*دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال چهارم، شماره سیزدهم، بهار ۱۳۹۷
شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸X

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

پژوهش‌های نوین در ریاضی

تحلیل حساسیت کارایی بانک‌ها نسبت به شاخص‌های مالی

ساناز رزمیان *

استادیار، گروه ریاضی، واحد فیروزکوه، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروز کوه، ایران.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۶/۰۲/۰۹ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۷/۰۳/۰۷

چکیده

تحلیل ممیز یکی از روش‌های رایج طبقه‌بندی در مسائل بانکی به منظور پیش‌بینی طبقه‌بندی یک شعبه جدید با استفاده از اطلاعات شعب موجود است. در تحلیل ممیز به طور معمول پیش‌بینی وضعیت شعبه مورد نظر تا حدی با عدم‌قطعیت همراه است. در این مطالعه یک درجه اطمینان جهت تعیین وضعیت دقیق‌تر شعبه جدید معرفی می‌گردد. با استفاده از روش تحلیل حساسیت به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو اثر شاخص‌های بانکی در این درجه اطمینان بررسی و شاخص‌های تاثیرگذار در طبقه‌بندی شعب جدید بانکی تعیین می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد که شاخص سپرده بلندمدت اهمیت خیلی زیاد و شاخص‌های سود دریافتی و سپرده‌ها نقش زیادی در کارایی بانک‌ها دارند و شاخص‌هایی نظیر تعداد پرسنل، مطالبات معوق و سپرده‌های قرض‌الحسنه تاثیر زیادی در طبقه‌بندی کارایی یا ناکارایی ندارند. این نتایج در تاسیس شعب جدید به مدیران کمک می‌کند و همچنین می‌توانند با برنامه‌ریزی مناسبی به اصلاح و هدایت واحدهای ناکارا به‌سوی بهبود و کارایی بپردازند.

واژه‌های کلیدی: تحلیل ممیز، تحلیل حساسیت، درجه اطمینان، بانک.

* عهده‌دار مکاتبات

Email: s.razmyan@iaufb.ac.ir

۱- مقدمه

نظام بانکی نقش مهمی در اقتصاد ایفا می‌کند، زیرا علاوه بر آن‌که بانک‌ها واسطه وجوه در بازار پول هستند به عنوان عامل اجرای سیاست‌های پولی نقش مهمی در ثبات اقتصادی دارند. به‌همین دلیل میزان سودآوری و درآمد بانک‌ها همواره یکی از موضوعات مورد توجه کارشناسان و حتی عموم مردم بوده است و به دلیل آنکه کارکرد بهینه بانک‌ها تاثیر به‌سزایی بر رشد و توسعه اقتصادی کشور بر جای می‌گذارد [۱]. تهدیدات و فشارهای ناشی از جهانی شدن و رشد روزافزون موسسات مالی و اعتباری غیربانکی در سال‌های اخیر بانک‌ها را بر آن داشته برای بقاء و رقابت در بازار، با ایجاد مراکز تحقیقات و انجام فعالیت‌های پژوهشی در زمینه وضعیت خود در مقایسه با سایر بانک‌ها نسبت به بهبود عملکرد خود اقدام نمایند. اندازه‌گیری عملکرد از جمله بهترین راه‌های به دست‌آوردن اطلاعات برای تصمیم‌گیری در بانک‌هاست. تاکنون مطالعات بسیاری جهت سنجش کارایی و ارزیابی رتبه بانک‌ها ارائه شده است و مدل‌های زیادی از حوزه علم ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات برای ارزیابی دقیق بانک‌ها طراحی شده‌اند. اما بسیاری از این مدل‌ها، مدل‌های کلاسیک بوده و توانایی ارزیابی را به طور کامل و بهینه ندارند بنابراین زمینه ورود مدل‌های پیچیده‌تر به این حوزه فراهم گردیده است. یکی از راه‌های اساسی در تنظیم برنامه‌های بهبود بهره‌وری و کارایی در سطح یک بانک این است که هر یک از بانک‌ها از وضعیت خود در آینده نیز اطلاع داشته باشند و عوامل موثر بر ناکارایی شعب خود را بررسی کنند و با برنامه‌ریزی مناسب، به اصلاح و هدایت واحدهای ناکارا به‌سوی بهبود و کارایی بپردازند.

هدف از این پژوهش بررسی و پاسخ به این پرسش است که با چه درجه اطمینانی می‌توان پیش‌بینی کرد که یک شعبه از بانک کارا یا ناکارا خواهد بود و کدام یک از شاخص‌های بانکی در نظر گرفته شده نظیر تعداد پرسنل، انواع سپرده‌ها، انواع تسهیلات، مطالبات معوق و کارمزدهای امور بانکی بیشترین تاثیر را در رتبه‌بندی شعبه بانکی موردنظر دارند؟ برای این منظور یک درجه اطمینان در پیش‌بینی وضعیت کارایی شعبه مورد نظر و شناسایی شاخص‌های کلیدی تاثیرگذار بر ارزیابی عملکرد آن شعبه با استفاده از تکنیک تحلیل ممیز معرفی می‌شود.

تحلیل ممیز[2] را می‌توان در بسیاری از موارد تصمیم‌گیری به کار گرفت. از زمانی‌که فیشر مدل تحلیل ممیز خود را معرفی نمود، اغلب مدل‌های ارائه شده به‌صورت قطعی بوده‌اند حال آنکه در عمل اغلب متغیرها به صورت غیرقطعی می‌باشند [۲]. یکی از ویژگی‌های مهم امور بانکی، عدم‌قطعیت در پارامترها و شاخص‌های بانکی است که این عدم‌قطعیت می‌تواند بر کارایی بانک‌ها تاثیر بگذارد [۳]. یکی از رویکردهای نسبتا نوین برای بهینه‌سازی در شرایط عدم‌قطعیت داده‌ها، استفاده از تکنیک‌های تحلیل‌حساسیت مبتنی بر روش‌های شبیه‌سازی است. تحلیل حساسیت تعیین کننده میزان حساسیت درجه اطمینان طبقه‌بندی شعبه نسبت به تغییرات شاخص‌های در نظرگرفته شده است. مقادیر شاخص‌های بانکی معمولا به دلیل خطاهای اندازه‌گیری، فقدان اطلاعات و درک ناقص از عوامل مؤثر بر آنان با عدم‌قطعیت زیادی مواجه هستند و این موجب کاهش اطمینان به خروجی مدل می‌شود. بنابراین در فرایند مدل‌سازی باید با بررسی عدم‌قطعیت‌های وابسته به فرایند مدل‌سازی و خروجی مدل، درجه اطمینان مدل مشخص شود و به همین دلیل با معرفی روشی برای تحلیل‌حساسیت تاثیر پارامترهای مختلف بر این طبقه‌بندی مشخص می‌شود. نتایج این تحقیق می‌تواند به مدیران و کارشناسان بانکی در شناخت شاخص‌های موثر ارزیابی عملکرد کمک کند و در راستای تسهیل تصمیم‌سازی آنها موثر باشد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه تحقیق

تحلیل ممیز یک ابزار تصمیم‌گیری جهت پیش‌بینی طبقه‌بندی مشاهدات جدید و اختصاص دادن این مشاهدات به دسته‌های تعریف شده قبلی می‌باشد. در این روش از یک گروه از مشاهدات که عضویت‌شان در گروه‌های مختلف مشخص است برای تخمین وزن‌های یک تابع تمایز استفاده می‌شود. مانگساریان با استفاده از

[2]Discriminant Analysis

برنامه‌ریزی خطی برای حالتی که دو مجموعه از مشاهدات جداپذیر خطی وجود دارند یک تابع تمایز خطی معرفی کرد [۴]. مطالعات بعدی روش‌های برنامه‌ریزی خطی را با استفاده از معیارهایی مانند حداقل کردن مجموع انحرافات یا حداکثر کردن کمترین انحراف از تابع تمایز تولید شده برای حالتی که دو مجموعه به طور خطی جداپذیر نیستند، توسعه دادند [۵].

همچنین در تعدادی از مطالعات، تحلیل ممیز و برنامه‌ریزی آرمانی[3] را با همدیگر ترکیب کرده و با در نظر گرفتن معیارهایی مانند حداقل کردن بیشترین انحراف، بیشینه کردن کمترین انحراف، حداقل کردن مجموع انحرافات درونی، حداقل کردن مجموع انحرافات، حداقل کردن مشاهدات اشتباه طبقه‌بندی شده، بیشینه کردن نسبت انحرافات درونی به انحرافات بیرونی مدل‌های مختلفی معرفی کردند [۵–۸]. در این مدل‌ها با فرض این که عضویت مشاهدات در گروه‌ها مشخص است و با استفاده از یک مجموعه‌ی وزن‌ها و یک مقدار آستانه[4] یک ابر صفحه تعریف می‌شود که دو گروه را از هم جدا می‌کند. از این ابر صفحه برای پیش‌بینی عضویت مشاهدات جدید می‌توان استفاده کرد.

سی‌یوشی با استفاده از ترکیب مدل جمعی تحلیل پوششی داده‌ها[5] و تحلیل ممیز و استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی مدل جدیدی از تحلیل ممیز ارائه کرد که این تکنیک به روش DEA/DA معروف است [۹ و ۱۰].

در ادامه مطالعات، یک مدل دو مرحله ای با استفاده از تکنیک برنامه‌یزی صحیح مختلط ارائه شد که در این مدل وزن‌های تابع تمایز خطی را با مینیمم کردن تعداد مشاهداتی که اشتباه طبقه‌بندی شده‌اند، تخمین می‌زند [۱۱]. مهم‌ترین دلیل طبقه‌بندی اشتباه در DA وجود همپوشی در گروه‌ها می‌باشد و به همین دلیل لازم است جهت افزایش تعداد مشاهدات صحیح طبقه‌بندی شده، همپوشی بین دو گروه را تشخیص داد.

در مرحله اول طبقه بندی مشاهدات و شناسایی همپوشی انجام می‌گیرد. فرض کنید n مشاهده داریم و هر مشاهده m عامل مستقل دارد که با r_{ij} نشان داده می شود. طبق اطلاعات قبلی مشاهدات در یکی از دو گروه G_1و G_2 طبقه‌بندی شده‌اند. اگر گروه‌های تعیین شده G_1 و G_2 به ترتیب دارای n_1 و n_2 مشاهده باشند:

(۱)

$$\begin{aligned}
&\text{Min} \quad s \\
&\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{m}(\lambda_i^+ - \lambda_i^-)\, r_{ij} - d + s \geq 0. j \in G_1 \\
&\sum_{i=1}^{m}(\lambda_i^+ - \lambda_i^-)\, r_{ij} - d - s \leq -\varepsilon. j \in G_2 \\
&\sum_{i=1}^{m}(\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1 \\
&\varepsilon\, \xi_i^+ \leq \lambda_i^+ \leq \xi_i^+ . i = 1. \ldots . m \\
&\varepsilon\, \xi_i^- \leq \lambda_i^- \leq \xi_i^- \quad . i = 1. \ldots . m \\
&\xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1. i = 1. \ldots . m \\
&\sum_{i=1}^{m} \xi_i^+ + \xi_i^- = k \\
&d\,.\,s \qquad \text{نامقید} \\
&\xi_i^+ . \xi_i^- \in \{0.1\} \qquad i = 1..m \\
&\text{سایرمتغیرها} \geq 0
\end{aligned}$$

تابع هدف در این مدل به وسیله مینیمم کردن متغیرs در حقیقت اندازه همپوشی بین G_1 و G_2 را حداقل می‌کند و متغیر d امتیاز تمایز را بیان می‌کند.

در این مدل برای اعمال شرط غیرخطی $\lambda_i^+ \lambda_i^- = 0$ از معادل برنامه‌ریزی صحیح استفاده شده است و برای جلوگیری از وقوع هم‌زمان $\lambda_i^+ = 0$ و $\lambda_i^- = 0$ قید $h \leq m$ که $\sum_{i=1}^{m}(\xi_i^+ + \xi_i^-) = h$، در نظر گرفته می‌شود.

فرض کنیم $\lambda_i^* = \lambda_i^{+*} - \lambda_i^{-*}$ و d^* و s^* جواب‌های بهینه مرحله اول باشند.

الف) اگر $s^* < 0$، بین دو گروه همپوشی وجود ندارد و کل مشاهدات به طور کامل به دو گروه G_1 و G_2 تقسیم‌بندی می‌شوند. در این حالت ابرصفحه جداکننده بین دو گروه، به صورت $\sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* r_i = d^*$ می‌باشد.

ب) اگر $s^* \geq 0$، آنگاه بین دو گروه همپوشی وجود دارد و وارد مرحله دوم می‌شویم.

در ابتدای مرحله دوم، مجموعه داده‌های اصلی G به چهار مجموعه به صورت $G = G_1 \cup G_2 = C_1 \cup$

[3] Goal Programming
[4] Threshold
[5] Data Envelopment Analysis

$N_1 \cup C_2 \cup N_2$ تجزیه می‌شود که:

(۲)

$$C_1 = \left\{ j \in G_1 \middle| \sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* r_{ij} > d^* + s^* \right\}$$
$$C_2 = \left\{ j \in G_2 \middle| \sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* r_{ij} < d^* - s^* \right\}$$
$$N_1 = G_1 - C_1 \quad . \quad N_2 = G_2 - C_2$$

مشاهدات متعلق به C_1 و C_2 کاملا بالا یا پایین تابع تمایز قرار گرفته‌اند، بنابراین عضویت آنها به طور دقیق مشخص شده است. مشاهدات متعلق به $N_1 \cup N_2$، مشاهداتی هستند که در مرحله اول درون همپوشی قرار گرفته‌اند و باید در مرحله دوم طبقه‌بندی آنها مشخص شود.

بعد از تشخیص وجود همپوشی در مرحله قبلی، نیاز است که در مرحله دوم تمام مشاهدات داخل $N_1 \cup N_2$ طبقه‌بندی شوند، چراکه عضویت این مشاهدات هنوز مشخص نیست. برای طبقه‌بندی این مشاهدات در این مرحله از مدل زیر استفاده می‌شود:

(۳)

$$Min \quad \sum_{j \in N_1} l_j + w \sum_{j \in N_2} l_j$$
$$s.t. \quad \sum_{i=1}^{m} (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) r_{ij} - c + M l_j \geq 0 . j \in N_1$$
$$\sum_{i=1}^{m} (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) r_{ij} - c - M l_j \leq -\varepsilon . j \in N_2$$
$$\sum_{i=1}^{m} (\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1$$
$$\varepsilon \, \xi_i^+ \leq \lambda_i^+ \leq \xi_i^+ \; . i = 1. \ldots . m$$
$$\varepsilon \, \xi_i^- \leq \lambda_i^- \leq \xi_i^- \; . i = 1. \ldots . m$$
$$\xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1 \; . i = 1. \ldots . m$$
$$\sum_{i=1}^{m} \xi_i^+ + \xi_i^- = p$$
$$c \quad \text{نامقید}$$
$$l_j . \xi_i^+ . \xi_i^- \in \{0.1\} . i = 1. \ldots . m \; ; j = 1. \ldots . n$$
$$\geq 0 \quad \text{سایرمتغیرها}$$

که M یک عدد بسیار بزرگ است و وزن w اهمیت بین دو گروه را مشخص می‌کند. در این مرحله یک امتیاز تمایز جدید c به جای d در نظر گرفته می‌شود.

حال فرض کنید مقادیر بهینه‌ای که در این مرحله به دست آمده‌اند $\lambda_i^* = \lambda_i^{+*} - \lambda_i^{-*}$ و c^* باشند، مشاهده جدید $Z_r = (z_{1r}. \ldots . z_{mr})^T$ در مرحله اول به صورت زیر طبقه‌بندی می‌شود:

- اگر $\sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* z_{ir} > d^* + s^*$، آنگاه مشاهده متعلق به G_1 است.
- اگر $\sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* z_{ir} < d^* - s^*$، آنگاه مشاهده متعلق به G_2 است.
- اگر $d^* - s^* \leq \sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* z_{ir} \leq d^* + s^*$، آنگاه این مشاهده داخل همپوشی G_1 و G_2 است و در طبقه‌بندی در مرحله دوم به صورت زیر می باشد.
- اگر $\sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* z_{ir} \geq c^*$، آنگاه مشاهده متعلق به G_1 است.
- اگر $\sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* z_{ir} \leq c^* - \varepsilon$، آنگاه مشاهده متعلق به G_2 است.

۳-مدل ارائه شده

۳-۱- درجه اطمینان

یکی از مشکلات روش‌های تحلیل ممیز، این است که فقط طبقه‌بندی مشاهده جدید را مشخص می‌کند و اطلاعات بیشتری در مورد درجه اطمینان عضویت مشاهده جدید در گروه تعیین شده را در اختیار ما قرار نمی‌دهد. به همین منظور در این مطالعه یک درجه اطمینان برای مشاهده جدید تعریف می‌شود تا بتوان با استفاده از این معیار، جزئیات بیشتری درباره مشاهده جدید به دست آوردکه در تصمیم‌گیری بهتر به ما کمک کند. در مدل DEA/DA طبقه‌بندی مشاهده جدید با استفاده از مدل‌های (۱) و (۳) مشخص می‌شود. به منظور تعیین درجه اطمینان ابتدا حالتی که مشاهده جدید $r_o=(r_{1o}, \ldots, r_{mo})^T$ متعلق به G_1 است، در نظر گرفته می‌شود. ابر صفحه تولید شده در مرحله اول $\sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* r_{io} = a_o^*$ است، بنابراین فاصله r_o از این ابرصفحه به دست آورده می‌شود. فرض کنید $\lambda^* = (\lambda_1^*. \ldots . \lambda_m^*)$، بنابراین فاصله $r_o=(r_{1o}, \ldots, r_{mo})^T$ و این ابر صفحه از رابطه زیر به دست آورده می‌شود:

(۴)

$$\bar{\bar{d}}$$

برای سادگی کار رابطه (۴) در نرم دوم به صورت زیر نوشته می‌شود:

(۵)

$$\bar{\bar{d}}$$

فاصله تمام مشاهدات گروه G_1 از ابرصفحه $\sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* r_{io} = a_o^*$ به صورت زیرمحاسبه می‌شود:

(۶)

$$\tilde{d}$$

و فاصله دورترین نقطه از این ابرصفحه برابر با $\hat{d} = \max\{\tilde{d}_{1j} | j \in G_1\}$ است. بنابراین برای برای نرمال کردن مقدار $\bar{\bar{d}}_1$ بر حداکثر فاصله تقسیم می‌شود:

به همین ترتیب فاصله مشاهده از ابر صفحه تولید شده در مرحله دوم ($\sum_{i=1}^{m} \mu_i^* r_{io} = c^*$) که d_2 نامیده می‌شود، محاسبه می‌گردد.

در این مطالعه برای تعریف درجه اطمینان فاصله از هر دو ابرصفحه در نظر گرفته می‌شود. به همین دلیل درجه اطمینان به صورت زیر تعریف می‌گردد:

(۷)

$$d$$

درجه اطمینان نزدیک به یک به این معنی است که مشاهده با اطمینان بالایی به گروه مورد نظر تعلق دارد و درجه اطمینان نزدیک به صفر به معنی اطمینان پایینی در تعلق مشاهده جدید به گروه مورد نظر است. نکته‌ای که باید مورد توجه قرار داده شود این است که اگر مشاهده جدید بیشترین فاصله را از ابرصفحه داشته باشد مقادیر $d_1=1$ یا $d_2=1$ در نظر گرفته می‌شود، یعنی مشاهده جدید نیز برای به دست آوردن درجه اطمینان در مجموعه مشاهدات لحاظ می‌شود. واضح است که در حالتی که مشاهده جدید متعلق به گروه G_2 است، درجه اطمینان به روش مشابه به دست آورده می‌شود.

۳-۲-تحلیل حساسیت بر روی درجه اطمینان

در این بخش تحلیل حساسیت بر روی درجه اطمینان تعریف شده انجام می‌گیرد تا حساسیت هریک از پارامترهای تاثیرگذار بر درجه اطمینان مورد بررسی قرار گیرد. یکی از روش‌های مناسب در تحلیل حساسیت بر پایه واریانس استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو هست [۱۲]. برای این منظور فرض کنید مشاهده جدید به صورت $r_o=(r_{1o},\ldots,r_{mo})^T$ نشان داده شود، که پارامترهای آن مستقل و دارای تابع چگالی احتمال f هستند، بنابراین به صورت زیر نشان داده می‌شود:

(۸)

$$d$$

برای به دست آوردن اندیس حساسیت، تابع f به جمع وندهای افزایشی به فرم زیر تجزیه می‌شود [۱۳]:

(۹)

$$f$$
$$=$$
$$+$$

که f_c مقدار میانی تابع است و انتگرال هر جمع وند بر متغیرهایش صفر است. بنابراین

(۱۰)

$$\int$$

که به کمک انتگرال‌های چند بعدی زیر محاسبه می‌شوند:

(۱۱)

$$f_c = \int_{K^m} f(r_o)\, dr_o$$

$$f_i(r_{io}) = -f_c + \int_0^1 \cdots \int_0^1 f(r_o) dr_{o_{\sim i}}$$

$$f_{ij}(r_{io}.r_{jo}) = -f_c - f_i(r_{io}) - f_j(r_{jo}) + \int_0^1 \cdots \int_0^1 f(r_o) dr_{o_{\sim (ij)}}$$

که در آن $dr_{o_{\sim i}}$ و $dr_{o_{\sim (ij)}}$ به ترتیب نشان دهنده انتگرال روی همه متغیرها به غیر از r_{io} ،و r_{io} و r_{jo} می‌باشد.

برای محاسبه اندیس حساسیت، SI_i، واریانس درجه اطمینان به صورت زیر باید به دست آورده شود:

(۱۲)

$$V_d = \int_{K^m} f^2(r_o)\, dr_o - f_c^2$$

با مربع کردن روابط (۱۱) و انتگرال‌گیری روی K^m و استفاده از خاصیت آورده شده در رابطه (۱۰) نتیجه می‌شود:

(۱۳)

$$V_d = \sum_i V_i + \sum_{i<h} V_{ih} + \sum_{i<h<k} V_k + \cdots + V_{1.2.\cdots.m}.$$

که (۱۴)

$$V_i = V[E(d|r_{io} = r_{io}^*)]$$

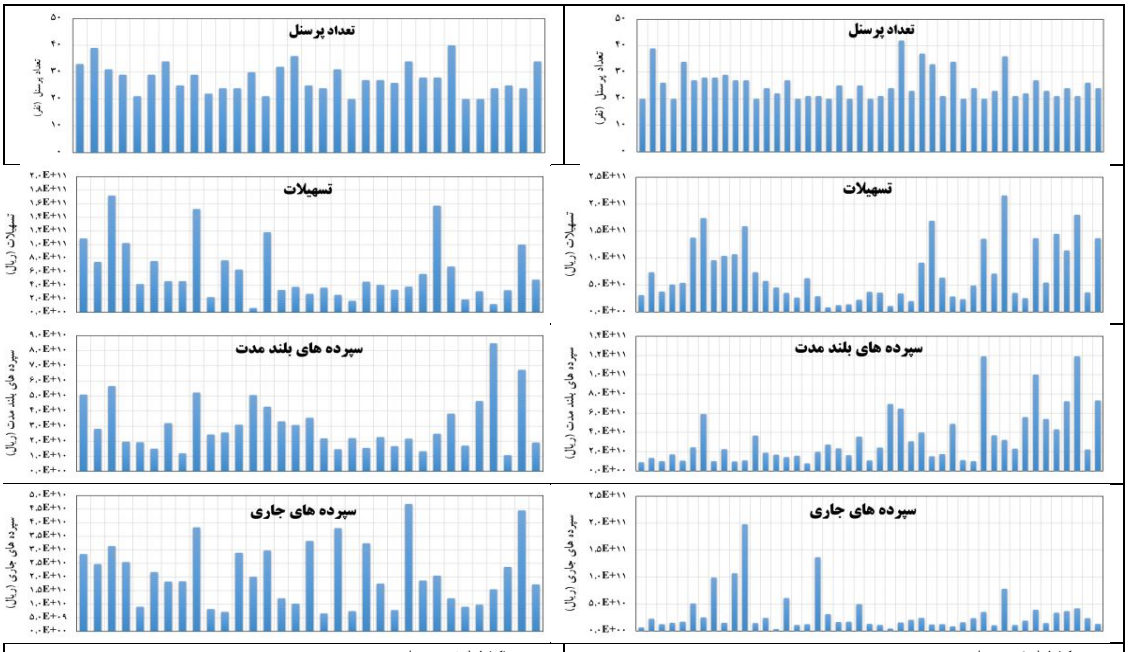
که این عبارت حساسیت d نسبت به فاکتور r_{io} را به دست می‌آورد. بر این اساس، اندیس حساسیت به صورت زیر تعریف می‌شود:

(۱۵)

$$SI_i = \frac{V_i}{V_d}$$

٤-نتایج

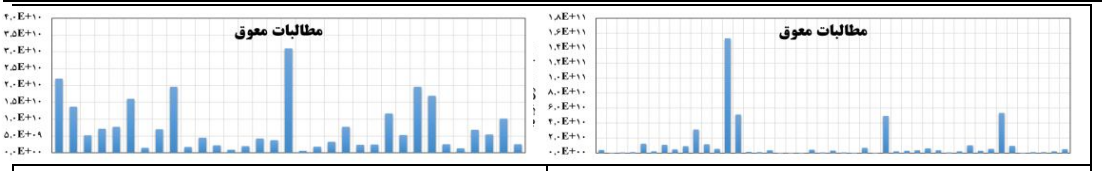
در این بخش در ابتدا ۷۸ شعبه از بانک ملت که بیش از ۲۰ پرسنل دارند با استفاده از مدل جمعی از لحاظ کارایی طبقه‌بندی می‌شوند. در ادامه یک شعبه جدید معرفی و کارا یا ناکارا بودن آن شعبه پیش‌بینی می‌شود. با توجه به روش ارائه شده در این مطالعه درجه اطمینان این شعبه جدید محاسبه می‌شود. در نهایت میزان حساسیت کارایی این شعبه جدید به شاخص‌های بانک ارزیابی می‌گردد. در طبقه‌بندی این شعب تعداد پرسنل، سود پرداختی و مطالبات معوق به صورت ورودی و تسهیلات، سپرده‌های بلند مدت، سپرده‌های جاری، سپرده‌های قرض‌الحسنه، سپرده‌های کوتاه‌مدت، سود دریافتی و کارمزد دریافتی به عنوان متغیرهای خروجی در نظر گرفته می‌شوند. با استفاده از مدل جمعی از ۷۸ شعبه مورد مطالعه، ۴۵ شعبه به صورت کارا و ۳۳ شعبه به صورت ناکارا درنظر گرفته می‌شوند که در شکل (۱) به تفکیک اطلاعات این شعب نشان داده شده است.



شعب کارا (۴۵ شعبه)	شعب ناکارا (۳۳ شعبه)

شکل ۱- اطلاعات شعب مورد مطالعه

ادامه شکل ۱



شعب کارا (۴۵ شعبه) | شعب ناکارا (۳۳ شعبه)

با استفاده از مدل‌های (۱) و (۳) توابع تمایز تعیین می‌گردد که مقادیر تخمین‌های وزنی توابع تمایز به دست آمده در هر دو مرحله در جدول (۱) آورده شده است. به منظور کنترل عدم تعادل بین داده‌ها و تفاوت اهمیت داده‌های کارا و ناکارا، در مرحله دوم DEA-DA وزن W به گروه‌ها اختصاص داده می‌شود. چون در این بخش داده‌های صحیح طبقه‌بندی شده برای ما اهمیت بیشتری دارند، W برابر ۱ قرار داده می‌شود.

حال مشاهده جدید Aکه اطلاعات آن در جدول (۲) آورده شده است را درنظر گرفته که با استفاده از نتایج مرحله اول DEA-DA، این مشاهده درون همپوشی قرار دارد و از مرحله دوم نتیجه می‌شود که ناکارا است. با استفاده از جدول (۱) درجه اطمینان حاصله برابر ۰/۰۲۸۳ می‌باشد که با درون همپوشی قرار داشتن این مشاهده مطابقت دارد. قابل ذکر است با توجه به این که مقدار درجه اطمینان این مشاهده کم است، در مورد طبقه‌بندی آن به عنوان ناکارا باید احتیاط بیشتری اعمال کرد. همچنین هنگام جمع‌آوری یا تخمین داده‌های آن باید دقت‌نظر بیشتری اعمال شود.

برای تحلیل حساسیت شاخص‌های موثر بر درجه اطمینان از روش تحلیل حساسیت بر مبنای واریانس با به کارگیری الگوریتم شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده می‌شود. در تحلیل حساسیت با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو برای محاسبه نتایج، بر نمونه‌گیری‌های تکراری تصادفی تکیه می‌شود [۱۴]. روش مونت کارلو از اعداد تصادفی برای شبیه‌سازی پارامترها استفاده می‌کند. یعنی با در نظر گرفتن ضریب تغییرات[6] مربوط به هر کدام از پارامترها یک مجموعه عدد تصادفی تولید می‌گردد که متوسط آن برابر با مقدار قطعی آن متغیر می‌باشد. ضریب تغییرات، COV، مقدار پراکندگی حول مقدار میانگین را نشان می‌دهد و به صورت زیر تعریف می‌شود.

(۱۶)

$$C$$

در این رابطه σ انحراف معیار استاندارد و μ مقدار میانگین می‌باشد. جهت تولید متغیرهای تصادفی مربوط به هر پارامتر از الگوی زیر استفاده شده است [۱۵]:

(۱۷)

$$r_{ij} = \mu_{r_{ij}} \left(1 + COV_{r_{ij}} \alpha_l\right)$$

که $\mu_{r_{ij}}$ و $COV_{r_{ij}}$ به ترتیب مقادیر میانی و ضرایب تغییرات[5] پارامترهای تصادفی را بیان می‌کنند و α_l پارامتر تصادفی تولید شده با میانگین صفر است که در شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده می‌شود. جمع‌آوری داده‌های بانکی، معمولا با عدم‌قطعیت زیادی همراه هستند بنابراین، COV این متغیرها نقش مهمی در تغییرات کارایی دارد. اما چون به دست آوردن COV تحقیقات گسترده‌ای در زمینه امور بانکی لازم دارد و موضوع مورد بحث این مطالعه نیست، بنابراین ما در این بخش COV همه متغیرها را برابر ۰/۰۵ در نظر می‌گیریم. با استفاده از روش مونت کارلو[7] حساسیت شاخص‌ها روی تغییرات درجه اطمینان مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج تحلیل حساسیت برای پارامترهای مختلف در شکل (۲) نشان داده شده است. این نتایج بیان‌گر میزان تاثیر تغییرات یا عدم‌قطعیت در هر پارامتر روی درجه اطمینان مشاهده مورد نظر می‌باشد. در این نمودار سهم نسبی هر پارامتر در تغییرات درجه اطمینان نشان داده شده است. مجموع اندیس حساسیت برای پارامترهای مختلف تقریبا برابر ۹۹٪ است، بنابراین اندیس‌های مراتب بالاتر مقادیر بسیار کوچکی دارند، یعنی تاثیر آنها بر درجه

[6] Coefficient Of Variation (COV)

[7] Monte-Carlo

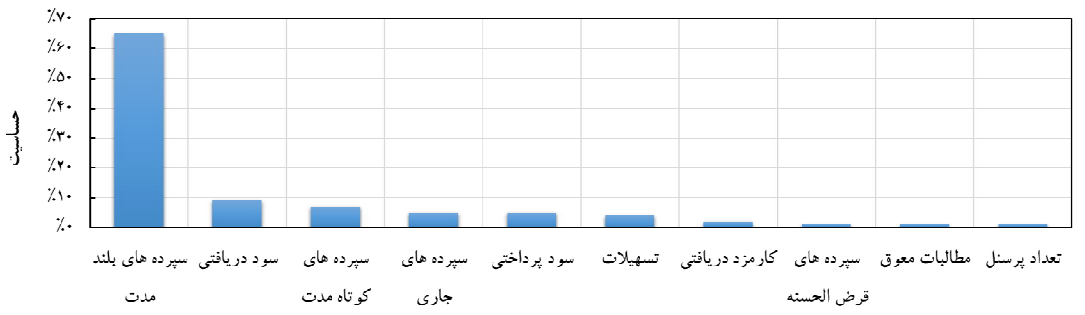
اطمینان بسیار ناچیز است، در نتیجه از محاسبه آنها صرف‌نظر شده است. نتایج آورده شده در شکل (۲) بیان می‌کند که تاثیر سپرده‌های بلندمدت روی تغییرات درجه اطمینان ۶۵ درصد است و تغییرات در سه شاخص تعداد پرسنل، سپرده‌های قرض‌الحسنه و مطالبات معوقه کمترین تاثیر را روی تغییرات درجه اطمینان دارد. بنابراین مهم‌ترین منبع عدم قطعیت در درجه اطمینان ناشی از سپرده‌های بلندمدت و سود دریافتی است و مقادیر آنها باید با دقت بیشتری گردآوری و تخمین زده شوند.

جدول ۱ – وزن‌های ابرصفحه های بدست آمده ازDEA-DA

شاخص	مرحله اول	مرحله دوم
پرسنل	−۰/۸۶۷۵۲	−۰/۰۰۱۰۰
تسهیلات	−۰/۰۰۱۰۰	۰/۰۰۱۸۳۳
سپرده‌های بلندمدت	۰/۰۰۱۷۴۷	۰/۰۳۸۳۱۴
سپرده‌های جاری	۰/۰۰۱۰۳۱	۰/۰۰۲۷۳۰
سپرده‌های قرض‌الحسنه	۰/۰۰۲۱۹۱	۰/۰۰۸۹۲۰
سپرده‌های کوتاه‌مدت	۰/۰۰۱۰۰۰	۰/۰۱۰۲۵۷
سود پرداختی	−۰/۰۲۵۳۴	−۰/۴۷۳۵۱
سود دریافتی	۰/۰۶۰۱۳۸	۰/۰۰۱۰۰۰
کارمزد دریافتی	۰/۰۳۹۰۳۵	−۰/۰۴۳۶۲۷
مطالبات معوق	−۰/۰۰۱۰۰	−۰/۰۲۶۱۷
امتیاز تمایز	$۲/۶۰۰\times۱۰^{۷}$	$۲/۳۱۳\times۱۰^{۸}$

جدول ۲. اطلاعات مشاهده جدید

شاخص	C
پرسنل	۲۹
تسهیلات	۸۹۹×۱۰^{۸}
سپرده‌های بلندمدت	۲۵۹×۱۰^{۸}
سپرده‌های جاری	۳۹۰×۱۰^{۸}
سپرده‌های قرض‌الحسنه	۹۰×۱۰^{۸}
سپرده‌های کوتاه‌مدت	۲۰۱×۱۰^{۸}
سود پرداختی	۲۲×۱۰^{۸}
سود دریافتی	۱۳×۱۰^{۸}
کارمزد دریافتی	۲۱۶×۱۰^{۶}
مطالبات معوق	۱۰۳×۱۰^{۸}



شکل ۲. نتایج تحلیل حساسیت بر روی مشاهده جدید

۵- نتیجه‌گیری

مدل‌های طبقه‌بندی با استفاده از یک مجموعه از پارامترهای وابسته به هر مشاهده، مشاهداتی را که عضویت آنها مشخص نیست به گروه‌های مشخص شده اختصاص می‌دهد. تحلیل ممیز یکی از مدل‌های طبقه‌بندی است که برای پیش‌بینی عضویت یک مشاهده به کار می‌رود. در این مطالعه، مدل تحلیل ممیز دو مرحله‌ای معرفی شده است که در اولین مرحله وجود همپوشی را مشخص می‌کند و در مرحله دوم مشاهداتی را که درون این ناحیه همپوشی قرار گرفته‌اند مجددا طبقه‌بندی می‌نماید. یکی از مشکلات روش تحلیل ممیز این است که فقط می‌تواند دسته‌بندی مشاهده جدید را مشخص نماید، درصورتی که اکثر اوقات لازم است اطلاعات بیشتری در مورد مشاهده جدید داشته باشیم. بنابراین در این مطالعه، براساس فاصله مشاهده از ابرصفحه یک درجه اطمینان معرفی می‌شود. سپس کاربرد آن در یک مثال عددی برای یک مشاهده جدید که درون همپوشی قرار دارد نشان داده شده است. در ادامه به کمک تحلیل حساسیت با استفاده از روش مونت کارلو اثر شاخص‌های تاثیرگذار ورودی روی تغییرات خروجی محاسبه می‌شود. مهم‌ترین موضوع درفرایند معرفی شده، ارزیابی اندیس حساسیت کلی است که به دلیل این که همه تاثیرات اندرکنشی آن فاکتور را در نظر می‌گیرد به طور دقیق، اثر تغییرات یک پارامتر ورودی بر خروجی را مشخص می‌کند. یکی دیگر از مزایای روش ارائه شده این است که مستقل از مدل است یعنی خطی یا جمع‌پذیر بودن مدل تاثیری بر دقت روش ندارد. نتایج تحلیل حساسیت نشان داد که شاخص‌های سپرده بلندمدت بیشترین و تعداد پرسنل کمترین تاثیر را روی تغییرات درجه اطمینان دارد، یعنی افزایش تعداد پرسنل تاثیر اندکی بر تغییرات درجه اطمینان دارد. قابل ذکر است با توجه به این که نتایج تحلیل حساسیت به مقدار ضریب تغییرات وابسته است، لازم است مطالعات مناسبی در راستای تعیین واریانس پارامترها انجام گیرد تا بتوان ضریب تغییرات مناسبی در تحلیل حساسیت به دست آورد.

فهرست منابع:

[1] Gholam Abri A, (2016). Studying the Impact of Deferred Debts on Bank Performance by Using Data Envelopment Analysis, Journal of New Researchs in Mathematics.

[2]Fisher R.A, (1936). The use of multiple measurements in taxonomic problems, Annals of Eugenics.

[3] Peykani P, Mohammadi E, Jabbarzadeh A, and Jandaghian A, (2016). Utilizing Robust Data Envelopment AnalysisModel for Measuring Efficiency of Stock, A case study: Tehran Stock Exchange, Journal of New Researches in Mathematics.

[4] Mangasarian O.L, (1965). Linear and nonlinear separation of patterns by linear programming, Operations research.

[5] Freed N, and Glover F, (1981). Simple but powerful goal programming formulations for the statistical discriminant problem,European Journal of Operational Research.

[6] Glover F, (1990). Improved linear programming models for discriminant analysis,Descision Sciences.

[7] Banks W.J, and Abad P.L, (1991). An efficient optimal solution algorithm for the classification problem, Decision Sciences.

[8] Retzlaff-Roberts D.L, (1996). A ratio model for discriminant analysis using linear programming, European Journal of Operational Research.

[9] Sueyoshi T, (1999). DEA-discriminant analysis in the view of goal programming, European Journal of Operational Research.

[10] Sueyoshi T, (2001). Extended DEA-discriminant analysis, European Journal of Operational Research.

[11] Sueyoshi T, (2004). Mixed integer programming approach of extended DEA-discriminant analysis, European Journal of Operational Research.

[12] Razmyan S, and Hosseinzadeh Lotfi F, (2012). An Application of Monte-Carlo-Based Sensitivity
Analysis on the Overlap in Discriminant Analysis, Journal of Applied Mathematics.

[13] Saltelli A, Chan K, and Scott E.M, (2004). Sensitivity analysis, Wiley series in probability and statistics. John Wiley & Sons, New York.

[14] Sobol I.M, (1994). A primer for the Monte Carlo method, CRC Press, Boca Raton, FL.

[15] IASSAR, (1997). A State-of-the-Art Report on Computational Stochastic Mechanics, Probabilistic Engineering Mechanics.