

## **Abu al-Wafa al-Buzjani: A Pedagogical Framework for Teaching Mathematics and Astronomy with a Historical–Practical Approach**

**Vahid Alamian\***

*Assistant Professor, Department of Basic Sciences, Farhangian University, Tehran, Iran*

### **Abstract:**

*Abu al-Wafa Muhammad ibn Muhammad ibn Yahya ibn Ismail al-Buzjani (940–998 AD), one of the most distinguished mathematicians and astronomers of the Islamic world in the 10th century, made remarkable contributions to trigonometry, geometry, and astronomy. This article, while outlining al-Buzjani's scientific standing in the history of science, proposes a pedagogical framework inspired by his approaches for mathematics and astronomy teachers. The aim of this approach is to enhance students' conceptual understanding, computational accuracy, practical geometric skills, and critical thinking by introducing real-life and tangible problems, using simple tools, and emphasizing the role of Islamic civilization in scientific progress. This educational model enables teachers to create an engaging and meaningful learning environment by connecting history, theory, and practice.*

**Keywords:** *Abu al-Wafa al-Buzjani, pedagogy, mathematics education, astronomy education, historical–practical approach, critical thinking, practical skills.*

---

\* Email: vahid\_alamian@cfu.ac.ir (Corresponding Author)

## ابوالوفا بوزجانی: چارچوبی پداگوژیک برای آموزش ریاضیات و نجوم با رویکرد تاریخی-کاربردی

وحید عالمیان<sup>۱\*</sup>

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۰۸/۰۵

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۵/۲۲

### چکیده

ابوالوفا محمد بن محمد بن یحیی بن اسماعیل بوزجانی (۹۴۰-۹۹۸ میلادی)، یکی از برجسته‌ترین ریاضیدانان و منجمان جهان اسلام در قرن دهم میلادی، دستاوردهای چشمگیری در حوزه‌های مثلثات، هندسه و نجوم داشت. این مقاله، ضمن تبیین جایگاه علمی بوزجانی در تاریخ علم، یک چارچوب پداگوژیک مبتنی بر رویکردهای او را برای معلمان ریاضیات و نجوم ارائه می‌دهد. هدف این رویکرد، افزایش درک مفهومی، دقت محاسباتی، مهارت‌های هندسی عملی و تفکر انتقادی در دانش‌آموزان از طریق معرفی مسائل واقعی و کاربردی ملموس، استفاده از ابزارهای ساده، و برجسته کردن نقش تمدن اسلامی در پیشرفت‌های علمی است. این مدل آموزشی، به معلمان کمک می‌کند تا با ایجاد ارتباط میان تاریخ، نظریه و عمل، محیطی جذاب و معنادار برای یادگیری فراهم آورند.

**واژگان کلیدی:** ابوالوفا بوزجانی، پداگوژی، آموزش ریاضیات، آموزش نجوم، رویکرد تاریخی-کاربردی، تفکر انتقادی، مهارت‌های عملی.

### ۱. مقدمه: ضرورت رویکرد پداگوژیک تاریخی-کاربردی در آموزش علوم

درس‌های ریاضی مدرسه‌ای معمولاً با زندگی دانش‌آموزان بی‌ارتباط است و محتوای برنامه‌های درسی، که عمدتاً انتزاعی و بدون بستر واقعی هستند، نشان کمی از چگونگی سودمندی آن برای دانش‌آموزان ارائه می‌دهند استینسون (2004). این مسائل، بر ضرورت بازنگری عمیق در روش‌های تدریس و اتخاذ رویکردهای پداگوژیک نوین و مؤثر تأکید دارند. یکی از قدرتمندترین این رویکردها، پداگوژی تاریخی-کاربردی است. همانطور که متخصصانی چون فلوری و هانا (۲۰۱۶) اشاره می‌کنند، با گنجاندن داستان‌های کشف و توسعه مفاهیم علمی در بستر تاریخی و فرهنگی آن‌ها، می‌توانیم علم را نه به عنوان مجموعه‌ای خشک از فرمول‌ها و قوانین، بلکه به عنوان یک فرآیند زنده، پویا، و انسانی به دانش‌آموزان معرفی کنیم. این رویکرد، نه تنها به تقویت درک مفهومی کمک می‌کند، بلکه حس کنجکاوی و تفکر انتقادی را نیز پرورش می‌دهد (جانسون و همکاران، ۲۰۱۹).

ابوالوفا بوزجانی (۹۴۰-۹۹۸ م)، دانشمند برجسته عصر طلایی تمدن اسلامی، نمونه‌ای بارز از پیوند میان دانش نظری و کاربردهای عملی است. او در اثر مهم خود کتاب فی ما یحتاج الیه الصانع من أعمال الهندسیه، مسائل هندسی را نه تنها به صورت نظری، بلکه

<sup>۱</sup> استادیار گروه علوم پایه دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران، (نویسنده مسئول): vahid\_alamian@cfu.ac.ir

همراه با روش‌های اجرایی و کاربردی برای صنعتگران و معماران ارائه کرده است. به گفته ندیمی (۱۳۹۱)، «ابوالوفا همه‌جا، با استدلال و گاه با چند روش، پاسخ مسئله را می‌دهد و به کاربردهای عملی راه‌حل‌های خود توجه دارد و این یعنی او بر فهم مسئله و مفهوم بودن مسیر حل مسئله تأکید داشته است» (ص. ۶۸). میراث علمی بوزجانی می‌تواند به عنوان یک ابزار قدرتمند آموزشی برای پل زدن میان انتزاع و کاربرد، و نیز برجسته کردن سهم عظیم تمدن اسلامی در پیشرفت‌های علمی جهانی به کار گرفته شود. این مقاله با بررسی دقیق دستاوردهای بوزجانی، یک چارچوب پداگوژیک را برای معلمان ریاضیات و نجوم پیشنهاد می‌دهد تا بتوانند با الهام از رویکرد او، تدریس را جذاب‌تر، معنادارتر و مؤثرتر سازند.

## ۲. مبانی پژوهشی: سوالات و رویکرد تحقیق

برای طراحی یک چارچوب پداگوژیک کارآمد و مبتنی بر شواهد تاریخی، لازم است به سوالات کلیدی پژوهش پاسخ داده شود و رویکردی مستحکم برای تحلیل اطلاعات اتخاذ گردد.

### ۲-۱. سوال پژوهشی اصلی: تبیین چارچوب پداگوژیک

با در نظر گرفتن پتانسیل بالای میراث علمی ابوالوفا بوزجانی برای ارتقاء کیفیت آموزش و نیاز به رویکردهای نوین پداگوژیک، سوال اصلی این مقاله به شرح زیر مطرح می‌شود:

"چگونه می‌توان با استناد به دستاوردهای ابوالوفا بوزجانی در مثلثات کروی، هندسه عملی و نجوم رصدی، یک چارچوب پداگوژیک مؤثر برای معلمان ریاضیات و نجوم طراحی کرد که ضمن افزایش علاقه و درک عمیق‌تر دانش‌آموزان، به تقویت مهارت‌های محاسباتی، هندسی و تفکر انتقادی آن‌ها کمک کرده و سهم تمدن اسلامی را در پیشرفت‌های علمی برجسته سازد؟"

### ۲-۲. روش تحقیق: رویکرد کیفی تاریخی-تحلیلی و منابع جدیدتر

این پژوهش از رویکرد کیفی تاریخی-تحلیلی بهره می‌برد. هدف اصلی، تحلیل عمیق آثار برجای‌مانده از ابوالوفا بوزجانی و مقایسه آن‌ها با کارهای پیشینیان و پسینیان او در جهان اسلام و غرب است تا نوآوری‌ها و تأثیرات او به روشنی تبیین شده و سپس به راهبردهای پداگوژیک کاربردی تبدیل شوند. روش‌شناسی این تحقیق شامل مراحل زیر است:

گردآوری و تحلیل منابع اولیه: در این مرحله، نسخ خطی معتبر و ترجمه‌های علمی از مهم‌ترین آثار بوزجانی، به‌ویژه "کتاب المجسطی" (یا الکامل) و "کتاب فی ما یحتاج الیه الصناع من اعمال الهندسه"، گردآوری و بررسی می‌شوند. همچنین، متون کلیدی از ریاضیدانان و منجمان پیش از بوزجانی (مانند بطلمیوس، الخوارزمی، و البتانی) و معاصران او برای شناسایی ریشه‌ها و تمایزات نوآوری‌های بوزجانی، مورد واکاوی قرار می‌گیرند.

گردآوری و تحلیل منابع ثانویه (با تمرکز بر پژوهش‌های نوین): مقالات و کتب پژوهشی معتبر در حوزه تاریخ ریاضیات و نجوم اسلامی که به بوزجانی یا موضوعات مرتبط می‌پردازند، جمع‌آوری و تحلیل می‌شوند. این منابع شامل آثار مورخان برجسته‌ای نظیر Georges E. S. Kennedy (1956)، David A. King (1999)، Boris A. Rosenfeld & E. Ihsanoglu (2003)، G. J. Toomer (2003)، Franz Woepcke (1855) است. علاوه بر این، برای غنای بیشتر، به منابع جدیدتر و تحقیقات معاصر در این حوزه نیز استناد خواهد شد، از جمله کارهای جوزف هاگندایک (Hogendijk, 2002) در زمینه هندسه بوزجانی و تحقیقات اخیر در مورد تأثیر او بر نجوم (Valleriani, Kennedy et al., 1983). همچنین، به مدخل‌های مربوط به بوزجانی در دایره‌المعارف‌های علمی معتبر (مانند دانشنامه اسلام، دایره‌المعارف ایرانیکا، و Oxford Dictionary of Scientific Biography) مراجعه خواهد شد.

تحلیل محتوای کیفی و پداگوژیک: داده‌های جمع‌آوری‌شده با دقت از نظر مفاهیم مثلثاتی (فرمول‌ها، جداول، روش‌های محاسباتی)، تکنیک‌های هندسی (ترسیم اشکال، مسائل کاربردی)، و مشاهدات و محاسبات نجومی (دقت رصدی، تصحیحات مدل‌ها) مورد واکاوی قرار می‌گیرند. سپس، این دستاوردها با نگاه پداگوژیک تحلیل می‌شوند تا راهبردهای عملی برای تدریس استخراج گردند.

مقایسه تطبیقی و ارزیابی تأثیر: دستاوردها و نوآوری‌های بوزجانی به طور سیستماتیک با کارهای پیشین مقایسه شده و تأثیر کارهای او بر دانشمندان بعدی در جهان اسلام و چگونگی انتقال این دانش به اروپا بررسی و مستندسازی می‌شود. این بخش به ویژه بر تأثیر او بر مکتب مراغه و دانشمندانی چون ناصرالدین طوسی تأکید خواهد داشت. طراحی چارچوب پداگوژیک و پیشنهادها: یافته‌ها جمع‌بندی شده و چارچوب پداگوژیک پیشنهادی به همراه مصداق‌های دقیق آموزشی و مسیرهای تحقیقاتی آتی در حوزه آموزش ریاضیات و نجوم ارائه می‌شوند.

### ۳. مروری بر دستاوردهای ابوالوفا بوزجانی: بنیان‌های علمی چارچوب پداگوژیک

برای طراحی یک چارچوب پداگوژیک کارآمد، درک دقیق از بنیان‌های علمی که بوزجانی بنا نهاد، ضروری است. این بخش، به خلاصه‌ای از مهم‌ترین مشارکت‌های علمی او می‌پردازد که می‌تواند به عنوان محتوای اساسی برای معلمان مورد استفاده قرار گیرد:

#### ۳-۱. نوآوری در مثلثات کروی: دقت و کارایی محاسباتی

ابوالوفا بوزجانی نقش محوری در توسعه و اعتلای مثلثات کروی ایفا کرد که شاخه‌ای اساسی برای محاسبات نجومی بود. نوآوری‌های او شامل:

دقت بی‌سابقه در جداول مثلثاتی: او جداول سینوس و تانژانت را با دقت بی‌نظیر، تا هشت رقم اعشار (یا معادل آن در سیستم محاسباتی زمان خود)، تهیه کرد [Kennedy, 1956, P.143]. این دقت بالا، که برای محاسبات نجومی دقیق حیاتی بود، از جداول پیشین (مانند بطلمیوس و البتانی) فراتر می‌رفت و مورد ستایش دانشمندانی چون بیرونی نیز قرار گرفت.

کاربرد سیستماتیک قضیه سینوس‌ها: بوزجانی به طور گسترده از قضیه سینوس‌ها (که فرمول آن در یک مثلث کروی به صورت

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

بیان می‌شود، که  $a, b, c$  اضلاع و  $A, B, C$  زوایای مقابل هستند) برای حل مسائل پیچیده مثلثات کروی استفاده و آن را به ابزاری قدرتمند تبدیل کرد [Sabra, 2000, p. ۲۸]. اهمیت این قضیه در تسهیل حل مسائل مربوط به کره سماوی، قبله‌یابی و تعیین فواصل جغرافیایی بسیار بالا بود.

- پیشبرد توابع تانژانت و کتانژانت: بوزجانی به توسعه و گسترش کاربرد توابع تانژانت و کتانژانت (به جای استفاده از مفاهیم قدیمی‌تر "سایه‌ها") کمک شایانی کرد و این توابع را به ابزارهای اساسی در حل مسائل مثلثاتی تبدیل نمود. این پیشرفت‌ها، زمینه را برای استقلال مثلثات به عنوان یک رشته مستقل فراهم آورد.

#### ۳-۲. پیشرفت‌ها در هندسه عملی و ترسیمات دقیق: پلی میان نظریه و کاربرد

"کتاب فی ما یتحتاج الیه الصناع من اعمال الهندسه" بوزجانی، گواهی بر مهارت او در هندسه عملی و کاربردی است که مستقیماً به نیازهای مهندسان، معماران و صنعتگران زمان خود پاسخ می‌داد.

روش‌های ترسیم اشکال منتظم: او روش‌های نوآورانه و دقیقی (بر پایه تقریب‌های بسیار خوب) برای ترسیم اشکالی چون هفت‌ضلعی و نه‌ضلعی منتظم ارائه داد، که با وجود محدودیت‌های پرگار و خط‌کش اقلیدسی، برای کاربردهای عملی بسیار کارآمد بودند [Woepcke, 1855, p. 112-110] جوزف هاگندیگ Hogendijk (۲۰۰۲) به تفصیل به بررسی این روش‌ها و نوآوری‌های بوزجانی در این زمینه پرداخته است.

مسائل هندسه کاربردی: این کتاب به طور گسترده به مسائل عملی مانند تقسیم یک شکل هندسی به قسمت‌های با مساحت برابر یا ترسیم اشکال با مساحت معین می‌پردازد. این رویکرد کاربردی، نیازهای معماران و صنعتگران را در طراحی و ساخت بناها و تزئینات برطرف می‌کرد و نشان‌دهنده پیوند عمیق میان ریاضیات و فنون عملی بود.

### ۳-۳. مشاهدات نجومی دقیق و تصحیحات تئوری ماه: از رصد تا تصحیح مدل‌ها

بوزجانی علاوه بر مهارت‌های ریاضی، یک منجم رصدگر چیره دست نیز بود و در رصدخانه‌های بغداد فعالیت می‌کرد.

- کشف فرو افتادگی (Variation) در حرکت ماه: تحلیل "کتاب المجسطی" بوزجانی نشان می‌دهد که او به ناهنجاری سومی در حرکت ماه اشاره کرده که پیش از او توسط بطلمیوس شناسایی نشده بود. این پدیده، که بعدها توسط تیکو براهه در قرن شانزدهم به تفصیل توصیف شد، نشان‌دهنده دقت استثنایی رصدهای بوزجانی و توانایی او در تشخیص انحرافات ظریف از مدل‌های پیشین بود. [king, 1999, p. 235] این کشف، یکی از شواهد مهم برتری رصدهای منجمان اسلامی در برخی موارد نسبت به رصدهای یونانیان باستان است.

- محاسبه دقیق میل دایره البروج: بوزجانی و همکارانش مقادیر بسیار دقیقی برای میل دایره البروج (حدود  $35^{\circ}23'$ ) محاسبه کردند که به مقادیر مدرن (حدود  $26^{\circ}23'$ ) نزدیک‌تر بود و دقت آن‌ها به مراتب از مقادیر بطلمیوس ( $23^{\circ}51'20''$ ) فراتر می‌رفت [Rosenfeld & Ihsanoglu, 2003, p. 120]. این دقت در محاسبات، برای بهبود تقویم‌ها، تعیین دقیق فصول و برنامه‌ریزی کشاورزی و مذهبی حیاتی بود.

### ۴. چارچوب پداگوژیک: الهام از بوزجانی در کلاس درس (مصادق‌های دقیق آموزشی)

با الهام از دستاوردهای علمی بوزجانی، یک چارچوب پداگوژیک برای معلمان ریاضیات و نجوم پیشنهاد می‌شود که شامل سه محور اصلی است: تاریخی‌سازی مفاهیم، کاربردگرایی عملی، و پرورش تفکر انتقادی. در ادامه، مصادق‌های دقیق آموزشی برای هر محور ارائه می‌شود:

#### ۴-۱. محور اول: تاریخی‌سازی مفاهیم و ارتباط با پیشینیان و پسینیان

هدف: افزایش درک دانش‌آموزان از تکامل مفاهیم ریاضی و نجومی و قدردانی از نقش تمدن‌های مختلف.

مصادق ۱: مقایسه جداول مثلثاتی تاریخی (نمونه جدول و تحلیل):

موضوع درس: معرفی توابع مثلثاتی (سینوس، تانژانت) در دوره آموزش متوسطه.

فعالیت کلاسی: از دانش‌آموزان بخواهید با استفاده از ابزار ساده‌ای مانند پرگار، خط‌کش و نقاله، دایره‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر رسم کنند. سپس، برای زوایای ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ درجه، طول عمود را از نقطه روی دایره به محور افقی (معادل سینوس) و طول مماس را (معادل تانژانت) اندازه بگیرند.

بحث و تحلیل: نتایج تقریبی خود را با جداول تاریخی بوزجانی و جداول آکورد بطلمیوس مقایسه کنند. می‌توان جدولی فرضی (که از منابع تاریخی برگرفته شده و دقت آن در مقایسه با ارقام واقعی بوزجانی است) با ساختار زیر برای مقایسه ارائه داد:

جدول ۱: مقایسه دقت جداول مثلثاتی (سینوس)

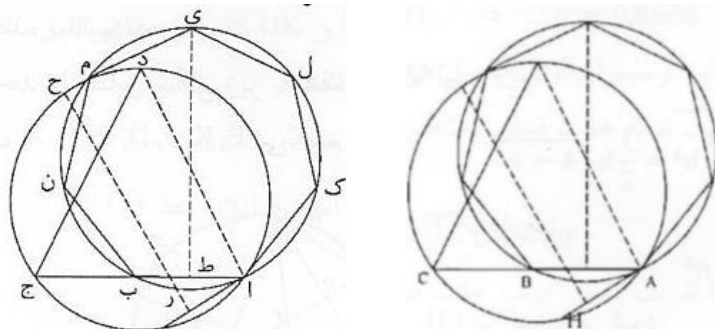
| زاویه | سینوس (بطلمیوس) (حدودی) | سینوس (بوزجانی) (با دقت ۸ رقم اعشاری) | سینوس (مقدار مدرن) |
|-------|-------------------------|---------------------------------------|--------------------|
| 15°   | ۰,۲۵۸۸                  | ۰,۲۵۸۸۱۹۰۵                            | ۰,۲۵۸۸۱۹۰۴۵        |
| 30°   | ۰,۵۰۰۰                  | ۰,۵۰۰۰۰۰۰۰                            | ۰,۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰       |
| 45°   | ۰,۷۰۷۱                  | ۰,۷۰۷۱۰۶۷۸                            | ۰,۷۰۷۱۰۶۷۸۱        |
| 60°   | ۰,۸۶۶۰                  | ۰,۸۶۶۰۲۵۴۰                            | ۰,۸۶۶۰۲۵۴۰۴        |
| 75°   | ۰,۹۶۵۹                  | ۰,۹۶۵۹۲۵۸۳                            | ۰,۹۶۵۹۲۵۸۲۶        |

تحلیل جدول ۱: همانطور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، دقت جداول بوزجانی به طور قابل ملاحظه‌ای از جداول بطلمیوس فراتر می‌رود و به مقادیر مدرن نزدیک است. این پیشرفت، نتیجه روش‌های محاسباتی نوآورانه و رصدهای دقیق‌تر او بود. بوزجانی نه تنها مقادیر سینوس را با دقت بالا محاسبه کرد، بلکه تابع تانژانت را به طور مستقل معرفی و جداول آن را نیز با همین دقت تهیه نمود. این دقت برای حل مسائل پیچیده نجومی، قبله‌یابی، و ناوبری دقیق در فواصل طولانی بسیار حیاتی بود. دانش‌آموزان با مقایسه این ارقام، می‌توانند اهمیت دقت در علوم و تلاش دانشمندان برای بهبود مستمر ابزارها و روش‌های محاسباتی را درک کنند. مصداق ۲: تکامل قضیه سینوس‌ها از طریق مسائل عملی:

موضوع درس: قضیه سینوس‌ها در مثلثات (کروی یا مسطح)، مناسب برای پایه‌های بالاتر متوسطه. فعالیت کلاسی: ارائه یک مسئله مثلثاتی پیچیده که حل آن با روش‌های هندسه اقلیدسی دشوار است، مثلاً "محاسبه فاصله دو شهر روی کره زمین با داشتن عرض و طول جغرافیایی آن‌ها" یا "تعیین ارتفاع یک کوه از دو نقطه دید مختلف". بحث و تحلیل: توضیح دهید که چگونه دانشمندانی مانند بوزجانی و ابونصر منصور، با توسعه قضیه سینوس‌ها برای مثلثات کروی (مثلاً در کارهای ابونصر منصور، استاد بیرونی، و کاربرد آن توسط بوزجانی)، این مسائل را به مراتب ساده‌تر و کارآمدتر حل کردند [Sabra, 2000, p. 28] به نقش ناصرالدین طوسی در "رساله فی الشكل القطاع" اشاره کنید که با استناد به این پیشرفت‌ها، مثلثات را برای اولین بار به عنوان یک رشته مستقل از نجوم معرفی کرد. این رویکرد، درک دانش‌آموزان از تکامل مفاهیم و نقش هر دانشمند در زنجیره علم را تقویت می‌کند [Sesiano, 2000, p. 165].

#### ۴-۲. محور دوم: کاربرد گرای عملی و مهارت‌محوری

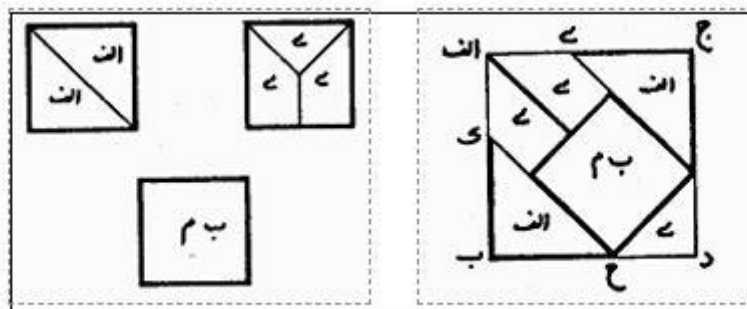
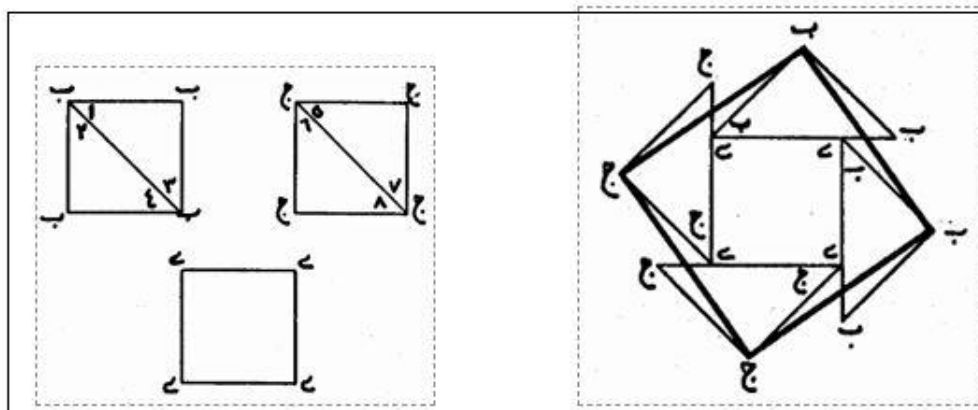
هدف: ایجاد ارتباط میان تئوری و عمل، تقویت مهارت‌های حل مسئله در بافت‌های واقعی و پرورش مهارت‌های عملی. مصداق ۳: هندسه با ابزارهای ساده و کاربردی: طراحی الگوهای اسلامی (نمونه تصویر و تحلیل): موضوع درس: ترسیم اشکال هندسی منتظم و طراحی الگوها، مناسب برای تمام پایه‌ها. فعالیت کلاسی: با الهام از "کتاب فی ما يحتاج الیه الصناع" بوزجانی، تدریس هندسه را از حالت صرفاً نظری خارج کنید. دانش‌آموزان را به گروه‌های کوچک تقسیم کنید و به آن‌ها چالش "طراحی و ترسیم یک الگوی کاشی‌کاری اسلامی" را بدهید. برای این منظور، روش‌های تقریبی بوزجانی برای ترسیم اشکالی چون هفت ضلعی یا نه ضلعی منتظم (که با پرگار و خط‌کش اقلیدسی دشوار است) را معرفی کنید. می‌توانند از تقسیم شعاع دایره به سه قسمت تقریباً مساوی برای رسم هفت ضلعی بهره ببرند.



تصویر ۱: ترسیم هفت ضلعی منتظم با روش تقریبی بوزجانی (بازسازی بر اساس توصیفات تاریخی)

تحلیل تصویر ۱: روش تقریبی ابوالوفای بوزجانیروشی که در کتاب فی ما یحتاج الیه الصناع من اعمال الهندسه برای ترسیم هفت ضلعی منتظم ارائه شده اگر چه باز هم تقریبی است، ولی کاربردی است. زیرا در این روش دیگر بر تقسیم قطر دایره به هفت قسمت مساوی که دقت فراوان می‌خواهد نیازی نیست. بوزجانی در این باره در کتاب مذکور چنین نوشته است: چون خواهیم که بر خط «اب» مسبعی متساوی الاضلاع کنیم، خط «بج» مساوی خط «اب» بر استقامت اخراج کنیم و بر خط «اج» مثلث «ادج» متساوی الاضلاع بکشیم چنانکه گفتیم. پس برین مثلث دایره‌ای کنیم چنانچه در باب پنجم بعد از این بیان کنیم و درین دایره وتر «اه» مساوی خط «اب» بکشیم و آن را [در نقطه ر] تنصیف کنیم و بر نقطه «ر» عمود «رح» بکشیم تا به دایره برسد. پس «اب» را بر نقطه «ط» تنصیف کنیم و عمود «طی» مساوی عمود «رح» بکشیم پس بر نقطه‌های «ا»، «ب»، «ی» دایره «اب» بکشیم چنانکه بعد ازین معلوم شود و در آن دایره قوسهای «اک»، «کل»، «لی»، «می»، «من»، «نب» باز کنیم هر یکی مساوی قوس «اب» و اوتار این قوسها بکشیم مسبع «اکل لی من نب» حاصل آید متساوی الاضلاع برین صورت:

مصادق ۴: مسئله "تقسیم مساحت" به شیوه بوزجانی و کاربرد آن:



در شروع پیرسید به نظر شما کدام ترسیم درست است و چرا؟

موضوع درس: محاسبه مساحت و تقسیم‌بندی اشکال هندسی، مناسب برای دوره متوسطه.

فعالیت کلاسی: یک سناریوی واقعی مطرح کنید: "شما یک مهندس معمار هستید و باید یک قطعه زمین چهارگوش نامنظم را به دو قسمت با مساحت برابر برای دو برادر تقسیم کنید، بدون اینکه اندازه‌گیری دقیق مساحت کل زمین در ابتدا ممکن باشد." از دانش‌آموزان بخواهید با استفاده از روش‌های هندسی (مثلاً با رسم خطوطی که از نقاط میانی یا رئوس خاصی بگذرند، یا تبدیل اشکال پیچیده به اشکال ساده‌تر با مساحت معادل) به راه‌حل برسند.

بحث و تحلیل: روش‌های بوزجانی را در "کتاب فی ما یحتاج الیه الصناع" برای حل اینگونه مسائل کاربردی (که در آن زمان برای تقسیم اراضی، طراحی باغ‌ها و ساخت و سازها ضروری بود) توضیح دهید و بر اهمیت این مهارت‌ها برای مهندسان و صنعتگران گذشته تأکید کنید. این فعالیت، تفکر حل مسئله را در بافت واقعی تقویت کرده و اهمیت هندسه کاربردی را نشان می‌دهد. برخی منابع به ارائه تصاویر از "تقسیم" اشکال هندسی توسط بوزجانی اشاره می‌کنند که برای مثال، نحوه تشکیل مربع از سه مربع واحد را نشان می‌دهد.

#### ۳-۴. محور سوم: پرورش تفکر انتقادی و روحیه پرسشگری

هدف: توانمندسازی دانش‌آموزان برای تحلیل، نقد و بهبود مدل‌های علمی و توسعه مهارت‌های رصدی.

مصادق ۵: رصد ماه و کشف "فروافتادگی" بوزجانی: نقدی بر مدل بطلمیوس:

موضوع درس: حرکت ماه و مدل‌های نجومی، مناسب برای علوم تجربی یا فیزیک.

فعالیت کلاسی: از دانش‌آموزان بخواهید برای چند شب متوالی (مثلاً ۷-۱۰ شب) موقعیت ظاهری ماه را نسبت به ستارگان نزدیک (با استفاده از یک نقشه ساده آسمان یا اپلیکیشن‌های نجومی مانند Stellarium) ثبت کنند. آن‌ها را تشویق کنید که به سرعت ظاهری ماه در بخش‌های مختلف مدارش توجه کنند.

بحث و تحلیل: در این مرحله، کشف بوزجانی در مورد ناهنجاری سوم (Variation) در حرکت ماه را توضیح دهید که قرن‌ها پیش از تیکو براهه صورت گرفت [King, 1999, p. 235]. بر اهمیت دقت رصدی و توانایی بوزجانی در تشخیص انحرافات ظریف از مدل بطلمیوس (که تا آن زمان مدل غالب بود) تأکید کنید. این فعالیت، دانش‌آموزان را به اهمیت رصد، داده‌برداری و نقد مدل‌های موجود در علم تشویق می‌کند.

مصادق ۶: تحلیل دقت میل دایره البروج و تأثیر آن بر زندگی:

موضوع درس: میل دایره البروج و اهمیت آن در تقویم و فصول، مناسب برای دروس نجوم یا جغرافیا.

فعالیت کلاسی: به دانش‌آموزان مقادیر مختلف میل دایره البروج را که توسط بطلمیوس ( $23^{\circ}51'20''$ )، بوزجانی ( $23^{\circ}35'$ ) و مقدار مدرن ( $23^{\circ}26'$ ) محاسبه شده، ارائه دهید.

بحث و تحلیل: از آن‌ها بخواهید دلایل تفاوت در این مقادیر را حدس بزنند (بهبود ابزارها، روش‌های رصد، مدل‌های ریاضی). تأکید کنید که چگونه دقت محاسبات بوزجانی به بهبود تقویم‌ها، تعیین دقیق‌تر فصول (که برای کشاورزی و برگزاری مراسم مذهبی حیاتی بود) و در نهایت به زندگی روزمره مردم آن زمان کمک کرد.

[Rosenfeld & Ihsanoglu, 2003, p. 120]. این فعالیت، تفکر انتقادی و درک اهمیت صحت داده‌ها را در علم پرورش می‌دهد و به آن‌ها نشان می‌دهد که چگونه حتی تفاوت‌های کوچک در اندازه‌گیری‌ها می‌توانند تأثیرات عملی بزرگی داشته باشند.

## ۵. تأثیر مورد انتظار و مزایای پداگوژیک

پیااده سازی این چارچوب پداگوژیک مبتنی بر دستاوردهای ابوالوفا بوزجانی می تواند مزایای آموزشی و تربیتی قابل توجهی داشته باشد:

افزایش انگیزه و علاقه به علوم: ارتباط مفاهیم انتزاعی با زندگی یک دانشمند واقعی، چالش های تاریخی و کاربردهای ملموس، علاقه و انگیزه دانش آموزان را به ریاضیات و نجوم به طور چشمگیری افزایش می دهد.

تقویت تفکر انتقادی و حل مسئله: دانش آموزان می آموزند که چگونه دانشمندان گذشته با محدودیت های ابزاری و مفهومی، مسائل پیچیده را حل می کردند و چگونه نظریه ها از طریق مشاهده و نقد بهبود می یابند. این امر تفکر خلاق و مهارت حل مسئله را تقویت می کند (جانسون و همکاران، ۲۰۱۹).

بهبود مهارت های عملی و محاسباتی: تمرین با جداول دقیق، ترسیمات عملی، و انجام آزمایش های ساده، توانایی های محاسباتی و هندسی دانش آموزان را به طور ملموس ارتقا می دهد.

چارچوب هوش انتقادی به دانش آموزان کمک می کند تا دانش آموز صرفاً مصرف کننده علم نباشند، بلکه در درک و نقد آن مشارکت فعال داشته باشند. این چارچوب بر درک تاریخ علم به عنوان یک روند پویای اجتماعی و فرهنگی با سهم تمدن اسلامی تأکید دارد (Mirza, 2024).

آمادگی برای چالش های آینده: آشنایی با رویکردهای تاریخی حل مسئله، دانش آموزان را برای مواجهه با چالش های علمی پیچیده در آینده آماده می سازد و به آن ها دیدگاهی کل نگر نسبت به جایگاه علم در جهان می دهد.

## ۶. نتیجه گیری و پیشنهادها

### ۶-۱. نتیجه گیری:

ابوالوفا بوزجانی، با نوآوری های عمیق خود در مثلثات، هندسه و نجوم، یک منبع الهام بخش گران بها برای پداگوژی آموزش علوم است. همانطور که این مقاله با ارائه مصداق های دقیق نشان داد، با الهام از دقت محاسباتی او در جداول مثلثاتی، کاربرد قضیه سینوس ها در مسائل واقعی، روش های کاربردی اش در هندسه عملی، و مشاهدات دقیق نجومی اش، می توان یک چارچوب پداگوژیک مؤثر را برای افزایش علاقه، درک عمیق و مهارت های دانش آموزان در علوم دقیق توسعه داد. این رویکرد، با برجسته کردن سهم بوزجانی و دیگر دانشمندان اسلامی، نه تنها به ارتقاء کیفیت آموزش ریاضیات و نجوم کمک می کند، بلکه به دانش آموزان دیدگاهی وسیع تر از تاریخ علم و نقش تمدن های مختلف در پیشرفت بشری ارائه می دهد و به آن ها می آموزد که چگونه پرسشگری، دقت و کاربرد، ارکان اصلی پیشرفت علمی هستند.

### ۶-۲. پیشنهادها برای تحقیقات و برنامه های آموزشی آتی:

تولید منابع آموزشی متمرکز بر بوزجانی: توسعه کتاب های درسی، جزوات و منابع کمک آموزشی که به طور خاص بر دستاوردهای بوزجانی و سایر دانشمندان اسلامی تمرکز دارند و شامل فعالیت های عملی، پروژه ها و مثال های واقعی برای کلاس درس باشند.

طراحی و اجرای کارگاه های تربیت معلم: برگزاری کارگاه های تخصصی برای آشنایی معلمان با تاریخ علم اسلامی و چگونگی ادغام این مباحث و رویکردهای پداگوژیک مبتنی بر آن در برنامه های درسی موجود. متخصصان تعلیم و تربیت می توانند در این کارگاه ها راهنمایی های عملی ارائه دهند (مثلاً نگاه کنید به رهنمودهای انجمن ملی معلمان ریاضی NCTM برای استفاده از تاریخ ریاضیات).

توسعه ابزارهای شبیه‌سازی و واقعیت مجازی: ایجاد یا بومی‌سازی نرم‌افزارها و ابزارهای شبیه‌سازی) مانند Stellarium برای شبیه‌سازی‌های نجومی (یا محیط‌های واقعیت مجازی (VR) که بتوانند مفاهیم نجومی و هندسی مطرح‌شده توسط بوزجانی را به صورت بصری و تعاملی نمایش دهند و دانش‌آموزان را در فرآیند کشف تاریخی غرق کنند.

پروژه‌های بین‌رشته‌ای درسی: تشویق به تعریف و اجرای پروژه‌های مشترک میان رشته‌های ریاضیات، هنر، تاریخ و علوم کامپیوتر. به عنوان مثال، دانش‌آموزان می‌توانند با الهام از "کتاب فی ما یتحتاج الیه الصناع" بوزجانی، به طراحی و ساخت ماکت‌های هندسی پیچیده، یا به بازسازی ساده ابزارهای رصدی قدیمی بپردازند.

مطالعات ارزیابی اثربخشی: انجام مطالعات پژوهشی دقیق (کمی و کیفی) برای ارزیابی تأثیر این رویکردهای پداگوژیک بر افزایش انگیزه، درک مفهومی، عملکرد تحصیلی و مهارت‌های تفکر انتقادی دانش‌آموزان در درازمدت. این تحقیقات می‌تواند با همکاری اساتید روانشناسی تربیتی و سنجش آموزشی انجام شود.

با سرمایه‌گذاری در این زمینه‌ها، می‌توانیم نسل جدیدی از دانش‌آموزان را پرورش دهیم که نه تنها در علوم دقیق مهارت دارند، بلکه به تاریخ، فلسفه و کاربردهای واقعی آن نیز علاقه‌مندند و به عنوان شهروندانی با درک عمیق از نقش علم در تمدن بشری، به آینده‌ای بهتر کمک می‌کنند.

## منابع

- ندیمی، ه. (۱۳۹۱). بازخوانی میراث ابوالوفا بوزجانی در صناعات معماری. *پژوهشنامه هنر اسلامی و معماری*، ۱۰(۲)، ۶۵-۹۱.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2011). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. Routledge. DOI: 9780203875704/10,4324
- Flori, J., & Hannah, J. (2016). Using History to Teach Mathematics: An International Perspective. *Mathematical Association of America*. DOI: 10,5948/UPO9781614440079
- Woepcke, F. (1855). *Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Abou l-Wafâ*. *Journal Asiatique*, 5(5), 218-256, 309-359
- Hogendijk, J. P. (1985). *Ibn al-Haytham's completion of the conics* (Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences, Vol. 7). Springer
- Jahn, K. (2019). *Historical Approaches to the Teaching of Mathematics*. Springer.
- Hogendijk, J. P. (2017). In *The Arts of Ornamental Geometry: A Persian Compendium on Similar and Complementary Interlocking Figures...* (G. Necipoğlu, Ed.; pp. ...). Brill
- Hogendijk, J. P. (1984). Greek and Arabic constructions of the regular heptagon. *Archive for History of Exact Sciences*, 30(3), 197-330. <https://doi.org/10.1007/BF00328123>
- Kennedy, E. S. (1956). *A Survey of Islamic Astronomical Tables*. American Philosophical Society.
- Kennedy, E. S., King, D. A., & Valleriani, M. (1983). *Studies in the Islamic Exact Sciences*. American University of Beirut.
- King, D. A. (1986). *Islamic mathematical astronomy*. Variorum Reprints
- Mirza, U. J. (2024). *Islamic Scientific Critical Consciousness as a theoretical framework for Muslim scienceeducators*. *London Review of Education*, 22(1). <https://doi.org/10.14324/LRE.22.1.09>
- Rosenfeld, B. A., & İhsanoğlu, E. (2003). *Mathematicians, astronomers, and other scholars of Islamic civilization and their works (7th-19th centuries)*. Research Centre for Islamic History, Art and Culture (IRCICA)
- Sabra, A. I. (2000). "Science and the Economy in Medieval Islam." In *Islamic Civilization in the Thirteenth Century: Proceedings of the Twentieth Annual Giorgio Levi Della Vida Conference*.
- Sesiano, Jacques (2000). "Islamic Mathematics." In: Selin, Helaine (ed.), *Mathematics Across Cultures: The History of Non-Western Mathematics* (Science Across Cultures: The History of Non-Western Science, vol. 2), pp. 137-165. Springer, Dordrech
- Stinson, D. W. (2004). Mathematics as "Gate-Keeper": Three Theoretical Perspectives That Aim Toward
- Valleriani, M. (Ed.). (2018). *The Arabs and the Sciences in the Middle Ages*. University of Chicago Press. DOI:10,7508/chicago/9780226463991,001,0001
- Woepcke, F. (1855). *Extrait du Fakhri, Traité d'Algèbre par Abou Bekr Mohammed Ben Alhacen Alkarkhi*. Imprimerie Impériale.