

## بهبود الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA) به کمک منطق فازی

امید مخلصی<sup>(۱)</sup> - سید حمید ظهیری<sup>(۲)</sup> - ناصر مهرشاد<sup>(۳)</sup> - سید محمد رضوی<sup>(۴)</sup>

(۱) کارشناس ارشد - مؤسسه آموزش عالی خراسان

(۲) دانشیار - دانشکده مهندسی برق، دانشگاه بیرجند

(۳) استادیار - دانشکده مهندسی برق، دانشگاه بیرجند

تاریخ پذیرش: بهار ۱۳۹۲

تاریخ دریافت: تابستان ۱۳۹۱

**خلاصه:** کارایی روش‌های جستجو و بهینه‌سازی هوش جمعی، تمایل محققین را برای استفاده از آن‌ها در مسائل مختلف پیچیده مهندسی به صورت چشمگیری افزایش داده است. از جمله الگوریتم‌های مبتنی بر هوش جمعی، الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA) است که با الهام از قوانین فیزیکی جاذبه گرانشی و حرکت نیوتونی، افراد جامعه را که در واقع جرم‌های تصادفی در فضا هستند را به جستجو در فضا و می‌دارد. این مقاله به ارائه مدل جمعیتی جدیدی به نام Fuzzy Population GSA می‌پردازد که به اختصار آن را FPGSA می‌نامیم. روش پیشنهادی در واقع ترکیبی از دو کنترل‌کننده پارامتریک فازی و الگوریتم جستجوی گرانشی است که به جستجوی دقیق و منطقی فضا می‌پردازد. باید دانست در الگوریتم‌های هوش جمعی (و به تبع آن در روش GSA)، اندازه جمعیت عامل تاثیرگذاری بر پاسخ نهایی است به نحوی که با زیاد شدن این جمعیت پاسخ‌های بهتری حاصل شده و به تبع آن زمان اجرای الگوریتم طولانی‌تر می‌شود که برای رفع این مشکل پارامتری جدید به نام ضرب پراکندگی به الگوریتم افزوده‌ایم تا عملکرد بهتر سیستم را با کنترل این ضرب مورد ارزیابی قرار دهیم.

**کلمات کلیدی:** کنترل‌کننده‌ی پارامتریک فازی، الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA)، ضرب پراکندگی، مدل جمعیتی فازی.

امروزه با توجه به تنوع و پیچیدگی‌های مسائل جدید، روش‌های کلاسیک برای دست‌یابی به پاسخ‌های بهینه در پاره‌ای از موارد دچار چالش می‌شوند. برای دست‌یابی به مناسب‌ترین پاسخ، الگوریتم‌های ابتکاری بیشماری با الهام از قوانین موجود در طبیعت پایه‌ریزی شده‌اند. از جمله‌ی این الگوریتم‌های ابتکاری، الگوریتم GSA است که با الهام از قوانین گرانشی نیوتون شکل می‌گیرد [۶-۵]. همزمان با توسعه‌ی این روش‌های بهینه‌یابی نوین و با هدف افزایش کارایی و بهره‌وری روش‌های بهینه‌یابی کلاسیک، روش‌های ترکیبی بسیاری مبتنی بر ترکیب روش‌های کلاسیک بهینه‌یابی تکاملی و یا هوش جمعی با کنترل‌کننده‌های غیرخطی معرفی شده‌اند [۷-۸]. از این جمله می‌توان به کنترل‌کننده‌های فازی [۷]، عصبی [۸] و ترکیبی از هردو [۹] اشاره کرد.

**۱- مقدمه**  
در دهه‌های اخیر بررسی‌های بسیاری در زمینه‌ی بهینه‌یابی تصادفی صورت گرفته است که به دو دسته عمده از الگوریتم‌های جستجو کلاسیک طبقه‌بندی می‌شوند. دسته‌ی اول با الهام از پدیده‌های تکاملی طبیعی و بر مبنای عملگرهای تصادفی پیاده‌سازی می‌شوند. از جمله بازترین آن‌ها، الگوریتم ژنتیک (GA) است [۱]. دسته‌ی دیگر، الگوریتم‌های مبتنی بر هوش جمعی است که در آن‌ها از رفتار اجتماعی افراد یک جامعه به صورت همکاری متقابل و برای رسیدن به یک هدف نهایی به کار گرفته می‌شود. از جمله این الگوریتم‌ها می‌توان به الگوریتم PSO و الگوریتم ACO اشاره کرد که در آن پارامترهای جستجوگر، موقعیت خود را در یک فضای جستجوی چند بعدی تا رسیدن به بهینه شدن تابع هدف، تغییر می‌دهند [۲-۴].

$$F_{ij}^d(t) = G(t) \frac{M_{pi}(t) \times M_{aj}(t)}{R_{ij}(t)} (x_j^d(t) - x_i^d(t)) \quad (1)$$

$$R_{ij}(t) = \|x_i^d(t), x_j^d(t)\|_2 \quad (2)$$

در روابط بالا  $M_{aj}(t)$  مقدار جرم گرانشی موثر (ذره‌ی) با موقعیت مکانی بهتر با توجه به تابع هدف)،  $M_{pi}(t)$  جرم گرانشی تأثیر پذیرنده (ذره‌ی) با موقعیت مکانی بدتر با توجه به تابع هدف)،  $G(t)$  ثابت گرانش در زمان  $t$  و  $R_{ij}(t)$  فاصله اقلیدسی بین دو ذره هستند.

برای حفظ تصادفی بودن الگوریتم، نیروی وارد بر ذره‌ی آام در بعد  $d\Delta t$  از طرف هر ذره را در یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه  $[0, 1]$  ضرب کرده و کل نیروی وارد بر ذره‌ی آام در بعد  $d\Delta t$ ، حاصل جمع نیروهای وارد از طرف همه‌ی ذره‌ها بجز خود ذره‌ی آام در نظر گرفته می‌شود.

$$F_i^d(t) = \sum_{j=1, j \neq i}^N \text{rand}_j \times F_{ij}^d(t) \quad (3)$$

با توجه به قانون دوم نیوتون چنانچه به ذره‌ای نیرو وارد شود، متناسب با آن نیرو شتاب می‌گیرد.

$$a_i^d(t) = \frac{F_i^d(t)}{M_{ii}(t)} \quad (4)$$

که  $M_{ii}(t)$  جرم لختی مربوط به ذره‌ی آام است. سرعت بعدی یک ذره تابعی از سرعت فعلی و شتاب فعلی ذره است. بنابراین موقعیت و سرعت ذره با استفاده از روابط زیر قابل محاسبه خواهد بود.

$$v_i^d(t+1) = \text{rand}_i v_i^d(t) + a_i^d(t) \quad (5)$$

$$x_i^d(t+1) = x_i^d(t) + v_i^d(t+1) \quad (6)$$

اینجا نیز متغیر تصادفی یکنواخت در بازه‌ی  $[0, 1]$  برای این در نظر گرفته شده است که خاصیت تصادفی جستجو از بین نرود. جرم‌های گرانشی و لختی با توجه به مقادیر یک تابع برازنده‌ی محاسبه می‌شوند. جرم سنگین‌تر به معنی ذره‌ی موثر است.

$$M_{ai}(t) = M_{pi}(t) = M_{ii}(t) = M_i(t), \quad i=1, \dots, N \quad (7)$$

$$m_i(t) = \frac{\text{Value}_i(t) - \text{worst}(t)}{\text{best}(t) - \text{worst}(t)} \quad (8)$$

$$M_i(t) = \frac{m_i(t)}{\sum_{j=1}^N m_j(t)} \quad (9)$$

در رابطه‌ی بالا  $\text{Value}_i(t)$  مقدار برازنده‌ی تابع ارزیابی برای ذره‌ی آام در زمان  $t$  است. همچنین  $\text{best}(t)$  و  $\text{worst}(t)$  که به ترتیب نشان دهنده‌ی برازنده‌ی قوی‌ترین و ضعیف‌ترین ذره‌های جمیعت در زمان  $t$  هستند که با استفاده از روابط زیر به دست می‌آیند.

$$\text{best}(t) = \min_{i \in \{1, 2, \dots, N\}} \text{Value}_i(t) \quad (10)$$

$$\text{worst}(t) = \max_{i \in \{1, 2, \dots, N\}} \text{Value}_i(t) \quad (11)$$

همان گونه که اشاره شد عامل توقف در الگوریتم GSA همان

(۴۲)

در برخی دیگر کاربردها هدف افزایش و یا کنترل پارامتریک مؤلفه‌های جستجوگر در این الگوریتم‌های کلاسیک است. کنترل فازی پارامترها، از جمله پردازنهای ترین روش در این زمینه است. از این جمله می‌توان به استفاده از روش کنترل فازی بر مؤلفه‌های PSO اشاره کرد [۱۰]. در مرجع [۱۱] دیگر روش پرکاربرد هوش جمعی یعنی ACO تحت تاثیر روش‌های فازی و کنترل پارامتریک قرار گرفته است. در مرجع [۱۲] از ترکیب الگوریتم GA و روش فازی و نیز در مرجع [۱۳] از ترکیب کنترل کننده فازی پارامتریک، جهت طبقه‌بندی داده‌ها استفاده شده است.

آنچه که در این مقاله بدان پرداخته شده است، استفاده از دو کنترل کننده فازی است که با عملکردی موازی، سبب بهبود عملکرد GSA و نیز افزایش بهره‌وری و دقت این الگوریتم است که همان‌گونه که در ادامه بدان پرداخته خواهد شد با افزودن پارامتری جدید برای کنترل ضریب پراکندگی و کنترل فازی آن این مهم به خوبی محقق شده است. پیکربندی مقاله به این صورت است که در بخش دوم الگوریتم جستجوی گرانشی استاندارد و ساختار پارامتری استاندارد آن توصیف خواهد شد. بخش سوم به معرفی الگوریتم فازی جدید مبتنی بر کنترل پارامتریک پرداخته شده و به لزوم تعریف پارامتری جدید برای کنترل تراکم جمیعت پرداخته می‌شود. بخش چهارم به ارزیابی روش پیشنهادی پرداخته و در نهایت بخش پنجم به بحث و نتیجه‌گیری نهایی اختصاص یافته است.

## ۲- الگوریتم جستجوی گرانشی

الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA) در زمره‌ی الگوریتم‌های مبتنی بر هوش جمعی طبقه‌بندی می‌شود که یک فضای جستجوی چندبعدی را برای پیدا کردن مقدار اکسترمم تابع هدف مورد جستجو قرار می‌دهد. در این الگوریتم، از مشاهده حرکت سینماتیک و کلاسیک اجرام در میدان گرانشی الهام گرفته شده است. GSA در واقع با استفاده از طرح قوانین گرانش و حرکت در یک سیستم مصنوعی با زمان گستته ساخته می‌شود که در آن عوامل جستجوکننده، مجموعه‌ای از اجرام هستند که هر جرم در واقع محل و وضعیت سایر اجرام را درک کرده و به طریقی می‌تواند با توجه به تبادل نیرو بین اجرام دیگر، به تبادل اطلاعات پرداخته و سیستمی مصنوعی را ایجاد کند [۵].

پیکربندی الگوریتمی GSA به صورت زیر تعریف می‌شود. بردار موقعیت اولیه شامل مجموعه‌ای از  $N$  جرم است که موقعیت هر جرم نقطه‌ای است که می‌تواند شامل  $d$  بعد در فضا باشد ( $X_i = (x_i, \dots, x_i^d, \dots, x_i^N)$ ) که موقعیت بعد  $d\Delta t$  از جرم آام با  $x_i^d$  نشان داده می‌شود.

در این سیستم در زمان  $t$  و در هر بعد  $d$  نیرویی به اندازه‌ی  $F_{ij}^d(t)$  از سوی جرم  $j$  به جرم  $i$  وارد می‌شود. مقدار این نیرو از روابط (۱) و (۲) محاسبه می‌شود.

$$D_p = \sum_{i=1}^N \left( \frac{d_i}{N} \right) \quad (i=1, \dots, N)$$

$$D_k = \frac{(D_k - \min(d_i(t)))}{(\max(d_i(t)) - \min(d_i(t)))} \quad (i=1,\dots,N) \quad (14)$$

### ۳-۲-۳) پارامتر معرف ثابت گرانش

همان گونه که در رابطه‌ی (۱۲) اشاره شد،  $G(t)$  در GSA استاندارد، رابطه‌ای نمایی در نظر گرفته شده است که در واقع عامل همگرا کننده‌ی الگوریتم در طی سپری شدن تکرارهای الگوریتم می‌باشد. مقادیر بزرگ برای این پارامتر باعث تقویت توانایی جستجوی الگوریتم و مقادیر کوچک آن باعث افزایش توانایی بهینه‌یابی GSA می‌شود [۵].

### ۳-۳- طراحی سیستم فازی برای کنترل پارامترهای $G(t)$

همان گونه که اشاره شد، انتخاب ثابت گرانش یا  $G(t)$  در مسئله امری حیاتی است به طوری که مقدار پارامتری آن در صورتی که بزرگتر باشد موجب تقویت توانایی کاوش و برعکس اگر کوچکتر در نظر گرفته شود، موجب تقویت توانایی بهرهوری می‌گردد [۵].

اولین گام در طراحی یک سیستم فازی، انتخاب ورودی‌ها و خروجی‌های مناسب با توجه به شرایط مسئله برای سیستم فازی است. با توجه نکات اشاره شده در مورد همگرایی الگوریتم GSA استاندارد و نیز نیاز مبرم این الگوریتم جهت همگرایی یکنواخت بسته به شرایط جمعیت، در این مقاله دو ساختار فازی زیر جهت کنترل پارامتری همگرایی GSA در نظر گرفته شده است.

الف- سیستم اول دارای دو ورودی و یک خروجی است. ورودی شامل  $Value_i(t)$  یا همان مقدار برازنده‌گی تابع هدف و  $D_k$  یا همان ضریب پراکندگی است. آنچه که توسط این سیستم فازی و ورودی‌های آن کنترل می‌شود، همان مقدار  $G_0$  است که در GSA استاندارد (رابطه‌ی (۱۲)) به صورت ثابت فرض شده بود.

ب- در سیستم فازی دوم ورودی‌ها، Fitt یا همان مقدار نرمالیزه شده برازنده‌گی، تابع هدف است که به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود.

$$Fitt = \frac{(F_{best} - F_{min})}{(F_{max} - F_{min})} \quad (16)$$

مقادیر  $F_{\min}$  و  $F_{\max}$  به ترتیب حداقل و حداکثر برازنده‌گی مورد تعریف برای عامل جرم در دامنه‌ی فضاست که هرگاه خارج آن قرار گیرد در واقع خارج از فضای مسئله است. ورودی دوم مقدار  $t$  یا همان تکراری است که سیستم در آن قرار دارد. خروجی مقدار  $a$  است که در رابطه‌ی (۱۲) به صورت ثابت فرض شده بود.

رویکرد کلی سیستم‌های فازی پیشنهادی برای کنترل پارامتریک الگوریتم GSA، در شکل (۱) نشان داده شده است.

با ثابت گرانش است که در آن  $\alpha$  و  $G_0$ ، مقادیر ثابتی در نظر گرفته تریب بیانگر کل تکرارها و تکرار فعلی است. به علت شده و  $T$  و  $t$  به ترتیب

$$G(t) = G_0 \cdot e^{-at(\frac{t}{T})}$$

تعريف (Fuzzy Populated GSA) FPGSA - ٣

پارامترهای جدید و حیاتی

آنچه که در این مقاله به عنوان الگوریتم FPGA معرفی شده است، در واقع الگوریتم بهینه‌یابی گرانشی است مبتنی بر کنترل فازی اندازه جمعیت است که با هدف جلوگیری از استیاپی بخش عمدای از جرم‌ها در برخی از تکرارها شکل می‌گیرد. به بیان دیگر الگوریتم GSA مشابه سایر الگوریتم‌های هوش جمعی، با افزایش جمعیت در پارهای از تکرارها چهار ناپسامانی در نتیجه‌گیری می‌شود. افزایش جمعیت و به تبع آن قرار گرفتن تراکم بخشی از جمعیت در ناحیه‌ای از فضای تواند سبب از دست رفتن بخش عمدای از تجربیات برخی از جرم‌ها شده و در نتیجه‌ی آن همگرایی به اکسترمهای محلی و پایین آمدن بهره‌وری تا حد قابل ملاحظه‌ای شود. همین ایستایی و تراکم می‌تواند همان عاملی باشد که همان طور که در ادامه نشان داده خواهد شد، الگوریتم GSA استاندارد را در برخی از تکرارها تا حد قابل ملاحظه‌ای چهار اختلال در همگرایی و در برخی از موارد دچار واگرایی‌های لحظه‌ای می‌کند. همان‌گونه که در ادامه نشان داده می‌شود الگوریتم GSA در برخی از نتایج به شدت تحت تأثیر تعداد تکرارهای الگوریتم است که این خود به علت تأثیر پارامتری تعداد تکرار نهایی ( $T$ ) در همگرا کننده‌ی بسیار مناسب و توانمندی نهایی الگوریتم GSA چشم‌پوشی کرد آنچه که در ادامه خواهیم دید همگرایی در پارهای از موقع سریعتر و بیکنواخت‌تر روش پیشنهادی در تعداد تکرارهای بسیار اندک خواهد بود.

### ۱-۳-۱-۴ پارامتر معرف ضریب پراکندگی

در این مقاله مشابه کار انجام شده در [۹]، در راه کنترل ایستایی جمیعت نیاز به تعریف پارامتری است که به عنوان ورودی یکی از کنترل کننده‌های فازی مورد استفاده قرار گیرد.  $D_k$  پارامتری است که معرف میزان پراکندگی بخشی از اجرام در بخشی از دامنه فضاست که برای کنترل کردن فازی جمیعت از جرم‌ها مورد استفاده قرار داده‌ایم و طی فرآیند زیریه صورت نormalیزه شده، محاسبه و در نهایت به عنوان ورودی در اختیار یکی از سیستم‌های فازی قرار می‌گیرد. روند محاسبه در روابط زیر خلاصه می‌شود که در آن  $N$  تعداد کل جمیعت بوده و  $d_i$  بفاصله بهترین موقعیت از بدترین موقعیت است. تعریف این پارامتر به نوعی می‌تواند تعریف حساسیت فاصله بین المان‌های جستجوگر باشد.

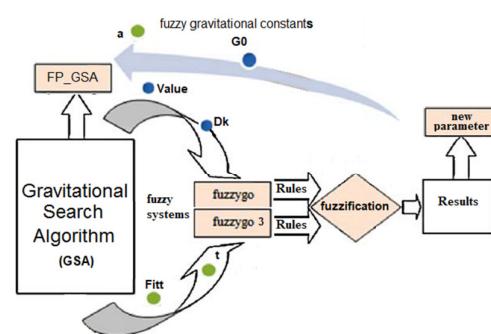
$$d_i = \text{abs}(\text{Value}_i(t) - \text{worst})$$

$$(i = 1, \dots, N)$$

انجام شدغ مشابه در طراحی این نوع از کنترل کننده های فازی انتخاب شده اند [۱۵-۱۶].

از طرف دیگر شرایط همپوشانی قواعد و سطوح تصمیم سیستم های فازی پیشنهادی که به ترتیب در شکل های (۴) و (۵) نشان داده شده است نشان از انتخابی مؤثر برای توابع عضویت مسئله دارد. دو سیستم فازی مطرح شده با دریافت ورودی های بیان شده، خروجی های مربوطه را کنترل کرده که به تبع آن، بر رفتار الگوریتم GSA تأثیر می گذارند. بر طبق آزمایش های متعدد انجام شده، برای هریک سیستم های فازی پیشنهادی، ۹ قانون در نظر گرفته شده است که با توجه به عملکرد پارامتر های ورودی و خروجی الگوریتم تنظیم شده اند. این تنظیم پارامتریک با توجه به شرایط الگوریتم در مراحل اولیه جستجو و نیز با توجه به لزوم جستجوی نقاط اولیه جدید در فضای مسئله در مراحل پایانی با افزایش توان بهره وری و با هدف بهبود جواب های دیده شده صورت می گیرد که تأثیر آن را می توان در جستجوی محلی، جستجوی سراسری، سرعت همگرایی و بهینه یابی در تعداد گام های تکرار کمتر به وضوح مشاهده کرد.

به عنوان مثال در سیستم فازی اول اگر مقدار Value<sub>i</sub>(t) به مقدار بهینه تابع هدف نزدیک شده باشد (البته در [۰,۱] ) این بین معنی است که در گام های آخر هستیم و باید دقت جستجو افزایش یابد و همچنین اگر مقدار D<sub>k</sub> کم باشد این بدان معنی است که جرمها در نقطه ای نامناسب قرار دارند در این صورت منطقی ترین شرایط آن است که مقدار پارامتر G<sub>0</sub> افزایش یابد. و یا در صورت عدم بهبود همگرایی در فرایند جستجوی GSA است. یعنی داشش موجود و مبهم در مکانیزم جستجو در GSA منجر به ایجاد یکسری قواعد فازی (و معتبر برای هر نوع استفاده از GSA) شده است که در هر تکرار می تواند با کنترل پارامتر های آن نسبت به ارزیابی جستجوی سراسری و محلی مبادرت نماید. انتخاب نوع مثلثی توابع عضویت بر اساس دیگر کارهای

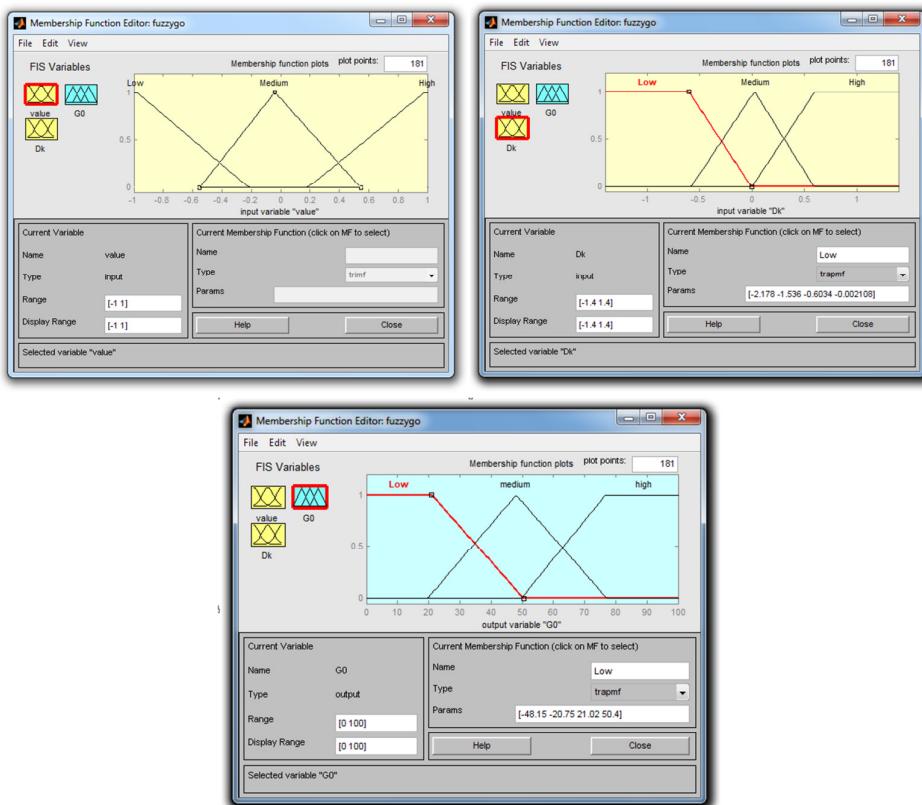


شکل (۱): روش پیشنهادی برای فازی کردن پارامتریک  
Fig (1): The proposed method for parametric fuzzification

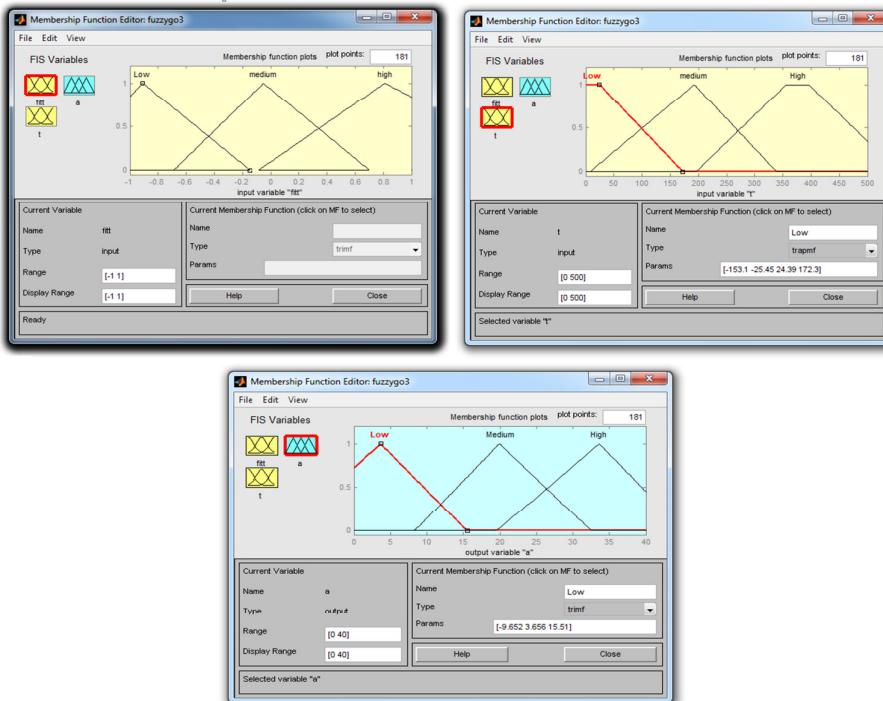
#### ۴-۳- تعریف توابع عضویت

توابع عضویت فازی برای حل مسائل مختلف مختص می باید بسته به شرایط ساختاری مسئله تعریف شوند و در واقع تعریف درست و بجا توابع عضویت در یک سیستم فازی، تأثیر مستقیمی بر پاسخ مسئله دارد [۱۴].

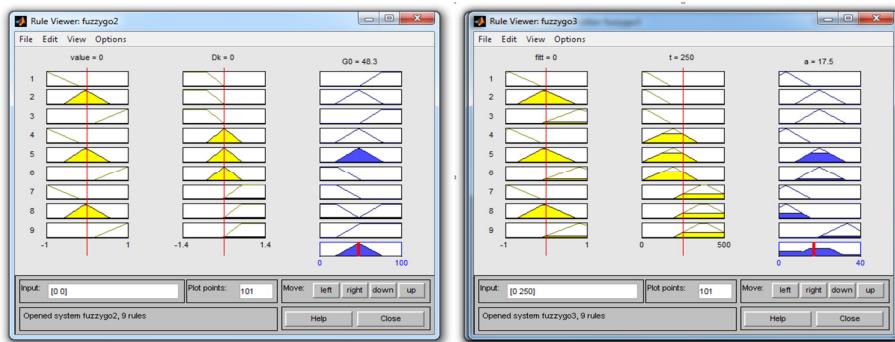
توابع عضویتی که برای این دو سیستم فازی در این مقاله در نظر گرفته شده است، در شکل های (۲) و (۳) نشان داده شده است. با توجه به تنوع بیشمار توابع عضویت در یک سیستم فازی، انتخاب های بیشماری برای توابع عضویت در سیستم های فازی مورد نظر وجود دارد. اما آنچه که به کار آیی بهتر روش پیشنهادی منجر می شود بیشتر به خاطر استخراج قواعد مؤثر و منطقی در کنترل پارامتر های تأثیرگذار در فرایند جستجوی GSA است. یعنی داشش موجود و مبهم در مکانیزم جستجو در GSA منجر به ایجاد یکسری قواعد فازی (و معتبر برای هر نوع استفاده از GSA) شده است که در هر تکرار می تواند با کنترل پارامتر های آن نسبت به ارزیابی جستجوی سراسری و محلی مبادرت نماید. انتخاب نوع مثلثی توابع عضویت بر اساس دیگر کارهای



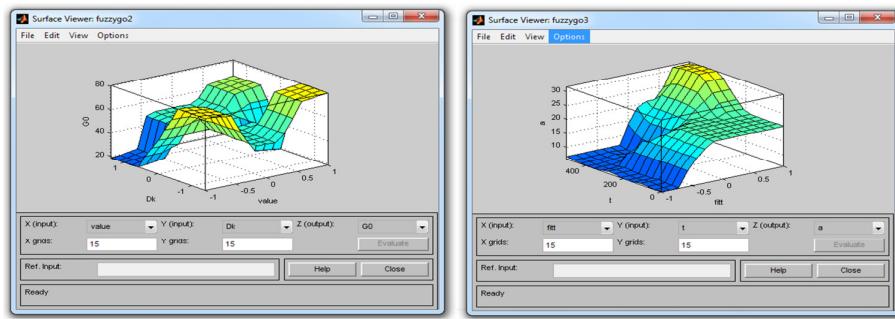
شکل (۲): توابع عضویت در نظر گرفته شده برای سیستم فازی اول  
Fig. (2): Fuzzy membership functions for the first Fuzzy system



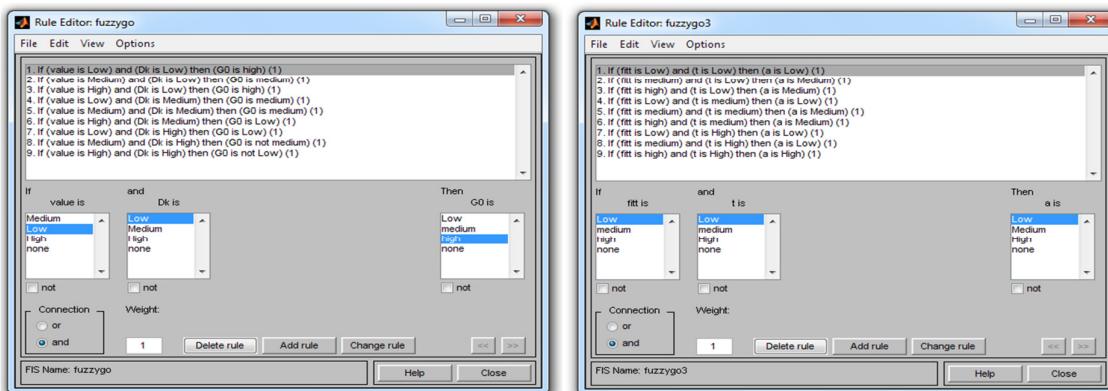
شکل (۳): توابع عضویت در نظر گرفته شده برای سیستم فازی دوم  
Fig. (3): Fuzzy membership functions for the Second Fuzzy system



شکل (۴): شماتیک قواعد فازی برای هر دو سیستم فازی  
Fig (4): Schematic of the fuzzy rules for both of fuzzy systems



شکل (۵): شماتیک سطحی متناظر با هر دو سیستم فازی  
Fig. (5): Schematic of surface corresponding to both of fuzzy systems



شکل (۶): قوانین فازی پیشنهادی برای هر دو سیستم فازی  
Fig. (6): Proposed Fuzzy rules for both of fuzzy systems

یعنی PSO را نیز با ساختار پارامتری مشابه مورد استفاده قرار داده‌ایم. این پارامترهای ساختاری مشابه برای روش PSO عبارتست از تعداد جمعیت اولیه ۳۰ عامل جستجو، ابعاد فضای جستجو با توجه به ابعاد توابع ارزیابی و نیز کل تعداد تکرارهای الگوریتم ۵۰۰ مرتبه مشابه دو الگوریتم دیگر در نظر گرفته شده است. جهت بروز رسانی موقعیت ذرات از رابطه‌ی (۱۷) و جهت محاسبه سرعت ذرات از رابطه‌ی (۱۸) استفاده شده است. برای تنظیم بهتر ضربی وزن اینترسی (W) در رابطه‌ی (۱۸)، مقادیری خطی از  $0/9$  به  $0/2$  به صورت کاهشی قرار داده شده است.  $R_1$  و  $R_2$  اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت بین صفر و

#### ۴- توابع ارزیابی

در این مقاله جهت مینیمم‌سازی از برخی توابع ارزیابی پرکاربرد تک مدل و چندمدل (جدول (۲)) که در مقالات و مراجع بیشماری به کار رفته‌اند، جهت ارزیابی و مقایسه مابین الگوریتم GSA و FPGSA استاندارد بهره گرفته‌ایم [۱۷].

در این ارزیابی‌ها مشخصه‌های پارامتری یکسانی که شرح آن در جدول (۱) آمده است، برای الگوریتم‌های GSA، FPGSA و PSO مورد استفاده قرار گرفته است. همانگونه که اشاره شد، جهت مقایسه بهتر رفتار روش پیشنهادی، یکی از پرکاربردترین الگوریتم‌های هوش جمعی

از الگوریتم‌ها محاسبه شده و میانگین<sup>۱</sup> (avr) بهترین جواب‌های دیده شده، میانه<sup>۲</sup> بهترین جواب‌های دیده شده در کل تکرارها الگوریتم (nor) گزارش شده است. و نیز به جهت مقایسه‌ی پراکندگی پاسخ‌ها، بهترین پاسخ (bv) و بدترین پاسخ (wv) نیز به ازای اجرای ۱۰ مرتبه‌ای هر یک از الگوریتم‌ها گزارش شده است. جهت مقایسه همگرایی بهمود یافته‌ی روش پیشنهادی در مقایسه با دو الگوریتم دیگر، در شکل (۷) معیار بهترین جواب دیده شده تا آن لحظه<sup>۳</sup> به کل تکرارها برای همه توابع به تصویر کشیده شده است.

یک هستند. همچنین  $X_{G-best}$  بهترین موقعیتی است که تا کنون توسط جمعیت دیده شده و  $X_{L-best}$  بهترین موقعیتی است که ذره تاکنون به دست آورده است. در ضمن پارامترهای اختصاصی الگوریتم PSO در اینجا  $C_1 = C_2 = 2$  فرض شده‌اند [۱۸-۱۹].

$$X_{ij} = X_{ij} + V_{ij} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} V_{ij} &= W \cdot V_{ij} + C_1 \cdot R_1 (X_{L-best} - X_{ij}) + \\ &C_2 \cdot R_2 (X_{G-best} - X_{ij}) \end{aligned} \quad (18)$$

#### ۱-۴- نتایج آزمایشات

نتایج پیاده‌سازی توابع ارزیابی در جدول (۳) گزارش شده است. برای اطمینان از صحت درستی نتایج برای ۱۰ مرتبه اجرای مستقل هر یک

Table (1): Characteristic parameters of FPGSA and standard GSA algorithms

جدول (۱): مشخصات پارامتری الگوریتم‌های FPGSA و GSA استاندارد

PSO	GSA	FPGSA	
30	30	30	سایز جمعیت اولیه
بسته به شرایط مدل تابع	بسته به شرایط مدل تابع	بسته به شرایط مدل تابع	بعاد اجرای بهینه یابی
-	100	فازی	G0
-	20	فازی	$\alpha$
500	500	500	تکرار اجرای الگوریتم

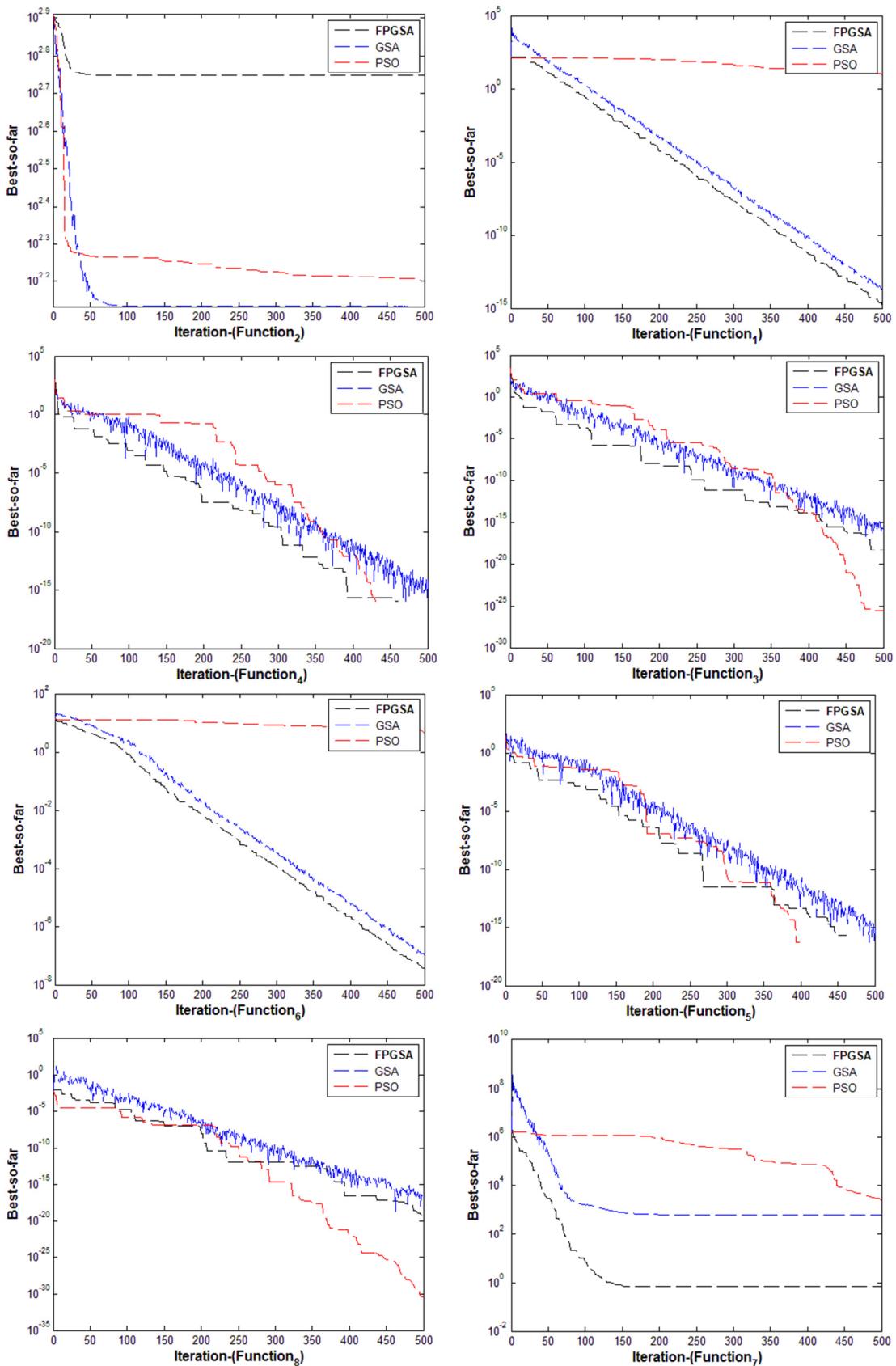
Table (2): Considered Standard test functions with Unimodal and Multimodal shapes

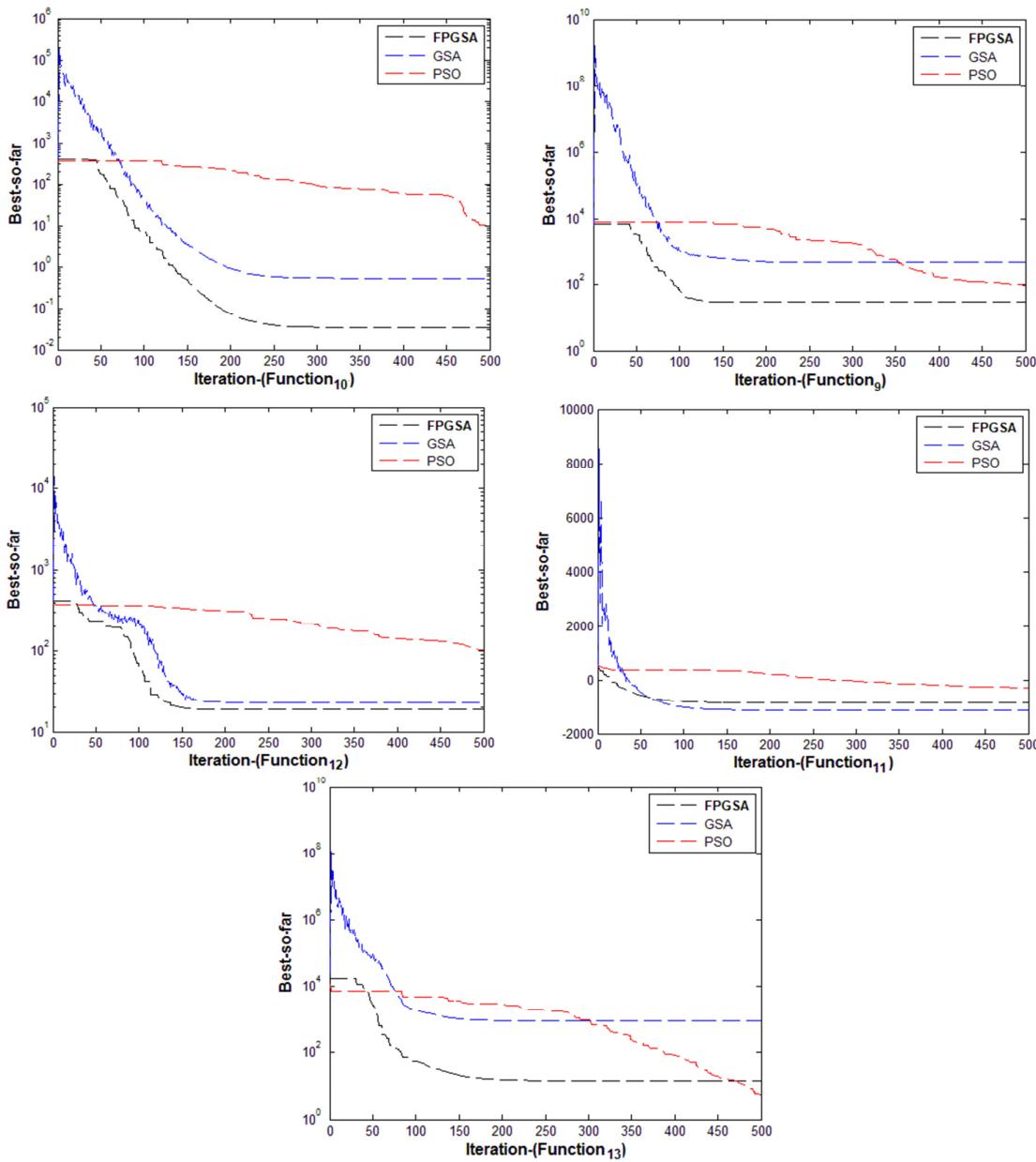
جدول (۲): توابع ارزیابی استاندارد انتخابی از نوع تک مدل یا چند مدل جهت ارزیابی هر سه روش

تابع	عنوان تابع ارزیابی	رابطه‌ی تابع	دامنه تک یا مالتی مدل تابع
$F_1$	Sphere Function	$F_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-5,12,5,12]^n$
$F_2$	Schwefel 2.26 Function	$F_2(x) = x_1 \sin( x_1 )$	$[-4, 5]^2$
$F_3$	Booth Function	$F_3(x) = (x_1 + 2x_2 - 7)^2 + (2x_1 + x_2 - 5)^2$	$[-10, 10]^2$
$F_4$	Bohachecky 1 Function	$F_4(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3\pi x_1) - 0.4 \cos(4\pi x_2) + 0.7$	$[-100, 100]^2$
$F_5$	Bohachecky 2 Function	$F_5(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3\pi x_1) * \cos(4\pi x_2) + 0.3$	$[-100, 100]^2$
$F_6$	Ackley Function	$F_6(x) = 20 + e^{-20} e^{-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}} - e^{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)}$	$[-32, 32]^n$
$F_7$	Dixon and price Function	$F_7(x) = (x_1 - 1)^2 + \sum_{i=0}^{n-1} i(2x_i^2 - x_{i+1})^2$	$[-10, 10]^n$
$F_8$	Matyas Function	$F_8(x) = 0.26(x_1^2 + x_2^2) - 0.48x_1x_2$	$[-10, 10]^2$
$F_9$	Rosenbrock Function	$F_9(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$	$[-2.04, 2.04]^n$
$F_{10}$	Sum squares function	$F_{10}(x) = \sum_{i=1}^n i x_i^2$	$[-10, 10]^n$
$F_{11}$	Trid Function	$F_{11}(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - 1)^2 - \sum_{i=2}^n x_i x_{i-1}$	$[-10, 10]^n$
$F_{12}$	Rastrigin Function	$F_{12}(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10)$	$[-5, 12, 5, 12]^n$
$F_{13}$	Powell Function	$F_{13}(x) = \sum_{i=1}^{\frac{n}{4}} (x_{4i-3} + 10x_{4i-2})^2 + 5(x_{4i-1} - x_{4i})^2 + (x_{4i-3} - x_{4i-1})^4 + 10(x_{4i-3} - x_{4i})^4$	$[-4, 5]^n$

جدول (۳): نتایج می‌نیمم‌سازی توابع ۱ تا ۱۳ با بعد ۳۰ . بهترین، بدترین مقدار دیده شده و میانگین نتایج برای ۱۰ بار اجرای مستقل الگوریتم‌ها

FPGSA	GSA	PSO	معیار	تابع
<b>2.03×10<sup>-15</sup></b>	1.17×10 <sup>-14</sup>	8.39×10 <sup>-3</sup>	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>1</sub></b>
<b>2.91×10<sup>-15</sup></b>	2.42×10 <sup>-14</sup>	1.94	بدترین مقدار (wv)	
<b>5.42×10<sup>-14</sup></b>	1.86×10 <sup>-13</sup>	8.31×10 <sup>-1</sup>	میانگین نتایج (avr)	
<b>2.88×10<sup>-14</sup></b>	1.88×10 <sup>-13</sup>	5.25×10 <sup>-1</sup>	میانه نتایج (nor)	
417.54	<b>115.41</b>	270.83	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>2</sub></b>
518.23	<b>175.29</b>	405.32	بدترین مقدار (wv)	
357.95	<b>137.55</b>	345.40	میانگین نتایج (avr)	
448.105	<b>135.61</b>	337.94	میانه نتایج (nor)	
1.19×10 <sup>-17</sup>	5.49×10 <sup>-18</sup>	<b>3.15×10<sup>-30</sup></b>	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>3</sub></b>
9.05×10 <sup>-17</sup>	7.52×10 <sup>-17</sup>	<b>7.40×10<sup>-27</sup></b>	بدترین مقدار (wv)	
3.29×10 <sup>-16</sup>	1.93×10 <sup>-15</sup>	<b>2.12×10<sup>-27</sup></b>	میانگین نتایج (avr)	
2.68×10 <sup>-16</sup>	8.06×10 <sup>-16</sup>	<b>9.12×10<sup>-28</sup></b>	میانه نتایج (nor)	
<b>1.11×10<sup>-16</sup></b>	7.70×10 <sup>-16</sup>	<b>1.11×10<sup>-16</sup></b>	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>4</sub></b>
4.44×10 <sup>-16</sup>	1.11×10 <sup>-15</sup>	<b>2.62×10<sup>-16</sup></b>	بدترین مقدار (wv)	
2.01×10 <sup>-15</sup>	1.95×10 <sup>-14</sup>	<b>1.17×10<sup>-16</sup></b>	میانگین نتایج (avr)	
2.21×10 <sup>-15</sup>	1.55×10 <sup>-14</sup>	<b>1.19×10<sup>-16</sup></b>	میانه نتایج (nor)	
<b>1.11×10<sup>-16</sup></b>	2.22×10 <sup>-16</sup>	2.76×10 <sup>-16</sup>	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>5</sub></b>
<b>5.55×10<sup>-16</sup></b>	4.44×10 <sup>-15</sup>	5.59×10 <sup>-16</sup>	بدترین مقدار (wv)	
<b>3.21×10<sup>-15</sup></b>	1.70×10 <sup>-14</sup>	1.20×10 <sup>-15</sup>	میانگین نتایج (avr)	
<b>3.05×10<sup>-15</sup></b>	5.28×10 <sup>-15</sup>	4.48×10 <sup>-15</sup>	میانه نتایج (nor)	
<b>3.42×10<sup>-18</sup></b>	3.92×10 <sup>-18</sup>	1.21	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>6</sub></b>
<b>4.20×10<sup>-8</sup></b>	8.59×10 <sup>-7</sup>	2.46	بدترین مقدار (wv)	
<b>3.82×10<sup>-7</sup></b>	7.29×10 <sup>-7</sup>	1.83	میانگین نتایج (avr)	
<b>3.77×10<sup>-7</sup></b>	6.95×10 <sup>-7</sup>	1.94	میانه نتایج (nor)	
<b>0.66</b>	0.68	1.36	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>7</sub></b>
<b>132.16</b>	411.23	184.6	بدترین مقدار (wv)	
<b>32.34</b>	123.56	79.03	میانگین نتایج (avr)	
<b>11</b>	11.38	14.37	میانه نتایج (nor)	
1.42×10 <sup>-20</sup>	1.54×10 <sup>-18</sup>	<b>1.11×10<sup>-30</sup></b>	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>8</sub></b>
7.63×10 <sup>-19</sup>	8.36×10 <sup>-17</sup>	<b>3.68×10<sup>-26</sup></b>	بدترین مقدار (wv)	
2.89×10 <sup>-18</sup>	1.53×10 <sup>-16</sup>	<b>3.86×10<sup>-26</sup></b>	میانگین نتایج (avr)	
2.05×10 <sup>-18</sup>	3.25×10 <sup>-17</sup>	<b>1.91×10<sup>-25</sup></b>	میانه نتایج (nor)	
<b>26.85</b>	26.31	40.77	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>9</sub></b>
<b>76</b>	584.65	516.65	بدترین مقدار (wv)	
<b>39.04</b>	92.32	195.55	میانگین نتایج (avr)	
<b>28.60</b>	27.85	84.85	میانه نتایج (nor)	
<b>2.6×10<sup>-2</sup></b>	4.8×10 <sup>-3</sup>	1.26	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>10</sub></b>
<b>2.96</b>	4.22	47.35	بدترین مقدار (wv)	
<b>1.01</b>	1.53	13.65	میانگین نتایج (avr)	
<b>0.656</b>	1.17	12.47	میانه نتایج (nor)	
-875.20	<b>-1064</b>	-693.44	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>11</sub></b>
-533.54	<b>-832</b>	-320.31	بدترین مقدار (wv)	
-715.06	<b>-905.90</b>	-481.99	میانگین نتایج (avr)	
-721.94	<b>-867</b>	-488.30	میانه نتایج (nor)	
<b>7.95</b>	10.94	32.44	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>12</sub></b>
25.86	<b>21.88</b>	110.81	بدترین مقدار (wv)	
18.20	<b>17.52</b>	59.15	میانگین نتایج (avr)	
<b>17.41</b>	18.40	67.89	میانه نتایج (nor)	
70.18	69.30	<b>29.86</b>	بهترین مقدار (bv)	<b>F<sub>13</sub></b>
1287.12	1299.18	<b>55.47</b>	بدترین مقدار (wv)	
512.31	598.43	<b>49.39</b>	میانگین نتایج (avr)	
479.34	566.70	<b>45.78</b>	میانه نتایج (nor)	





شکل (۷): میانگین بهترین همگرایی مقدار دیده شده برای توابع ۱ تا ۱۳

Fig. (7): Comparison of performance of GSA, PSO and FPGSA for minimization of F1 to F13

توابع عملکری نزدیک به یکدیگر دارند. علاوه بر این، نتایج آزمایش‌ها روی تقریباً اکثر توابع (جز برخی از توابع تک مدل مثل F<sub>2</sub> و F<sub>11</sub>) نشان دهنده آن است که الگوریتم FPGSA نسبت به GSA از توانایی بهره‌وری بهینه‌سازی بالاتری برخوردار شده است. این موضوع می‌تواند تاکیدی بر نحوه کنترل ثابت گرانش به صورت فازی بجای استفاده از مقادیر ثابتی برای آن باشد. اینکه در دوتابع نتایج بهتری حاصل نشده است می‌تواند بدین علت باشد که بعضی از قواعد فازی در برخی شرایط اکتیو نمی‌شوند یعنی شرایطی که کنترل فازی دخالت کند مهیا نمی‌شود. اما همان طور کهوضوح مشخص است، این شرایط در توابع مالتی مدل مناسب‌تر است.

#### ۴-۲- تحلیل نتایج

همان‌گونه که اشاره شد، نتایج بهینه‌سازی توابع تک مدل و چند مدل در جدول (۳) و نیز مقایسه‌ی همگرایی در شکل (۷)، نشان دهنده آن است که الگوریتم FPGSA در پاره‌ای از موقع خیلی سریع‌تر از الگوریتم‌های PSO و GSA به جواب بهینه همگرا می‌شود. البته نباید از عملکرد این دو الگوریتم‌های در جستجوی بهینه فضا و سرعت همگرایی در حل برخی از مسائل مالتی مدل چشم‌پوشی کرد. نتایج ارائه شده در جدول (۳)، نشان دهنده عملکرد مشابه GSA و FPGSA در حل مسائل مالتی مدل با ابعاد کم (مثل F<sub>1</sub>، F<sub>6</sub>، F<sub>9</sub> و F<sub>12</sub>) است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود این دو الگوریتم در این

مقابل موقعیت‌های غیرعادی برخی از اجرام، تصمیم‌گیری مناسب از خود نشان دهد. با توسعه روش فوق بر دیگر بخش‌های این الگوریتم می‌توان رفتار این الگوریتم کارآمد را باز هم هوشمندانه‌تر و دقیق‌تر کرد.

پی‌نوشت:

- 1- Average
- 2- Median
- 3- Best-so-far

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله با ارائه یک روش جدید فازی، اولاً امکان جستجوی موازی را به الگوریتم استاندارد اضافه کرد، ثانیاً با افزودن پارامتری جدید به نام ضریب پراکندگی و کنترل فازی مناسب این پارامتر نه تنها سرعت همگرایی الگوریتم به مراتب بهبود می‌یابد بلکه به دلیل کنترل تکرار به تکرار جمعیت، مانع از سکون و عدم تحرک برخی از اجرام در طی فرایند اجرای الگوریتم و به تبع آن مانع از دست رفتن تجربیات همه اجرام می‌شود. در نهایت می‌توان اشاره کرد که استفاده از قابلیت‌های توابع فازی نه تنها می‌تواند رفتار الگوریتم GSA استاندارد را به مراتب بهبود بخشیده بلکه و این امکان را برای الگوریتم فراهم کند که در

## References

- [1] D.H. Kim, A. Abraham, "A hybrid genetic algorithm and bacterial foraging approach for global optimization", *Information Sciences*, Vol. 177, No. 18, pp. 3918–3937, Sep. 2007.
- [2] Y.L.Lin, W.D.Chang, J.G.Hsieh, "A particle swarm optimization approach to nonlinear rational filter modeling", *Information Sciences*, Vol. 34, No. 2, pp.1194–1199, Feb.2008
- [3] J. Kennedy, R.C. Eberhart, "Particle swarm optimization", *IEEE/ICNN*, Vol. 4, pp. 1942–1948, 1997.
- [4] S.G. Li, Y.L. Rong, "The reliable design of one-piece flow production system using fuzzy ant colony optimization", *Com. and Ope. Res.*, Vol. 36, No. 5, pp. 1656 - 1663, May 2009.
- [5] E. Rashedi, H. Nezamabadi-pour, S. Saryazdi, "GSA: A gravitational search algorithm", *Information Sciences*, Vol. 179, pp. 2232–2248, 2009.
- [6] R.A. Formato,"Central force optimization: A new nature inspired computational framework for multidimensional search and optimization", *Studies in Computational Intelligence*, Vol. 129, pp. 221–238, 2008.
- [7] Y.Shi, R. Eberhart, Y. Chen, "Implementation of evolutionaryfuzzy systems", *IEEE Trans. on Fuzzy Sys.*, Vol. 7, No. 2, pp. 109-119, 1999.
- [8] Z .Yao ,P.Sen, G.E .Hearn, "An on-line trained adaptive neural controller", *IEEE on Control Systems*, Vol. 15, No. 5, pp. 67-75, Oct. 1995.
- [9] L .Yonggon, S.H.Zak, "Designing a genetic neural fuzzy antilock-brake-system controller", *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, Vol. 6, Issue: 2
- [10] O .Mokhlessi, S.H .Zahiri, N. Mehrshad, "Fuzzy optimum PSO: PSO with optimized fuzzy controllers", *Majlesi Jou. of Elec. Eng.*, Vol. 6, No. 3, 2012.
- [11] S.G. Li, Y.L. Rong, "The reliable design of one-piece flow production system using fuzzy ant colony optimization", *Com. and Ope. Res.*, Vol. 36, pp. 1656 - 1663, 2009.
- [12] M. Stenes, H. Robous, "GA-fuzzy modeling and classification: Complexity and performance", *IEEE Trans. on Fuzzy Sys.*, Vol. 8, No. 5, pp. 509-522, 2000.
- [13] R.-C.David, E.M .Petriu, S .Preitl, M .Radac,"Fuzzy control systems with reduced parametric sensitivity based on simulated annealing", *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, pp. 3049-3061, Aug. 2012.
- [14] Y.T. Juang, S.L. Tung, H.C. Chiu, "Adaptive fuzzy particle swarm optimization for global optimization of multimodal functions", *Information Sciences*, Vol. 181, pp. 4539–4549, 2011.
- [15] H. Liu, A. Abraham, "Fuzzy adaptive turbulent particle swarm optimization", *IEEE/ICHIS*, Nov. 2005.
- [16] S.Mitra, S.K.Pal, "A fuzzy sets in pattern recognition and machine intelligence", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 156, No. 3, pp. 381-386, Dec. 2005.
- [17] T.A.Jones, "A MATLAB functions to analyze directional (azimuthal) data—I: Single-sample inference", *Com. and Geosciences*, Vol. 32, pp. 166–175, 2006.
- [18] T. Niknam, "A new fuzzy adaptive hybrid particle swarm optimization algorithm for non-linear, non-smooth and nonconvex economic dispatch problem", *Appl. Ene.*, Vol. 87, No. 1, pp. 327-339, Jan. 2010.
- [19] H. Shayeghi, A. Jalili, H.A. Shayanfar, "Multi-stage fuzzy load frequency control using PSO", *Inf. Ene. Conv. and Man.*, Vol. 9, No. 10, pp. 2570–2580, Oct. 2008.

