\tilde{X}_j^2,\tilde{Y}_j^2,\tilde{Z}_j^2,\tilde{X}_j^3,\tilde{Y}_j^3,\tilde{Z}_j^3\right)\in T_R$$
$$\forall\tilde{X}_j^1\ge X_j^1,\quad \forall\tilde{X}_j^2\ge X_j^2,\quad \forall\tilde{X}_j^3\ge X_j^3$$
$$\forall\tilde{Y}_j^1\le Y_j^1,\quad \forall\tilde{Y}_j^2\le Y_j^2,\quad \forall\tilde{Y}_j^3\le Y_j^3.$$

د. اصل تحدب

$$\left.\begin{matrix}W_j\in T_R\\ \tilde{W}_j\in T_R\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha W_j+(1-\alpha)\tilde{W}_j\in T_R,\forall 0\le\alpha\le 1.$$

کارایی مراحل بدون هیچ تعریف قبلی از کارایی کلی سیستم برآورد می شود. به محض اینکه کارایی های مراحل برآورد می شود کارایی کلی را می توان با جمع کارایی های مراحل محاسبه کرد. در شکل ۱ حالت خاصی از ساختار سه مرحله ای شبکه را که مراحل با اندازه های میانی به یکدیگر متصل شده اند درنظر می گیریم. لازم به ذکر است که سیستم شبکه را به صورت سیستم سری درنظر گرفته ایم. در شکل ۱ فرض می کنیم که برخی از خروجی های اولین مرحله، ورودی های دومین مرحله و به طریق مشابه، برخی از خروجی های دومین مرحله، ورودی های سومین مرحله هستند؛ این اندازه ها در بین دو مرحله اندازه های میانی نامیده شده اند. مفاهیم اصلی زیر را برای مرحله اول معرفی می کنیم. تعاریف برای مراحل دوم و سوم نیز مشابه است.



شکل ۱- ساختار سه مرحله ای شبکه

$j \in J = \{1,\dots,n\}$ مجموعه شاخص n واحد تصمیم گیرنده و $o \in J$ واحد تصمیم گیرنده ی تحت ارزیابی در سیستم شبکه ای در نظر میگیریم. ورودی هایی که جهت مصرف توسط واحد تصمیم گیرندهj ام وارد مرحله اول می شوند؛ برداری به صورت $X_j^1 = \left(x_{ij}^1 \ , i = 1,\dots,m\right)$ تعریف می کنیم. به طریق مشابه $Z_j^1 = \left(z_{pj}^1 \ , \ p = 1,\dots,q\right)$ برداری از اندازه های میانی برای واحد تصمیم گیرنده j ام و $Y_j^1 = \left(y_{rj}^1 \ , \ r = 1,\dots,s\right)$ برداری از خروجی های نهایی تولید شده ی مرحله اول برای واحد تصمیم گیرنده ی j ام تعریف می کنیم. فرض می کنیم $W^1 = \left(w_{ir}^1 \ , \ \forall i \ , \ \forall r\right)$ بردار وزنی برای ورودی های بیرونی مرحله اول و $W^1 = \left(w_{ik}^1 \ , \ \forall i \ , \ \forall k\right)$ بردار وزنی برای اندازه های میانی مرحله اول باشند. به طریق مشابه، بردارهای ورودی، بردارهای خروجی و اندازه های میانی و همچنین بردارهای وزنی متناظر را برای مراحل دوم و سوم می توان تعریف نمود. کارایی کلی واحد تحت ارزیابیj ام را نماد e_j^o و کارایی تکنیکی هر یک از مراحل را با نماد e_j^p ازای p=۱,۲,۳نشان می دهیم. در ادامه، مدل هایی را برای آنالیز عملکرد ساختار سه مرحله ای شبکه در DEA-R به صورتیکه در شکل ۱ رسم شده است، پیشنهاد می دهیم. سپس به مطالعه و بررسی نتایج کارایی های محاسبه شده از این مدل ها می پردازیم. مدل کارایی در یکی از مرحله های فرآیند شبکه DEA-R را به صورت می توان تعریف نمود.

(۱)

$$\min \ \theta$$
$$\text{s.t.} \left(\theta X^1, Y^1, \theta Z^1, \theta X^2, Y^2, \theta Z^2, \theta X^3, Y^3, Z^3\right) \in T_R.$$

در مدل فوق اگر $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 = M_1, \ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 = M_2, \ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 = M_3$ که $M_1 + M_2 + M_3 = 1, \ \ M_1, M_2, M_3 \in \{0,1\}$ آنگاه مدل (۱) کارایی در هر یک از مراحل را در ساختار شبکه DEA-R نمایش می دهد. همچنین اگر $M_1, M_2, M_3 \in [0,1]$ آنگاه کارایی کلی شبکه مشخص می شود.

۲-۳- کارایی تکنیکی ساختار سه مرحله ای شبکه

در این بخش، روش شبکه DEA-R را برای حالت فرایندهای سری (series) سه مرحله ای ارائه می دهیم. روش پیشنهادی مان، کلی است؛ تا اندازه ای که می توان برای فرایندهای سری چند مرحله ای از همین نوع (نوع مطالعه شده در مقاله ی حاضر) بکار برد. به منظور محاسبه کارایی تکنیکی سیستم، مرحله اول در ساختار سه مرحله ای شبکه را در نظر می گیریم که هر واحد تصمیم گیرنده ورودی های بیرونی را برای تولید خروجی های نهایی با اندازه های میانی مصرف می کند. در ساختار مرحله اول، هیچ چیزی جز ورودی های بیرونی وارد مرحله اول، نمی شود. برخی از خروجی های نهایی را تولید می کند که کاملا از مرحله خارج می شوند؛ علاوه بر این خروجی ها، اندازه های میانی را نیز تولید می کند که بعنوان ورودی جهت مصرف وارد مرحله دوم می شود. فرض می کنیم λ_j^p متغیر شدت (intensity variable)مرحله ی p از واحد تصمیم گیرنده یj ام باشد؛ همچنین فرض می کنیم که θ فاکتور کاهش شعاعی یکنواخت ورودی های بیرونی واحد تحت ارزیابی باشد. کارایی مرحله اول، برای واحد تصمیم گیرنده تحت ارزیابی بصورت نسبت مجموع وزندارشده ی خروجی ها و اندازه های میانی به مجموع وزندارشده ی ورودی های بیرونی تعریف می شود. کارایی مرحله اول ساختار سه مرحله ای شبکه بامدل (۲) به صورت زیر پیشنهاد می شود.

(۲)

$$e_o^{*1} = \min \quad \theta_1$$
$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \left(\frac{x_{ij}^1}{y_{rj}^1}\right) \le \theta_1 \left(\frac{x_{io}^1}{y_{ro}^1}\right), \ \forall i, \ \forall r$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \left(\frac{x_{ij}^1}{z_{aj}^1}\right) \le \theta_1 \left(\frac{x_{io}^1}{z_{ao}^1}\right), \ \ \forall i, \ \forall a$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 = 1, \ \ \lambda_j^1 \ge 0, \ \ \forall j.$$

مساله(۲) فرم پوششی مرحله اول ساختار سه مرحله ای شبکه در DEA-R و یک مساله برنامه ریزی خطی در ماهیت ورودی با تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت است. اولین قید در مدل (۲) کاهش شعاعی در نسبت مقدار ورودی های بیرونی به مقدار خروجی های نهایی در مرحله اول را اندازگیری می کند.

دومین قید در مدل (۲) نیز، کاهش شعاعی در نسبت مقدار ورودی های بیرونی به مقدار اندازه های میانی در مرحله اول را تضمین می کند. در مرحله اول، ازای هر یک از مراحل دوم و سوم داریم $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^p = 0$ مستلزم این است که در مرحله دوم و سوم داشته باشیم $\lambda_j^p = 0$. در واقع مراحل دوم و سوم هیچ فعالیتی در اولین مرحله نداشته و خروجی شان صفر خواهد شد. به تجربه ثابت شده است که برای بدست آوردن کارایی قابل استفاده و قابل تحلیل بایستی تعداد واحدهای تصمیم گیرنده بزرگتر مساوی با سه برابر تعداد مجهولات باشد و با توجه به اینکه فاکتور بحرانی در مسائل برنامه ریزی خطی تعداد قیدهای مستقل است؛ ازاینرو حل فرم پوششی که دارای قیدهای کمتری است بیشتر مورد توجه بوده است. مساله (۲) همواره شدنی است. زیرا با فرض اینکه e_o^{*1} مقدار بهینه تابع مقصود مدل (۲) باشد، آنگاه $\lambda_o = 1,\ \lambda_j = 0,\ (j = 1,\ldots,n),\ j \neq o$ یک جواب شدنی است . بعلاوه، از این جواب شدنی نتیجه می شود که مقدار بهینه از یک، تجاوز نمی کند و همواره بزرگتر از صفر است. در جواب بهینه مدل (۲)، اگر $e_o^{*1} = 1$ ، در اینصورت واحد تحت ارزیابی روی مرز قرار دارد و کارا می باشد. واضح است که اگر $e_o^{*1} = 1$ در این صورت، هیچ ورودی به هدر نمی رود و مقدار ناکارایی برابر با صفر است. اگر $e_o^{*1} > 1$ در اینصورت واحد دیگری در مجموعه امکان تولید وجود دارد که بر واحد تصمیم گیرنده تحت ارزیابی غالب می باشد. بنابراین، واحد تصمیم گیرنده تحت ارزیابی ناکارا است. به ازای $e_o^{*1} < 1$ نیز، واحد تصمیم گیرنده تحت ارزیابی ناکارا می باشد. برای بدست آوردن کارایی تکنیکی واحدها در مرحله دوم، مدل زیر ارائه می شود.

(۳)

$$
\begin{aligned}
e_o^{*2} = \min \quad & \theta_2 \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^2\left(\frac{x_{pj}^2}{y_{mj}^2}\right) \le \theta_2\left(\frac{x_{po}^2}{y_{mo}^2}\right), \quad \forall p, \ \forall m \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^2\left(\frac{z_{aj}^1}{y_{mj}^2}\right) \le \theta_2\left(\frac{z_{ao}^1}{y_{mo}^2}\right), \quad \forall a, \ \forall m, \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^2 = 1, \quad \lambda_j^2 \ge 0, \quad \forall j.
\end{aligned}
$$

مدل (۳) یک مساله برنامه ریزی خطی در ماهیت ورودی با تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت است. در ارزیابی کارایی با مدل (۳) هیچ یک از مراحل اول و سوم نقشی ندارد؛ بعبارت دیگر، ازای مراحل اول و سوم داریم: $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^p = 0$. فرض کنیم مقدار تابع هدف در مدل (۳) با نماد e_o^{*2} باشد. می دانیم در حالت بهینگی $e_o^{*2} = 1$. بنابراین برای هر واحد تصمیم گیرنده jام $j = 1,\ldots,30$ کارایی مرحله دوم، باید در $e_j^{*2} \in (0,1]$ صدق کند. به طریق مشابه، برای تعیین کارایی تکنیکی در مرحله سوم، مساله برنامه ریزی خطی (۴) را درنظر می گیریم

.

(۴)

$$
\begin{aligned}
e_o^{*3} = \min \quad & \theta_3 \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^3\left(\frac{x_{qj}^3}{y_{hj}^3}\right) \le \theta_3\left(\frac{x_{qo}^3}{y_{ho}^3}\right), \quad \forall q, \ \forall h \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^3\left(\frac{z_{bj}^2}{y_{hj}^3}\right) \le \theta_3\left(\frac{z_{bo}^2}{y_{ho}^3}\right), \quad \forall b, \ \forall h \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^3\left(\frac{z_{bj}^2}{z_{dj}^3}\right) \le \theta_3\left(\frac{z_{bo}^2}{z_{do}^3}\right), \quad \forall b, \ \forall d, \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^3 = 1, \quad \lambda_j^3 \ge 0, \quad \forall j.
\end{aligned}
$$

مدل فوق، نیز یک مساله برنامه ریزی خطی در ماهیت ورودی با بازده به مقیاس ثابت است. در مرحله سوم، مراحل اول و دوم فعالیت ندارند؛ در واقع خروجی هریک از این مراحل در مرحله سوم، صفر می باشد. بعبارت دیگر، ازای این مراحل خواهیم داشت: $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^p = 0$. برای هر واحد تصمیم گیرنده jام $j = 1,\ldots,30$ ، در سومین مرحله، داریم $e_j^{*3} \in (0,1]$. اگر $e_j^{*3} = 1$ آنگاه واحد تحت ارزیابی از لحاظ تکنیکی کارا و در غیر اینصورت ناکارا معرفی می شود. در ساختار شبکه ای، هر یک از مراحل با یکدیگر فعالیت می کنند تا کل واحد تصمیم گیرنده تحت ارزیابی، به عملکرد بهینه دست یابد. مدل (۵) برای محاسبه کارایی کلی ساختار سه مرحله ای شبکه به صورت زیر پیشنهاد می شود.

(۵)

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \left(\frac{x_{ij}^1}{y_{rj}^1} \right) \le \varphi_1 \left(\frac{x_{io}^1}{y_{ro}^1} \right), \quad \forall i, \ \forall r \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \left(\frac{x_{ij}^1}{z_{kj}^1} \right) \le \varphi_1 \left(\frac{x_{io}^1}{z_{ko}^1} \right), \quad \forall i, \ \forall k \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \left(\frac{x_{pj}^2}{y_{mj}^2} \right) \le \varphi_2 \left(\frac{x_{po}^2}{y_{mo}^2} \right), \quad \forall p, \ \forall m \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \left(\frac{x_{pj}^2}{z_{bj}^2} \right) \le \varphi_2 \left(\frac{x_{po}^2}{z_{bo}^2} \right), \quad \forall p, \ \forall b \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \left(\frac{z_{aj}^1}{z_{bj}^2} \right) \le \varphi_2 \left(\frac{z_{ao}^1}{z_{bo}^2} \right), \quad \forall a, \ \forall b \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \left(\frac{y_{rj}^1}{y_{mj}^2} \right) \le \varphi_2 \left(\frac{y_{ro}^1}{y_{mo}^2} \right), \quad \forall r, \ \forall m \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{x_{qj}^3}{y_{hj}^3} \right) \le \varphi_3 \left(\frac{x_{qo}^3}{y_{ho}^3} \right), \quad \forall q, \ \forall h \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{z_{bj}^2}{y_{hj}^3} \right) \le \varphi_3 \left(\frac{z_{bo}^2}{y_{ho}^3} \right), \quad \forall b, \ \forall h \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{z_{bj}^2}{z_{dj}^3} \right) \le \varphi_3 \left(\frac{z_{bo}^2}{z_{do}^3} \right), \quad \forall b, \ \forall d \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{x_{qj}^3}{z_{dj}^3} \right) \le \varphi_3 \left(\frac{x_{qo}^3}{z_{do}^3} \right), \quad \forall q, \ \forall d \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 = 1, \ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 = 1, \ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 = 1, \\
& \lambda_j^1 \ge 0, \ \lambda_j^2 \ge 0, \ \lambda_j^3 \ge 0, \quad \forall j.
\end{aligned}
$$

مدل (۵) یک مساله ی برنامه ریزی خطی چند هدفه در ماهیت ورودی با تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت است. حداکثر مقدار محاسبه شده با دوال مدل (۵) برابر با یک می شود که در واقع در حالت بهینگی رخ می دهد و واحد تحت ارزیابی کارا خواهد شد. دوال مدل (۵) را می توان از روش های لکزیکوگرافی و مجموع وزندارشده تابع هدف به شرح زیر حل نمود.

الف) روش لکزیکوگرافی : در دوال مدل (۵) ابتدا $\max f_1$ را با قیود مدل حل می کنیم و آنرا Z_1^* می نامیم؛ سپس $\max f_2$ را با قیود قبلی به انضمام $Z_1^* = f_2$ حل می کنیم و جواب را Z_2^* می نامیم. سپس $\max f_3$ را با قیود قبلی به انضمام $Z_2^* = f_2$ حل می کنیم که جواب های پاراتو معین که همان کارایی کلی است؛ محاسبه می گردد.

ب) روش وزندار شده تابع هدف: با درنظر گرفتن پارامترهای مثبت و نرمال برای f_1 ، f_2 و f_3 دوال مساله چند هدفه خطی (۵) به یک مساله تک هدفه تبدیل می شود و کارایی کلی محاسبه می شود.

۳-۳ کارایی هزینه ساختار سه مرحله ای شبکه

مساله ارزیابی عملکرد واحدها و مفاهیمی همچون کارایی هزینه و کارایی تخصیصی در تحلیل پوششی داده ها بسیار حائز اهمیت می باشد. مدیران همواره در اندیشه چگونگی افزایش کارایی و بهره وری کاری سازمان خود بوده اند .نوعی از کارایی که بیشتر برای واحدهای صنعتی و تولیدی حائز اهمیت است، کارایی هزینه می باشد که اولین بار توسط فارل [۱۵] معرفی و مورد بررسی قرار گرفت. براساس روش فارل، کارایی هزینه واحد تصمیم گیرنده از دو جزء کارایی تکنیکی و کارایی تخصیصی تشکیل شده و ترکیب این دو، کارایی هزینه یا کارایی کلی نامیده می شود. در شرایطی که هزینه های ورودی ها در اختیار باشد، سوالی که می توان مطرح کرد این است که چگونه و به چه اندازه می توان از ورودی ها استفاده نمود بطوریکه کمترین هزینه کلی بدست آید. کارایی هزینه ی یک واحد تصمیم گیرنده با نسبت مینیمم هزینه ها به هزینه واقعی برای یک بردار خروجی داده شده، تعریف می شود. بدست آوردن مقدار کارایی هزینه برابر با یک، مهمترین هدف در تحلیل پوششی داده ها است. کارایی هزینه برای یک واحد تصمیم گیرنده به صورت حاصلضرب کارای تکنیکی در کارایی تخصیصی درنظر گرفته می شود؛ بعبارت دیگر، یک واحد تصمیم گیرنده می تواند برای بدست آوردن کمترین هزینه ابتدا ناکارایی تکنیکی خود را از بین ببرد؛ سپس از بین نقاط روی مرز خود را به جایی برساند که کمترین هزینه را داشته باشد. گاهی ممکن است برای این منظور بعضی از ورودی ها افزایش و برخی دیگر کاهش یابند. در این بخش، قصد داریم بحث کارایی هزینه را درمورد فرایندهای سه مرحله ای شبکه مورد مطالعه قرار دهیم؛ فرض می کنیم که هزینه های تمام ورودی های بیرونی معلوم است. فرض می کنیم c_i هزینه ورودی i است. بنابراین میتوانیم با داشتن نسبتی از داده های ورودی و خروجی، مدل مینیم هزینه شبکه DEA-R را فرموله کنیم. کارایی هزینه مرحله اول در ماهیت ورودی در ساختار سه مرحله ای شبکه با درنظر گرفتن بردارهای هزینه c_i ازای هر i و بردارهای وزنی λ_j^1 ازای هر j از مدل زیر بدست می آید.

(۶)

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=1}^{m} c_i f_{1i} \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \left(\frac{x_{ij}^1}{y_{rj}^1} \right) - \left(\frac{f_{1i}}{y_{ro}^1} \right) \le 0, \ \forall i, \ \forall r \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \left(\frac{x_{ij}^1}{z_{aj}^1} \right) - \left(\frac{f_{1i}}{z_{ao}^1} \right) \le 0, \ \forall i, \ \forall a \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 = 1, \quad \lambda_j^1 \ge 0, \quad \forall j.
\end{aligned}$$

مدل (۶) یک مساله برنامه ریزی خطی برای تعیین کارایی هزینه واحد تصمیم گیرنده ی تحت ارزیابی در ماهیت ورودی با بازده به مقیاس ثابت است. جواب بهینه مدل (۶) هزینه ی تارگت کارا با مینیمم هزینه $\sum_{i=1}^{m} f_{1i}$ را مشخص می کند. بنابراین مقدار کارایی هزینه ی واحد تصمیم گیرنده ی j ام در مرحله اول، نسبت مینیمم هزینه به هزینه مشاهده شده می باشد که به صورت رابطه $ce_j^1 = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_{1i}}{\sum_{i=1}^{m} x_{io}^1}$ تعیین می شود. به طریق مشابه ، مدل کارایی هزینه در ماهیت ورودی در مرحله دوم، با درنظر گرفتن بردار های وزنی λ_j^2 ازای هر j بردارهای هزینه c_p ازای هر p را به صورت زیر می توان درنظر گرفت.

(۷)

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{p=1}^{P} c_p f_{2p} \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \left(\frac{x_{pj}^2}{y_{mj}^2} \right) - \left(\frac{x_{po}^2}{y_{mo}^2} \right) \le 0, \ \forall p, \ \forall m \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \left(\frac{z_{aj}^1}{y_{mj}^2} \right) - \left(\frac{z_{ao}^1}{y_{mo}^2} \right) \le 0, \ \forall a, \ \forall m \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 = 1, \quad \lambda_j^2 \ge 0, \quad \forall j.
\end{aligned}$$

مدل (۷) یک مساله برنامه ریزی خطی در ماهیت ورودی با بازده به مقیاس ثابت برای تعیین کارایی هزینه واحدهای تصمیم گیرنده در مرحله دوم، در ساختار سه مرحله ای شبکه است . برای محاسبه مقدار کارایی هزینه ی هریک از واحدهای تصمیم گیرنده درمرحله دوم، مینیمم هزینه ی حاصل از مدل (۷) را بر هزینه مشاهده شده از واحد تحت ارزیابی $\left(\sum_{p=1}^{P} f_{2p} \right)$ تقسیم می کنیم؛ بعبارت دیگر، داریم .

$ce_j^2 = \frac{\sum_{p=1}^{P} f_{2p}}{\sum_{p=1}^{P} x_{po}^2}$ مشابه مراحل اول و دوم، مدل کارایی هزینه در سومین مرحله، با ملحوظ داشتن بردارهای وزنی λ_j^3 ازای هر j بردارهای هزینه c_q ازای هر q به صورت مدل (۸) پیشنهاد می شود.

(۸)

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{q=1}^{Q} c_q f_{3q} \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{x_{qj}^3}{y_{hj}^3} \right) - \left(\frac{f_{3q}}{y_{ho}^3} \right) \le 0, \ \forall q, \ \forall h \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{z_{bj}^2}{z_{dj}^3} \right) - \left(\frac{z_{bo}^2}{z_{do}^3} \right) \le 0, \ \forall b, \ \forall d \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{z_{bj}^2}{y_{hj}^3} \right) - \left(\frac{z_{bo}^2}{y_{ho}^3} \right) \le 0, \ \forall b, \ \forall h \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 = 1, \quad \lambda_j^3 \ge 0, \quad \forall j.
\end{aligned}$$

مدل پیشنهادی (۸) مساله برنامه ریزی خطی دارای بازده به مقیاس ثابت و در ماهیت ورودی است که مقدار کارایی هزینه واحدهای تصمیم گیرنده را در مرحله سوم، با رابطه ی $ce_j^3 = \frac{\sum_{q=1}^{Q} f_{3q}}{\sum_{q=1}^{Q} x_{qo}^3}$ محاسبه می کند. در واقع، نسبت مینیمم هزینه به هزینه مشاهده شده از واحد تحت ارزیابی می باشد. ازای هر مرحله همواره داریم $ce_j^p \le 1$. بدست آوردن $ce_j^p = 1$ در هر یک از مراحل ساختار شبکه ای مهمترین هدف در ارزیابی عملکرد واحد تصمیم گیرنده است و به معنای کارای هزینه بودن واحد تحت ارزیابی می باشد. لازم به ذکر است حتی اگر، هیچ اختلافی در هزینه های ورودی مراکز در یک ناحیه وجود نداشته باشد، بدست آوردن هزینه کلی در هر مرحله منجر به کمترین هزینه کلی در کل شبکه نمی شود. در

هرجواب بهینه در هر یک از مراحل باید $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^p = 1$ برقرار باشد. زیرا اگر در هر مرحلهp داشته باشیم $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^p = 0$ مستلزم این خواهد بود که ازای هر مرحله داشته باشیم ؛ $\lambda_j^p = 0$. در واقع، خروجی هر مرحله صفر می شود؛ بعبارت دیگر آن مرحله فعالیت نخواهد داشت. اما برای همه مراحل دسته ورودی و خروجی بهینه یکسان خواهد بود؛ چون در تمامی مراحل، واحدهای تصمیم گیرنده هزینه های ورودی و خروجی یکسانی را دارا هستند. درنتیجه، برای همه مراحل $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^p$ نمی تواند صفر باشد. بنابراین در هر جواب بهینه ازای هر مرحله باید $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^p = 1$ برقرار باشد. کارایی کلی هزینه برای ساختار سه مرحله ای شبکه به عنوان یک سیستم، با هدف مینیمم سازی هزینه ها، با مدل (۹) پیشنهاد می شود؛ که همه ی مراحل در تعیین مقدار کارایی کلی هزینه، سهیم اند.

(۹)

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=1}^{m} c_i f_{1i} + \sum_{p=1}^{P} c_p f_{2p} + \sum_{q=1}^{Q} c_q f_{3q} \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \left(\frac{x_{ij}^1}{y_{rj}^1}\right) - \left(\frac{f_{1i}}{y_{ro}^1}\right) \le 0, \ \forall i, \ \forall r \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \left(\frac{x_{pj}^2}{y_{mj}^2}\right) - \left(\frac{f_{2p}}{y_{mo}^2}\right) \le 0, \ \forall p, \ \forall m \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{x_{qj}^3}{y_{hj}^3}\right) - \left(\frac{f_{3q}}{y_{ho}^3}\right) \le 0, \ \forall q, \ \forall h \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \left(\frac{x_{ij}^1}{z_{kj}^1}\right) - \left(\frac{f_{1i}}{z_{ko}^1}\right) \le 0, \ \forall i, \ \forall k, \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \left(\frac{z_{aj}^1}{y_{mj}^2}\right) - \left(\frac{z_{ao}^1}{y_{mo}^2}\right) \le 0, \ \forall a, \ \forall m \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{z_{bj}^2}{z_{dj}^3}\right) - \left(\frac{z_{bo}^2}{z_{do}^3}\right) \le 0, \ \forall b, \ \forall d \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 \left(\frac{z_{bj}^2}{y_{hj}^3}\right) - \left(\frac{z_{bo}^2}{y_{ho}^3}\right) \le 0, \ \forall b, \ \forall h \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 = 1, \ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 = 1, \ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^3 = 1 \\
& \lambda_j^1 \ge 0, \ \lambda_j^2 \ge 0, \ \lambda_j^3 \ge 0, \ \forall j.
\end{aligned}
$$

در مدل فوق اگر

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^1 = M_1, \ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^2 = M_2, \ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^3 = M_3$$

که

$$M_1 + M_2 + M_3 = 1, \ M_1, M_2, M_3 \in \{0,1\}$$

آنگاه مدل (۱) کارایی در هر یک از مراحل را در ساختار شبکه DEA-Rنمایش می دهد. همچنین اگر $M_1, M_2, M_3 \in [0,1]$ آنگاه کارایی کلی شبکه، مدل(۹) مشخص می شود.

٤- مطالعه کاربردی

برای بررسی اهداف مقاله، در این بخش، ۳۰ موسسه آموزشی تحقیقاتی در ایران در شش ماهه ی اول ۲۰۱۵ را مورد مطالعه قرار می دهیم. مدل های ارائه شده در بخش ۳ را برای ۳۰ موسسه آموزشی تحقیقاتی با داده های ورودی، اندازه های میانی و خروجی نهایی که بترتیب در جدول های (۱)، (۲) و (۳) آورده شده است، بکار می بریم. این موسسات همگی در ناحیه های مختلفی واقع شده اند. ۳۰ موسسه آموزشی تحقیقاتی، هریک دارای یک پروسه ی تولید سه مرحله ای شبکه هستند که مرحله اول مرحله ی یادگیری زبان با سه ورودی (تعداد داوطلبین X_{i1}^1 - ،هزینه متغیر - X_{i2}^1 ، هزینه ثابت X_{i3}^1 -)دو اندازه میانی (پذیرش شده ی نوع A Z_{k1}^1 - ،افراد پذیرش شده نوع B- Z_{k2}^1). دو خروجی نهایی (افرادی که قبول شده اند Y_{r1}^1 -، افرادی که جریمه شده اند Y_{r2}^1 - ، افرادی که انصراف داده اند. Y_{r3}^1 -). مرحله دوم، حوزه آموزشی است با سه ورودی بیرونی(افرادی که از قبل مدرک زبان داشته اند X_{p1}^2 - ، هزینه متغیر- X_{p2}^2 ، هزینه ثابت X_{p3}^2 -) دو اندازه میانی (افراد پذیرش شده نوع A- Z_{k1}^2 افراد پذیرش شده نوع B- Z_{k2}^2) و یک خروجی نهایی (افرادی که مدرک معادل گرفته اند . Y_{m1}^2 -). سومین مرحله، حوزه پژوهشی است با دو ورودی بیرونی (افرادی که بعنوان دانشجوی مهمان هستند X_{q1}^3 -، افرادی که دانشجوی انتقالی از مراکز دیگری هستند X_{q2}^3 -) دو اندازه میانی (فارغ التحصیلان نوع Aفوق دکتری Z_{d1}^3 -، فارغ التحصیلان نوع B- Z_{d2}^3) و یک خروجی نهایی (فارغ التحصیلان نوع C- Y_{h1}^3). اولین گام قبل از فرموله کردن مدل های شبکه DEA-R مدلسازی ساختار شبکه است. هر یک از این موسسات که بعنوان واحد تصمیم گیرنده در نظر

گرفته می شوند دارای سه مرحله هستند و مرحله اول، مرحله دوم و مرحله سوم نامگذاری شده اند. در مرحله اول، هریک از موسسات، سه ورودی متجانس و دو خروجی و دو اندازه میانی دارند. هزینه ثابت، هزینه متغیر و تعداد متقاضیانی که در این مرحله ثبت نام نموده اند به عنوان ورودی های مرحله اول یا همان مرحله ی یادگیری زبان هستند؛ که از این تعداد ورودی، تعدادی پذیرش شده ی نوع A و تعدادی پذیرش شده ی نوع Bخواهند بود که اندازه های میانی از مرحله اول هستند که وارد مرحله دوم می شوند. متقاضیانی که در مرحله اول، قبول نشده اند بهمراه متقاضیان انصرافی، دو گروه از خروجی های مرحله اول هستند. در مرحله دوم، علاوه بر پذیرش شدگان نوع A و B که وارد مرحله دوم (مرحله ی آموزشی) می‌شوند، سه ورودی بیرونی، شامل هزینه ثابت، هزینه متغیر و دانشجویانی که از قبل مدرک زبان داشته اند، نیز وارد می‌شوند .در مرحله دوم، دانشجویانی که بعد از گذراندن چند واحد درسی به عنوان دانشجویان آموزش محور فارغ التحصیل شده اند، خروجی مرحله آموزشی خواهند بود. به همین ترتیب، دانشجویان پذیرش شده ی نوع A و پذیرش شده ی نوع B نیز با عنوان اندازه های میانی، از حوزه آموزشی وارد حوزه پژوهشی موسسه خواهند شد .در حوزه پژوهشی، دانشجویان انتقالی و دانشجویان مهمان از سایر موسسات آموزشی تحقیقاتی به عنوان ورودی های بیرونی وارد مرحله سوم می‌شوند. در این مرحله، فارغ التحصیلان با درجه ی C به عنوان خروجی و همچنین فارغ التحصیلان درجه ی A و فارغ التحصیلان درجه ی B به عنوان اندازه های میانی از موسسه خارج می شوند. جداول٤ و ٥ نتایج مهم و قابل ملاحظه ای از این مطالعه را شامل می شوند.

جدول (۱): داده های ورودی ۳۰ مرکز آموزشی تحقیقاتی مربوط به نیمسال اول ۲۰۱۵

DMU	X^1			X^2			X^3	
۱	۳۰۰	۵۴۵	۱۳۰۰	۹۵	۶۰۰	۱۴۰۰	۴۵	۱۵
۲	۲۸۰	۵۲۰	۱۰۰۰	۸۵	۴۲۰	۱۰۰۰	۳۷	۹
۳	۳۲۰	۶۰۰	۹۰۰	۹۲	۵۷۰	۱۳۵۰	۴۲	۱۲
۴	۲۵۰	۵۷۰	۱۲۰۰	۸۳	۶۲۰	۱۳۷۰	۳۹	۱۷
۵	۲۳۰	۵۶۰	۱۳۰۰	۹۹	۵۳۰	۱۵۰۰	۴۹	۱۶
۶	۳۴۰	۴۹۰	۱۲۷۰	۸۷	۵۷۰	۱۳۷۰	۳۶	۱۴
۷	۳۲۰	۵۳۰	۱۲۰۰	۹۰	۵۵۰	۱۳۰۰	۴۰	۱۴
۸	۳۰۰	۵۴۰	۱۲۷۰	۱۰۰	۶۱۰	۱۴۲۰	۴۵	۱۶
۹	۲۸۰	۵۳۰	۱۲۸۰	۹۳	۴۷۰	۱۲۰۰	۳۸	۱۸
۱۰	۲۹۵	۵۲۵	۱۲۹۰	۹۰	۵۵۰	۱۳۰۰	۴۰	۱۶
۱۱	۳۳۰	۵۶۰	۱۴۰۰	۸۷	۴۷۰	۱۵۰۰	۵۰	۱۷
۱۲	۳۴۲	۶۰۰	۱۳۰۰	۱۰۰	۶۲۰	۱۳۰۰	۴۰	۱۳
۱۳	۳۰۰	۵۰۰	۱۲۰۰	۹۰	۵۰۰	۱۲۰۰	۴۰	۱۰
۱۴	۲۹۰	۴۰۰	۱۰۰۰	۸۵	۵۰۰	۹۰۰	۳۰	۱۴
۱۵	۳۱۰	۵۱۰	۱۶۰۰	۹۰	۶۱۰	۱۳۵۰	۴۰	۱۵
۱۶	۳۳۰	۵۷۰	۱۲۰۰	۱۰۰	۶۳۰	۱۴۵۰	۵۰	۱۶
۱۷	۴۰۰	۵۷۰	۱۴۰۰	۱۲۰	۶۷۰	۱۵۰۰	۳۷	۲۰
۱۸	۵۷۰	۶۰۰	۱۴۰۰	۱۱۰	۶۷۰	۱۴۰۰	۴۰	۲۰
۱۹	۳۷۰	۶۱۰	۱۳۰۰	۱۲۵	۷۰۰	۱۴۵۰	۴۷	۱۷
۲۰	۴۰۰	۵۴۰	۱۳۰۰	۹۰	۵۷۰	۱۴۵۰	۴۳	۱۸
۲۱	۳۵۰	۵۰۰	۱۰۰۰	۱۱۰	۶۷۰	۱۵۰۰	۳۳	۱۰
۲۲	۱۷۰	۲۷۰	۹۰۰	۵۰	۴۰۰	۱۰۰۰	۳۱	۹
۲۳	۱۶۰	۳۰۰	۸۵۰	۶۵	۵۰۰	۱۰۰۰	۲۷	۱۰
۲۴	۱۸۵	۳۷۰	۸۰۰	۷۰	۵۱۰	۱۱۰۰	۳۰	۱۲
۲۵	۲۰۰	۴۰۰	۱۰۰۰	۶۵	۴۹۰	۱۰۰۰	۳۱	۱۱
۲۶	۱۵۰	۵۰۰	۱۰۰۰	۶۰	۵۰۰	۱۰۰۰	۳۰	۱۳
۲۷	۱۵۰	۳۷۸	۹۰۰	۸۰	۴۹۰	۹۰۰	۳۰	۹
۲۸	۱۸۰	۳۰۰	۷۰۰	۷۰	۴۰۰	۱۰۰۰	۲۹	۸
۲۹	۱۷۰	۳۱۰	۶۵۰	۶۵	۴۷۰	۱۰۰۰	۲۷	۸
۳۰	۱۵۰	۳۲۰	۷۰۰	۶۰	۵۰۰	۱۰۰۰	۲۵	۹

جدول[1] ، متناظر با دسته ورودی های بیرونی هستند که به هر یک از مرحله های تشکیل دهنده ساختار شبکه جهت مصرف وارد می شوند. در مرحله اول و دوم، سه ورودی و در مرحله سوم، دو ورودی وارد و مصرف می شوند. در مرحله اول از دسته ورودی بیرونی، دو دسته خروجی از مرحله اول خارج می شود و دو دسته نیز به عنوان اندازه میانی از مرحله اول خارج و به مرحله دوم وارد می شود. درمرحله دوم، علاوه بر دو دسته اندازه میانی که از مرحله اول وارد شده، دو دسته بیرونی نیز وارد مرحله دوم می شود که همانند مرحله اول یک دسته به صورت خروجی از مرحله و در نهایت از شبکه خارج می شود و دو دسته به عنوان اندازه میانی وارد مرحله سوم خواهد شد. در مرحله سوم با مصرف اندازه میانی وارد شده از مرحله قبل و دو دسته ورودی بیرونی، یک دسته خروجی و یک دسته اندازه میانی تولید خواهد شد.

جدول (۲): اندازه های میانی ۳۰ مرکز آموزشی تحقیقاتی در ایران مربوط به نیمسال اول ۲۰۱۵

DMU	Z^1		Z^2		Z^3	
۱	۵۰	۲۰۰	۱۵۰	۱۹۰	۷۰	۱۰۰
۲	۷۰	۲۲۵	۱۸۵	۲۲۰	۸۷	۱۳۰
۳	۶۱	۱۹۰	۱۶۵	۲۴۰	۷۵	۹۵
۴	۶۵	۲۴۰	۱۳۰	۱۷۰	۶۲	۱۱۰
۵	۵۳	۲۷۰	۱۳۰	۱۶۵	۸۲	۹۸
۶	۴۹	۱۹۰	۱۳۰	۱۷۰	۸۰	۸۷
۷	۴۸	۱۸۰	۱۳۰	۱۷۵	۶۱	۹۰
۸	۵۲	۲۲۰	۱۵۷	۲۰۰	۶۸	۹۵
۹	۵۲	۲۱۰	۱۴۰	۱۷۲	۷۸	۱۱۰
۱۰	۵۹	۱۹۰	۱۳۸	۱۶۹	۶۱	۸۱
۱۱	۴۳	۱۷۹	۱۲۵	۲۱۰	۶۰	۸۷
۱۲	۵۷	۲۱۰	۱۴۰	۱۶۰	۶۰	۸۲
۱۳	۴۰	۱۸۰	۱۳۰	۱۷۵	۶۵	۹۰
۱۴	۴۷	۲۱۰	۱۳۸	۱۶۵	۷۵	۱۲۰
۱۵	۶۰	۲۱۰	۱۳۰	۱۷۰	۵۸	۱۰۰
۱۶	۶۵	۲۲۰	۱۶۵	۲۰۰	۸۵	۱۲۰
۱۷	۶۵	۲۵۰	۱۶۸	۲۱۰	۹۰	۱۲۰
۱۸	۶۷	۲۲۰	۱۷۰	۲۱۰	۸۸	۱۱۵
۱۹	۴۹	۲۳۰	۱۶۹	۲۱۰	۷۵	۱۱۰
۲۰	۵۹	۱۷۰	۱۵۷	۲۲۰	۶۱	۱۲۰
۲۱	۷۰	۲۲۰	۱۳۰	۱۶۰	۵۹	۷۰
۲۲	۸۰	۲۹۰	۱۹۰	۲۵۰	۹۹	۱۵۰
۲۳	۸۵	۲۷۰	۲۰۰	۲۴۰	۱۰۰	۱۳۰
۲۴	۷۷	۲۶۰	۱۹۵	۲۶۰	۱۱۰	۱۴۲
۲۵	۸۱	۲۷۰	۲۱۰	۲۳۰	۱۰۰	۱۵۰
۲۶	۸۳	۲۵۰	۱۸۳	۲۴۱	۱۲۰	۱۱۰
۲۷	۷۰	۲۵۰	۱۷۰	۲۵۰	۱۰۰	۱۵۰
۲۸	۸۷	۲۵۰	۱۸۲	۲۶۰	۱۱۰	۱۶۰
۲۹	۹۰	۲۶۰	۱۹۰	۲۷۰	۱۲۰	۱۷۰
۳۰	۹۱	۲۴۰	۱۸۷	۲۶۰	۱۳۵	۱۸۱

جدول۲ ، مربوط به داده های اندازه میانی ساختار سه مرحله ای شبکه است که مرحله اول دارای دو اندازه میانی است که از مرحله اول تولید شده و جهت مصرف وارد مرحله دوم می شوند. از مرحله دوم نیز دو اندازه میانی تولید و جهت مصرف وارد مرحله سوم وارد می شوند و در نهایت دو اندازه میانی از مرحله سوم خارج می شود. داده های اندازه های میانی تولید شده و مصرف شده مربوط به DMU۲۹ بیشتر از سایر واحدهای تصمیم گیرنده است.

جدول (۳): داده های خروجی ۳۰ مرکز آموزشی تحقیقاتی در ایران مربوط نیمسال اول ۲۰۱۵

DMU	Y^1		Y^2	Y^3
۱	۲۰۰۰	۱۰۰۰	۱۵۰۰	۲۰
۲	۲۲۰۰	۱۲۵۰	۱۶۵۰	۳۶
۳	۲۲۵۰	۱۱۰۰	۱۵۰	۲۵
۴	۲۱۰۰	۱۰۵۰	۱۴۶۰	۲۳
۵	۲۰۰۰	۱۱۰۰	۱۶۰۰	۱۷
۶	۱۸۰۰	۹۵۰	۱۴۰۰	۱۸
۷	۱۹۰۰	۱۲۰۰	۱۴۳۰	۱۶
۸	۱۹۰۰	۹۰۰	۱۵۲۰	۱۸
۹	۲۰۰۰	۱۱۰۰	۱۶۰۰	۲۵
۱۰	۲۲۰۰	۱۳۰۰	۱۴۰۰	۲۷
۱۱	۲۰۰۰	۹۰۰	۱۳۸۰	۲۵
۱۲	۲۲۵۰	۱۱۰۰	۱۶۰۰	۱۷
۱۳	۱۸۰۰	۹۰۰	۱۴۵۰	۱۵
۱۴	۲۰۰۰	۹۵۰	۱۶۱۰	۲۲
۱۵	۲۰۰۰	۱۲۰۰	۱۵۵۰	۲۵
۱۶	۱۹۰۰	۹۵۰	۱۶۱۰	۳۰
۱۷	۲۲۰۰	۱۳۰۰	۱۶۵۰	۲۷
۱۸	۲۳۰۰	۱۳۰۰	۱۷۰۰	۲۸
۱۹	۲۳۵۰	۱۱۰۰	۱۶۵۰	۳۰
۲۰	۲۰۰۰	۱۳۰۰	۱۷۰۰	۲۷
۲۱	۱۸۰۰	۹۰۰	۱۶۰۰	۱۴
۲۲	۲۶۰۰	۱۴۰۰	۱۸۵۰	۳۷
۲۳	۲۷۰۰	۱۳۰۰	۲۰۰۰	۳۵
۲۴	۲۵۷۰	۱۲۰۰	۱۹۰۰	۳۱
۲۵	۲۴۰۰	۱۲۵۰	۱۷۱۰	۳۵
۲۶	۲۵۱۰	۱۳۳۰	۱۹۵۰	۲۹
۲۷	۲۴۰۰	۱۵۰۰	۱۷۰۰	۳۷
۲۸	۲۵۵۰	۱۶۰۰	۱۷۵۰	۴۰
۲۹	۲۶۰۰	۱۶۰۰	۱۸۵۰	۴۲
۳۰	۲۴۰۰	۱۴۰۰	۱۹۰۰	۴۰

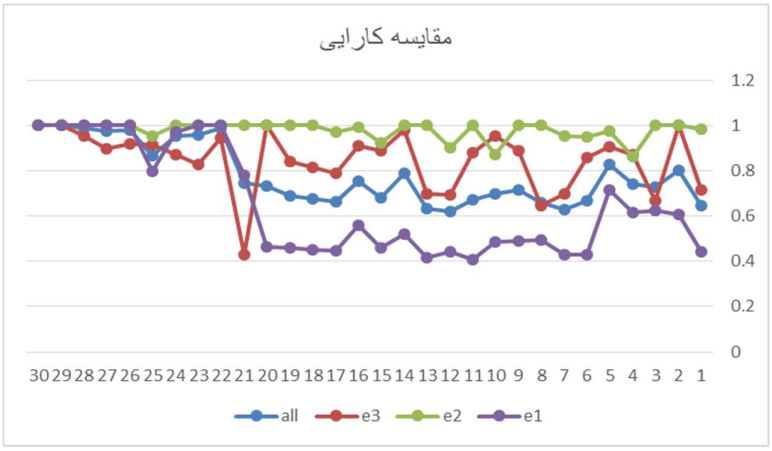
جدول۳، خروجی های هر یک از مراحل را نشان می دهد. از مرحله اول، دو گروه از دانشجویان به عنوان خروجی خارج می شوند و از مراحل دوم و سوم، تنها یک گروه از دانشجویان خارج می شوند. خروجی های DMU۲۹ نسبتا از بقیه واحدها بیشتر است.

جدول٤- کارایی تکنیکی مراحل ساختار سه مرحله ای شبکه

DMU	e_j^1 Model (۲)	e_j^2 Model (۳)	e_j^3 Model (٤)	e_j^3 Model (٥)
۱	۰/۴۴۴۳	۰/۹۸۵۷	۰/۷۱۳۴	۰/۶۴۷۰
۲	۰/۶۰۵۸	۱	۱	۰/۸۰۲۹
۳	۰/۶۲۵۰	۱	۰/۶۶۶۷	۰/۷۲۹۲
۴	۰/۶۱۵۴	۰/۸۶۰۹	۰/۸۷۰۹	۰/۷۴۰۶
۵	۰/۷۱۳۴	۰/۹۷۴۲	۰/۹۰۵۶	۰/۸۲۶۶
۶	۰/۴۳۰۳	۰/۹۵۰۶	۰/۸۵۷۵	۰/۶۶۷۲
۷	۰/۴۲۸۶	۰/۹۵۳۸	۰/۶۹۶۱	۰/۶۲۶۸
۸	۰/۴۹۲۸	۱	۰/۶۴۴۵	۰/۶۵۷۵
۹	۰/۴۸۹۹	۱	۰/۸۸۸۳	۰/۷۱۷۰
۱۰	۰/۴۸۵۲	۰/۸۷۰۲	۰/۹۵۴۴	۰/۶۹۸۸
۱۱	۰/۴۰۶۲	۱	۰/۸۸۰۰	۰/۶۷۳۱
۱۲	۰/۴۴۳۸	۰/۹۰۴۰	۰/۶۹۶۰	۰/۶۲۱۹
۱۳	۰/۴۱۸۲	۱	۰/۶۹۷۶	۰/۶۳۳۵
۱۴	۰/۵۲۰۶	۱	۰/۹۸۱۰	۰/۷۹۰۶
۱۵	۰/۴۵۷۷	۰/۹۲۲۶	۰/۸۸۷۴	۰/۶۸۱۳
۱۶	۰/۵۶۰۹	۰/۹۹۴۷	۰/۹۰۹۲	۰/۷۵۶۴
۱۷	۰/۴۴۵۱	۰/۹۷۳۱	۰/۷۹۰۰	۰/۶۶۳۳
۱۸	۰/۴۴۹۴	۱	۰/۸۱۵۴	۰/۶۷۸۵
۱۹	۰/۴۵۹۴	۱	۰/.۸۴۰۸	۰/۶۸۹۹
۲۰	۰/۴۶۴۸	۱	۱	۰/۷۳۲۴
۲۱	۰/۷۸۰۸	۱	۰/۴۳۰۰	۰/۷۴۷۹
۲۲	۱	۱	۰/۹۴۶۶	۰/۹۸۶۷
۲۳	۱	۱	۰/۸۲۷۵	۰/۹۵۶۹
۲۴	۰/۹۷۳۲	۱	۰/.۸۷۱۵	۰/۹۵۴۵
۲۵	۰/۷۹۷۳	۰/۹۵۵۳	۰/۹۱۴۱	۰/۸۶۶۰
۲۶	۱	۱	۰/۹۲۰۳	۰/۹۸۰۱
۲۷	۱	۱	۰/.۸۹۶۶	۰/۹۷۴۲
۲۸	۱	۱	۰/۹۵۲۴	۰/۹۸۸۱
۲۹	**۱**	**۱**	**۱**	**۱**
۳۰	**۱**	**۱**	**۱**	**۱**

Notes: (a) e_j^{*1} = Efficiency of stage ۱ , (b) e_j^{*2} = Efficiency of stage ۲ , (c) e_j^{*3} = Efficiency of stage ۳ , (d) e_j^{*T} = Total efficiency of network

جدول٤ ، کارایی تکنیکی محاسبه شده ی هرکدام از مراحل و کل سیستم را نشان می دهد .ستون دوم و سوم در جدول ۴ مقیاس کارایی تکنیکی واحد های تصمیم گیرنده مراحل اول و دوم، بترتیب متناظر با مدل های (۲) و (۳) را نشان می دهد. همچنین، در ستون چهارم و ستون آخر کارایی تکنیکی سومین مرحله و کارایی کلی تکنیکی شبکه بترتیب متناظر با مدل های (۴) و (۵) آورده شده است. فرض می کنیم که تمامی مراحل، بازده به مقیاس ثابت دارند. در مرحله اول، واحدهای۲۲ ، ۲۹،۲۸،۲۷،۲۶،۲۳و ۳۰و در مرحله سوم، واحدهای۲ ، ۲۹،۲۰، ۳۰کارای تکنیکی هستند. مقدار کارایی در میان واحدهای تصمیم گیرنده مرحله اول، بین ۰/۴ تا ۱است؛ که مقدار کارایی۰/۴ مربوط به ناکاراترین واحد تصمیم گیرنده در این مرحله یعنی DMU۱۱ می باشد. با توجه به مقادیر کارایی ارزیابی شده برای تعیین عملکرد DMU۱۱ در سایر مراحل و همچنین در کل شبکه ملاحظه می شود که DMU۱۱ در مراحل دوم و سوم و در کل شبکه عملکرد بهتری در مقایسه با عملکرد این واحد در مرحله اول دارد؛ بطوریکه در مرحله دوم، از لحاظ تکنیکی کارا ارزیابی شده و در مراحل دوم و سوم به کارا شدن نزدیک است. مرحله دوم، بیشترین تعداد واحد کارا را در بر دارد؛ بعبارت دیگر، همه واحدهای تصمیم گیرنده جز واحدهای ۱،۴،۵،۶،۷،۱۰،۱۲،۱۵،۱۶،۱۷و ۲۵کارای تکنیکی هستند. مقدار کارایی در مرحله دوم، بین ۰/۸۶تا ۱ است. کمترین مقدار کارایی محاسبه شده مربوط به DMU٤ است؛ $\left(e_4^2 = 0.86\right)$. با مقایسه مقادیر کارایی مربوط به DMU٤در جدول ۴ مشاهده می شود که این واحد بهترین عملکرد را در مرحله سوم دارد و دارای عملکرد بهتری در مرحله دوم نسبت به مرحله اول و کل شبکه می باشد. از اینرو، DMU٤ناکارترین واحد در مرحله دوم می باشد. در میان مراحل، مرحله سوم کمترین تعداد واحد تصمیم گیرنده ی کارا را داراست؛ در مقابل، مرحله دوم با ۱۹ واحد تصمیم گیرنده کارا، دارای بیشترین تعداد واحد تصمیم گیرنده کاراست. بنابراین واحدهای تصمیم گیرنده در مرحله دوم، عملکرد بهتری نسبت به سایر مراحل دارند. ناکاراترین واحد تصمیم گیرنده در مرحله سوم، DMU۲۱ با مقدار کارایی ۰/۴۳ است و کاراترین واحدهای تصمیم گیرنده یعنی واحدهای ۲،۲۰،۲۹،۳۰با مقدار کارایی برابر با یک، واحدهای پاراتو کارا ارزیابی شده اند. واحد ناکارای۲۱ مربوط به مرحله سوم، از لحاظ تکنیکی در مرحله دوم کارا ارزیابی شده است و در مرحله اول و کل شبکه عملکرد بهتری نسبت به مرحله سوم دارد. دو واحد تصمیم گیرنده یعنی واحدهای ۲۹ و ۳۰ (که سطرهایشان پر رنگ نشان داده شده اند) در تک تک مراحل از لحاظ تکنیکی کارا هستند بعبارت دیگر، $e_j^p = 1, \quad \forall p = 1,2,3 \quad , \quad \forall j \ , \ j = 29,30$. ۲۳/۳ درصد از واحدها در مرحله اول ۶۳/۳ درصد از واحدها در مرحله دوم و ۱۳/۳ درصد از واحدهای تصمیم گیرنده در مرحله سوم و در نهایت با کمترین درصد یعنی ۶/۶ درصد از واحدها در کل شبکه از لحاظ تکنیکی دارای بهترین عملکرد بوده اند و بعنوان واحد تصمیم گیرنده کارا ارزیابی شده اند. با درنظر گرفتن کل سیستم بعنوان واحد تصمیم گیرنده، فقط دو واحد یعنی واحدهای ۲۹،۳۰ بهترین عملکرد را دارند و از لحاظ تکنیکی کارا هستند؛ $\left(e_j^T = 1 \quad , \quad j = 29,30\right)$. واحد تصمیم گیرنده ای که بعنوان کارا ارزیابی می شود، در همه مراحل نیز بایستی کارا باشد. یافتن واحد تصمیم گیرنده کارا محتمل نیست؛ هرچند در برخی موارد ممکن است رخ دهد [۱۳،۱۵].



شکل ۲- مقادیر کارایی متناظر با مراحل ساختار سه مرحله ای شبکه

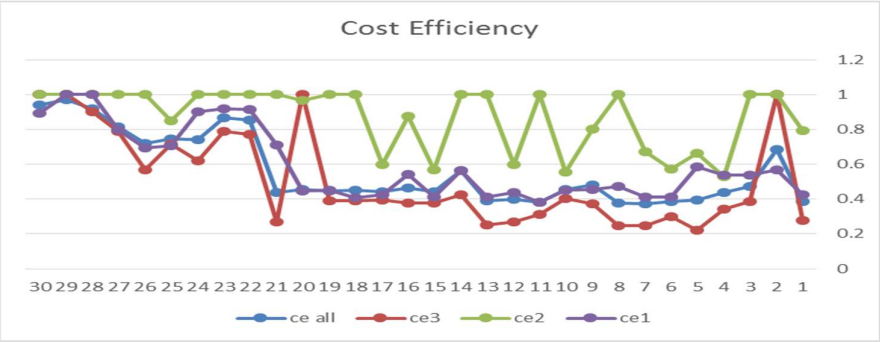
شکل ۲، مقایسه کارایی تکنیکی در میان هر یک از مراحل و همچنین کارایی کلی را نشان می دهد. در شکل ۲ مقادیر کارایی تکنیکی متناظر با واحدهای مراحل اول و دوم بترتیب با رنگ های بنفش و سبز نمایش داده شده اند. رنگ های قرمز و آبی بترتیب برای نمایش مقادیر کارایی تکنیکی متناظر با مرحله سوم و کل شبکه استفاده شده اند. با ملاحظه شکل۲ مشاهده می کنیم که سطح کارایی در مرحله اول خیلی کمتر از سایر مراحل و همچنین کارایی کلی است. مقدار کارایی در مرحله اول، بین ۰/۴ تا ۱ است. همچنین، بیشترین تعداد واحدها، مقدار کارایی بین ۰/۴ تا ۰/۶را دارا هستند. درمیان مراحل، مرحله دوم بالاترین سطح کارایی را دارد و مقدار کارایی در این مرحله، بین ۰/۸۶تا ۱ است. کمترین کارایی نسبی حاصل از مدل(۳) در دومین مرحله مربوط به DMU٤است $\left(e_4^2 = 0.86\right)$. توزیع کارایی در این مرحله از پراکندگی کمتری در مقایسه با سایر مراحل و کل شبکه برخوردار است. بطوریکه، ۱۹ واحد تصمیم گیرنده در دومین مرحله، کارای پاراتو هستند. مرحله سوم نیز دارای نوسانات سطح کارایی است. بطوریکه DMU۲۱ با مقدار کارایی۰/۴۳ ناکاراترین واحد مرحله سوم است؛ و سایر واحدها دارای نوسانات سطح کارایی بین ۰/۶۴ تا ۱ هستند و به کارا شدن بسیار نزدیک هستند. همانطورکه از شکل۲ ملاحظه می شود مرحله سوم، با داشتن چهار واحد کارای پاراتو، تعداد واحدهای کارای کمتری در مقایسه با مرحله دوم و بیشتر از مرحله اول دارد. بطورمشابه، با درنظرگرفتن شبکه ای از تمامی مراحل، تنها واحدهای تصمیم گیرنده ۲۹ و ۳۰ کارای پاراتو هستند. مقدار کارایی کلی در میان واحدها، بین ۰/۶۲ تا ۱ است.کمترین مقدار کارایی کلی مربوط به DMU۱۲ است $\left(e_{12}^T = 0.62\right)$. در واقع ، DMU۱۲ بعنوان ناکاراترین واحد تصمیم گیرنده در سیستم کلی شبکه ارزیابی شده است. عملکرد این واحد در کل شبکه نسبت به اولین مرحله، بهتر بوده؛ این در حالیست که بهترین عملکرد این واحد تصمیم گیرنده در دومین مرحله می باشد.

جدول (۵): کارایی هزینه مراحل ساختار سه مرحله ای شبکه

DMU	ce_j^1 Model (٦)	ce_j^2 Model (۷)	ce_j^3 Model (۸)	ce_j^T Model (۹)
۱	۰/۴۲۶	۰/۷۹۵	۰/۲۷۸	۰/۳۸۵
۲	۰/۵۶۷	**۱**	**۱**	۰/۶۸۶
۳	۰/۵۳۷	**۱**	۰/۳۸۶	۰/۷۷۴
۴	۰/۵۳۹	۰/۵۲۸	۰/۳۴۲	۰/۴۳۷
۵	۰/۵۸۶	۰/۶۶۴	۰/۲۲۰	۰/۳۹۵
۶	۰/۴۱۱	۰/۵۷۴	۰/۳۰۱	۰/۳۸۸
۷	۰/۴۱۳	۰/۶۷۰	۰/۲۴۷	۰/۳۷۲
۸	۰/۴۷۳	**۱**	۰/۲۴۶	۰/۳۷۸
۹	۰/۴۵۶	۰/۸۰۴	۰/۳۷۲	۰/۴۸۱
۱۰	۰/۴۵۳	۰/۵۵۷	۰/۴۰۲	۰/۴۵۴
۱۱	۰/۳۸۰	**۱**	۰/۳۱۱	۰/۳۸۲
۱۲	۰/۴۳۹	۰/۶	۰/۲۶۷	۰/۴
۱۳	۰/۴۱۲	**۱**	۰/۲۵۰	۰/۳۹
۱۴	۰/۵۶۴	**۱**	۰/۴۲۴	۰/۵۶۵
۱۵	۰/۴۱۳	۰/۵۶۷	۰/۳۷۹	۰/۴۴۲
۱۶	۰/۵۴۰	۰/۸۷۷	۰/۳۷۹	۰/۴۶۴
۱۷	۰/۴۲۴	۰/۵۹۷	۰/۳۹۵	۰/۴۴۴
۱۸	۰/۴۰۹	**۱**	۰/۳۸۹	۰/۴۵۲
۱۹	۰/۴۵۰	**۱**	۰/۳۹۱	۰/۴۴۸
۲۰	۰/۴۴۶	۰/۹۶۷	**۱**	۰/۴۵۵
۲۱	۰/۷۱۱	**۱**	۰/۲۷۱	۰/۴۳۶
۲۲	۰/۹۱۴	**۱**	۰/۷۷۱	۰/۸۵۵
۲۳	۰/۹۲۰	**۱**	۰/۷۸۸	۰/۸۶۶
۲۴	۰/۹۰۴	**۱**	۰/۶۱۸	۰/۷۴۳
۲۵	۰/۷۰۹	۰/۸۵۲	۰/۷۱۴	۰/۷۴۶
۲۶	۰/۶۹۴	**۱**	۰/۵۶۸	۰/۷۲۰
۲۷	۰/۷۹۶	**۱**	۰/۷۹۱	۰/۸۱۵
۲۸	**۱**	**۱**	۰/۹۰۱	۰/۹۱۹
۲۹	۱	۱	۱	۰/۹۷۲
۳۰	۰/۸۹۲	۱	۱	۰/۹۴۳

Notes: (a) ce_j^1 = Minimum cost in stage ۱, (b) ce_j^2 = Minimum cost in stage ۲, (c) ce_j^3 = Minimum cost in stage ۳, (d) ce_j^T = Total minimum cost of system.

جدول ۵ کارایی هزینه مرحله اول، دوم، سوم و کارایی کلی هزینه سیستم بترتیب $ce_j^T, ce_j^3, ce_j^2, ce_j^1$ از هر یک از واحدهای تصمیم گیرنده را نشان می دهد. ستون دوم از جدول۵ مقادیر کارایی هزینه مرحله اول، را با مدل (۶) نشان می دهد .کارایی هزینه محاسبه شده با مدل های (۷) و (۸) بترتیب برای مراحل دوم و سوم بترتیب در ستون های سوم و چهارم آورده شده است. همچنین، کارایی کلی هزینه حاصل از مدل (۹) در ستون آخر آورده شده است. مشابه جدول ٤ سطرهای متناظر با واحدهای کارای تکنیکی پر رنگ نشان داده شده اند. در مرحله اول، همانطورکه ملاحظه می شود، تنها واحدهای ۲۸ و۲۹کارای هزینه هستند. در این میان، واحدهای ۲۲و ۲۳ به کارای هزینه شدن نزدیک هستند؛ که برای دستیابی به این مهم، بایستی DMU۲۲ ورودی اول خود را از ۱۷۰ به ۱۸۶/۹۲۳ افزایش و ورودی دوم را از ۲۷۰ به ۳۱۱/۵۳۸ افزایش و ورودی سوم را از ۹۰۰ به ۷۲۶/۹۲۳ کاهش دهد. به همین ترتیب، DMU۲۳ نیز باید ورودی اول خود را از ۱۶۰ به ۱۸۲/۴۳۹ افزایش و ورودی دوم را از ۳۰۰به ۳۲۰/۹۷۶ افزایش و ورودی سوم را از ۸۵۰ به ۷۰۲/۴۳۹ کاهش دهد. در مرحله دوم، نیز از بین واحدهای ناکارا DMU۲۰ به کارای هزینه شدن نزدیک است که برای این هدف باید ورودی های خود را تغییر دهد؛ بعبارت دیگر، باید ورودی اول خود را از ۹۰ به ۹۳/۳۳۳ افزایش، ورودی دوم را از ۵۷۰ به ۹۰۳/۳۳۳ افزایش و ورودی سوم را از ۱٤٥۰ به ۱۳۳۳/۳۳۳ کاهش دهد. در مرحله سوم نیز، واحد ناکارای ۲۸، برای کارا شدن باید ورودی اول خود را از ۲۹ به ۲۵/۷۱۴ و ورودی دوم را از ۸ به ۷/۶۱۹ تغییر دهد .لازم به ذکر است که واحد تصمیم گیرنده ی ۲۹ در تمامی مراحل کارای هزینه است بعبارت دیگر $ce_{29}^1 = 1,\ ce_{29}^2 = 1$ و $ce_{29}^3 = 1$ و در مرحله کلی سیستم، این واحد به کارای هزینه شدن بسیار نزدیک است. چون مقیاس کارایی کلی هزینه، بسیار بالایی دارد (کارایی کلی هزینه بالای ۰/۹۷). واحد تصمیم گیرنده ۳۰ ام نیز در مراحل دوم و سوم کارای هزینه است بعبارت دیگر، $ce_{30}^2 = 1, e_{30}^3 = 1$ و در مرحله اول و کل شبکه، به کارای هزینه شدن، بسیار نزدیک است. در کل شبکه، هیچ یک از واحدها، کارای هزینه نیستند؛ ناکاراترین واحد تصمیم گیرنده، DMU۷ با کمترین مقدار کارایی هزینه $\left(ce_7^T = 0.372\right)$ است. این واحد تصمیم گیرنده در مرحله اول، دوم و سوم نیز، عملکرد خوبی نداشته و ناکارا معرفی شده است.



شکل۳- مقایسه کارایی هزینه ساختار سه مرحله ای شبکه ۳۰ مرکز آموزشی تحقیقاتی

برای وضوح بیشتر توصیف مقایسه کارایی هزینه در میان مراحل و کل شبکه، شکل۳، آورده شده است. مقادیر کارایی هزینه مربوط به واحدهای تصمیم گیرنده مرحله اول با رنگ بنفش و به طریق مشابه برای مراحل دوم و سوم و کل شبکه بترتیب با رنگ های سبز، قرمز و آبی نمایش داده شده است. با ملاحظه شکل ۳ مشاهده می کنیم که واحدهای تصمیم گیرنده مراحل اول و سوم و همچنین کل شبکه، دارای مقدار کارایی هزینه نسبتا نزدیکی به همدیگر هستند؛ ولی در مقابل، واحدهای مرحله دوم، از سطح کارایی هزینه بالاتری برخوردارند و با داشتن ۱۷ واحد تصمیم گیرنده ی کارای هزینه، واحدهای کارای هزینه بیشتری را دربین مراحل داراست. مقدار کارایی واحدها در مرحله دوم، بین ۰/۵۲ تا ۱ است. پس از مرحله اول، مرحله دوم دارای بالاترین سطح کارایی هزینه نسبت به مرحله سوم و کل شبکه است؛ و دو واحد تصمیم گیرنده ی کارای هزینه دارد؛(واحدهای تصمیم گیرنده ۲۹ و ۳۰). مرحله سوم، نسبت به مراحل اول و دوم، ناکاراتر است. مقدار کارایی هزینه در این مرحله بین ۰/۲۲ تا ۱ است .این مرحله، دارای چهار واحد تصمیم گیرنده ی کارا ,DMU۲) DMU۲۰ , DMU۲۹ , DMU۳۰)است .ناکاراترین واحد در این مرحله DMU۵ با مقدار کارایی هزینه برابر با ۰/۲۲ است $\left(ce_5^3 = 0.22\right)$. با درنظرگرفتن کل شبکه، هیچ یک از واحدهای تصمیم گیرنده کارای هزینه نیستند؛ اما واحدهای تصمیم گیرنده ۲۹ و۳۰ به کارای هزینه شدن بسیار نزدیک هستند. چون مقدار کارایی هزینه بالایی دارند. از دستاوردهای مهم در این مطالعه، این است که تعداد مراکز بهینه در کل ساختار سه مرحله ای شبکه خیلی کمتر از تعداد واقعی آنهاست.

۵- نتایج

در تحلیل پوششی داده ها کارایی هزینه با توجه به بردار هزینه ورودی ها استاندارد ورودی ها را مشخص می کند. در فرایند چند مرحله ای شبکه تحلیل پوششی داده ها نیز بحث کارایی هزینه علاوه بر استاندارد ورودی، استاندارد بردارهای میانی را با استفاده از مدل های برنامه ریزی خطی مشخص می کند. در این مقاله براساس مجموعه امکان تولید در فرایندهای سه مرحله ای شبکه DEA-R ابتدا مقیاس کارایی در هر مرحله و کارایی کلی محاسبه می شود. سپس بر اساس بردار هزینه در ورودی ها و پیوندهای میانی کارایی هزینه و کارایی کلی هزینه محاسبه می شود. در این مقاله، در هریک از مراحل ۳۰ موسسه آموزشی تحقیقاتی در ایران مربوط به نیمسال اول ۲۰۱۵ که در ناحیه های مختلفی قرار دارند؛ با استفاده از مدل های پیشنهادی بخش ۳ارزیابی و آنالیز شده اند. با مطالعه ۳۰ موسسه آموزشی تحقیقاتی، مشاهده شد که در کل شبکه، تنها واحدهای ۲۹ و ۳۰ بهترین عملکرد را در مقایسه با سایر واحدها دارند و در تمامی مراحل و همچنین در کل سیستم از لحاظ تکنیکی کارا هستند ولی کارای کلی هزینه نیستند. بر اساس مقادیر حاصل از مدل های (۶) ، (۷) و (۸) بترتیب در مراحل اول و دوم وسوم، ملاحظه می شود که در میان ۳۰ واحد تصمیم گیرنده ، DMU۲۹ تنها واحدی است که در هریک از سه مرحله، با احراز مقیاس کارایی برابر با یک، کارای هزینه ارزیابی شده است. مقدار کارایی کلی هزینه حاصل از مدل (۹)، در سیستم کل شبکه برای DMU۲۹برابر با ۰/۹۷ است $\left(ce_{29}^T = 0.97\right)$. برای اینکهDMU۲۹ ، در کل شبکه نیز کارای هزینه باشد؛ کافی است که ورودی های این واحد را در برخی موارد کاهش و در برخی موارد افزایش داد. مرحله سوم، دارای کمترین تعداد واحد کارا و درمقابل، مرحله دوم، با ۱۷ واحد کارا دارای بیشترین تعداد واحد کارا در میان مراحل است. لازم به ذکر است که کمترین مقیاس کارایی هزینه حاصل از مدل ها مربوط به DMU۵ در مرحله سوم است $\left(ce_5^3 = 0.22\right)$؛ که نشان دهنده ی عملکرد ضعیف این واحد در مقایسه با دیگر واحدها در سومین مرحله و همچنین در کل شبکه، می باشد. کارایی هزینه مراحل سوم و دوم بترتیب بین ۰/۲۴ تا ۱ و بین ۰/۵۲ تا ۱ است ۶/۶ درصد از واحدها در مرحله اول، ۵۶/۶ درصد از واحدها در مرحله دوم و ۱۳/۳ درصد از واحدها در مرحله سوم کارای هزینه هستند؛ این درحالیست که هیچ یک از واحدها در کل شبکه کارای کلی هزینه نیستند؛ اما تعدادی از آنها بالاخص واحدهای۲۹ و ۳۰ به کارای هزینه شدن بسیار نزدیک هستند؛ چون مقیاس کارایی هزینه ی بالایی دارند. با مقایسه این نتایج، واضح است که مرحله دوم، بعنوان کاراترین مرحله دارای بهترین عملکرد در میان مراحل و مرحله اول، بعنوان ناکاراترین مرحله، درمیان مراحل هستند. بعبارت دیگر، استاندارد ورودی ها در مورد واحدهای کارای مرحله دوم، رعایت شده که منتج به کارایی هزینه واحدهای متناظر، گردیده است. در هر مرحله واحد ناکارا برای رسیدن به کارایی لازم است ورودی های خود را در برخی موارد کاهش و در بعضی موارد دیگر افزایش دهد. بررسی و تحلیل نتایج حاصل از مدل ها در مقاله ی حاضر، نشان می دهد که برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم گیرنده، در نظر گرفتن

ساختار چند مرحله ای شبکه که منجر به ایجاد ساختار درونی بین واحدها (که نقش مهمی در روند تبدیل ورودی به خروجی دارند) می شود آنالیز و ارزیابی درست و دقیق تری نسبت به زمانی که واحد تصمیم گیرنده به صورت یک فرایند تک مرحله ای (جعبه سیاه) در نظر گرفته می شود، حاصل می گردد. برای تحقیقات آتی، محاسبه کارایی درآمد، رتبه بندی و بازده به مقیاس شبکه های چند مرحله ای DEA-R پیشنهاد می‌شود.

فهرست منابع

[1] Athanassapoulos, AD. Nonparametric frontier models for assessing market and cot efficiency of large scale bank branch networks. Journal of Money, Credit, and Banking, (۱۹۹۸). ۳۰: ۱۷۲-۱۹۲.

[2] Avkiran, N. k. Opening the black box of efficiency analysis: An illustration with UAE banks. Omega, (۲۰۰۹). ۳۷, ۹۳۰-۹٤۱.

[3] Banker, RD, Charnes A, Cooper WW. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in DEA. Measurement Science, (۱۹۸٤). ۳۰:۱۰۷۸-۹۲.

[٤] Charnes, A, Cooper, WW, Rhodes, E. Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research, (۱۹۷۸). ۲:٤۲۹-٤٤.

[٥] Casteli, L. Pesenti, R,. & Ukovich, W. A classification of DEA models when the internal structure of decision making units is considered. Annals of Operations Research, (۲۰۱۰). ۱۷۳, ۲۰۷-۲۳٥.

[٦] Chen, C. M. A network-DEA model with new efficiency measures to incorporate the dynamic effect in production netwoks. European Journal of Operational Research, (۲۰۰۹). ۱۹٤, ٦۸۷-٦۹۹.

[7] Cooper, W. W., Seiford, LM, Zhu, J. Handbook on data envelopment analysis. ۲nd ed. Boston: Springer. (۲۰۱۱).

[8] Despic, O., Despic, M., & Paradi, J, C. DEA-R: Rattio-based comparative efficiency model. Its mathematical relation to DEA and its use application. Journal of Productivity Analysis, (۲۰۰۷). ۲۸(۱), ۳۳-٤٤.

[9] Dong, Y, Zhe., Hamilton, R., Tippett , Mark. Cost efficiency of the Chinese banking sector: A comparsion of stochastic frontier analysis and data envelopment analysis. (۲۰۱٤).

[10] Du, J., Liang L., Chen, Y., Bi GB. DEA based production planning. Omega. (۲۰۱۰). ۳۸:۱۰٥-۱۲.

[11] Ebrahimnejad, A. Tavana, M., Hosseinzadeh L, F., Shahverdi, R., Yousefpour, M. A three-stage data envelopment analysis model with application to banking industry, (۲۰۱٤). ٤۹, ۳۰۸-۳۱۹.

[12] Färe, R., & Grosskopf, S. Productivity and intermediate products: A frontier approach. Economics Letters, (۱۹۹٦a). ٥۰, ٦٥-۷۰.

[13] Färe, R., & Grosskopf, S. Intertemporal production frontiers: With dynamic DEA. Boston: Kluwer Academic Publishers. (۱۹۹٦b).

[14] Färe, R., & Grosskopf, S. Network DEA. Socio-Economic Planning Sciences, (۲۰۰۰). ۳٤, ۳٥-٤۹.

[۱٥] Farrell, M. J. The measurement of productive efficiency. Journal of the Royal Statistical Society, (۱۹٥۷). 120, 253-281.

[۱٦] Hosseinzadeh Lotfi, F., Jahanshahloo, G. R., Shahverdi, R., Rostamy-malkhalifeh, M., Cost

Journal of Operational Research, (۱۹۹۹). ۱۱۵, ٤٤۹-٤٥۸

[۲٤] Mollaeian, E., Rostamy-malkhalifeh, Evaluating performance supply chain by a new non-radial network DEA model with fuzzy data. Journal of Data Envelopment Analysis and Decision. (۲۰۱۲). Volume ۲۰۱۲.

[۲٥] Nikfarjam, H., Rostamy-malkhalifeh, M., Mamizadeh-Chatghayeh, S., Measuring supply chain efficiency based on a hybrid approach. Transportation Research Part D. (۲۰۱٥), ۳۹, ۱٤۱-۱٥۰.

[۲٦] Rostamy-malkhalifeh, M., Aghayi, N., Measurig overall profit efficiency with fuzzy data, Journal of Mathematical Extension. (۲۰۱۱), Vol. ٥, No. ۲(۲), ۷۳-۹۰.

[۲۷] Sexton, T. R., Lewis, H. F. Two-stage DEA: An application to major league baseball. Journal of Productivity Analysis, (۲۰۰۳). ۱۹, ۲۲۷-249.

[۲۸] Sieford, LM., Zhu. J. Profitability and marketability of the top ٥٥ US commercial bankes. Management Science. (۱۹۹۹). ٤٥:۱۲۷۰-88.

[۲۹] Tone, K., & Tsutsui, M. Network DEA: A slack-based measure approach. European Journal of Operational Research, (۲۰۰۹). ۱۹۷, ۲٤۳-۲٥۲.

[۳۰] Tone, K., Tsutui, M. Dynamic DEA with network structure: A slack-based measure approach. Omega. (۲۰۱٤). ٤۲(۱), ۱۲٤-۱۳۱.

efficiency and Malmquist productivity index with interval data. International Mathmatical Forum, (۲۰۰۷), ۲, no. ۹, ٤٤۱-٤٥۳.

[۱۷] Kao, C. Efficiency measurement for parallel production systems. European Journal of Operational Research, (۲۰۰۹b). ۱۹٦, ۱۱۰۷-۱۱۱۲.

[۱۸] Kao, C., & Hwang, S. N. Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. European Journal of Operational Research, (۲۰۰۸), ۱۸٥, ٤۱۸-٤۲۹.

[۱۹] Kao, C. Efficiency decomposition for general multi-stage system in data envelopment analysis. European Journal of Operational Research. (۲۰۱٤). ۲۳۲: ۱۱۷-124.

[۲۰] Lewis, H. F., & Sexton, T. R. Network DEA: Efficiency analysis of organizations with complex internal structure. Computer and Operations Research, (۲۰۰٤a). ۳۱, ۱۳٦٥-۱٤۱۰.

[۲۱] Liang, L., Cook, W. D., & Zhu, J. DEA models for two-stage processes: Game approach and efficiency decomposition. Naval Research Logistics. (۲۰۰۸). ٥٥, ٦٤۳-٦٥۳.

[۲۲] Lozano, S. Scale and cost efficiency analysis of network of processes, Expert System With Application, (۲۰۱۱). ۳۸, ٦٦۱۲-٦٦۱۷.

[۲۳] Lothgren, M., & Tambour, M. Productivity and customer satisfaction in Swedish pharmacies: A DEA network model. European

[۳۱] Yu, MM. Assessment of airport performance using the SBM-NDEA model. Omega. (۲۰۱۰). ۳۸:٤٤٠-٥٢.

[۳۲] Zhong W. Yuan W, Li SX, Huang ZM. The performance evaluation of regional R&D investments in china: an application of DEA based on the first official China economic census data. Omega. (۲۰۱۱). ۳۹:٤٤٧-٥٥.

[۳۳] Zhou, X., Wang, Y., Chai, J., Wang, L., Wang, Sh., & Lev, B., Sustainable supply chain evaluation: A dynamic double frontier network DEA model with interval type-۲ fuzzy data, (۲۰۱۹).