شناسایی خواص تشدیدگرهای دی‌الکتریک با استفاده از روش انتگرال کانتور چندمدی

سید علی هاشمی[۱] - علی بنایی[۲]

(۱) استادیار - گروه مهندسی برق، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شهر مجلسی

(۲) دانشیار - دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف

تاریخ دریافت: پاییز ۱۳۸۸ تاریخ پذیرش: زمستان ۱۳۸۹

خلاصه: روش انتگرال کانتور چندمدی یکی از روشهای تحلیل و طراحی مدارهای موجبری صفحه-H است. این روش تأثیر مدهای مرتبه بالاتر غیرانتشاری را که به دلیل وجود ناپیوستگی در ساختار موجبری ایجاد شده و در نزدیکی ناپیوستگی انرژی قابل ملاحظه‌ای دارند، در نظر می‌گیرد. این ویژگی موجب بالا رفتن دقت روش در تحلیل و یا طراحی مدارهای موجبری با ساختار پیچیده می‌شود.

در این مقاله قصد داریم از توانمندی این روش در شناسایی خواص تشدیدگرهای دی‌الکتریک مانند فرکانس تشدید و ثابت دی‌الکتریک استفاده کنیم تا طراحی فیلترهای DR با دقت بالاتری انجام گرفته و نیاز به بهینه‌سازی و تنظیمات نهایی فیلتر را به حداقل برساند. مقایسه نتایج روش پیشنهادی با نتایج حاصل از سایر روشها، دقت روش پیشنهادی را ارزیابی خواهد کرد.

کلمات کلیدی: روش انتگرال کانتور چندمدی، ناپیوستگی صفحه H، تشدیدگر دی‌الکتریک، ماتریس پراکندگی

۱- مقدمه

کاربرد مواد دی‌الکتریک در فرکانس‌های رادیویی برای اولین بار توسط رایلی در سال ۱۸۹۷ مطرح شد [۱]. یک تشدیدگر دی‌الکتریک[۱] (DR)، قطعه‌ای از عناصر عایق با ثابت دی‌الکتریک بالا است که در شکل‌های مختلفی مانند استوانه، مکعب، و غیره ساخته می‌شود. ویژگی بارز DRها، بالا بودن ضریب کیفیت (Q) و پایداری حرارتی آنهاست. اکنون دی‌الکتریک هایی با تلفات بسیار کم در دسترسند که قادرند ضریب کیفیت 50000 یا حتی بیشتر فراهم نمایند.

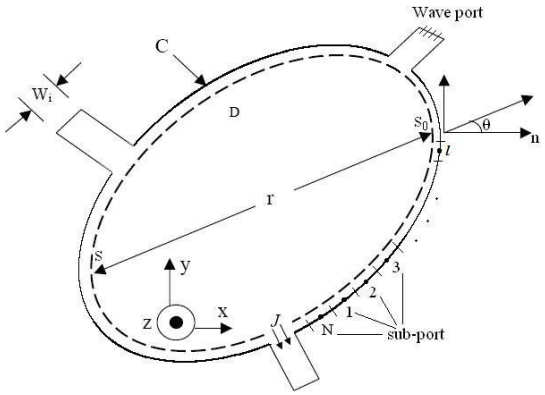
از تشدیدگرهای دی‌الکتریک در ساخت فیلترهای موجبری استفاده می‌شود [۲و۳]. بنابراین لازم است فرکانس تشدید و ثابت دی‌الکتریک آنها با دقت بالایی شناسایی گردد تا فیلتر طراحی شده نیازی به تنظیمات نهایی نداشته باشد. این کار معمولاً با تحلیل میدانی موجبر حاوی DR انجام می‌گیرد که مستلزم صرف زمان و هزینه‌های محاسباتی زیادی است [۴]. روش انتگرال کانتور چندمدی یکی از روشهای کارآمد در تحلیل مدارهای موجبری صفحه H است که استفاده از آن در مقایسه با سایر روشها موجب صرفه جویی قابل ملاحظه‌ای در زمان و سایر هزینه‌های محاسباتی می‌شود [۷- ۵]. در این مقاله قصد داریم از روش انتگرال کانتور چندمدی در شناسایی ویژگیهای تشدیدگرهای دی‌الکتریک استفاده کنیم.

لذا در ادامه و در بخش (۲) روش انتگرال کانتور را اجمالاً معرفی می‌کنیم. در بخش (۳) نحوه تحلیل محیطهای چندگانه، مانند موجبرهای حاوی تیرکهای دی‌الکتریک، با روش انتگرال کانتور چندمدی را ارائه می‌کنیم. در بخش (۴) مثالهایی در این خصوص ارائه و نتایج کسب شده با سایر روشها مقایسه می‌شوند. نهایتاً در بخش (۵) به جمع‌بندی مطالب خواهیم پرداخت.

۲- روش انتگرال کانتور

روش انتگرال کانتور یکی از روشهای تحلیل مدارهای صفحه ای است. در این روش ولتاژ RF در نقطه دلخواه s_0 روی مرز پیرامون مدار، C، توسط معادله (۱) داده می‌شود [۷]:

$$V(s_0)=\frac{1}{j4}\oint_C\{k\cos\theta H_1^{(2)}(kr)V(s)- j\omega\mu bH_0^{(2)}(kr)J(kr)\}ds \quad (۱)$$



شکل (۱): مدار صفحه‌ای و معرفی سمبلهای استفاده شده در معادله (۱)
Fig. (1): The planer circuit and the symbols used in equation (1)

در این معادله، $H_0^{(2)}$ و $H_1^{(2)}$ بترتیب توابع هنکل[۲] مرتبه صفر و مرتبه اول نوع دوم می‌باشند. k عدد موج، ω فرکانس زاویه‌ای، و μ نفوذپذیری محیط می‌باشند. ضمناً b ارتفاع مدار است.

برای انجام محاسبات عددی، مسیر پیرامون مدار به N زیردهانه با عرض دلخواه، اما بمراتب کوچکتر از طول موج، تقسیم شده و نقطه میانی هر زیر دهانه به عنوان نقطه نمونه برای محاسبه ولتاژ و جریان انتخاب می‌شود. در شکل (۱) قواعد کلی روش انتگرال کانتور روی یک مدار صفحه‌ای چند دهانه‌ای همراه با سمبلها و متغیرهای استفاده شده در معادله (۱) ارائه شده است.

نوشتن معادله (۱) در این نقاط نمونه، منجر به یک دستگاه N معادله‌ای می‌شود که نمایش ماتریسی آن معادله (۲) خواهد بود:

$$[U]_{N\times N}\left(V_S\right)_N=[H]_{N\times N}\left(I_S\right)_N \qquad (۲)$$

از معادله (۲)، ماتریس ادمیتانس مدار N زیر دهانه‌ای به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\left[Y_T\right]=[H]^{-1}[U] \qquad (۳)$$

از روش انتگرال کانتور می‌توان برای تحلیل مدارهای موجبر مستطیلی، که فاقد هرگونه تغییر در ارتفاع موجبر باشند، نیز استفاده کرد. در این مدارها، که به مدارهای صفحه-H موجبری معروفند، فقط مدهای TE_{n0} تحریک می‌شوند.

در روش انتگرال کانتور مرسوم که در برخی از کتب و مقالات به آن اشاره شده است، فقط اثر مد غالب انتشاری (TE_{10}) در نظر گرفته می‌شود [۸]. لذا برای تطبیق میدانهای درون مدار و مد غالب موجبری روی صفحات مرجع، یعنی صفحه‌ای که اندازه‌گیری کمیات مورد نظر روی آن انجام می‌گیرد، از بخشهای مستقیم موجبری با طول مناسب (حدوداً λ/2) در دو طرف صفحات مرجع استفاده می‌شود تا بتوان از اثر مدهای مرتبه بالاتر که در محل ناپیوستگی به وجود می‌آیند، صرفنظر کرد. به همین دلیل می‌توان آن را روش انتگرال کانتور "تک مدی" نیز نامید.

با بکارگیری شرط اتصال کوتاه روی زیر دهانه های پیرامون مدار موجبری، ماتریس ادمیتانس دهانه‌های موجبری، [Y]، از روی ماتریس ادمیتانس کل، $[Y_T]$، استخراج می‌گردد [۵].

با معرفی امپدانس موجبر در مد TE_{10} برای موجبری با سطح مقطع a×b :

$$Z_0=120\pi\frac{b}{a}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\lambda/2a\right)^2}}=\frac{b}{a}Z_{TE_{10}} \qquad (۴)$$

ماتریس پراکندگی دهانه‌های موجبری را می‌توان به صورت معادله (۵) به دست آورد:

$$[S]=\left(Y_0[E]+[Y]\right)^{-1}\left(Y_0[E]-[Y]\right) \qquad (۵)$$

که در آن Y_0 ادمیتانس موجبر در مد TE_{10} بوده و [E] ماتریس واحد می‌باشد.

همانگونه که اشاره شد، در روش انتگرال کانتور تک مدی بخشهای مستقیم موجبری در طرفین صفحه مرجع مورد نیازند. این مسئله موجب بزرگ شدن ابعاد مدار و در نتیجه افزایش تعداد زیردهانه‌ها در مرز مدار می گردد که در نهایت منجر به افزایش هزینه های محاسباتی خواهد شد. اما چنانچه فاصلهٔ بین ناپیوستگیهای موجود در موجبرکم باشد، در نظر نگرفتن اثر مدهای مرتبه بالاتر منطقی به نظر نمی‌رسد. زیرا اندازهٔ توان مختلط جاری درون مدهای میرا در اطراف ناپیوستگی قابل ملاحظه بوده و لازم است با محاسبهٔ ماتریس پراکندگی کلی مدار، این اثر را تعیین کرد تا تحلیل مدار موجبری با دقت بالاتری صورت پذیرد. اینها دلایلی برای معرفی روش انتگرال کانتور "چند مدی" هستند. در این روش فرض می‌کنیم که علاوه بر مد غالب TE_{10}، M-1 مد مرتبه بالاتر (TE_{20}, TE_{30}, …, TE_{M0}) روی صفحات مرجع حضور دارند.

با فرض اینکه محور x در امتداد صفحه مرجع باشد، وابستگی فضایی ولتاژ و چگالی جریان مد n-ام به صورت زیر خواهد بود:

$$v_n(x)=V_{pn}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$$
$$j_n(x)=J_{pn}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \qquad (۶)$$

ولتاژ و جریان هر زیر دهانه روی صفحات مرجع را می توان به صورت ترکیب خطی از ولتاژ و جریان مدهای مختلف نوشت:

$$\left(V_S\right)=\begin{pmatrix}V_{S_1}\\ \vdots\\ V_{S_M}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha_{11}V_1+\cdots+\alpha_{1M}V_M\\ \vdots\\ \alpha_{M1}V_1+\cdots+\alpha_{MM}V_M\end{pmatrix}=[\alpha](V)$$
$$\left(I_S\right)=\begin{pmatrix}I_{S_1}\\ \vdots\\ I_{S_M}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\beta_{11}I_1+\cdots+\beta_{1M}I_M\\ \vdots\\ \beta_{M1}I_1+\cdots+\beta_{MM}I_M\end{pmatrix}=[\beta](I) \qquad (۷)$$

که در آن V_n و I_n (n=1, 2, …, M) متوسط ولتاژ و جریان مد TE_{n0} بوده و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$V_n = \frac{1}{a/n}\int_0^{a/n} V_{pn}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)dx$$
$$I_n = \int_0^{a/n} J_{pn}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)dx \qquad (۸)$$

عناصر ماتریسهای ضرایب [α] و[β] نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\alpha_{mn} = \frac{M}{n}\sin\left(\frac{2m-1}{2M}n\pi\right)\sin\left(\frac{n\pi}{2M}\right)$$
$$\beta_{mn} = \sin\left(\frac{2m-1}{2M}n\pi\right)\sin\left(\frac{n\pi}{2M}\right) \qquad (۹)$$
$$m,n = 1,2,\cdots,M$$

روی صفحات مرجع، مدهای مرتبه بالاتر غیر انتشاری بوده و فقط مد غالب TE_{n0} انتشار می‌یابد. پس می‌توان فرض کرد که مدهای مرتبه بالاتر به امپدانس مشخصه راکتیو خود ختم شده‌اند [۸]:

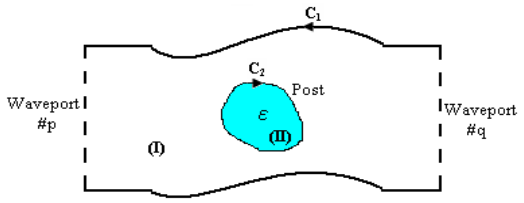
$$Z_{n0} = \frac{V_n}{I_n} = j120\pi\frac{b}{a/n}\frac{1}{\sqrt{\left(n\lambda/2a\right)^2 - 1}} \qquad (۱۰)$$

با روشی مشابه آنچه که در انتگرال کانتور تک مد عمل می‌شود، ماتریس پراکندگی کلی مدار[۳] (GSM) که شامل اثر مدهای مرتبه بالاتر است، به دست می‌آید. با تعیین شدن GSM، اطلاعات مورد نیاز شامل ضرایب انعکاس و انتقال مدهای مختلف از جمله مد غالب TE_{n0} قابل محاسبه‌اند.

۳- تحلیل محیط‌های چندگانه

محیط‌های چندگانه به محیط‌هایی گفته می‌شود که از چند محیط همگن متفاوت تشکیل شده باشند. در تحلیل محیط‌های چندگانه با روشهای مرزی مانند روش انتگرال کانتور لازم است برای هر زیر ناحیه همگن معادلاتی متناسب با شرایط آن ناحیه پایه‌ریزی کرد.

برای اجرای روش انتگرال کانتور، مدار موجبری صفحه-H شکل (۲) را که حاوی یک تیرک دی الکتریک است، در نظر بگیرید. این مدار از دو ناحیه همگن متفاوت تشکیل شده است. ابتدا هر دهانه موجبری را به m و مرز پیرامونی تیرک را به M زیردهانه تقسیم می‌کنیم.



شکل (۲): نمای فوقانی مدار موجبری صفحه-H حاوی یک تیرک دی‌الکتریک

Fig. (2): The upper view of H-plan wave guide circuit having a dielectric rod

بازنویسی معادله (۳) برای ناحیه I نتیجه می‌دهد که:

$$[U_I]\begin{pmatrix}(V^p)\\(V^q)\\(V_I^{Post})\\(0)\end{pmatrix} = [H_I]\begin{pmatrix}(I^p)\\(I^q)\\(I_I^{Post})\\(I^{sc})\end{pmatrix} \quad ; \quad \text{on } C_1 + C_2 \qquad (۱۱)$$

در این معادله بالانویسهای p, q, Post و sc به ترتیب اشاره به زیردهانه‌های روی دهانه‌های موجبری p و q، مرز پیرامونی تیرک و بخشهای اتصال کوتاه مدار دارد.

با روشی مشابه، رابطه ولتاژ- جریان در ناحیه II به دست می‌آید:

$$[U_{II}](V_{II}^{Post}) = [H_{II}](I_{II}^{Post}) \quad ; \quad \text{on } C_2 \qquad (۱۲)$$

هدف اصلی در روش انتگرال کانتور، تعیین رابطه ولتاژ- جریان روی دهانه های موجبری p و q است. این هدف با اعمال شرایط مرزی روی فصل مشترک دو ناحیه و استفاده از معادلات (۱۱) و (۱۲) تحقق می یابد. در مرجع [۷] معادلات نهایی ولتاژ- جریان به صورت زیر ارائه شده‌اند:

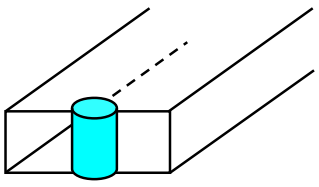
$$(I^p) = \left\{[Y_I^{p,p}] - [C^p][A][Y_I^{Post,p}]\right\}(V^p) + \left\{[Y_I^{p,q}] - [C^p][A][Y_I^{Post,q}]\right\}(V^q)$$
$$(I^q) = \left\{[Y_I^{q,p}] - [C^q][A][Y_I^{Post,p}]\right\}(V^p) + \left\{[Y_I^{q,q}] - [C^q][A][Y_I^{Post,q}]\right\}(V^q) \qquad (۱۳)$$

با تعیین رابطه ولتاژ- جریان دهانه‌های موجبری، ماتریس پراکندگی مدار شناسایی خواهد شد.

۴- نتایج شبیه سازی

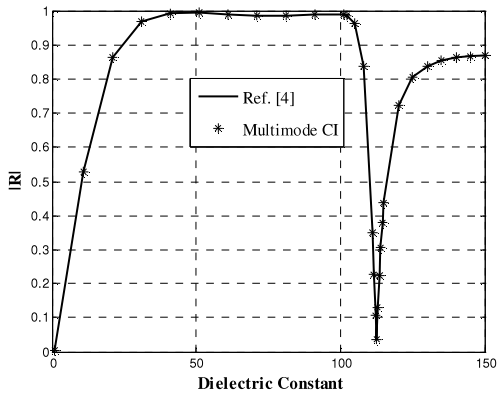
به منظور ارزیابی نتایج روش انتگرال کانتور، در این بخش به بررسی چند مدار موجبری صفحه-H که در سایر مقالات به آنها اشاره شده است، می‌پردازیم.

در اولین مثال یک موجبر حاوی تیرک دی الکتریک تحلیل می شود. این مدار در شکل (۳) نشان داده شده است. یک تیرک استوانه‌ای دی‌الکتریک با شعاع 0.05 a در مرکز سطح مقطع موجبر مستطیلی با پهنای a مستقر شده است. طول موج فضای آزاد 0.7 طول موج قطع مد TE_{10} انتخاب شده است. شکل (۴) اندازه ضریب انعکاس را به صورت تابعی از ثابت دی الکتریک نشان داده و آن را با نتایج ارائه شده در مرجع [۴] مقایسه می‌کند. در روش انتگرال کانتور چندمدی روی دهانه‌های موجبری ۱۵ مد در نظر گرفته شده است. ملاحظه می‌شود که روش انتگرال کانتور نیز مانند مرجع [۴] شرط تشدید را در ثابت دی‌الکتریک $\varepsilon_r = 112.5$ نشان می‌دهد.



شکل (۳): موجبر مستطیلی حاوی تیرک دی‌الکتریک

Fig. (3): The rectangular wave guide and a dielectric rod

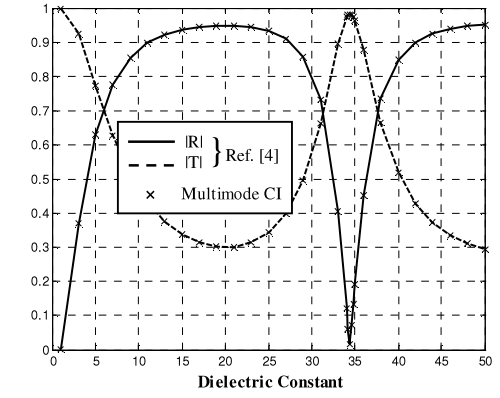


شکل (۴): دامنهٔ ضریب انعکاس به صورت تابعی از ثابت دی‌الکتریک بازای
$\lambda_o/\lambda_{c_{10}} = 0.7$ و $r/a = 0.05$

Fig. (4): The amplitude of reflection coefficient in term of dielectric constants for $r/a = 0.05$ and $\lambda_o/\lambda_{c_{10}} = 0.7$

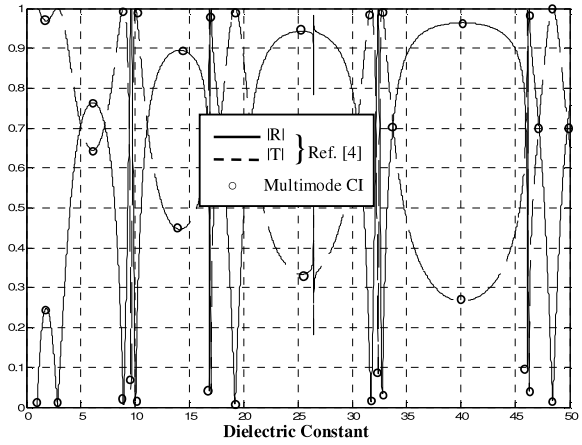
شکل (۵) نتایج به دست آمده با روش انتگرال کانتور چندمدی را با احتساب ۱۳ مد برای اندازه ضرایب انعکاس و انتقال مدار موجبری شکل (۳) بازای نسبت طول موج $\lambda_o/\lambda_{c_{10}} = 0.799$ و $r/a = 0.1$، نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که تغییرات |R| و |T| با ثابت دی‌الکتریک عکس یکدیگر است. در طراحی فیلتر، لازم است ثابت دی‌الکتریک تیغه برابر $\varepsilon_r = 34.4$ انتخاب شود.

شکل (۶) تغییرات دامنه ضرایب انعکاس و انتقال را برحسب ثابت دی‌الکتریک برای تیرکی با $r/a = 0.25$ و $\lambda_o/\lambda_{c_{10}} = 0.6366$ نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که تعداد زیادی ماکزیمم و مینیمم وجود دارد که این موجب آزادی عمل در انتخاب دی‌الکتریک می‌شود.



شکل (۵): ضرایب انعکاس و انتقال به صورت تابعی از ثابت دی‌الکتریک به
ازای $\lambda_o/\lambda_{c_{10}} = 0.799$ و $r/a = 0.1$

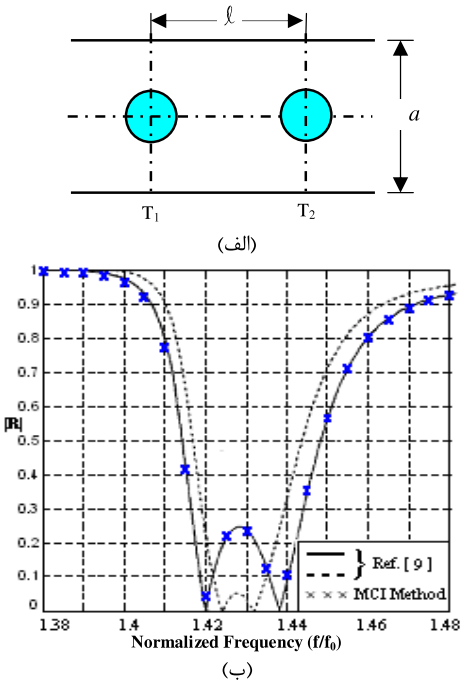
Fig. (5): The reflection and transmission coefficient as a function of dielectric constant for $r/a = 0.1$ and $\lambda_o/\lambda_{c_{10}} = 0.799$



شکل (۶): دامنهٔ ضرایب انعکاس و انتقال تیرک عایق برحسب ثابت
دی‌الکتریک با $r/a = 0.25$ و $\lambda_o/\lambda_{c_{10}} = 0.6366$

Fig. (6): The amplitude of reflection coefficient and transport of dielectric rod as a function of dielectric constant for $r/a = 0.25$ and $\lambda_o/\lambda_{c_{10}} = 0.6366$

مثال بعدی، یک مدار موجبری حاوی دو تیرک دی‌الکتریک استوانه‌ای می‌باشد. تیرک‌ها دارای شعاع نسبی $r/a = 0.05$ و ثابت دی‌الکتریک $\varepsilon_r = 112.5$ بوده و در وسط موجبر قرار گرفته‌اند. در شکل [(۷)-الف] نمای فوقانی این مدار و در شکل [(۷)- ب] دامنهٔ ضریب انعکاس برحسب فرکانس نرمالیزه $f/f_{c_{10}}$ نشان داده شده‌اند.

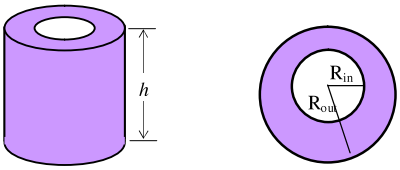


شکل (۷): دامنهٔ ضریب انعکاس در موجبر مستطیلی حاوی دو تیرک
دی‌الکتریک استوانه‌ای (ε_r=۱۱۲/۵)

Fig. (7): The amplitude of reflection coefficient in a rectangular wave guide having two cylindrical dielectric rod (ε_r=112.5)

برای تحلیل این مدار، تعداد ۱۵ مد استفاده شده است. مقایسه نتایج حاصل از روش انتگرال کانتور چندمدی با نتایج ارائه شده در مرجع [۹]، حاکی از دقت بالای روش انتگرال کانتور است.

در آخرین مثال، اقدام به تعیین ثابت دی الکتریک DRهای مورد استفاده در LNB[4] آنتنهای ماهواره‌ای کرده‌ایم. شکل (۸) شمای کلی این تشدیدگرها را نشان می‌دهد. این DRها به شکل واشر بوده و دارای ابعاد h= 2.1 mm , Rout=2.418 , Rin= 0.99 می‌باشند. از آنجائی که اطلاعات دقیقی در مورد ثابت دی‌الکتریک این تشدیدگرها در دسترس نبود، بر اساس حدس‌های موجود در خصوص حدود تقریبی ε_r، یک تیرک استوانه‌ای به ارتفاع موجبر WR- 62 یعنی 7.9 mm تولید و در مرکز موجبر قرار داده شد. پاسخ فرکانسی مدار برای پارامتر S_{11} با کمک دستگاه تحلیل‌گر شبکه در باند ku تعیین گردید. این پاسخ در شکل (۹) نشان داده شده است. همانگونه که در این شکل واضح است کمترین مقدار S_{11} در فرکانس f_0= 17.338 GHz رخ می‌دهد. با شبیه‌سازی مدار و استفاده از روش انتگرال کانتور چندمدی منحنی تغییرات S_{11} بر حسب ثابت دی‌الکتریک در فرکانس f_0 ترسیم گردید. این نمودار در شکل (۱۰) ترسیم شده است. از این نمودار ثابت دی‌الکتریک ε_r = 39 تعیین شد. به منظور اطمینان از نتایج شبیه سازی، پاسخ فرکانسی مدار با نتایج عملی در شکل (۱۱) مقایسه شده‌اند. این مقایسه دقت روش انتگرال کانتور چندمدی عددی را تأیید می‌کند.

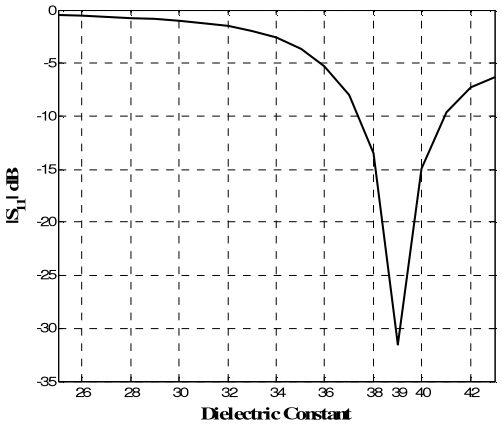


شکل (۸): شکل ظاهری DR مورد استفاده در LNB آنتن ماهواره

Fig. (8): The appearance of DR used in satellite antenna

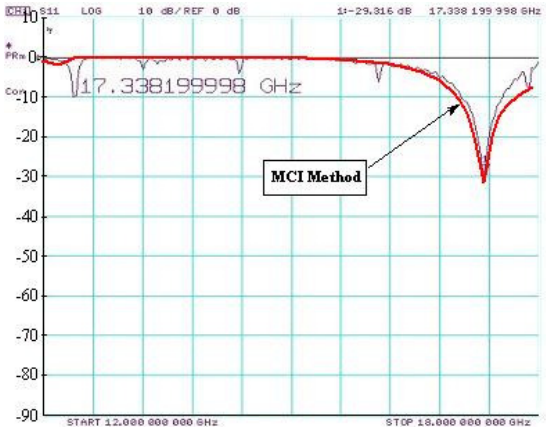
شکل (۹): اندازه‌گیری پارامتر S_{11} برای قطعه دی‌الکتریک مجهول

Fig. (9): The measurement of S_{11} parameter for an unknown dielectric



شکل (۱۰): منحنی تغییرات S_{11} برحسب ثابت دی‌الکتریک DR

Fig. (10): The variations of S_{11} as a function of dielectric constant DR



شکل (۱۱): مقایسه نتایج انتگرال کانتور چندمدی با نتایج اندازه‌گیری شده برای DRهای استفاده شده در LNB آنتن ماهواره

Fig. (11): The comparison of the multimode countor integral with experimrental results for DRs used in satellites LNB antenna

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله از روش انتگرال کانتور چندمدی برای شناسایی مشخصات DRها مانند فرکانس تشدید و در مسئله معکوس تعیین ثابت دی‌الکتریک استفاده شد. ویژگی بارز این روش، توجه به مدهای مرتبه بالاتر غیرانتشاری است که در نزدیکی ناپیوستگی حضور داشته و از انرژی بالایی برخوردارند. اعتبار و دقت این روش در مقایسه با سایر روشها ارزیابی و تأیید شد. تلاش برای تعیین تعداد مناسب مد روی دهانه های موجبری در روش انتگرال کانتور چندمدی به کارهای بعدی موکول می‌گردد.

پی‌نوشت:

1- Dielectric Resonator
2- Hankel Function
3- Generalized Scattering Matrix
4- Low Noise Block converter

مراجع

[1] I.C. Hunter, "Theory and design of microwave filters", IEE, 2001.
[2] C. Bachiller, et al., "Efficient CAD tool of direct-coupled-cavities filters with dielectric resonators", IEEE AP-S, Vol.1B, pp.578-581, 2005.
[3] C. Bachiller, et al., "CAD of evanescent mode waveguide filters with circular dielectric resonators", IEEE AP-S, pp.1567-1570, 2006.
[4] J.N. Sahalos, E. Vafiadis, "On the narrow-band microwave filter design using a dielectric rod", IEEE Trans. Microw. Theo. Tech., Vol.33, No.11, pp.1165-1171, Nov. 1985.
[5] A. Hashemi, A. Banai, "Analysis of waveguide filters with dielectric resonators using multimode contour integral method", APMC/IEEE MTT-S, pp.2083-2086, 2007.
[6] A. Hashemi, A. Banai, "Analysis of H-plane waveguide discontinuities using hybrid multimode contour integral and mode matching techniques", SBMO/IEEE MTT-S (IMOC2007), pp.840-843, 2007.
[7] A. Banai, A. Hashemi, "A hybrid multimode contour integral method for analysis of the H-plane waveguide discontinuities", Progress in electromagnetics research, PIER 81, pp.167-182, 2008.
[8] T. Okoshi, "Planar circuits for microwaves and lightwaves", Springer-Verlag, 1985.
[9] K. Ise, M. Koshiba, "Equivalent circuits for dielectric posts in a rectangular waveguide", IEEE Trans. Micro. Theo. Tech., Vol.37, No.11, pp.1823-1825, Nov. 1989.