

نحوه تصمیم‌گیری استراتژیک بازیگران قدرتمند بازار سرمایه

مریم رحیمی^۱، حمیدرضا وکیلی فرد^۲، رضا حبیبی^۳، بیژن عابدینی^۴، داوود خدادادی^۵

^(۱) گروه حسابداری، واحد بندرعباس، دانشگاه آزاد اسلامی، بندرعباس، ایران

^(۲) گروه حسابداری و مدیریت مالی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

^(۳) گروه بانکداری، موسسه عالی آموزش بانکداری ایران، تهران، ایران

^(۴) گروه مدیریت و حسابداری، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران

^(۵) گروه حسابداری، دانشگاه قشم، قشم، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۳/۰۳/۳۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۶/۰۷

چکیده

فرضیه اصلی بازارهای مالی رقابت کامل و اطلاعات متقارن است، سرمایه‌گذاران به دنبال تصمیم‌گیری مناسب و انتخاب پرتفوی با سودآوری بهینه هستند، اما در بیشتر مواقع به دلیل تلاطم‌های رفتاری قیمت سهام و همچنین رفتار سرمایه‌گذاران، مسئله‌ساز است. هدف پژوهش تبیین رفتار استراتژیک نقش‌آفرینان قدرتمند با استفاده از نظریه بازی طی سال‌های ۱۳۸۹-۱۳۹۹ می‌باشد. پژوهش از نظر هدف کاربردی است. جامعه آماری شش سهم شرکت‌های بورسی اوراق بهادار تهران به نام‌های آرفا و وپاسار و دسینا و شبندر و خوارزمی و ذوب آهن است که اختیاری انتخاب گردید و قیمت هر سهم و حجم معاملات برای ۱۰ سال و در طی روزهای متوالی بررسی شد. جهت تشکیل پرتفوی بهینه دو بازیگر نقش‌آفرینان قدرتمند و نقش‌آفرینان کوچک، مدل ریاضی میانگین-واریانس مارکویتز بسط داده شده؛ با استفاده از گیم تئوری وزن بهینه هر دارایی در سبد مشخص شده است. نتایج تخمین مدل نشان داد با ماکزیمم کردن بازده تابع مطلوبیت، پرتفوی سرمایه‌گذار شامل فروش سهام آرفا و ذوب آهن و دسینا و وپاسار و خرید سهام خوارزمی و شبندر است و با مینیمم کردن ریسک تابع مطلوبیت، پرتفوی بهینه شامل فروش سهام آرفا و شبندر و وپاسار و خرید سهام ذوب آهن و خوارزمی و دسینا است.

واژه‌های کلیدی: نقش‌آفرینان قدرتمند، نقش‌آفرینان کوچک، تخصیص بهینه، مدل میانگین-واریانس مارکویتز، تعادل نش

۱- مقدمه

اصلی‌ترین فرضیه‌ها در بازارهای مالی "رقابت کامل" و "اطلاعات متقارن" هستند. اما در بعضی موارد این دو فرضیه به ویژه برای سرمایه‌گذاران قدرتمند صدق نمی‌کند. از طرفی دیگر انتخاب سهم یا پورتفو با سودآوری بهینه، به عنوان یکی از مهمترین مسایل سرمایه‌گذاران در بازارهای مالی است [1]. تصمیم‌هایی که سرمایه‌گذاران در خصوص میزان سرمایه‌گذاری خود می‌گیرند، نقش کلیدی در کل سرمایه‌ی بازار دارد و گاهی حتی میزان سرمایه‌ی آن‌ها بیشتر از حجم معاملات است و این مساله می‌تواند اثر مهمی را بر روی قیمت بازار داشته باشد. بازار سرمایه با توجه به تلاطم رفتاری قیمت سهام، شفافیت لازم برای اتخاذ تصمیمات درست را نداشته و در نتیجه سرمایه‌گذار، برای انتخاب بهینه با مشکل جدی مواجه است. بخش بالایی از این تلاطم، ناشی از چگونگی رفتار سرمایه‌گذاران است. سرمایه‌گذاران به دو دسته سرمایه‌گذاران قدرتمند و سرمایه‌گذاران کوچک تقسیم می‌شوند. سرمایه‌گذاران کوچک بیشتر از سرمایه‌گذاران قدرتمند در اتخاذ تصمیمات خرید و فروش تبعیت می‌کنند. [2] مارکویتز در سال ۱۹۵۲ نخستین مدل ریاضی غیرخطی سبد سرمایه‌گذاری را در چارچوب مدل میانگین-واریانس ارائه داد. نظریه وی که به تئوری مدرن انتخاب سبد سرمایه‌گذاری شهرت یافت پاسخ به سوال اساسی که چگونه سرمایه‌گذار باید بودجه خود را میان گزینه‌های سرمایه‌گذاری ممکن تخصیص دهد [3]. چارچوب میانگین-واریانس ارایه شده توسط مارکویتز علی‌رغم استقبال عمومی بالا، به دلیل دارا بودن برخی از فرضیات و چشم‌پوشی از حقایق دنیای سرمایه‌گذاری با انتقادات زیادی مواجه شد. پس از آنکه نواقص مدل مارکویتز مشخص شد، تکامل بیشتر مدل مارکویتز باعث ایجاد پیچیدگی بسیار و زمانبر شدن حل مدل شد. مثلاً با اضافه شدن برخی از محدودیت‌ها، فضای پیوسته جست و جو به یک فضای گسسته غیرخطی تبدیل خواهد شد. حتی اگر، بازارهای مالی به طور کلی رقابت کامل داشته باشند، در برخی موارد این دو فرض را ننگه نمی‌دارد. در واقع، در تصمیمات سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذار قدرتمند، که معمولاً یک بخش کلیدی از کل دارایی در بازار را دارا هستند و پوشش بخش بیشتری از حجم معاملات، می‌توانند تاثیر مهمی بر قیمت بازار بگذارند. [4]. واضح است که اگر در یک معامله تک سفارشی، ۱۰۰۰۰ سهم خریداری گردد، با حالتی که ۱۰۰ سهم خریداری شود، اثرات متفاوت بر جا می‌گذارد. لو و وانگ [5] به نتیجه‌ی تئوریک این قاعده‌ی تجربی اشاره می‌کنند بدین صورت که منحنی‌های تقاضا برای سهام با نقدینگی بالا شیب نزولی دارند و به طور ضمنی به این مساله اشاره دارد که حجم معامله به اندازه‌ی قیمت تأثیرگذار و اساسی است.

تاکنون در پژوهش‌های حاضر به طور مستقیم به رفتار استراتژیک سرمایه‌گذاران قدرتمند در مدیریت سبد سرمایه‌گذاری نپرداخته است. در نتیجه، استراتژی‌های محتمل برای سرمایه‌گذاران کوچک نیز مورد غفلت واقع شده است. در این پژوهش ما به بررسی رفتار نقش‌آفرینان قدرتمند و کوچک با استفاده از مدل بهینه‌سازی سبد سهام در قالب یک بازار مالی انحصاری می‌پردازیم. از این رو توانایی نقش‌آفرینان قدرتمند برای تغییر قیمت‌ها در "مدل میانگین - واریانس سبد سهام" معرفی می‌شود و سعی بر تقلیل یکی از فرضیه‌های کلیدی مدل مارکوویتز دارد. تحت این چارچوب در بخش اول پژوهش تعادل نش برای هر دو نوع سرمایه‌گذار به دست خواهد آمد و در بخش دوم پژوهش، پرتفوی بهینه نقش‌آفرینان کوچک تعیین می‌گردد. به طور کلی با توجه به مطالب مذکور، می‌توان گفت که نقش-آفرینان کوچک در تصمیمات خود با این مشکل مواجه هستند که:

- کدام سهام را انتخاب کنند؟

- کدام نسبت سرمایه‌گذاری را برای تخصیص سرمایه خود به این سهام اختصاص دهند؟

در نتیجه در مقاله حاضر با ارایه یک مدل پورتفوی میانگین- واریانس، به برآورد و حل آن با روش تئوری بازی و با استفاده از تعادل نش برای بررسی رفتارهای نقش‌آفرینان قدرتمند پرداخته شده و روش بهتر پیشنهاد می‌گردد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

اگرچه کاربرد تئوری بازی‌ها در حسابداری و بازار سرمایه‌دارای دارای ادبیات طولانی و غنی نمی‌باشد، اما اخیراً گستره وسیعی از تئوری بازی‌ها در بازار سرمایه و تصمیمات و سرمایه‌گذاری در بازار به وجود آمده است. کاربرد آن در تبیین رفتار سرمایه‌گذاران، کاربرد آن در ارزیابی سهام (اسلامی بیدگلی، ۱۳۹۰)، کاربرد آن در شکست بازار [6]، کاربرد آن در اجتناب تصمیمات غیربهبینه مدیریتی (شیردل و زینال پور، ۱۳۹۴)، کاربرد آن در تصمیم‌گیری‌های مدیریتی، همگی نشان از دامنه کاربرد تئوری بازی‌ها در بازار سرمایه می‌باشد. به طور خلاصه می‌توان حاصل نتایج پژوهش‌های مذکور را چارچوب نظری مناسب در جهت تدوین چارچوب نظری پژوهش حاضر دانست.

[7] پژوهشی را با عنوان "پاسخ استراتژیک سرمایه‌گذاران خبره در مقابل پیش‌بینی نادقیق تحلیلگران مالی" انجام داده‌اند. هدف از این پژوهش پاسخ به این پرسش است که: آیا فعالیت‌های تجاری اطلاعات محور که حول زمان افشای درآمد انجام شده، زیاد هستند یا خیر. بدین منظور در این پژوهش از روش درآمدهای غیرمنتظره استاندارد شده برای آزمون فرضیات پژوهش استفاده شده است. نتایج این پژوهش حاکی از آن است که تاجران رانت‌دار از سهام به شدت گران سوء استفاده کرده و پیش از تایید انتظارات پیشین در مورد جریان نقدی آتی از سوی شرکت، سهام‌های کوچک را معامله می‌کنند

مرجع [8] پژوهشی را با عنوان "تأثیر عوامل رفتاری بر تصمیمات سرمایه‌گذاری و عملکرد: شواهدی از بازار سهام پاکستان" انجام داده‌اند. هدف اصلی این پژوهش بررسی تأثیر عوامل رفتاری بر تصمیم‌های سرمایه‌گذاری است. نتیجه پژوهش نشان داد که عوامل رفتاری با تصمیمات سرمایه‌گذاری و عملکرد سرمایه‌گذاری ارتباط دارد و بازار و رفتار گله‌ای ارتباط مثبتی با تصمیمات سرمایه‌گذاری دارد و همچنین رفتار گله‌ای و رفتار اکتشافی و آینده‌نگری و تصمیمات سرمایه‌گذاری، پیشرو در عملکرد سرمایه‌گذاری هستند و هر دو سرمایه‌گذاران فردی و نهادی می‌توانند از مزایای مطالعه تأثیر عوامل رفتاری بر تصمیمات سرمایه‌گذاری بهره‌مند شوند.

در این مورد، [9] به پژوهشی تحت عنوان "تورش‌های رفتاری و تأثیر آن بر تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران در بورس اوراق بهادار" پرداخت. در مباحث سرمایه‌گذاری، نوع تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران و عوامل موثر بر تصمیم‌گیری آنها بسیار حایز اهمیت است. مطالعات مختلفی در زمینه انواع خطاهای ادراکی و چگونگی تأثیر این خطاها بر تصمیم‌گیری مالی در بازارهای مالی انجام شده و به این نتیجه دست یافته‌اند که تصمیم‌ها تحت تأثیر چندین خطا قرار می‌گیرد. پژوهش به بررسی تأثیر تورش‌های رفتاری بر تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران در بازار پرداخته و روش انجام پژوهش توصیفی و بهره‌گیری از مطالعات کتابخانه‌ای می‌باشد. مرجع [10] در پژوهشی با عنوان "بررسی سیاست‌های نفتی ایران در اوپک براساس نظریه بازی‌ها"، سیاست‌های بهینه کوتاه مدت ایران در اوپک براساس مدل بازی رهبر-پیرو مدل‌سازی و محاسبه کردند. شاید با وارد نمودن شاخص‌های سیاسی به معادله سود در آینده و دقیق‌تر

نمودن تابع واکنش کشورها با توجه به شرایط کوتاه مدت اقتصادی و سیاسی هر کشور، نتایج دقیق تری در جهت بررسی سیاست‌های بهینه بلندمدت ایران در اوپک به دست آید. در مرجع [11] در پژوهشی با عنوان "بهینه سازی الگوی سرمایه‌گذاری در نزول‌های اساسی بورس اوراق بهادار تهران در چارچوب رویکرد عوامل ناهمگن و مدل‌سازی عامل بنیان با استفاده از الگوریتم ژنتیک"، که هدف از این مقاله بررسی الگوهای رفتاری سرمایه‌گذاران در زمان نزول‌های اساسی بورس اوراق بهادار تهران در چارچوب مدل عامل ناهمگن و بهینه سازی الگوها با استفاده از الگوریتم ژنتیک می‌باشد. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که مدل عامل ناهمگن، استراتژی دنبال‌کنندگان روند متضاد را به صورت مناسبی پیش‌بینی می‌نماید.

۳- روش‌شناسی پژوهش

نظر به اینکه هدف اصلی از انجام این پژوهش مدلسازی رفتار متقابل نقش‌آفرینان و ارائه مدل پرتفوی بهینه نقش-آفرینان کوچک است، می‌توان گفت پژوهش حاضر از نظر هدف در حیطه تحقیقات کاربردی می‌باشد. هدف تحقیق کاربردی توسعه دانش کاربردی در یک زمینه خاص است. در اینجا نیز سطح گفتمان انتزاعی و کلی اما در یک زمینه خاص است. از سوی دیگر با توجه به اینکه در این پژوهش از روش‌های مطالعه کتابخانه‌ای استفاده شده است و در نهایت جهت انتخاب پرتفوی بهینه، به نقش‌آفرینان کوچک، مدل ارائه شده است، می‌توان بیان کرد که پژوهش حاضر بر اساس ماهیت و روش، یک پژوهش کتابخانه‌ای و بر اساس هدف، یک پژوهش کاربردی است. جامعه آماری پژوهش شامل شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران طی سال‌های ۱۳۸۹-۱۳۹۹ است.

در این پژوهش، رفتار استراتژیک نقش‌آفرینان قدرتمند و کوچک تجزیه و تحلیل می‌گردد و سپس یک مدل بهینه-سازی میانگین-واریانس پورتفو در بازار مالی، جهت پرتفوی بهینه نقش‌آفرینان کوچک ارائه می‌گردد. بنابراین توانایی نقش‌آفرینان قدرتمند برای حرکت قیمت‌های تک دوره‌ای در مدل بهینه‌سازی میانگین-واریانس پورتفو سنتی معرفی شده و سبد پرتفوی نقش‌آفرینان کوچک با استفاده از بسط مدل میانگین-واریانس مارکویتز و نرم‌افزار اکسل تعیین می‌گردد.

در راستای اهداف پژوهش و با توجه به خلأهای ذکر شده به ویژه از بعد نظری و پیشینه، سوالات پژوهش را می‌توان به صورت زیر بیان نمود :

۱- نقش‌آفرینان کوچک چگونه پرتفوی خود را، هنگامی که تابع مطلوبیت آنها حداکثر کردن بازده است، در حضور نقش‌آفرینان بزرگ، انتخاب می‌کنند؟

۲- نقش‌آفرینان کوچک چگونه پرتفوی خود را، هنگامی که تابع مطلوبیت آنها حد اقل کردن ریسک است، در حضور نقش‌آفرینان بزرگ، انتخاب می‌کنند؟

در بخش اول از پژوهش از ابزارهای فیش‌برداری و پرینت کامپیوتری استفاده خواهد شد. در بخش دوم از پژوهش، ابزار پژوهش، گزارش‌های مالی منتشر شده از سوی شرکت‌ها، سایت رسمی بورس اوراق بهادار تهران و همچنین از نرم‌افزارهای بانک اطلاعاتی می‌باشد. در بخش سوم از پژوهش برای برآورد و مدل‌ها از نرم‌افزار اکسل استفاده خواهد شد.

۴- مدل بازی در حضور نقش‌آفرینان قدرتمند و بسط و توسعه مدل میانگین واریانس مارکویتز:

برای توضیح مدل فرض می‌شود که n دارایی و m سرمایه‌گذار وجود داشته باشد. در این صورت: برای آلمین سرمایه‌گذار بازده به صورت زیر تعریف می‌شود: بازده پرتفوی آلمین سرمایه‌گذار برابر است با مجموع بازده هر دارایی

$$r_p^i : \sum_{j=1}^n x_j^i r_j = r'x^i \quad (۱)$$

که در فرمول شماره (۱)، r_j ، بازدهی دارایی j و x_j^i ، کسری از دارایی i که توسط سرمایه‌گذار j تخصیص داده می‌شود، است. این پرتفوی دارایی میانگین و واریانس است یعنی نوسان دارد چرا که r ها تصادفی است و نوسانات بازده به خیلی از عوامل سیاسی و اقتصادی داخلی و خارجی بستگی دارد که ناشی از ریسک سیستماتیک است و از تصمیمات ما خارج است به همین دلیل r را تصادفی گویند. میانگین، واریانس و کواریانس این پرتفو عبارت‌اند از:

$$\mu_p^i := E(r_p^i) = \sum_{j=1}^n E(x_j^i r_j) = \mu'x^i \text{ و } (\sigma_p^i)^2 := \text{Var}(r_p^i) := \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n x_j^i x_k^i C_{jk} = (x^i)'C x^i$$

$$C_{jk} := \text{cov}(r_j, r_k)$$

در مدل کلاسیک مارکویتز هدف سرمایه‌گذار این است که پرتفویی انتخاب نماید که حداکثر بازده و حداقل واریانس را داشته باشد، در مدل مارکویتز سنتی، سرمایه‌گذار با مقایسه بین واریانس و بازدهی دارایی با توجه به محدودیت بودجه خود به انتخاب پرتفو می‌پردازد. در این مدل، فرض بر این است که در بازار رقابت کامل وجود دارد. در این شرایط نقش‌آفرینان قیمت‌پذیر هستند و بازیگران قدرتمند که بتوانند قیمت تعیین کنند، وجود ندارند و بازار تعیین کننده بازده است. اما در مدل پیشنهادی پژوهش حاضر فرض می‌شود که نقش‌آفرینان بزرگ که بازیگران قدرتمند بازار هستند، به واسطه قدرت و حجم معامله قادر به تغییر قیمت سهام هستند و بین حجم معامله و قیمت رابطه وجود دارد. به عبارتی بازار رقابت ناقص دارد و نقش‌آفرینان بزرگ و بازار هر دو تعیین کننده بازده هستند و نقش‌آفرینان کوچک تابع آنها هستند؛ به طوری که برخی نقش‌آفرینان به عنوان تعیین کننده قیمت و برخی قیمت-پذیر می‌باشند. اما با این وجود نقش‌آفرینان بزرگ و بازار باید به نوعی قیمت را تعیین کنند که بتوانند نقش‌آفرینان خرد را جذب کنند و در این صورت نوعی بازی شکل می‌گیرد و قیمت دارایی در بازار به صورت مقابل تعیین می‌گردد: $P(Q_j) := P_j^{PM} + \theta Q_j$ (۲)

که در فرمول شماره ۲، $P(Q_j)$: قیمت دارایی j در بازار، P_j^{PM} : قیمت دارایی در بازار رقابت کامل، $\theta_j \geq 0$: کشش قیمتی تقاضای دارایی j ، Q_j : میزان تقاضای دارایی در بازار، $\theta_j' Q_j$: قدرت بازار هستند. این رابطه نشان می‌دهد که قیمت تا چه اندازه تحت تاثیر حجم تقاضا قرار می‌گیرد، بنابراین $\theta_j' Q_j$ به عنوان قدرت بازار تعریف می‌شود.

اگر w ثروت سرمایه‌گذار λ ام باشد و اگر داشته باشیم: $Q_j = \frac{\sum_{i=1}^m w^i x_j^i}{P_j^0}$ ، در نتیجه:

$$P(Q_j) = P_j^{PM} + \theta_j \frac{\sum_{i=1}^m w^i x_j^i}{P_j^0}$$

در نتیجه بازده دارایی به صورت زیر است:

$$r_j := \frac{P(Q_j)}{P_j^0} - 1 = \frac{P_j^{PM}}{P_j^0} + \frac{\theta_j}{(P_j^0)^2} \sum_{i=1}^m (w^i x_j^i) - 1 = r_j^{PM} + \theta_j' \sum_{i=1}^m w^i x_j^i$$

$$\theta'_j = \frac{\theta_j}{(P_j^0)^2} \quad \text{و}$$

است و Γ_j^{PM} : بازدهی دارایی در بازار رقابت کامل است و بازده مورد انتظار به صورت زیر است:

$$\mu_j := \bar{\Gamma}_j^{PM} + \theta'_j \sum_{i=1}^m w^i x_j^i \quad (۳)$$

μ_j^{PM} : بازدهی مورد انتظاری برای مدل مارکویتز سنتی است، حال می‌توان تخصیص دارایی در بازار انحصاری را بدین صورت نوشت:

$$\min(x^i)^T C x^i - \lambda^i (\bar{\Gamma} + \sum_{k=1}^m w^k D x^k)^T x^i \quad \text{و} \quad s.t. x^i = 1$$

که $\lambda > 0$ نمایانگر ضریب ریسک‌گریزی است که هر چه بزرگ‌تر باشد یعنی سرمایه‌گذار ریسک‌گریزتر است. توجه کنید که در مدل مارکوویتز دارایی‌ها به کشش تقاضا حساس نیستند، و $\theta_j = 0 \forall j$ برابر با صفر است، با

$$\text{توجه به اینکه قدرت بازار برای سرمایه‌گذار نام برابر با} \quad mp^i := \frac{w^i}{\sum_k w^k} \text{ است،}$$

در این نوع بازی به جای یک بهینه‌سازی انفرادی، سرمایه‌گذار وارد یک بازی از نوع تعادل نش می‌گردد. در این حالت تعادل، تابع لاگرانژ $L_i(x^i, \rho^i)$ سرمایه‌گذار به صورت زیر خواهد بود:

$$L_i(x^i, \rho^i) = (x^i)^T C x^i - \lambda^i \left(\bar{\Gamma} + \sum_{k \neq i}^m w^k D x^k + w^i D x^i \right) x^i + \rho^i (1^T x^i - 1)$$

در این معادله شرط بر این است که :

$$2(C - \lambda^i w^i D) x^i - \lambda^i \left(\bar{\Gamma} + \sum_{k \neq i}^m w^k D x^k \right) + \rho^i 1 = 0 \quad (۵)$$

$$\text{و: } 1^T x^i = 1 \quad (۶)$$

اگر داشته باشیم: $h^i := 1^T C^{i-1} 1$ و $C^i := C - \lambda^i w^i D$, $g^i := 1^T C^{i-1} \bar{\Gamma}$ خواهیم داشت:

$$\rho^i = \frac{\lambda^i}{h^i} \left(g^i + 1^T C^{i-1} \sum_{k \neq i}^m w^k D x^k \right) - \frac{2}{h^i} \quad (۷)$$

از معادله ۴ و ۵ داریم: (۸)

$$= \lambda^i \bar{\Gamma} - \frac{\lambda^i g^i}{h^i} 1 + \frac{2}{h^i} 1 = 2 C^i \bar{x}^{\lambda^i}$$

$$2 \sum_1^n C_{jl}^i x_1^i - \lambda^i \theta_j \sum_{k \neq i}^m w^k x_j^k + \frac{\lambda^i}{h^i} \sum_{k \neq i}^m w^k \sum_1^n b_i^k \theta_i^k = 2 \left[C^i \bar{x}^{\lambda^i} \right]_j \quad (۹)$$

$$2 \sum_1^n C_{jl}^i x_1^i + \sum_{k \neq i}^m \left[-\lambda^i \theta_j w^k \left(\frac{b_j^i}{h^i} \right) \right] x_j^k + \sum_{k \neq i}^m \sum_{1 \neq j}^n \frac{\lambda^i}{h^i} \theta_i w^k b_i^k x_1^k = 2 \left[C^i \bar{x}^{\lambda^i} \right]_j$$

در این معادله می‌توان مقادیر $x = [x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1, x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2, \dots, x_1^m, x_2^m, \dots, x_n^m]^T$ را با حل معادله

$$A x = C \quad \text{به صورت زیر محاسبه نمود: } A_{n(i-1)+j, n(k-1)+1}$$

$$\leftarrow \begin{cases} C_{jl}^j & k = i \\ -\frac{\lambda^i}{2} \theta_j w^k \left(1 - \frac{b^i}{h^i} \right) & k \neq i, l = j \\ \frac{\lambda^i}{2h^i} \theta_l w^k b_l^i & k \neq i, l \neq j \end{cases} \quad C_{n(i-1)} \leftarrow [C^i \bar{x}^{\lambda^i}]_j \quad (10)$$

نتیجه این مدل، تعادل نش بازی را نشان می‌دهد و مسئله بهینه‌سازی که یک نقش‌آفرین حل می‌کند، می‌تواند برای برخی λ ها بی‌نهایت باشد. چون این موقعیت در عمل به وجود نمی‌آید، می‌توان محدودیت‌هایی را برای اجتناب از آن اضافه کرد. مثلاً، می‌توان کرانی را در مقدار کلی یک دارایی خریداری شده در بازار اضافه کرد یا از اتصالات کوتاه جلوگیری به عمل آورد. برخی از نقش‌آفرینان هستند که تحمل ریسک را ندارند و لاندای آنها صفر است و در برخی از موارد نیز همه نقش‌آفرینان یک ثروت و یک درجه از ریسک‌گریزی دارند که این موارد خاص با استفاده از روابط ریاضی که قبلاً توضیح داده شد بررسی می‌شود:

۵- حالت‌های خاص:

زمانی که سرمایه‌گذار هیچ گونه ریسکی را متحمل نمی‌شود: بدین معنی که $\lambda^i = 0$ است که در آن مورد، x^i تخصیص پرتفولیو میانگین واریانس (MVP) در بازار رقابت کامل است. مرجع [12] را ببینید.

$$x^i = \bar{x}^0 = \frac{1}{h} C^{-1} 1$$

نقش‌آفرینان دارای سطوح یکسانی از ثروت هستند: بدین معنی که $w^i = w^k$ و $\lambda^i = \lambda^k$ که در آن مورد، $x^i = x^k$ است. برای درک این مورد، توجه کنید که $C^i = C^k$ است و در نتیجه، $g^i = g^k = h^i = h^k$ می‌باشد. در نتیجه، معادله‌ی شماره ۵، برای سرمایه‌گذار i و k بدین شرح ارائه می‌شود:

$$i : 2C^i x^i - \lambda^i w^i D x^k + \frac{\lambda^i}{h^i} w^i 1' C^{i-1} D x^k 1 = A^d$$

$$k : 2C^i x^k - \lambda^i w^i D x^i + \frac{\lambda^i}{h^i} w^i 1' C^{i-1} D x^i 1 = A^d$$

اگر یک سرمایه‌گذار، همه‌ی قدرت‌های بازار را دارا باشد یعنی انحصاری باشد (w.l.g. سرمایه‌گذار M)، پس تصمیماتش به تصمیمات بازیگران دیگر بستگی ندارد و تخصیص آن‌ها به وسیله بازار کامل قابل تعیین می‌باشد.

معادله‌ی شماره ۷، تبدیل به $\rho^M = \frac{\lambda^M g^M}{h^M} - \frac{2}{h^M}$ می‌شود که با ترکیب با معادله‌ی شماره ۸، داریم:

$$x^M := \frac{\lambda^M}{2} C^{M-1} \left(\bar{r} - \frac{g^M}{h^M} 1 \right) + \frac{1}{h^M} C^{M-1} 1$$

معادله‌ی شماره ۷ برای بقیه بازیگران، تبدیل به $\rho^i = \frac{\lambda^i}{h} (g + w^M 1 C^{-1} D x^M) - \frac{2}{h}$ می‌شود و با ادغام آن

با معادله‌ی شماره ۸، معادله‌ی مقابل را به دست می‌آوریم:

$$x^i = \bar{x}^{\lambda^i} + \frac{\lambda^i w^M}{2} \left[C^{-1} D x^M - \frac{1}{h} (1' C^{-1} D x^M) C^{-1} 1 \right]$$

در بازار کامل، مرز کارایی با حل معادلات مارکوویتز با ارزش‌های مختلف λ به دست می‌آید. ساختار آن به نقش-آفرینان وابسته نیست. نقش‌آفرینان خطرپذیری و λ را می‌سنجند، آن‌ها می‌توانند بازگشت میانگین و نوسانات را برای نمونه کارشان شناسایی کنند و مرز کارای همه نقش‌آفرینان منحصر به فرد است. اما در مدل انحصاری از پیش شرح داده شده، تخصیص و بازده به قدرت بازار هر سرمایه‌گذار و ریسک‌پذیری آن بستگی دارد. مرجع [13] را ببینید.

۶- تعادل در یک بازار با دو دارایی و دو سرمایه‌گذار

پرتفوی دو دارایی پر ریسک و دو سرمایه‌گذار، یک حالت کلی است. این مورد این امکان را می‌دهد که فرمول‌های نزدیکی برای تخصیص بهینه اتخاذ شود و در نتیجه، می‌توان تحت هر شرایطی با هر نوع از نقش‌آفرینان در ساختار بازارهای انحصاری بهره برد. مرجع [18] را ببینید.

۶-۱ تخصیص بهینه

نقش‌آفرین کوچک و نقش‌آفرین قدرتمند را در نظر بگیرید که ثروت هر کدام به ترتیب $w_A=0$ و $w_M=1$ است. برای سادگی بیشتر، یکی از دارایی‌ها بدون کشتش فرض می‌شود، یعنی $\theta_1=0$ و دارایی دیگر کشتش آن بزرگتر از صفر است یعنی: $\theta_2=\theta>0$. $\sigma_j:=\sqrt{C_{jj}}$ و $\bar{f}_1\leq\bar{f}_2$ و $\sigma_1\leq\sigma_2$ و p ، همبستگی بین دو دارایی است.

سپس، $C=\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$ است. و A و c برابر است با:

$$A=\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & \lambda^A\theta\frac{b_2^A}{2h} \\ C_{12} & C_{22} & 0 & -\lambda^A\theta\frac{b^A}{2h} \\ 0 & 0 & C_{11} & C_{12} \\ 0 & 0 & C_{12} & C_{22}^2 \end{bmatrix} \quad C=\begin{bmatrix} \frac{\lambda^A}{2}(\bar{f}_1-\frac{g}{h})+\frac{1}{h} & \frac{\lambda^A}{2}(\bar{f}_2-\frac{g}{h})+\frac{1}{h} \\ \frac{\lambda^M}{2}(\bar{f}_1-\frac{g^M}{h^M})+\frac{1}{h^M} & \frac{\lambda^M}{2}(\bar{f}_2-\frac{g^M}{h^M})+\frac{1}{h^M} \end{bmatrix}$$

چون، $x_1=1-x_2$ ، سپس معادله‌های شماره‌ی ۲ و ۴، نسبت به معادله‌های شماره‌ی ۱ و ۳، به صورت خطی مستقل

هستند. با در نظر گرفتن معادله‌های شماره‌ی ۱ و ۳، $\tilde{A}x = \tilde{c}$ with $x=[x_2^A, x_2^M]^T$

$$\tilde{A}=\begin{bmatrix} C_{12}-C_{11} & \lambda^A\theta\frac{b_2^A}{2h} \\ 0 & C_{12}-C_{11} \end{bmatrix}, \quad \tilde{c}=\begin{bmatrix} \frac{\lambda^A}{2}(\bar{f}_1-\frac{g}{h})+\frac{1}{h}-C_{11} \\ \frac{\lambda^M}{2}(\bar{f}_1-\frac{g^M}{h^M})+\frac{1}{h^M}-C_{11} \end{bmatrix}$$

موردی که به سادگی قابل مشاهده است این است که $b_2^M=\frac{C_{12}-C_{11}}{|C|}$ و

$$\tilde{c}=(C_{12}-C_{11})\begin{bmatrix} \frac{\lambda^A}{2}\frac{\bar{f}_2-\bar{f}_1}{|C|^h}-\frac{C_{12}-C_{11}}{|C|^h} \\ \frac{\lambda^M}{2}\frac{\bar{f}_2-\bar{f}_1}{|C|^h-\lambda^{M_0}}-\frac{C_{12}-C_{11}}{|C|^h-\lambda^{M_0}} \end{bmatrix}$$

سپس راه حلی به شرح زیر ارائه می‌شود:

$$x_2^M=\frac{\lambda^M}{2}-\frac{\bar{f}_2-\bar{f}_1}{|C|^h-\lambda^{M_0}}+\frac{C_{11}-C_{12}}{|C|h}+\frac{\lambda^A\theta}{2|C|h}x_2^M=\bar{x}_2^{\lambda^A}+\frac{\lambda^A\theta}{2|C|h}x_2^M$$

$$x_2^A = \frac{\lambda^A}{2} \frac{\bar{E}_2 - \bar{F}_1}{|C|h} + \frac{C_{11} - C_{12}}{|C|h} + \frac{\lambda^A \theta}{2|C|h} x_2^M = \bar{x}_2^{\lambda^A} + \frac{\lambda^A \theta}{2|C|h} x_2^M$$

بنابراین، x_{A2} و x_{M2} به ترتیب به عنوان x_M و x_A است و $\bar{x}_2^{\lambda^A}$ به عنوان $\bar{x}_1$ در نظر گرفته می‌شود.

در اینجا رفتار استراتژیک نقش‌آفرینان بزرگ و کوچک مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است و این مدل امکان پیشنهاد پرتفوی بهینه برای هر سرمایه‌گذار را فراهم می‌کند. برخی از این نقش‌آفرینان که همان نقش‌آفرینان قدرتمند هستند امکان جابجایی قیمت‌های دارایی را دارند و مرز کارا برای هر نقش‌آفرین متفاوت است و به اندازه و درجه‌ی ریسک‌پذیری نقش‌آفرینان باقی‌مانده بستگی دارد. مثال دو سرمایه‌گذار و دو دارایی، امکان تجزیه و تحلیل بازار را در حضور دو نقش‌آفرین فراهم می‌آورد.

۶-۲ نقش‌آفرین قدرتمند

تبادل، برای همه‌ی λ ها بررسی می‌شود. معادله‌ی نقش‌آفرین قدرتمند به شرح زیر است:

$$\min(|C|h - \lambda^M \theta) x_M - (\lambda^M \bar{E}_2 - \bar{F}_1) + 2(C_{11} - C_{12}) x_M - \lambda^M \bar{F}_1 + C_{11}$$

زمانی که $|C|h - \lambda^M \theta < 0$ است، نقش‌آفرین قدرتمند می‌تواند به صورت اختیاری، تابع هدف را با افزایش تخصیص در دارایی شماره‌ی دو افزایش دهد. البته این حالت در عمل اتفاق نمی‌افتد. برای درک بهتر تحلیل، $0 \leq x_M \leq 1$ در نظر گرفته نشده است. با اضافه کردن این محدودیت، به طور ضمنی، مقدار خریداری شده و بازده دو دارایی مساوی هم قرار گرفته است $\bar{E}_2 + \theta x_M \leq \bar{E}_2 + \theta$.

θ چگونگی قدرت بسیار بالای نقش‌آفرین را ارائه می‌دهد که قادر به تغییر بازده است. بنابراین، رابطه $|C|h - \lambda^M \theta < 0$ برقرار است و اگر رابطه به این صورت باشد $|C|h - \lambda^M \theta \geq 0$ ، در این حالت بستگی به شرایط بازاری و ریسک‌پذیری نقش‌آفرین دارد.

$$\text{اگر } 0 \leq \frac{\lambda^M}{2} \bar{E}_2 + \theta x_M \frac{C_{12} - C_{11}}{\bar{E}_2 - \bar{F}_1} \text{ بنابراین } x_M = 0$$

$$\text{اگر } \frac{C_{12} - C_{11}}{\bar{E}_2 - \bar{F}_1} \leq \frac{\lambda^M}{2} \leq \frac{C_{22} - C_{12}}{\bar{E}_2 - \bar{F}_1 + 2\theta} \text{ بنابراین } x_M = \bar{x}_M \left(\frac{|C|h}{|C|h - \lambda^M \theta} \right)$$

$$\text{اگر } \frac{\lambda^M}{2} > \frac{C_{22} - C_{12}}{\bar{E}_2 - \bar{F}_1 + 2\theta} \text{ بنابراین } x_M = 1$$

تخصیص نقش‌آفرینان بزرگ، به تصمیمات کوچک بستگی ندارد و مشاهده می‌شود که $x_M \geq \bar{x}_M$ است و در نتیجه، x_M در خطرپذیری λ^M هم افزایش می‌یابد. این مورد به سادگی تابع هدف $Z_p^M := (\sigma_p^M)^2 - \lambda^M \mu_p^M$ را آشکار می‌کند و زمانی که ریسک‌پذیری افزایش یابد رابطه مقابل برقرار است:

$$\frac{\partial Z_p^M}{\partial \lambda^M} = -2\theta x_M \frac{\partial x_M}{\partial \lambda^M} \lambda^M - \mu_p^M \leq 0.$$

پاداش برای ریسک بیشتر، بیشتر از بازار کامل است که در آن مطابق با این رابطه $\frac{\partial Z_p^M}{\partial \lambda^M} = -\mu_p^M$ است. در زیر نشان داده شده است که یک نقش‌آفرین قدرتمند، چگونه در محیط جدید سود می‌برد. برای هر گونه ریسک‌پذیری λ^M ، یک نقش‌آفرین قدرتمند ارزش بیشتری را یا ارزش مساوی با z_{MP} در ارتباط با محیط بازار کامل ارائه می‌دهد.

اگر $x_M + \bar{x}_M \leq 1$ باشد، سود زمانی افزایش می‌یابد که همبستگی دارایی کاهش یابد، در غیر این صورت سود کاهش خواهد یافت.

در ابتدا تفاوت در نوسانات و بازده در دو بازار محاسبه شده است:

$$\begin{aligned} &= (\bar{r}_2 - \bar{r}_1) + (x_M - \bar{x}_M) + \theta(x_M)^2 = (1 - x_M)\bar{r}_1 + x_M(\bar{r}_2 + \theta x_M) - ((1 - \bar{x}_M)\bar{r}_1 + \bar{x}_M\bar{r}_2) \\ &\quad \mu_p^M[x_M] - \bar{\mu}_p^M[\bar{x}_M] \\ &= |C| h x_M^2 - 2(C_{11} - C_{12})x_M + C_{11} (\sigma_p^M[x_M])^2 - (\bar{\sigma}_p^M[\bar{x}_M])^2 \\ &= (x_M - \bar{x}_M)(|C| h(x_M - \bar{x}_M) + \lambda^M(\bar{r}_2 - \bar{r}_1)) \\ &= (x_M - \bar{x}_M)(|C| h(x_M + \bar{x}_M) - 2(C_{11} - C_{12})) - (|C| h x_M^2 - 2(C_{11} - C_{12})\bar{x}_M + C_{11}) \end{aligned}$$

در نتیجه، زمانی که λ^M بسیار کوچک است، به طوری که $x_M + \bar{x}_M \leq 1$ می‌باشد، تفاوت عملکرد زمانی کاهش می‌یابد که همبستگی افزایش یابد، در غیر این صورت، تفاوت بیشتر می‌شود. اگر مرز کارای دو محیط با هم مقایسه شود، برای همان نوسانات و در نتیجه همان تخصیص (x_2) ، بازده نمونه کار میانگین، در بازار جدید بالاتر است. در واقع، $\mu_p^M = \bar{\mu}_p^M + \theta x_2^2$ است. در نتیجه، تفاوت زمانی بیشتر است که هدف بالا بردن نوسانات است. تفاوت بین دو بازار با ریسک‌پذیری بالاتر و همبستگی پایین‌تر، افزایش می‌یابد. رابطه θ مستقیم است. زمانی که این مورد افزایش می‌یابد، تفاوت در نتایج تشدید می‌یابد.

۶-۳ نقش آفرین کوچک

تخصیص برای نقش آفرینان کوچک، بستگی به نقش آفرینان قدرتمند دارد. هنوز هم تخصیص دارایی دو، در λ و $X_A \geq \bar{X}_A$ افزایش می‌یابد. برای درک تفاوت در عملکرد و با توجه به بازار کامل، معادله برای نقش آفرین کوچک، به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} &= \frac{x_M \lambda^A \theta}{(|C| h)} \left\{ \frac{\lambda^A \theta x_M}{4} - \frac{\lambda^A}{2} (\bar{r}_2 - \bar{r}_1 + \theta x_M) + C_{12} - C_{11} \right\} \\ &= |C| h \left(\frac{\lambda^A \theta}{2 |C| h} x_M \right)^2 - \lambda^1 \theta x_A x_M = \frac{x_M \lambda^A \theta}{(|C| h)} \left\{ -\frac{\lambda^A}{2} (\bar{r}_2 - \bar{r}_1 + \frac{\theta}{2} x_M) + C_{12} - C_{11} \right\} \\ &\quad |C| h (x_A - \bar{x}_A)^2 - \lambda^1 \theta x_A x_M \end{aligned}$$

بنابراین اگر $x_M = 0$ باشد، z_p^A دقیقاً برابر با همان مقدار در محیط بازار کامل است. در غیر این صورت، فقط در

صورتی افزایش به وجود می‌آید که: $\frac{\lambda^A}{2} > \frac{C_{12} - C_{11}}{\bar{r}_2 - \bar{r}_1 + \frac{\theta}{2} x_M}$ است.

۷- نتایج تجربی

۷-۱ تحلیل بازی در حضور نقش آفرینان قدرتمند

در این مرحله از تحلیل بازی ابتدا شش سهم از سهام شرکت‌های بورسی اوراق بهادار تهران به صورت اختیاری انتخاب گردید و قیمت هر سهم و حجم معاملات سهام برای ۶ سال و در طی روزهای متوالی بررسی شد. در این پژوهش نقش آفرینان قدرتمند و نقش آفرینان کوچک مشخص شده‌اند.

۷-۲- نقش آفرینان قدرتمند و نقش آفرینان کوچک :

برای تعیین نقش آفرین قدرتمند و نقش آفرین کوچک، چارک اول با توجه به حجم معاملات محاسبه گردید، آنهایی که بالای چارک اول قرار گرفته‌اند، نقش آفرینان قدرتمند و آنهایی که پایین چارک اول قرار گرفته‌اند، نقش آفرینان کوچک هستند. از آنجایی که رفتار هر سهم به اندازه کشش هر سهم روی قیمت بازار تاثیر می‌گذارد باید کشش را اندازه‌گیری کنیم. برای شش سهم، شش معادله μ و شش معادله σ استخراج شده است. پس از استخراج معادلات μ و σ مربوط به شش سهم یک برنامه‌ریزی خطی اجرا شده است. کشش شامل لگاریتم قیمت تقسیم بر لگاریتم حجم است و با توجه به معادلات بالا کشش شش سهم یعنی θ محاسبه شده است، سپس برای شش سهم به صورت فرضی با توجه به شرط پژوهش مجموع ثروت شش سهم، W ها برابر با یک است. کلیه محاسبات مربوطه در جدول زیر ارائه شده است.

جدول ۱. میانگین و انحراف معیار و کشش مربوط به شش سهم

μ_1	$0,000901 + 2,36656(X_1 0,23 + X_2 0,24 + X_3 0,26 + X_4 0,1 + X_5 0,1 X_6 + 0,07)$
μ_2	$0,000236 + 10,211(X_1 0,23 + X_2 0,24 + X_3 0,26 + X_4 0,1 + X_5 0,1 X_6 + 0,07)$
μ_3	$0,001167 + 13,245(X_1 0,23 + X_2 0,24 + X_3 0,26 + X_4 0,1 + X_5 0,1 X_6 + 0,07)$
μ_4	$-0,000158 + 13,121(X_1 0,23 + X_2 0,24 + X_3 0,26 + X_4 0,1 + X_5 0,1 X_6 + 0,07)$
μ_5	$-0,000072 + 14,091(X_1 0,23 + X_2 0,24 + X_3 0,26 + X_4 0,1 + X_5 0,1 X_6 + 0,07)$
μ_6	$0,000455 + 13,4606(X_1 0,23 + X_2 0,24 + X_3 0,26 + X_4 0,1 + X_5 0,1 X_6 + 0,07)$
σ_1^2	0,001826
σ_2^2	0,00682
σ_3^2	0,00399
σ_4^2	0,00194
σ_5^2	0,00272
σ_6^2	0,00118
θ_1	2,36
θ_2	10,21
θ_3	13,25
θ_4	13,12
θ_5	14,09
θ_6	13,46
w_1	0,23
w_2	0,24

W_3	۰,۲۶
W_4	۰,۱
W_5	۰,۱
W_6	۰,۰۷

۷-۳- محاسبه لاندا یا ضریب ریسک‌گریزی

از آنجایی که رابطه لاندا $\lambda = 2 \frac{(R - \frac{g}{h})}{f - \frac{g}{h}}$ است برای محاسبه لاندا یا ضریب ریسک‌گریزی باید R و g و h و f

محاسبه شود، برای این منظور و محاسبه مولفه‌های ذکر شده از ماتریس‌های زیر استفاده شده است. با استفاده از μ و σ یک برنامه‌ریزی خطی اجرا شده و h و g و f محاسبه شده است. مقادیر λ و R به ترتیب عبارتند از 0.00056 و 0.15.

جدول ۲

H	۲۳۶۳,۱۳۷
G	۱,۷۲۹۰۵
F	۰,۰۰۳۵۰۸

سپس R را وارد معادله μ کرده و شش معادله و شش مجهول جدید حاصل می‌شود:

جدول ۳. در نتیجه معادله $AC = X$ به صورت ماتریس زیر است:

۰,۱۲۵	۰,۱۳۱	۰,۱۴۱	۰,۰۵۵	۰,۰۵۹۹۷۲	۰,۰۳۸	X1	-۰,۰۰۰۰۷۸۶
۰,۰۵۶۶	۰,۵۸۸	۰,۶۳۷	۰,۲۴۵	۰,۲۶۷۰۰۹	۰,۱۷۲	X2	۰,۰۰۰۰۷۷۶
۰,۷۹۲	۰,۸۲۷	۰,۸۹۵	۰,۳۴۵	۰,۴۲۷۷۱	۰,۲۴۱	X3	-۰,۰۰۰۱۵۸
۰,۰۳۰۲	۰,۳۱۵	۰,۳۴۱	۰,۱۳۱	۰,۲۲۱۲۶۸	۰,۰۰۷	X4	۰,۰۰۰۰۷۱۸
۰,۳۲۴	۰,۳۳۸	۰,۳۶۶	۰,۱۴۱	۰,۱۶۳۲۱۲	۰,۰۹۹	X5	۰,۰۰۰۰۶۳۲
۰,۲۱۷	۰,۲۲۶	۰,۲۴۵	۰,۰۰۹۴	۰,۴۲۳۲۶	۰,۰۰۶۶	X6	۰,۰۰۰۰۰۷۰۳

جدول ۴. حاصل C

-۰,۰۰۰۰۷۸۶	۰,۰۰۰۰۷۷۶	-۰,۰۰۰۱۵۸	۰,۰۰۰۰۷۱۸	۰,۰۰۰۰۶۳۲	۰,۰۰۰۰۰۷۰۳
------------	-----------	-----------	-----------	-----------	------------

آنگاه با توجه به معادله $A^{-1}C = X$ ، A^{-1} در ماتریس C ضرب شده و $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ محاسبه شده است

جدول ۵. حاصل X ها

X1	X2	X3	X4	X5	X6
-۰,۱۱۴۹۳	-۰,۱۵۵۶۱	۰,۲۴۶۷۶۴	۰,۰۱۴۶۸۴	-۰,۰۰۹۹۹	-۰,۰۰۸

بنابراین با توجه به X های به دست آمده استراتژی‌های خرید و فروش مشخص می‌شود، یعنی $0,114$ از سهم $X1$ و $0,115$ از سهم $X2$ و $0,009$ از سهم $X5$ و $0,008$ از سهم $X6$ فروخته می‌شود و $0,246$ از سهم $X3$ و $0,014$ از سهم $X4$ خریداری می‌شود. این پرتفوی با ماکزیمم بازده است. این بار پرتفوی با مینم کردن ریسک محاسبه می‌گردد. برای این منظور با استفاده از σ^2 ها و λ که قبلاً استخراج شده بود شش معادله و شش مجهول به دست می‌آید.

جدول ۶. حاصل واریانس و لاندا

σ_1^2	σ_2^2	σ_3^2	σ_4^2	σ_5^2	σ_6^2	λ
$0,001826$	$0,00682$	$0,00399$	$0,00194$	$0,00272$	$0,00118$	$0,15$

در نتیجه معادله $AC = X$ به صورت ماتریس زیر است :

جدول ۷. نتایج حاصل از معادله $AC = X$

$-0,017$	$-0,02$	$-0,021$	$-0,008$	$0,068371$	$-0,006$	$X1$	$-0,00001179$
$-0,078$	$-0,082$	$-0,096$	$-0,037$	$0,032728$	$-0,026$	$X2$	$0,00001164$
$-0,115$	$-0,124$	$-0,134$	$-0,052$	$6,98$	$-0,036$	$X3$	$-0,0000237$
$-0,047$	$-0,047$	$-0,051$	$-0,02$	$0,022632$	$-0,001$	$X4$	$0,0000107$
$-0,046$	$-0,051$	$-0,055$	$-0,021$	$0,077924$	$-0,015$	$X5$	$0,0000094$
$-0,032$	$-0,034$	$-0,037$	$-0,014$	$4,4$	$-0,01$	$X6$	$0,00000105$

C برابر است با :

جدول ۸. محاسبه C

$-0,00001179$	$0,00001164$	$-0,0000237$	$0,0000107$	$0,0000094$	$0,00000105$
---------------	--------------	--------------	-------------	-------------	--------------

آنگاه با توجه به معادله $A^{-1}C = X$ ، A^{-1} در ماتریس C ضرب شده و $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ محاسبه شده است

جدول ۹. پاسخ X ها

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$-1,03124$	$0,597259$	$0,86271$	$-1,1421$	$0,021051$	$-0,32618$

بنابراین با توجه به X های به دست آمده استراتژی‌های خرید و فروش دیگری تعریف شده، یعنی $1,031$ از سهم $X1$ و $1,142$ از سهم $X4$ و $0,326$ از سهم $X6$ فروخته می‌شود و $0,597$ از سهم $X2$ و $0,862$ از سهم $X3$ و $0,021$ از سهم $X5$ خریداری می‌شود. این پرتفوی با مینم کردن ریسک است.

۸. بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با توجه به اهمیت محیط استراتژیک سرمایه‌گذاری، سعی بر آن شد است تا رفتار استراتژیک نقش‌آفرینان قدرتمند و نقش‌آفرینان کوچک با استفاده از بسط مدل ریاضی میانگین-واریانس مارکویتز حل و بهینه‌سازی گردد. از آنجایی که در چیدمان سبد پرتفوی نقش‌آفرینان رفتار دو گروه از نقش‌آفرینان تاثیرگذار است با استفاده از گیم تئوری وزن بهینه هر دارایی در سبد مشخص شده است. جهت دستیابی به این هدف، بازی در حضور نقش‌آفرینان قدرتمند حل و مدلسازی شده است. در پژوهش حاضر با ایجاد نقش قدرتمند و کوچک برای

بازیگران بازار سرمایه با استفاده از معادلات ریاضی، دستگاه چند معادله و چند مجهول حل شده است. در ابتدا کشش یعنی θ هر سهم که بیانگر رفتار هر سهم است با استفاده از دستگاه شش معادله و شش مجهول محاسبه گردید و برای شش سهم آرفا و ذوب آهن و خوارزمی و شبندر و دسینا و وپاسار به ترتیب θ_{10} و θ_{20} و θ_{30} و θ_{40} و θ_{50} و θ_{60} به دست آمد. قدرت بازار یعنی w ، برابر است با مجموع ثروت شش سهم که مساوی با یک در نظر گرفته شده است. سپس ضریب ریسک‌گریزی نقش‌آفرینان کوچک را محاسبه کرده که بدین منظور جهت دستیابی به ضریب ریسک‌گریزی نقش‌آفرینان کوچک، پارامترهای R و f و g و h محاسبه گردید و R را وارد دستگاه معادلات خطی نموده و ضریب ریسک‌گریزی یا λ محاسبه گردید. در این بخش با توجه به مدل $AC = X$ ، وزن بهینه دارایی‌های سهام شرکت‌های آرفا و ذوب آهن و خوارزمی و شبندر و دسینا و وپاسار در بازی بین نقش‌آفرینان قدرتمند و نقش‌آفرینان کوچک، یک بار با تابع مطلوبیت حداکثر کردن بازده و بار دیگر با تابع مطلوبیت حداقل کردن ریسک تعیین شده است. یادآوری می‌شود که در این بازی نقش‌آفرینان قدرتمند قیمت را تعیین کرده‌اند و نقش‌آفرینان کوچک به خرید و فروش پرداخته‌اند. وزن دارایی بهینه برای نقش‌آفرینان کوچک، یک بار با ماکزیمم کردن بازده و یک بار با مینیمم کردن ریسک تعیین شده است. زمانی که تابع مطلوبیت سرمایه‌گذار ماکزیمم کردن بازده است، پرتفوی نقش‌آفرینان به این صورت است که: سهام آرفا و سهام ذوب آهن و سهام دسینا و سهام وپاسار فروخته می‌شود و سهام خوارزمی و سهام شبندر خریداری می‌شود. زمانی که تابع مطلوبیت سرمایه‌گذار مینیمم کردن ریسک است، پرتفوی نقش‌آفرینان به این صورت است که: سهام آرفا و سهام شبندر و سهام وپاسار و سهام ذوب آهن و سهام خوارزمی و سهام دسینا خریداری می‌شود.

فهرست منابع

- [1] اسلامی بیدگلی، غ، احتشام راعی، ر (۱۳۹۰). کاربرد تئوری بازی‌ها در ارزیابی سرمایه‌گذاری در سهام. مجله دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، دوره ۴، شماره ۳، ص ۱۰۱-۱۲۹.
- [2] تاتایی، پ؛ رهنمای رودپشتی، ف؛ (۱۳۹۶). شکست بازار با استفاده از سبد توصیه شده بر مبنای بازی ائتلاف. فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، دوره ۸، شماره ۳۳.
- [3] جامی الاحمدی، م؛ رازدار، م (۱۳۹۷). تورش‌های رفتاری و تأثیر آن بر تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران در بورس اوراق بهادار. کنفرانس بین‌المللی تازه‌های مدیریت حسابداری و اقتصاد. دبیرخانه دائمی کنفرانس، تهران.

[4] خوشنود، م، رهنمای رودپشتی، ف، نیکومرام، ه (۱۳۹۹). بهینه سازی الگوی سرمایه‌گذاری در نزول‌های اساسی بورس اوراق بهادار تهران در چارچوب رویکرد عوامل ناهمگن و مدل سازی عامل بنیان با استفاده از الگوریتم ژنتیک. فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۴۲.

[5] رهنمای رودپشتی، ف؛ هیبتي، ف؛ موسوی، س (۱۳۹۱). بررسی الگوی ریاضی انتخاب پرتفوی سرمایه‌گذاری مبتنی بر مالی رفتاری. مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، دوره ۳، شماره ۱۲.

[6] راعی، ر؛ علی بیگی، ه (۱۳۸۹). بهینه سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات. مجله پژوهشات مالی، دوره ۱۲، شماره ۲۹.

[7] سینایی، ح، زمانی، س (۱۳۹۳). تصمیم‌گیری برای انتخاب سبد سهام؛ مقایسه الگوریتم ژنتیک و زنبور عسل. مجله پژوهشنامه مدیریت اجرایی، دوره ۶، شماره ۱۱.

[8] شهریاری، س؛ سرنقی، ت، فرازمنند، ن (۱۳۹۸). بررسی سیاست‌های نفتی ایران در اوپک بر اساس نظریه بازی ها. فصلنامه پژوهش های سیاسی جهان اسلام، دوره ۹، شماره ۱، ص ۱-۲۸.

[9] هیبتي، ف؛ رهنمای رودپشتی، ف؛ افشار کاظمی، م؛ عبیری، ا (۱۳۹۰). ارزیابی مدل گزینش سبد سهام با استفاده از فرآیند تحلیل سلسله مراتبی (AHP)، آنالیز رابطه ای خاکستری (GRA) و برنامه ریزی آرمانی (GP). مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، دوره ۲، شماره ۶.

[10] Campbell, J. Y. , Grossman, S. J. , & Wang, J. (1993). Trading volume and serial correlation in stock returns. The Quarterly Journal of Economics, 108 (4), 905–939.

[11] Kolm, P. N. , Tütüncü, R. , & Fabozzi, F. J. (2014). 60 years of portfolio optimization: Practical challenges and current trends. European Journal of Operational Research, 234 (2), 356–371.

[12] Kannai, Y. , & Rosenmüller, J. (2010). Strategic behavior in financial markets. Journal of Mathematical Economics, 46 (2), 148–162 .

[13] Lee, K. H., Powell, L. M., Nguyen, L., & Eryilmaz, E. (2018). The Strategic Responses from Sophisticated Investors to Inaccurate Forecast of Financial Analysts. Accounting and Finance Research, 7(1), 272 .

[14] Mangoubi, O. (2012). Strategic behavior in multiple-period financial markets. In Optimization theory and related topics: Israel mathematical conference proceedings, a workshop in memory of dan Butnariu, January 11-14, 2010, Haifa, Israel: Vol. 568 (p. 191). American Mathematical Society .

-
- [15] Mantovi, A. Augusto, S. (2018). A game-theoretic traverse analysis: price competition and strategic investment. *Structural change and economic dynamics*. Elsevier, vol, 49(c), 301-311.
- [16] Marcelo, J. Villena. Lorenzo Reus.(2016). On the strategic behavior of large investors: A mean-variance portfolio approach. *European Journal of Operational Research* 254 (2016) 679–688.
- [17] Rehan, M. Alvi. J. Javed, L. Saleem, B.(2021). Impact of Behavioral Factors on Investment Decisions and Performance: Evidence from Pakistan Stock Exchange. *Journal of Market Forces College of Management Sciences*, Volume 16, Issue 1.
- [18] Wang Chan, Pu-yan Nie.(2019). A note on effects of rational bubble on portfolios. *Physica A* 492 (2018) 50–56.