

Designing Predictive Kinematic Control and Dynamic Robust Control for Path Tracking in a Wheeled Mobile Robot**Fahimeh Kordi¹, PhD Student, Hamidreza Reza-Alikhani², Associate Professor, Javad Nikoukar¹, Assistant Professor**¹Department of Electrical Engineering- Saveh Branch, Islamic Azad University, Saveh, Iran²Department of Electrical Engineering- Tafresh University, Tafresh, Iran
kordi.f669@gmail.com, alikhani.hamid@gmail.com, j.nikoukar@gmail.com**Abstract**

In this paper, we investigate a hybrid controller for wheeled mobile robots in the presence of external disturbances and parametric uncertainty. Robot models include kinematic and dynamic equations of motion. In this paper, in order to reach the final position, the wheeled moving robot must be controlled in such a way that it can follow a reference path. Many studies often use a motion control strategy for the wheeled mobile robot. In this study, the proposed control strategy has two stages including cinematic control and dynamic control. In this regard, first after introducing the kinematic model of the robot, we design a predictive controller for this part and prove it. Then, based on the nonlinear dynamic dynamics of the robot, an adaptive sliding mode dynamic controller is introduced to estimate the disturbances online, automatically adjust the gain of the control and eliminate the umbrella phenomenon completely. Then, the proposed design is analyzed and proved using Lyapanov's theory of stability. According to the proposed adaptive control law, optimal convergence and tracking performance of all signals are guaranteed and tracking errors can converge arbitrarily in finite time to the source. Simulation results have been performed to show the effectiveness of the proposed design using Matlab software.

Keywords: adaptive sliding mode control, hybrid controller, kinematic and dynamic model, path tracking, wheeled mobile robot**Received:** 7 May 2022**Revised:** 2 July 2022**Accepted:** 6 September 2022**Corresponding Author:** Dr. Hamidreza Reza-alikhani**Citation:** F. Kordi, H. Reza-Alikhani, J. Nikoukar, "Designing predictive kinematic control and dynamic robust control for path tracking in a wheeled mobile robot", Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 15, no. 58, pp. 1-20, September 2024 (in Persian).

<https://dorl.net/dor/20.1001.1.23223871.1403.15.58.1.2>

مقاله پژوهشی

طراحی کنترل پیش‌بین سینماتیکی و کنترل مقاوم دینامیکی به منظور ردیابی مسیر ربات متحرک چرخ‌دار

فهیمة کردی^۱، دانشجوی دکتری، حمیدرضا رضاعلیخانی^۲، دانشیار، جواد نیکوکار^۱، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق- واحد ساوه، دانشگاه آزاد اسلامی، ساوه، ایران

۲- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه تفرش، تفرش، ایران

kordi.f669@gmail.com, alikhani.hamid@gmail.com, j.nikoukar@gmail.com

چکیده: در این مقاله به بررسی یک کنترل‌کننده ترکیبی برای ربات‌های متحرک چرخ‌دار در حضور اغتشاش خارجی و عدم قطعیت پارامتری خواهیم پرداخت. مدل‌های ربات شامل معادلات سینماتیکی و دینامیکی حرکت است. ربات متحرک چرخ‌دار به‌منظور دستیابی به موقعیت نهایی باید به نحوی کنترل گردد که بتواند یک مسیر مرجع را دنبال نماید. در بسیاری از تحقیقات انجام شده معمولاً از یک استراتژی کنترل حرکتی برای ربات متحرک استفاده می‌شود. در این مطالعه، استراتژی کنترل پیشنهادی دارای دو مرحله شامل کنترل سینماتیکی و کنترل دینامیکی است. در این راستا، ابتدا پس از معرفی مدل سینماتیکی ربات، یک کنترل‌کننده پیش‌بین برای این قسمت طراحی و اثبات خواهد شد. سپس، بر اساس مدل دینامیکی غیرخطی ربات، یک کنترل‌کننده دینامیکی مود لغزشی تطبیقی معرفی می‌شود تا اغتشاشات را به‌صورت آنلاین تخمین زده، بهره کنترل را به‌طور خودکار تنظیم و پدیده چترینگ را به‌طور کامل حذف نماید. در ادامه، تجزیه و تحلیل و اثبات طرح پیشنهادی با استفاده از نظریه پایداری لیاپانوف انجام شده است. بر اساس قانون کنترل تطبیقی پیشنهادی، همگرایی بهینه و عملکرد ردیابی همه سیگنال‌ها تضمین شده و خطاهای ردیابی می‌توانند به‌طور دلخواه در زمان محدود به مبدأ همگرا شوند. نتایج شبیه‌سازی برای نشان دادن اثربخشی طرح پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار متلب انجام شده است.

کلمات کلیدی: ربات متحرک چرخ‌دار، ردیابی مسیر، کنترل مودلغزشی تطبیقی، کنترل‌کننده ترکیبی، مدل سینماتیکی و دینامیکی

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۱/۲/۱۷

تاریخ بازنگری مقاله: ۱۴۰۱/۴/۱۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۶/۱۵

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر حمیدرضا رضاعلیخانی

نشانی نویسنده‌ی مسئول: مرکزی- تفرش- کیلومتر ۵ جاده تهران- دانشگاه تفرش- دانشکده مهندسی برق- گروه کنترل

۱- مقدمه

افزایش مداوم استفاده از ربات‌های چرخ‌دار در زمینه‌های مختلف (عملی و نظامی) در دهه‌های اخیر توجه محققان را به خود جلب کرده است. ربات متحرک چرخ‌دار یک سیستم دینامیکی معمولی غیرخطی، پیچیده و غیرهولونومیک^۱ است. کنترل حرکت این ربات‌ها در محیط‌های مختلف نیازمند دانش دقیق مدل سینماتیکی و دینامیکی است. در این زمینه، ردیابی مسیر یکی از مسائل پیچیده و جالب تحقیقاتی است. طراحی کنترل‌کننده‌ای که ردیابی مسیر و استحکام در برابر اثرات نامطلوب را به دلیل عدم قطعیت‌های^۲ محیطی و مدل‌سازی تضمین کند، چالشی برای محققان است [۱]. با این حال، این ربات‌ها دارای سیستم‌های غیرخطی پیچیده‌ای هستند که در معرض اتصال دینامیکی^۳، اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های پارامتری قرار دارند [۲]. علاوه بر پیچیدگی طراحی کنترل‌کننده، عوامل ذکر شده ممکن است منجر به واکنش نامطلوب در سیستم و ناپایداری آن شود. با توسعه سریع فناوری رایانه و تئوری کنترل مدرن^۴، بسیاری از رویکردهای کنترلی مانند کنترل فازی^۵، کنترل تطبیقی^۶، روش گام به عقب^۷، مکانیسم شبکه عصبی^۸ و کنترل حالت لغزشی^۹ به‌طور گسترده برای دستیابی به عملکرد کنترل ربات متحرک چرخ‌دار استفاده شده است. با این حال، اثرات ناشی از کل اغتشاشات و عدم قطعیت می‌تواند عملکرد کنترل‌کننده ردیابی را مختل نماید. در این زمینه، استراتژی‌های بسیار زیادی برای غلبه بر این مشکل استفاده شده است. به‌عنوان مثال، در مرجع [۲] تابع غیرخطی ناشناخته‌ای که اغتشاشات دینامیکی و عدم قطعیت‌های مدل را ارائه می‌دهد، با استفاده از استراتژی فازی تطبیقی تقریبی ارائه شده است. به‌منظور تخمین اثرات دینامیکی ناشناخته و عدم قطعیت‌های مدل، روش منطق فازی با رویکرد گام به عقب در مرجع [۳] ترکیب شده است. در این تحقیق از روش گام به عقب تطبیقی برای بهبود استحکام در برابر عدم قطعیت‌های پارامتری استفاده شده است. در تحقیقات انجام شده بر پایه کنترل فازی، این کنترل‌کننده استحکام و تحمل خطا برای مقابله با عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات را دارد ولی عیبی که این روش دارد این است که تعداد زیادی از قوانین فازی، تحلیل را برای سیستم‌های درجه بالا پیچیده می‌کند [۴]. هنگامی که کل سیستم در معرض عدم قطعیت‌های بزرگ قرار می‌گیرد، کنترل‌کننده تطبیقی بی‌عیب و نقص نیست. از نظر استحکام، کنترل مودلغزشی به‌طور گسترده در این زمینه استفاده می‌شود. این رویکرد همگرایی و عدم حساسیت سیستم را به تغییرات در مدل حالت و در برابر اغتشاشات محدود زمانی که بهره کلیدزنی به اندازه کافی بزرگ است، تضمین می‌کند. با این حال، پدیده چترینگ^{۱۰} یکی از اشکالات اصلی این رویکرد است. به‌منظور به حداقل رساندن یا حذف اثر چترینگ، روش به اصطلاح کنترل حالت لغزشی تطبیقی^{۱۱} توسعه یافته است [۵]. برای بهبود استحکام در برابر اغتشاشات، روش‌های مشاهده با رویکرد کنترل مودلغزشی ترکیبی برای بهبود عملکرد سیستم از نظر هم‌گرایی، پایداری و استحکام به کار گرفته شده‌اند. به‌عنوان مثال در مرجع [۶] از مشاهده‌گر برای مقابله با اغتشاشات و عدم قطعیت‌های محدود و متغیر با زمان استفاده شده است. در ادامه، مشاهده‌گر حالت توسعه‌یافته به‌عنوان راه‌حلی برای حذف اثر اغتشاشات کل معرفی شده است. در مرجع [۷] یک طرح کنترل شبکه عصبی تطبیقی برای یک ربات متحرک چرخ‌دار با محدودیت‌های سرعت و محدودیت‌های غیرهولونومیک ارائه شده است. در عمل، پارامترهای دینامیکی سیستم که ممکن است در برخی شرایط تغییر کنند، به سختی به دست می‌آیند و سرعت ربات برای ایمنی باید محدود شود. برای مقابله با عدم قطعیت ربات، از شبکه‌های عصبی تطبیقی^{۱۲} برای تقریب دینامیک ربات استفاده می‌شود و از تابع مانع لیاپانوف^{۱۳} برای تضمین محدودیت در سرعت استفاده می‌شود. ثابت شده است که خطای ردیابی سیستم حلقه بسته به یک همسایگی کوچک در صفر همگرا می‌شود. با این حال، این استراتژی نیاز به یک طراحی مناسب برای غلبه بر مشکل مقادیر پیک^{۱۴} دارد که می‌تواند عملکرد سیستم را در برنامه‌های عملی^{۱۵} کاهش دهد. در مرجع [۸] کنترل‌کننده مودلغزشی فازی تطبیقی نه تنها می‌تواند پدیده چترینگ را حذف کند، بلکه بر عدم قطعیت‌ها نیز غلبه کند. با این حال، حد بالای عدم قطعیت باید از قبل شناخته شود. از نظر زمان همگرایی، اخیراً روش‌هایی مبتنی بر مفهوم همگرایی زمان محدود توسعه یافته و در رویکرد کنترل حالت لغزشی ادغام شده‌اند.

به‌عنوان مثال در مرجع [۹] کنترل زمان محدود برای ربات‌های متحرک چرخ‌دار غیرهولونومیک متعدد با ساختار گیرنده و فرستنده مورد مطالعه قرار گرفته است. ربات متحرک در نظر گرفته شده دارای ویژگی‌های از جمله مدل دینامیکی مرتبه بالاتر، قابل اندازه‌گیری نبودن سرعت ربات و وجود اغتشاشات خارجی، است. برای حل موارد فوق از یک الگوریتم کنترل جامع زمان

محدود از طریق بازخورد خروجی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که در طرح پیشنهادی می‌توان همگرایی را در زمان محدود به دست آورد. در مرجع [۱۰] یک طرح کنترل مود لغزشی ترمینال سریع ناتکین تطبیقی^{۱۶} برای اطمینان از همگرایی سریع، اجتناب از تکینگی^{۱۷} و استحکام در برابر عدم قطعیت‌ها و اختلالات خارجی معرفی شده است. کنترل‌کننده حالت لغزشی زمان محدود فوق در مرجع [۱۱] توسعه داده شد تا اطمینان حاصل شود که متغیرهای حالت لغزشی و خطاهای ردیابی در یک زمان محدود به صفر همگرا شوند. در مرجع [۱۲] یک استراتژی کنترل‌کننده پیش‌بینی مدل خودکار برای وسیله نقلیه غیرهولونومیک با محدودیت ورودی و اغتشاشات محدود ارائه شده است. ابتدا، یک مکانیسم خود راه‌انداز برای کاهش بار محاسباتی مدل پیش‌بین بر اساس تابع لیاپانوف طراحی شده و سپس با طراحی یک منطقه ترمینال قوی و پارامترهای مناسب، امکان‌سنجی مسئله بهینه‌سازی تضمین شده و پایداری سیستم حلقه بسته تضمین می‌شود. در مرجع [۱۳] از یک روش ردیابی مسیر با سرعت بالا برای کنترل دینامیکی ربات چهارچرخ به صورت ترکیبی استفاده شده است. یک الگوریتم برای برنامه‌ریزی مسیر استفاده می‌شود و سپس با عملکرد دینامیک ربات برای برنامه‌ریزی مسیر ترکیب می‌شود. در طرح پیشنهادی از مدل سینماتیک ربات چهارچرخ و یک کنترل‌کننده مدل پیش‌بین با محدودیت‌های دینامیکی برای ردیابی مسیر ربات استفاده شده است. در مرجع [۱۴] یک کنترل‌کننده ردیابی مسیر تطبیقی مبتنی بر یادگیری برای ربات‌های متحرک چرخ‌دار که مشمول عدم قطعیت‌های ورودی سرعت هستند، پیشنهاد شده است. در ادامه از رگرسیون گاوسی با توجه به توانایی تخمین قدرتمند و دامنه وسیع کاربردهای آن به عنوان یک روش رگرسیون ناپارامتریک استفاده می‌شود. عدم قطعیت‌های سرعت به صورت آنلاین با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری زمان واقعی برآورد می‌شوند. از روش‌های پیش‌بین میانگین و واریانس به ترتیب برای خنثی کردن اثر عدم قطعیت‌ها و طراحی کنترل استفاده می‌شود. کنترل‌کننده پیشنهادی مزیت دستیابی به همگرایی مجانبی خطای ردیابی مسیر را به صورت یکنواخت ایجاد می‌کند. در مرجع [۱۵] یک کنترل‌کننده مشتقی-تناسبی-انترگرالی مبتنی بر ناظر عصبی تطبیقی برای ربات‌های ماشینی با در نظر گرفتن جبران ساز برای انحنای مسیر معرفی شده است. در طرح پیشنهادی، کارایی خطاهای نسبی و زاویه بین خودرو و مرجع با استفاده از مدل جدید اویلر-لاگرانژ تضمین شده است. دو متغیر در رابطه خطا که بر اساس روش PID فیلتر شده به دست آمده‌اند، برای ارائه یک کنترل‌کننده مبتنی بر مشاهده‌گر تطبیقی عصبی معرفی شده‌اند که می‌توانند همگرایی خطاهای ردیابی را تضمین، از تکینگی کنترل‌کننده جلوگیری و از انحرافات ناخواسته بین سیگنال مرجع و سیگنال ردیابی جلوگیری کنند. از مزایای طرح پیشنهادی می‌توان به عدم نیاز اندازه‌گیری سرعت خودرو جبران عدم قطعیت‌ها با ترکیب شبکه‌های عصبی توسط کنترل‌کننده اشاره نمود. در مرجع [۱۶] به دلیل پیچیدگی و زمان‌بر بودن راه‌حل‌های مدل و دستیابی به ردیابی سریع و کارآمد مسیر در ربات متحرک همه جبهه با فرمان مستقل چهارچرخ از یک کنترل پیش‌بینی مدل سرعت بهینه تحت محدودیت استراتژی فرمان استفاده شده است. در طرح پیشنهادی ابتدا یک کنترل پیش‌بین مدل سرعت بهینه تحت محدودیت استراتژی فرمان ارائه شده که برای کنترل بازگشتی در زاویه چرخ‌ها استفاده می‌شود. سپس یک کنترل‌کننده پیش‌بینی مدل مبتنی بر فرمان برای بهینه‌سازی سرعت چرخ طراحی و زاویه چرخ بازگشتی برای اصلاح خطای موقعیت در زمان واقعی محاسبه می‌شود. در نتیجه، با کنترل سرعت چرخ و زاویه چرخ، اثر کنترل ردیابی مسیر مطلوبی به دست آمده و بهینه بودن سرعت چرخ را تضمین شده است.

طراحی سیستم‌های رباتیک تحت تأثیر سیستم‌های مکانیکی ضعیف و محدودیت‌های غیرهولونومیک به عنوان یکی از موضوعات قابل توجه است. یکی از چالش‌هایی که در این زمینه وجود دارد، اشباع محرک است که این موضوع توسط کنترل‌کننده‌های غیرخطی کلاسیک حل شده است [۱۷]. با این حال، در سیستم‌های غیرخطی عمومی، به دلیل مزیت در مدیریت اشباع محرک، در نظر گرفتن راه‌حل کنترل پیش‌بین مدل ضروری است. روش کنترل بهینه راه‌حل قابل توجهی دارد که می‌تواند مشکلات محدودیت فوق را با در نظر گرفتن بهینه‌سازی مبتنی بر محدودیت حل کرده و کنترل پیش‌بین مدل نیز یکی از مؤثرترین راه‌حل‌ها برای رسیدگی به محدودیت در سیستم‌های منفرد است [۱۸]. در سال‌های اخیر، کنترل‌کننده پیش‌بین مدل به عنوان یک رویکرد مؤثر برای مقابله با محدودیت‌های حالت-ورودی همراه با تضمین بسیاری از اهداف کنترلی تحت توابع هزینه معادل در نظر گرفته شده است [۱۹]. تفاوت اصلی بین این کنترل‌کننده و روش‌های کنترل

غیرخطی معمولی این است که با حل مسئله بهینه‌سازی در هر مرحله از زمان نمونه‌برداری، دنباله کنترل ارائه می‌شود. همچنین مشکل ردیابی و همچنین اثربخشی پایداری سیستم‌های حلقه بسته پس از رفع مشکل بهینه‌سازی باید در الگوریتم کنترل‌کننده پیش‌بین مدل، ذکر شود. دو روش مهم در این نوع کنترل برای اطمینان از اثربخشی پایداری سیستم‌های حلقه بسته در نظر گرفته می‌شود، از جمله افق محدود و تابع هزینه [۲۰]. در این راستا یک رویکرد متفاوت برای در نظر گرفتن پایداری سیستم‌های کنترل پیش‌بین مدل مبتنی بر لیپانوف در مرجع [۲۱] مورد بررسی قرار گرفت. در مرجع [۲۰]، نویسندگان روشی برای غلبه بر اغتشاش بر اساس سیستم‌های نامی که با حذف اغتشاش به دست می‌آیند، در نظر گرفتند و این روش توسط یک مشاهده‌گر اغتشاش اضافی در مرجع [۱۹] گسترش یافت. تکنیک خطی‌سازی برای به دست آوردن مسئله بهینه‌سازی آسان‌تر در سیستم‌های ربات‌های متحرک، در مرجع [۲۲] استفاده شد. کنترل پیش‌بین مدل مبتنی برای ردیابی یک ربات متحرک غیرهولونومیک در مرجع [۲۳] مورد بررسی قرار گرفت.

با الهام از مطالب بالا و در نظر گرفتن مشکل کنترل پیش‌بین مدل برای سیستم‌های رباتیک، هدف اول در این مقاله کار بر روی کنترل سینماتیکی مبتنی بر روش پیش‌بین مدل برای ربات‌های متحرک و هدف دوم ردیابی سریع ربات متحرک چرخ‌دار در حضور اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های سیستم و دستیابی به همگرایی زمان محدود است. نوآوری‌های اصلی مقاله شامل موارد زیر است:

(۱) طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین با یک مسئله بهینه‌سازی آسان‌تر با در نظر گرفتن حالت اولیه ثابت برای مدل سینماتیکی به‌منظور دستیابی به سرعت بدون انحراف و نرخ همگرایی خطاهای سرعت در حلقه داخلی نسبت به مرجع‌های [۲۰] و [۲۳].
 (۲) اثبات دقیق در مورد کنترل‌کننده پیش‌بین و همچنین تعیین منطقه پایانه بر اساس تئوری پایداری لیپانوف مبتنی بر مسئله بهینه‌سازی.

(۳) طراحی کنترل‌کننده مودل‌غزشی تطبیقی برای مدل دینامیکی ربات به‌منظور حذف پدیده چترینگ و همگرایی زمان محدود خطاهای وضعیت در حلقه بیرونی نسبت به مرجع [۲۴].

(۴) استفاده از بهره کلیدزنی برای کنترل‌کننده مودل‌غزشی تطبیقی به‌منظور غلبه بر تغییرات اغتشاش و جلوگیری از ورودی کنترل بیش از حد.

ادامه این مقاله به این شرح است: بخش ۲ مدل سینماتیکی و دینامیکی ربات متحرک چرخ‌دار و محرک‌ها را شرح می‌دهد. طراحی کنترل‌کننده‌ها و تجزیه و تحلیل پایداری در بخش ۳ توضیح داده شده است. در بخش ۴، نتایج شبیه‌سازی برای نشان دادن اثربخشی روش پیشنهادی انجام شده است. در نهایت، در بخش ۵ نتیجه‌گیری طرح پیشنهادی و پیشنهادهای آتی ارائه شده است.

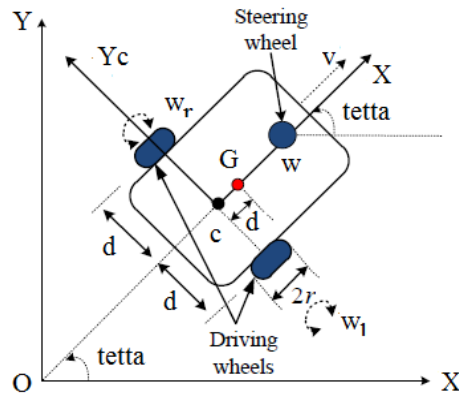
۲- مدل‌سازی سیستم

در شکل (۱) یک مدل معمولی غیرهولونومیک ربات متحرک چرخ‌دار نشان داده شده است [۲۵]. شعاع چرخ‌ها با r و دو چرخ عقب محرک با $2b$ از هم جدا شده‌اند. مختصات کلی سیستم OXY و مختصات مکانی آن CXY که بر روی ربات ثابت هستند. d فاصله بین مرکز ثقل G ربات و نقطه مشخص C است و C مرکز ثقل دو چرخ عقب ربات است. وضعیت ربات را می‌توان با سه مختصات تعمیم یافته $q=(x,y,\theta)^T$ نمایش داد. در این حالت (x,y) موقعیت G در مختصات محلی و θ زاویه بین X و محور X_c است.

۲-۱- مدل سینماتیکی

موقعیت ربات در مختصات مرجع از رابطه زیر به‌دست می‌آید. در این رابطه $[x,y]=[x_1,x_2]$ موقعیت O_r در مختصات مرجع و $\theta=x_3$ زاویه خط عمودی و خلاف جهت عقربه ساعت در ربات است [۲۶].

$$q=[x_1,x_2,x_3]^T \quad (1)$$



شکل (۱): مدل غیرهولونومیک ربات متحرک چرخ‌دار
Figure (1): Non-holonomic model of wheeled mobile robot

فرض می‌شود چرخ‌ها صرفاً بدون لغزش می‌چرخند و مسیر حرکت نمی‌تواند در جهت جانبی حرکت کند. محدودیت‌های غیرهولونومیک به صورت رابطه (۲) بیان می‌شوند:

$$\dot{x}_1(\tau)\sin(x_3(\tau)) - \dot{x}_2(\tau)\cos(x_3(\tau)) = [\sin(x_3(\tau)) \quad -\cos(x_3(\tau)) \quad 0]\dot{q}(\tau) = 0 \quad (2)$$

که در آن ماتریس حالت q به صورت ترکیب خطی زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(\tau) \\ \dot{x}_2(\tau) \\ \dot{x}_3(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos x_3(\tau) \\ \sin x_3(\tau) \\ 0 \end{bmatrix} \omega_1(\tau) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega_2(\tau) \quad (3)$$

که در آن ω_1 سرعت خطی و ω_2 سرعت زاویه‌ای ربات متحرک چرخ‌دار هستند.

۲-۲- مدل دینامیکی

معادله دینامیکی شناخته شده ربات را می‌توان با رابطه اوپلر-لاگرانژ به صورت زیر توصیف کرد [۲۷]:

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + \bar{\tau}_d = B(q)\bar{\tau} + A^T(q)\lambda \quad (4)$$

که در آن پارامترهای رابطه (۴) در جدول (۱) تعریف می‌شوند. ماتریس‌های رابطه (۴) به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{cases} V(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & md\dot{\theta}\cos\theta \\ 0 & 0 & md\dot{\theta}\sin\theta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B(q) = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & \sin\theta \\ b & b \end{bmatrix} \\ M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & md\sin\theta \\ 0 & m & -md\cos\theta \\ md\sin\theta & -md\cos\theta & n \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5)$$

Table (1): The parameters used in (4)

جدول (۱): پارامترهای مورد استفاده در رابطه (۴)

پارامترها	تعریف	پارامترها	تعریف
$\bar{\tau} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times 1}$	گشتاور ورودی	$M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$	ماتریس مثبت معین متقارن اینرسی ^{۱۸}
$\bar{\tau}_d \in \mathbb{R}^{n \times 1}$	اغتشاش داخلی	$V(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$	ماتریس گریز از مرکز
$B(q) \in \mathbb{R}^{n \times (n-m)}$	ماتریس تبدیل	$A^T(q) \in \mathbb{R}^{m \times n}$	بردار محدودیت غیرهولونومیک ^{۱۹}
$\lambda \in \mathbb{R}^{m \times 1}$	نیروی محدود		

که در آن m جرم ربات و n ممان اینرسی^{۲۰} است. با ترکیب رابطه‌های (۳) و (۴) خواهیم داشت:

$$\bar{M}\dot{\eta} + \bar{V}\eta + d_1 = \bar{B}\bar{\tau} \quad (6)$$

جایی که:

$$\begin{cases} \bar{M} = J^T M s \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \\ \bar{V} = J^T (VJ + MJ) \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \\ \bar{B} = J^T B \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \\ d_1 = J^T (F + \bar{\tau}_d) \in \mathbb{R}^{2 \times 1} \end{cases} \quad (7)$$

به‌دست آوردن دینامیک دقیق ربات به دلیل ویژگی‌های همزمان سازی، اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت پارامترها دشوار است که تخمین دقیق آن‌ها نیز به راحتی امکان‌پذیر نیست؛ بنابراین، پارامترهای دینامیکی سیستم (۷) را می‌توان به صورت زیر تبدیل کرد.

$$\begin{cases} \bar{M} = M_0 + \Delta M \\ \bar{V} = V_0 + \Delta V \\ \bar{B} = B_0 + \Delta B \end{cases} \quad (8)$$

دینامیک نسبی ارائه شده در رابطه (۷) را می‌توان توسط رابطه زیر بیان نمود:

$$\dot{\eta} = M_0^{-1} V_0 \eta + D = M_0^{-1} B_0 \bar{\tau} \quad (9)$$

که در آن رابطه (۱۰) به عنوان اغتشاش افزایشی^{۲۱} بیان می‌شود.

$$D = M_0^{-1} (\Delta M \dot{\eta} + \Delta V \eta + d_1 - \Delta B \bar{\tau}) \quad (10)$$

برای تسهیل در فرآیند طراحی کنترل‌کننده موارد زیر عنوان می‌شوند:

فرض اول - فرض کنید اغتشاشات D شرط $\|D\| \leq \lambda$ را برآورده می‌کند. در این رابطه λ ثابت مثبت نامعلوم است.

فرض دوم - سرعت‌های مرجع v_r و w_r و مشتقات اول آن‌ها در دسترس و محدود در زمان $\tau \in [0, \infty)$ هستند طوری که:

$$|w_r| \leq w_{r1}, \quad |\dot{w}_r| \leq w_{r2}, \quad |v_r| \leq v_{r1}, \quad |\dot{v}_r| \leq v_{r2}, \quad (11)$$

که در آن w_{ri} و v_{ri} ثابت‌های مثبت نامعلوم هستند.

نکته اول - لازم به ذکر است که فرض ۱ و فرض ۲ برای تجزیه و تحلیل پایداری معرفی شده‌اند. صرف نظر از نتایجی که محدود بودن D و مشتق اول D ایجاد می‌کنند، حد بالای اغتشاشات باید مشخص باشد. با توجه به اینکه سرعت و شتاب ربات متحرک واقعی محدود است، فرض اول می‌تواند کاربردی باشد.

۳- طراحی قانون کنترل و تجزیه و تحلیل پایداری

در این قسمت طراحی کنترل‌کننده سینماتیکی و دینامیکی برای ربات متحرک چرخ‌دار ارائه شده است.

۳-۱- طراحی کنترل‌کننده سینماتیکی برای ربات متحرک چرخ‌دار

با توجه به مدل دینامیکی ربات، خطاهای ردیابی را به صورت ماتریسی و به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{bmatrix} e_1(\tau) \\ e_2(\tau) \\ e_3(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos x_3(\tau) & \sin x_3(\tau) & 0 \\ -\sin x_3(\tau) & \cos x_3(\tau) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1d}(\tau) - x_1(\tau) \\ x_{2d}(\tau) - x_2(\tau) \\ x_{3d}(\tau) - x_3(\tau) \end{bmatrix} \quad (12)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۱۲) و جای‌گذاری رابطه (۳) در رابطه خطا، خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} de_1(\tau)/d\tau \\ de_2(\tau)/d\tau \\ de_3(\tau)/d\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{1d}(\tau - \tau') \cos e_3(\tau) - \omega_1(\tau - \tau') + e_2(\tau) \omega_2(\tau - \tau') \\ \omega_{1d}(\tau - \tau') \sin e_3(\tau) - e_1(\tau) \omega_2(\tau - \tau') \\ \omega_{2d}(\tau - \tau') - \omega_2(\tau - \tau') \end{bmatrix} \quad (13)$$

جایی که ω_1 و ω_2 کنترل‌کننده‌های فیدبک خطی^{۲۲} هستند و به شرح زیر طراحی شده‌اند:

$$\begin{cases} \omega_1(\tau - \tau') = \omega_{1d}(\tau - \tau') \cos(e_3(\tau)) - u^a(\tau - \tau') \\ \omega_2(\tau - \tau') = \omega_{2d}(\tau - \tau') - u^b(\tau - \tau') \end{cases} \quad (14)$$

با جای‌گذاری رابطه (۱۴) در رابطه (۱۳) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} de_1(\tau)/d\tau = \omega_{2d}(\tau - \tau')e_2(\tau) + u^a(\tau - \tau') - e_2(\tau) + u^b(\tau - \tau') \\ de_2(\tau)/d\tau = -\omega_{2d}(\tau - \tau')e_1(\tau) + \sin e_3(\tau)\omega_{1d}(\tau - \tau') + e_1(\tau)u^b(\tau - \tau') \\ de_3(\tau)/d\tau = u^b(\tau - \tau') \end{cases} \quad (15)$$

با توجه به اینکه حرکات هدف دایره‌ای بوده و ω_{1d} و ω_{2d} ثابت هستند، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} de_1(\tau)/d\tau = \omega_{2d}e_2(\tau) + u^a(\tau - \tau') - e_2(\tau) + u^b(\tau - \tau') \\ de_2(\tau)/d\tau = -\omega_{2d}e_1(\tau) + \sin e_3(\tau)\omega_{1d} + e_1(\tau)u^b(\tau - \tau') \\ de_3(\tau)/d\tau = u^b(\tau - \tau') \end{cases} \quad (16)$$

بنابراین رابطه (۱۶) به شکل زیر در می‌آید:

$$\begin{cases} \omega_1(\tau - \tau') = \omega_{1d} \cos(e_3(\tau)) - u^a(\tau - \tau') \\ \omega_2(\tau - \tau') = \omega_{2d} - u^b(\tau - \tau') \end{cases} \quad (17)$$

هدف یافتن کنترل‌کننده‌های u^a و u^b برای پایداری سیستم (۱۷) است.

قضیه اول - کنترل‌کننده‌های زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} u^a(\tau - \tau') = -\alpha_1 x_3(\tau) \\ u^b(\tau - \tau') = -\alpha_2 \omega_{1d} x_2(\tau) \frac{\tanh x_3(\tau)}{x_3(\tau)} - \alpha_3 x_3(\tau) \end{cases} \quad (18)$$

جایی که α_i ثابت‌های مثبت هستند. با اعمال کنترل‌کننده‌های (۱۸)، سیستم ربات متحرک چرخ‌دار (۱۷) را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \omega_1(\tau - \tau') = \omega_{1d} \cos(x_{3d} - x_3(\tau)) + \alpha_1 \left(\frac{(x_{1d} - x_1(\tau)) \cos x_3(\tau)}{+(x_{2d} - x_2(\tau)) \sin x_3(\tau)} \right) \\ \omega_2(\tau - \tau') = \omega_{2d} + \alpha_2 \omega_{1d} \frac{\tanh(x_{3d} - x_3(\tau))}{(x_{3d} - x_3(\tau))} \left(\frac{(x_{2d} - x_2(\tau)) \cos x_3(\tau)}{+(x_{1d} - x_1(\tau)) \sin x_3(\tau)} \right) + \alpha_3 (x_{3d} - x_3(\tau)) \end{cases} \quad (19)$$

اثبات قضیه اول - سیستم خطای حلقه بسته با قرار دادن سیستم (۱۸) در سیستم (۱۶) به صورت ماتریسی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} de_1(\tau)/d\tau \\ de_2(\tau)/d\tau \\ de_3(\tau)/d\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & \omega_{2d} & 0 \\ -\omega_{2d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(\tau) \\ e_2(\tau) \\ e_3(\tau) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_2 \omega_{1d} e_2^2(\tau) \frac{\tanh e_3(\tau)}{e_3(\tau)} + \alpha_3 e_2(\tau) e_3(\tau) \\ -\alpha_2 \omega_{1d} e_1(\tau) e_2(\tau) \frac{\tanh e_3(\tau)}{e_3(\tau)} - \alpha_3 e_1(\tau) e_3(\tau) + \omega_{1d} \sin(e_3(\tau)) \\ -\alpha_2 \omega_{1d} e_2(\tau) \frac{\tanh e_3(\tau)}{e_3(\tau)} \end{bmatrix} \quad (20)$$

تابع کاندید لیاپانوف را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$v_1 = 0.5(\alpha_2(e_1^2 + e_2^2) + e_3^2) \quad (21)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۲۱) و جای‌گذاری در رابطه (۲۰) خواهیم داشت:

$$\dot{v}_1 = -\alpha_1 \alpha_2 e_1^2 - \alpha_3 e_3^2 \quad (22)$$

با $\alpha_i > 0$ قضیه اول اثبات می‌شود. بنابراین، خطاهای ردیابی e_i ($i=1,2,3$) به مبدأ همگرا می‌شوند.

طرح کنترل پیش‌بین (۱۸) برای به‌دست آوردن هدف بهینه‌سازی که مطابق با کنترل ردیابی مسیر است پیشنهاد شده است. بدون وارد شدن اغتشاش به زیرسیستم سینماتیکی (۱۳)، الگوریتم طرح کنترلی پیش‌بین با مسئله بهینه‌سازی با در نظر گرفتن نقطه شروع، به‌صورت زیر حل خواهد شد:

$$\arg \min_{u(t|\tau_k)} J(e_i, u_e) = \int_{\tau_k}^{\tau_k+T} L((e_i(t|\tau_k), u_e(t|\tau_k))) dt + g(e_i(\tau_k+T|\tau_k)) \quad (23)$$

جایی که:

$$u_e(\tau) = [u^a(\tau-\tau') \quad u^b(\tau-\tau')]^T, e_i = [e_1 \quad e_2 \quad e_3]^T \quad (24)$$

خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \dot{e}_i(t|\tau_k) = f(e_i(t|\tau_k), u_e(t|\tau_k)), \tau \in [\tau_k, \tau_k+T] \\ e_i(\tau_k|\tau_k) = e_i(\tau_k) \\ e_i(\tau_k+T) \in \Omega \\ u(t|\tau_k) = \{[\omega_1, \omega_2]^T : 0 \leq \omega_1 \leq \omega_{1max}, -\omega_{2max} \leq \omega_2 \leq \omega_{2max}\}, t \in [\tau_k, \tau_k+T] \in U \end{cases} \quad (25)$$

جایی که:

$$\begin{cases} L(e_i(t|\tau_k), u_e(t|\tau_k)) = \|e_i(t|\tau_k)\|_Q^2 + \|u_e(t|\tau_k)\|_p^2 \\ Q = \text{diag}\{q_1, q_2, q_3\} \\ p = \text{diag}\{p_1, p_2\} \\ T = N\delta; N > 0 \\ g(e_i(\tau_k+T|\tau_k)) = \frac{1}{2} \|e_i(\tau_k+T|\tau_k)\|^2 \end{cases} \quad (26)$$

که در آن Ω نقطه پایانی بوده و در ادامه معرفی خواهد شد.

نکته اول - برخلاف اینکه کنترل پیش‌بین مدل کلاسیک نیاز به استفاده از مدل پیش‌بین دارد، مسئله بهینه‌سازی فوق می‌تواند مستقیماً بر اساس مدل سینماتیکی بدون در نظر گرفتن اغتشاشات و عدم قطعیت‌های خارجی حل شود. مسئله بهینه‌سازی اصلاح شده به‌صورت آنلاین در هر مرحله با در نظر گرفتن مسئله کنترل بهینه بدون اجرای محاسبات مدل پیش‌بینی شده، حل می‌شود. لازم به ذکر است که با در نظر گرفتن یک نقطه اولیه ثابت در مسئله بهینه‌سازی، می‌توان به سادگی به قانون کنترل پیش‌بین مدل، دست یافت. در ادامه برای یکسان‌سازی مسئله بهینه‌سازی و ردیابی در مدل سینماتیکی ربات و مدل خطا، قضیه دوم عنوان خواهد شد. این قضیه مشکل ردیابی سیستم‌های حلقه بسته را با استفاده از الگوریتم اصلاح شده مبتنی بر بهینه‌سازی نشان می‌دهد [الگوریتم ارائه شده در جدول (۲)]. شکل (۲)، فلوجارت الگوریتم ردیابی سینماتیکی مبتنی بر کنترل پیش‌بینی مدل را نمایش می‌دهد.

قضیه دوم - سیستم خطای (۱۳) را با الگوریتم ردیابی سینماتیک بالا در نظر بگیرید. سیستم کنترل حلقه بسته، پایدار ورودی - خروجی است. در ادامه برای اثبات قضیه دوم، تعاریفی به شرح زیر عنوان می‌شود:

تعریف اول - مدل خطای ردیابی (۱۳) را با ناحیه پایانی Ω و کنترل‌کننده (۱۸) در نظر بگیرید. با فرض برقراری رابطه (۲۷):

$$e_i(\tau_k+T|\tau_k) \in \Omega \quad (27)$$

سیستم حلقه بسته با اعمال کنترل‌کننده، برای تمام مقادیر تعریف شده در رابطه (۲۸):

$$t \in (\tau_k+T, \tau_{k+1}+T) \quad (28)$$

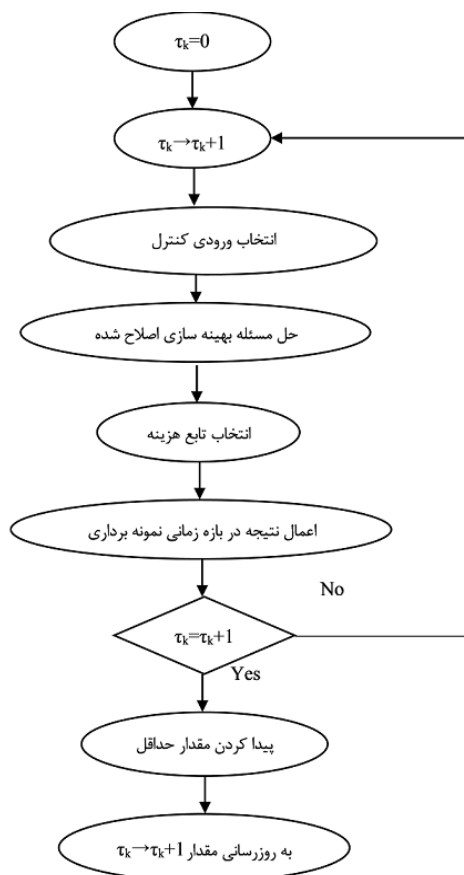
شرط تعریف شده در رابطه (۲۹) را برآورده می‌کند.

$$\begin{cases} e_i(t|\tau_k) \in \Omega \\ u(t|\tau_k) \in U \\ \frac{dg(e_i(t|\tau_k))}{dt} + L(e_i(t|\tau_k)) \\ u(t|\tau_k) \leq 0 \end{cases} \quad (29)$$

Table (2): Model predictive control-based kinematic tracking algorithm

جدول (۲): الگوریتم ردیابی سینماتیکی مبتنی بر کنترل پیش‌بینی مدل

(۱): در زمان τ_k اندازه‌گیری وضعیت واقعی را اجرا کنید.
 (۲): برای به دست آوردن کنترل‌کننده $u_e(\tau)$ ، مسئله بهینه‌سازی اصلاح‌شده را حل کنید.
 (۳): نتیجه را در بازه زمانی نمونه‌برداری $[\tau_k, \tau_k+1]$ اعمال کنید.
 (۴): زمان سریع $\tau_k \rightarrow \tau_k+1$ را به‌روزرسانی کنید.



شکل (۲): فلوچارت الگوریتم ردیابی سینماتیکی مبتنی بر کنترل پیش‌بینی مدل

Figure (2): Flowchart of kinematic tracking algorithm based on model predictive control

تعریف دوم- خطای ردیابی حلقه بیرونی (۱۳)، به عنوان یک ناحیه پایانی، با توجه به کنترل‌کننده پیش‌بین مدل (۱۸) به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۲۸]:

$$\Omega = \begin{cases} e_i : |x_e| \geq |y_e| \\ \frac{-\alpha_1 x_3(\tau)}{k_1} \leq x_e \leq \frac{\alpha_1 x_3(\tau)}{k_1} \\ \frac{-\alpha_2 \omega_{1d} x_2(\tau) \frac{\tanh x_3(\tau)}{x_3(\tau)} - \alpha_3 x_3(\tau)}{k_2} \leq \theta_e \leq \frac{\alpha_2 \omega_{1d} x_2(\tau) \frac{\tanh x_3(\tau)}{x_3(\tau)} + \alpha_3 x_3(\tau)}{k_2} \\ y_e \theta_e < 0 \end{cases} \quad (30)$$

اثبات قضیه دوم- با فرض امکان‌پذیر بودن الگوریتم ردیابی سینماتیکی، یک راه‌حل بهینه u^* در زمان نمونه‌برداری τ_k به‌دست می‌آید. با اجرای الگوریتم پیشنهادی و اعمال دنباله کنترلی u^* به رابطه (۱۲)، مسیرهای حالت به منطقه نهایی Ω هدایت می‌شوند، یعنی:

$$e_i^*(\tau_k + T | \tau_k) \in \Omega \quad (31)$$

همچنین رابطه (۳۲) یک حالت اولیه امکان‌پذیر برای مسئله بهینه‌سازی است.

$$e_i(\tau_{k+1} | \tau_k) = e_i^*(\tau_{k+1}) \quad (32)$$

در ادامه، برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته، تابع لیاپانوف را با استفاده از تابع هزینه به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$V(\tau_k) = J(e_i^*(\tau_k), u_e^*(\tau_k)), \quad k = 1, \infty. \quad (33)$$

با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف در زمان‌های τ_k و τ_{k+1} خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \Delta V = V(\tau_{k+1}) - V(\tau_k) &= J(e_i^*(\tau_{k+1}), u_e^*(\tau_{k+1})) - J(e_i^*(\tau_k), u_e^*(\tau_k)) \leq J(e_i(\tau_{k+1}), u_e(\tau_{k+1})) - J(e_i^*(\tau_k), u_e^*(\tau_k)) \\ &= -\int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \left(\|e_i^*(\tau | \tau_k)\|_Q^2 + \|u_e^*(\tau | \tau_k)\|_p^2 \right) d\tau + \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}+T} \left(\|e_i(\tau | \tau_k)\|_Q^2 + \|u_e(\tau | \tau_k)\|_p^2 \right) d\tau + \frac{1}{2} \|e_i(\tau_{k+1} + T | \tau_{k+1})\|^2 \\ &\quad - \frac{1}{2} \|e_i^*(\tau_k + T | \tau_k)\|^2 \end{aligned} \quad (34)$$

با توجه به رابطه (۳۱)، با ترکیب $(\tau_{k+1}+T)$ و (τ_k+T) خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2} \|e_i(\tau_{k+1} + T | \tau_{k+1})\|^2 - \frac{1}{2} \|e_i^*(\tau_k + T | \tau_k)\|^2 + \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}+T} \left(\|e_i(\tau | \tau_k)\|_Q^2 + \|u_e(\tau | \tau_k)\|_p^2 \right) d\tau \leq 0 \quad (35)$$

با توجه به رابطه‌های (۳۴) و (۳۵) موارد زیر را خواهیم داشت:

$$\Delta V = V(\tau_{k+1}) - V(\tau_k) \leq -\int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \left(\|e_i^*(\tau | \tau_k)\|_Q^2 + \|u_e^*(\tau | \tau_k)\|_p^2 \right) d\tau \leq -\int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \|e_i^*(\tau | \tau_k)\|_Q^2 d\tau \quad (36)$$

همچنین رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$V(\infty) - V(0) \leq -\int_0^\infty \|e_i^*(\tau)\|_Q^2 d\tau \quad (37)$$

به دلیل اینکه $V(\infty) \geq 0$ است، انتگرال رابطه (۳۷) موجود و محدود خواهد بود. همچنین با توجه به رابطه (۳۶) حد محدود تعریف شده در رابطه (۳۸) وجود خواهد داشت.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} V(\tau_k) = \phi < \infty \quad (38)$$

بدیهی است که:

$$0 \leq \lim_{k \rightarrow \infty} \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \|e_i^*(\tau)\|_Q^2 d\tau \leq \lim_{k \rightarrow \infty} \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \left(\|e_i^*(\tau)\|_Q^2 + \|u_e^*(\tau | \tau_k)\|_p^2 \right) d\tau \leq \lim_{k \rightarrow \infty} (V(\tau_{k+1}) - V(\tau_k)) = \phi - \phi = 0 \quad (39)$$

بنابراین نتیجه می‌گیریم که:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \|e_i^*(\tau)\|_Q^2 d\tau = 0 \Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} \|e_i^*(\tau)\|_Q^2 = 0 \quad (40)$$

کنترل‌کننده‌های (۱۸) یک جفت کنترل‌کننده پیش‌بین^{۲۳} هستند. در نتیجه:

$$\begin{cases} \omega_1(\tau) = \omega_{1d} \cos(x_{3d} - x_3(\tau + \tau')) + \alpha_1 \begin{pmatrix} (x_{1d} - x_1(\tau + \tau')) \cos x_3(\tau + \tau') \\ +(x_{2d} - x_2(\tau + \tau')) \sin x_3(\tau + \tau') \end{pmatrix} \\ \omega_2(\tau) = \omega_{2d} + \alpha_2 \omega_1 \frac{\tanh(x_{3d} - x_3(\tau + \tau'))}{(x_{3d} - x_3(\tau + \tau'))} \begin{pmatrix} (x_{2d} - x_2(\tau + \tau')) \cos x_3(\tau + \tau') \\ +(x_{1d} - x_1(\tau)) \sin x_3(\tau) \end{pmatrix} + \alpha_3 (x_{3d} - x_3(\tau)) \end{cases} \quad (41)$$

برای پیاده‌سازی این کنترل‌کننده‌ها، یک مشاهده‌گر^{۲۴} با بهره بالا برای اهداف دقیق ردیابی در رابطه (۱۹) طراحی می‌شود. $e(\tau)$ و $e(\tau+\tau)$ به ترتیب حالت پیش‌بین و حالت آینده هستند. معادلات حالت آینده را مطابق رابطه (۱۶) به صورت زیر طراحی می‌شود:

$$\begin{cases} de_1(\tau)/d\tau = \omega_{2d} e_2(\tau + \tau') + u^a(\tau) - e_2(\tau + \tau') + u^b(\tau) \\ de_2(\tau)/d\tau = -\omega_{2d} e_1(\tau + \tau') + \sin e_3(\tau + \tau') \omega_{1d} + e_1(\tau + \tau') u^b(\tau) \\ de_3(\tau)/d\tau = u^b(\tau) \end{cases} \quad (42)$$

با جایگزینی $\hat{e}(\tau)$ با $e(\tau+\tau)$ در رابطه (۴۱) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} d\hat{e}_1(\tau)/d\tau = \omega_{2d} \hat{e}_2(\tau) + u^a(\tau) - \hat{e}_2(\tau) + u^b(\tau) \\ d\hat{e}_2(\tau)/d\tau = -\omega_{2d} \hat{e}_1(\tau) + \sin \hat{e}_3(\tau) \omega_{1d} + \hat{e}_1(\tau) u^b(\tau) \\ d\hat{e}_3(\tau)/d\tau = u^b(\tau) \end{cases} \quad (43)$$

برای پیش‌بینی بهره، عبارت‌های صحیح را به معادله (۴۳) اضافه می‌کنیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} d\hat{e}_1(\tau)/d\tau = \omega_{2d} \hat{e}_2(\tau) + u^a(\tau) - \hat{e}_2(\tau) + u^b(\tau) + \frac{\alpha}{\xi} (e_1(\tau) - \hat{e}_1(\tau - \tau')) \\ d\hat{e}_2(\tau)/d\tau = -\omega_{2d} \hat{e}_1(\tau) + \sin \hat{e}_3(\tau) \omega_{1d} + \hat{e}_1(\tau) u^b(\tau) + \frac{\beta}{\xi} (e_1(\tau) - \hat{e}_1(\tau - \tau')) \\ d\hat{e}_3(\tau)/d\tau = u^b(\tau) + \frac{\gamma}{\xi} (e_1(\tau) - \hat{e}_1(\tau - \tau')) \end{cases} \quad (44)$$

جایی که بهره‌های α, β, γ برای اطمینان از هرویتز^{۲۵} $P^3 + \alpha P^2 + \beta P + \gamma = 0$ تعیین می‌شوند و بهره $\xi > 0$ ناشناخته بوده و باید مشخص شود. با جایگذاری حالت‌های پیش‌بین رابطه (۴۰) در رابطه (۴۴)، کنترل‌کننده پیش‌بین فیدبک خروجی جدید به صورت زیر ایجاد می‌شود:

$$\begin{cases} \omega_1(\tau) = \omega_{1d} \cos(\hat{e}_3(\tau)) + \alpha_1 \hat{e}_1(\tau) \\ \omega_2(\tau) = \omega_{2d} + \alpha_2 \omega_{1d} \hat{e}_2(\tau) \frac{\tanh(\hat{e}_3(\tau))}{\hat{e}_3(\tau)} + \alpha_3 \hat{e}_3(\tau) \end{cases} \quad (45)$$

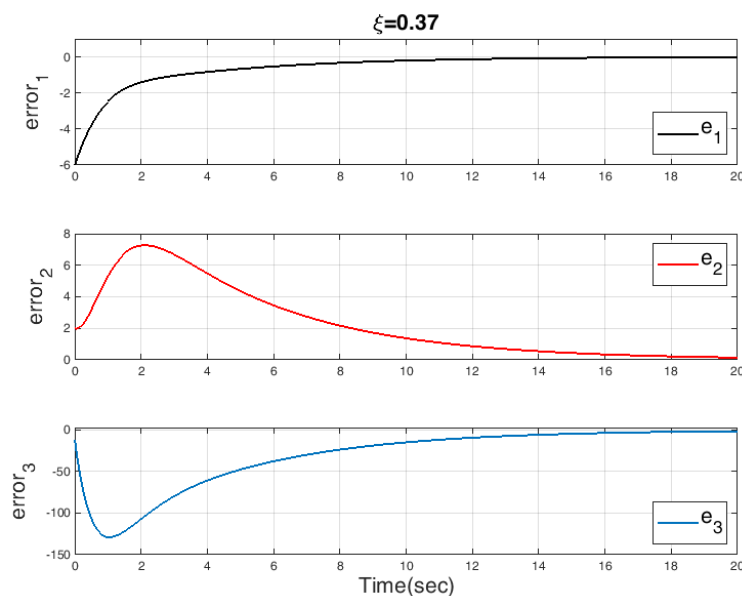
بنابراین در این حالت ردیابی پایدار برای تخمین بهره در رابطه (۴۴) را با α_i مثبت خواهیم داشت. شکل‌های (۳) و (۴) خطاهای ردیابی و ورودی‌های کنترل را تحت کنترل‌کننده‌های پیش‌بین فیدبک خروجی^{۲۶} جدید با ξ برابر ۰/۳۷ و شکل‌های (۵) و (۶) با ξ برابر ۰/۵۴ نمایش می‌دهند.

۳-۲- طراحی کنترل‌کننده دینامیکی برای ربات متحرک چرخ‌دار

برای بهبود افزایش مقاومت سیستم حلقه بسته، ابتدا یک سطح لغزش^{۲۷} به صورت زیر پیشنهاد می‌شود [۲۹]:

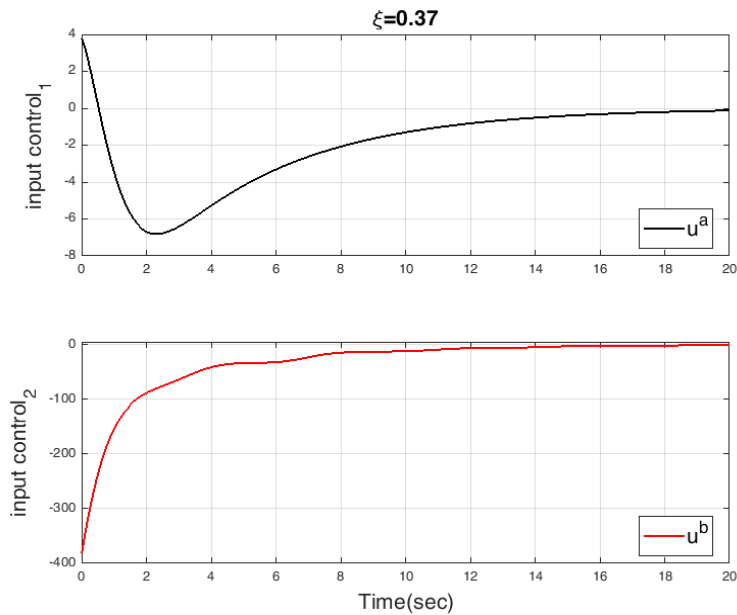
$$s = e_c(\tau) - e_c(0)e^{-\beta\tau} \quad (46)$$

جایی که $\beta = \eta_2 - \eta_1$ و $e_c = \eta_2 - \eta_1$ ثابت مثبت است که تعیین کننده نرخ همگرایی خطا است. قابل ذکر است که سطح لغزش معرفی شده می‌تواند از ورودی بزرگ در زمان اولیه به دلیل $S(0) = 0$ جلوگیری کند. با مشتق‌گیری از رابطه سطح لغزش و جای‌گذاری در معادله دینامیکی ربات خواهیم داشت:

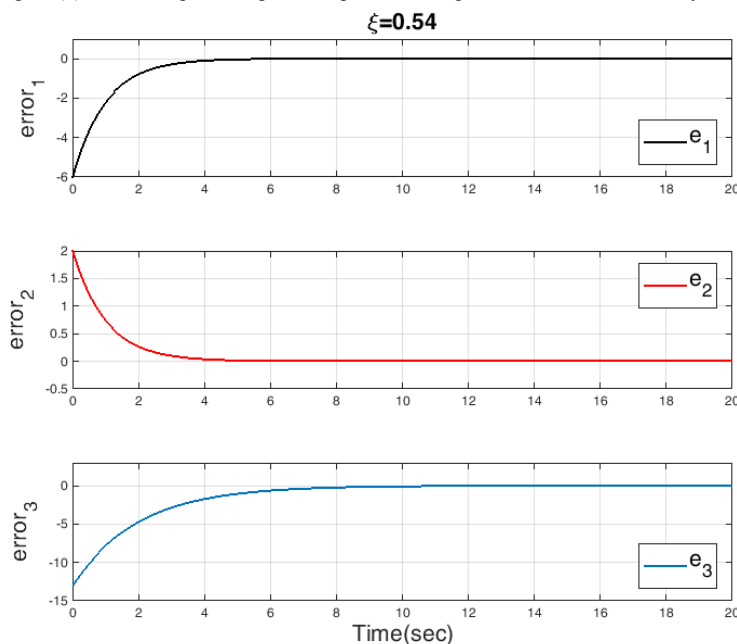


شکل (۳): خطاهای ردیابی با استفاده از کنترل‌کننده‌های پیش‌بین فیدبک خروجی جدید با ξ برابر ۰/۳۷

Figure (3): Tracking errors using new output feedback predictive controllers with $\xi = 0.37$



شکل (۴): ورودی‌های کنترل با استفاده از کنترل‌کننده‌های پیش‌بین فیدبک خروجی جدید با ξ برابر ۰/۳۷
Figure (4): Control inputs using new output feedback predictive controllers with $\xi = 0.37$



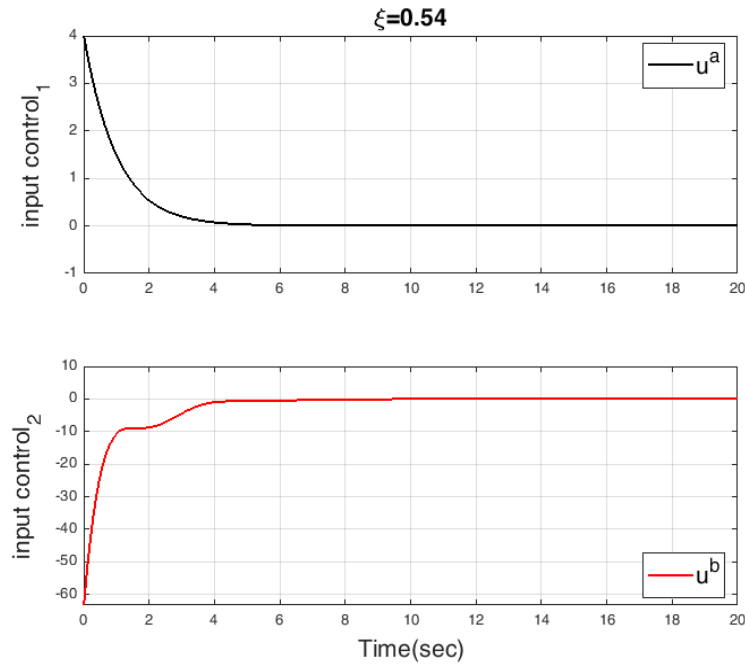
شکل (۵): خطاهای ردیابی با استفاده از کنترل‌کننده‌های پیش‌بین فیدبک خروجی جدید با ξ برابر ۰/۵۴
Figure (5): Tracking errors using new output feedback predictive controllers with $\xi=0.54$

$$\dot{s} = -M_0 B_0 \bar{c} + M_0^{-1} \bar{V}_0 \eta + D + \dot{\eta}_2 + e_c(0)e^{-\beta t} \quad (47)$$

لم اول $[30]$ - برای هر عدد واقعی $\alpha \in (0,1)$, $\eta > 0$, $\lambda > 0$, $\theta \in (0,1)$ فرض می‌کنیم یک تابع کاندید لیپانوف $v(x)$ وجود دارد طوری که $v(x) \leq -\lambda v^\alpha(x) + \eta$ باشد. در ادامه، مسیرهای حالت سیستم حلقه بسته به $v^\alpha = \eta / [(1-\theta)\lambda]$ همگرا شده و حد بالای زمان نشست t_s به صورت رابطه زیر برآورده می‌شود:

$$T \leq \frac{v^{1-\alpha}(x_0)}{\lambda\theta(1-\alpha)} \quad (48)$$

قضیه سوم- سیستم (۶) را با سطح لغزش (۴۶) در نظر بگیرید که فرض ۲ را برآورده می‌کند. طرح کنترلی زیر برای کنترل دینامیکی ربات متحرک چرخ‌دار معرفی می‌شود:



شکل (۶): ورودی‌های کنترل با استفاده از کنترل‌کننده‌های پیش‌بین فیدبک خروجی جدید با ξ برابر ۰/۵۴
Figure (6): Control inputs using new output feedback predictive controllers with $\xi = 0.54$

$$\begin{cases} \bar{\tau} = \bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2 \\ \bar{\tau}_1 = B_0 M_0 (M_0^{-1} \bar{V}_0 \eta + e_c(0) e^{-\beta \tau} + \dot{\eta}_2 + \hat{D}) \\ \bar{\tau}_2 = B_0^{-1} M_0 \cdot \text{sat}(s) \end{cases} \quad (49)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \hat{D} &= LD - L(-\dot{\eta} - M_0^{-1} V_0 \eta + M_0^{-1} B_0 \bar{\tau}), \\ \text{sat}(s) &= \begin{cases} \hat{k} \frac{s}{\|s\|}, & \text{if } \hat{k} \|s\| \geq \xi \\ \hat{k}^2 \frac{s}{\xi}, & \text{if } \hat{k} \|s\| < \xi \end{cases} \end{aligned} \quad (50)$$

که در آن $L = \text{diag}[l_1, l_2]$ یک ماتریس معین منفی^{۲۹}، $\xi > 0$ ثابت کوچک و نشان دهنده ضخامت لایه مرزی و \hat{k} به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{k} = \gamma_1 (\|s\| - \gamma_2 \hat{k}) \quad (51)$$

که در آن γ_1 و γ_2 ثابت‌های مثبت دلخواه هستند. خطاهای ردیابی را می‌توان به طور دلخواه در زمان محدود با انتخاب پارامترهای مناسب، کاهش داد.

اثبات قضیه سوم- تابع کاندید لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$v_2 = \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{k}^2 \quad (52)$$

جایی که رابطه (۵۳) تخمینی از خطا بوده و قسمت دوم رابطه برقرار است.

$$\begin{cases} \tilde{k} = \hat{k} - \bar{k} \\ \bar{k} \text{ upper bounded of } \hat{k} \end{cases} \quad (53)$$

بدون از دست دادن کلیت موضوع، قرار است رابطه (۵۴) برقرار باشد که در این رابطه k_0 یک ثابت مثبت کوچک است.

$$\bar{k} \geq \lambda + k_0 \quad (54)$$

با مشتق‌گیری از تابع کاندید لیاپانوف خواهیم داشت:

$$\dot{v}_2 \leq -s^T \text{sat}(s) + s^T \lambda + (\hat{k} - \bar{k})(\|s\| - \gamma_2 \hat{k}) \quad (55)$$

حالت اول) اگر رابطه (56) برقرار باشد:

$$k \|s\| \geq \xi, \text{sat}(s) = (\hat{k}s) / \|s\| \quad (56)$$

در این صورت رابطه (55) به صورت رابطه (57) خواهد بود:

$$\dot{v}_2 \leq -(\bar{k} - \lambda) \|s\| - \gamma_2 (\hat{k} - \bar{k}) \hat{k} \quad (57)$$

عبارت دوم در رابطه (57) با شرط عنوان شده، دارای مقدار ماکزیمم به صورت زیر است:

$$-\gamma_2 (\hat{k} - \bar{k}) \hat{k} = \max((\gamma_2 \bar{k}^2) / 4) \text{ if } \hat{k} = \bar{k} / 2 \quad (58)$$

با اعمال رابطه (58) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{v}_2 &\leq -(\bar{k} - \lambda) \|s\| - \gamma_2 (\hat{k} - \bar{k}) + \gamma_2 (\hat{k} - \bar{k}) + \frac{\gamma_2 \bar{k}^2}{4} \leq -k_0 \|s\| - \gamma_2 |\hat{k} - \bar{k}| + \psi_1 \\ &= -\sqrt{2} k_0 \sqrt{\frac{1}{2} s^2} - \sqrt{2\gamma_1 \gamma_2} \sqrt{\frac{1}{2\gamma_1} |\hat{k} - \bar{k}|^2} + \psi_1 = -\delta v_2^{0.5} + \psi_1 \end{aligned} \quad (59)$$

جایی که:

$$\delta = \min\{\sqrt{2\gamma_1 \gamma_2}, \sqrt{2k_0}\}, \psi_1 = \gamma_2 (\bar{k}^2 + 4\bar{k}) / 4 \quad (60)$$

حالت دوم) اگر رابطه (61) به صورت زیر برقرار باشد:

$$\hat{k} \|s\| \geq \xi, \text{sat}(s) = (\hat{k}^2 s) / \xi \quad (61)$$

در این صورت رابطه (55) به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{v}_2 \leq -(\bar{k} - \lambda) \|s\| - \gamma_2 |\hat{k} - \bar{k}| - \gamma_2 (\hat{k} - \bar{k}) \hat{k} + \gamma_2 |\hat{k} - \bar{k}| + (-\frac{\hat{k}^2}{\xi} \|s\|^2 + \hat{k} \|s\|) \quad (62)$$

عبارت آخر در رابطه (62)، با شرط عنوان شده، دارای مقدار ماکزیمم به صورت زیر است:

$$(-\frac{\hat{k}^2}{\xi} \|s\|^2 + \hat{k} \|s\|) = \max(\xi / 4) \text{ if } \hat{k} \|s\| = \xi / 2 \quad (63)$$

در این صورت با اعمال رابطه (63)، خواهیم داشت:

$$\dot{v}_2 \leq -\sqrt{2} k_0 \sqrt{\frac{1}{2} s^2} - \sqrt{2\gamma_1 \gamma_2} \sqrt{\frac{1}{2\gamma_1} |\hat{k} - \bar{k}|^2} + \psi_2 \leq -\delta v_2^{0.5} + \psi_2 \quad (64)$$

جایی که Ψ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\psi = \max\{\psi_1, \psi_2\} = [\gamma_2 (\bar{k}^2 + 4\bar{k}) + \xi] / 4 \quad (65)$$

با توجه به لم اول، مسیرهای حالت v_2 می‌توانند در زمان محدود به ناحیه همگرایی v_2 و زمان نشست T تعریف شده در رابطه (66) محدود شوند جایی که $0 < \theta < 1$ و $\lambda > 0$ هستند.

$$\begin{cases} v_2^{0.5} \leq \psi / (1 - \theta) \delta \\ T \leq (2v_2^{0.5}(0)) / (\lambda \theta) \end{cases} \quad (66)$$

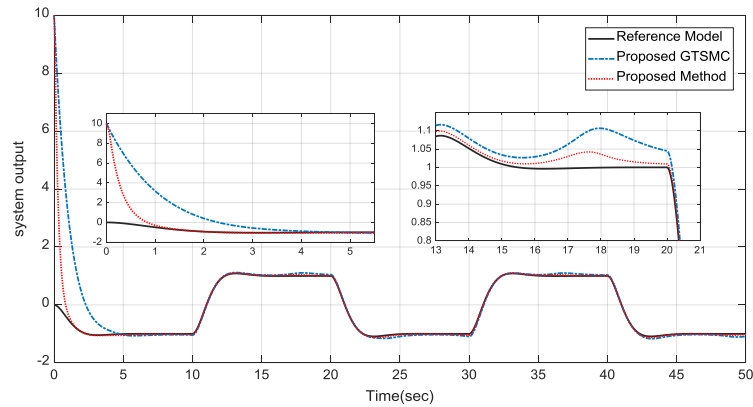
با توجه به رابطه (64) می‌توان اثبات کرد که سطح لغزش S در نهایت به صورت زیر محدود می‌شود:

$$\Omega_1 = \left\{ \|s\| \leq \frac{\sqrt{2}\psi}{(1-\theta)\delta} = \frac{\eta_2 (\bar{k}^2 + \bar{k}) + \xi}{4(1-\theta) \min\{\sqrt{\eta_1 \eta_2}, k_0\}} \right\} \quad (67)$$

با توجه به رابطه‌های (47) و (67) و این واقعیت که:

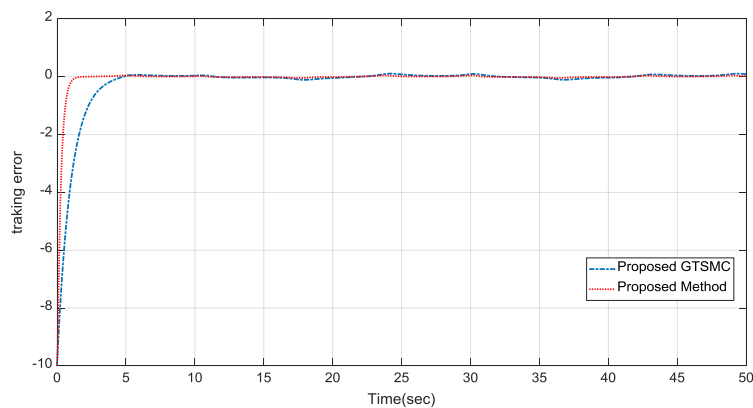
$$\lim_{\infty} e_c(0) e^{-\beta \tau} = 0 \quad (68)$$

بنابراین حد نهایی خطای ردیابی $e_c(\tau)$ را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:



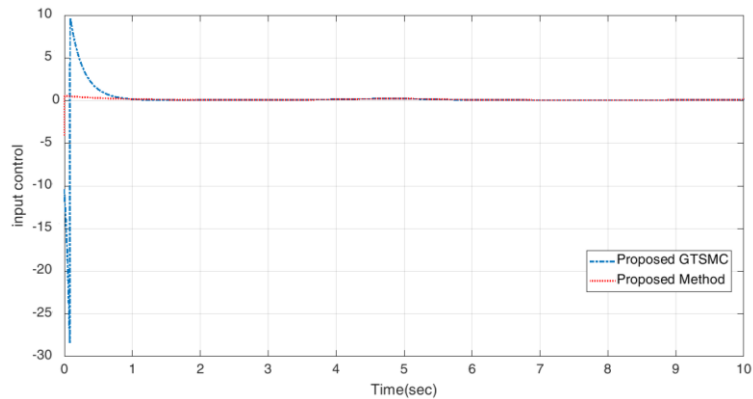
شکل (۷): خروجی کنترل کننده جدید در مقایسه با مدل مرجع

Figure (7): The output of the new controller compared to the reference model



شکل (۸): خطای ردیابی کنترل کننده جدید در مقایسه با مدل مرجع

Figure (8): The tracking error of the new controller in comparison with the reference model



شکل (۹): ورودی کنترل تحت کنترل کننده پیشنهادی

Figure (9): control input under the proposed controller

$$\|e_c(\tau)\| \leq \frac{\gamma_2(\bar{k}^2 + \bar{k}) + \xi}{4(1-\theta) \min\{\sqrt{\gamma_1\gamma_2}, k_0\}} \quad (69)$$

قضیه فوق نشان می‌دهد که حد بالای خطای ردیابی $e_c(\tau)$ می‌تواند به‌طور دلخواه با کاهش مقدار ξ به همسایگی کوچک از صفر همگرا شود. بنابراین، اثبات کامل می‌شود. برای اثبات کارایی کنترل کننده مقایسه‌ای بین خروجی کنترل کننده پیشنهادی (۴۹) با کنترل کننده مودلغزشی ترمینال سریع جامع γ_2 (GTSMC) نسبت به سیگنال مرجع مربعی انجام خواهد شد. ساختار کلی کنترل کننده مودلغزشی ترمینال سریع جامع به‌صورت زیر است [۲۴]:

$$u_{GTSMC} = -\alpha x_2 - \beta \delta |x_1|^{\delta-1} x_2 - k_1 (b^{|s|} - 1) \operatorname{sgn}(s) - k_2 |s|^{\eta} \operatorname{sgn}(s) - (\rho_{\max} + \sigma) \operatorname{sgn}(s) \quad (70)$$

شکل (۷) خروجی هر دو کنترل‌کننده را در مقایسه با مدل مرجع نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است کنترل‌کننده پیشنهادی ردیابی سریع‌تر و دقیق‌تری را فراهم آورده است. خطاهای ردیابی هر دو کنترل‌کننده و مدل مرجع در شکل (۸) نمایش داده شده است. شکل (۹) ورودی کنترل را تحت کنترل‌کننده پیشنهادی و کنترل‌کننده [۲۴] نمایش می‌دهد.

۳-۳- پارامترهای کنترل‌کننده

(۱) پارامترهای γ_1 و γ_2 : در قوانین کنترل (۴۹) و (۵۰)، این دو پارامتر می‌توانند به‌طور مؤثری کارایی کنترل‌کننده را افزایش دهند. اگر این دو پارامتر بیش‌ازحد بزرگ انتخاب شوند، بهره کنترل را بیش‌ازحد مطلوب افزایش پیدا کرده که ممکن است منجر به ایجاد پدیده چترینگ در سیگنال کنترل شود.

(۲) پارامترهای ξ و β : مطابق با قوانین کنترل (۴۹) و (۵۰)، این دو پارامتر اندازه منطقه همگرایی حالت را تعیین می‌کنند. بزرگ بودن β به معنای همگرایی سریع‌تر حالت‌های سیستم است. ξ کوچک‌تر به معنای سطح جذب کمتر برای متغیر سطح لغزش است. اگر این پارامتر خیلی کوچک انتخاب شود، ممکن است افزایش کنترل بیشتری را به سیستم تحمیل کند.

(۳) پارامترهای کنترل در فرآیند شبیه‌سازی در رابطه زیر نشان داده شده است.

$$\begin{cases} \gamma_1 = 0.68 \\ \gamma_2 = 12 \\ \beta = 0.23 \\ \xi = 47 \end{cases} \quad (71)$$

۴- نتایج شبیه‌سازی ربات متحرک چرخ‌دار

در این بخش، شبیه‌سازی‌های عددی برای نشان دادن تأثیر طرح پیشنهادی نمایش داده می‌شود. پارامترهای دینامیکی سیستم ربات متحرک چرخ‌دار مطابق با جدول (۳) انتخاب شده‌اند. سایر پارامترها به‌صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$\begin{cases} D_1 = 2.7\dot{\omega}_1 + 1.5\omega_1 + 1.2\omega_2 + e^{-2.2t} \cos(3t) \\ D_2 = 2.1\dot{\omega}_1 + 0.5\omega_2 + 0.4\omega_2 + 3\sin(2t) \\ q_r(0) = \begin{bmatrix} 2.7 & 0 & \pi/2 \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (72)$$

ردیابی سرعت‌های خطی و زاویه‌ای به‌ترتیب در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) نشان داده شده‌اند. سرعت چرخ‌های چپ و راست در هنگام حرکت نیز در شکل (۱۲) نشان داده شده است. در نهایت، نمای کلی مأموریت ربات شامل ردیابی، خطاهای ردیابی و موقعیت ربات در فضایی دکارتی در شکل (۱۳) نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل (۱۳) مشخص است، ردیابی مسیر ربات در طرح پیشنهادی جدید عملکرد خوبی داشته و دارای خواص رد اغتشاش است.

۵- نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادها

در این مقاله به بررسی یک کنترل‌کننده ترکیبی برای روبات‌های متحرک چرخ‌دار در حضور اغتشاش خارجی و عدم قطعیت پارامتری پرداخته شد. به‌منظور دستیابی ربات به موقعیت نهایی و ردیابی سیگنال مرجع، ابتدا مدل‌های ربات شامل معادله‌های سینماتیکی و دینامیکی حرکت معرفی گردیدند. در ادامه استراتژی کنترلی برای هر دو مدل سینماتیکی و دینامیکی با استفاده از دو کنترل‌کننده جدید ارائه گردید. کنترل‌کننده پیشنهادی برای مدل سینماتیکی ربات، یک کنترل‌کننده پیش‌بین و برای مدل دینامیکی، یک کنترل‌کننده مودل‌گزشی تطبیقی است. سپس، تجزیه و تحلیل و اثبات طرح پیشنهادی با استفاده از نظریه پایداری لیاپانوف برای هر دو کنترل‌کننده انجام گردید. بر اساس قانون کنترل تطبیقی پیشنهادی، همگرایی بهینه و عملکرد

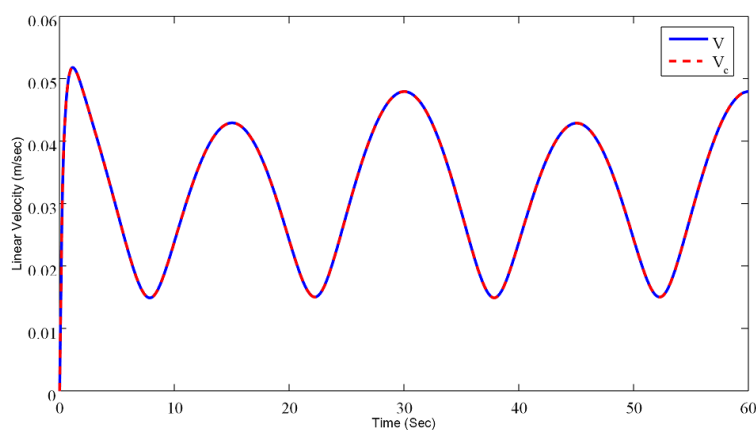
ردیابی همه سیگنال‌ها تضمین شده و خطاهای ردیابی به‌طور دلخواه در زمان محدود به مبدأ همگرا شدند. در پایان، نتایج شبیه‌سازی برای نشان دادن اثربخشی طرح پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار متلب انجام شد. پیشنهادها برای کارهای آتی به‌صورت زیر ارائه می‌شوند:

- (۱) ارزیابی تجربی طرح پیشنهادی بر روی سیستم واقعی ربات متحرک چرخ‌دار.
- (۲) گسترش روش پیشنهادی با در نظر گرفتن عواملی چون خطای محرک و تأخیر زمانی.
- (۳) استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی نظیر بهینه‌سازی فازی تطبیقی برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده.
- (۴) ردیابی زمان محدود و تثبیت حلقه‌های کنترلی با در نظر گرفتن زمین ناهموار و ناصاف و ایجاد موانع بیشتر.

Table (3): Parameters of WMR

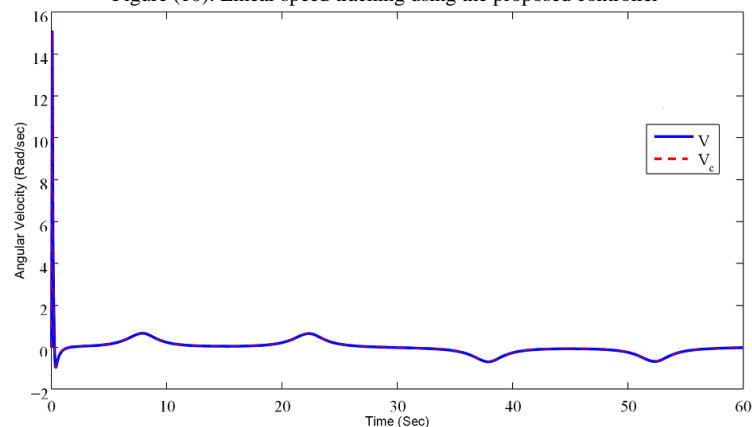
جدول (۳): پارامترهای ربات متحرک چرخ‌دار

پارامترها	مقدار	پارامترها	مقدار
M	۳/۸۵ کیلوگرم	I	۴/۳ کیلوگرم بر متر مربع
R	۰/۱۴۳ متر	R	۰/۳۲ متر
		W_{Ir}	۰/۴۲ متر بر ثانیه



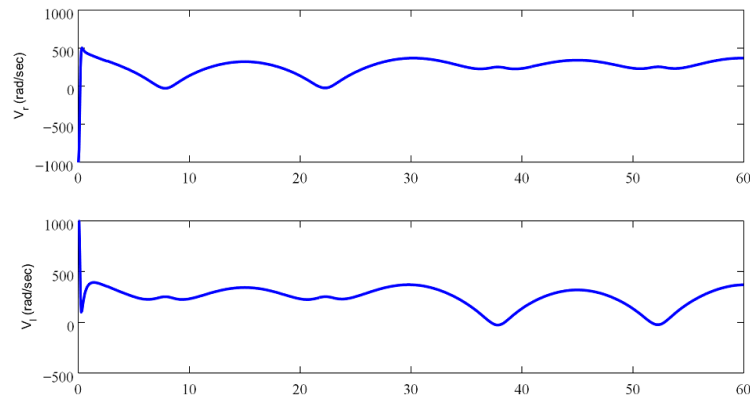
شکل (۱۰): ردیابی سرعت خطی با استفاده از کنترل‌کننده پیشنهادی

Figure (10): Linear speed tracking using the proposed controller

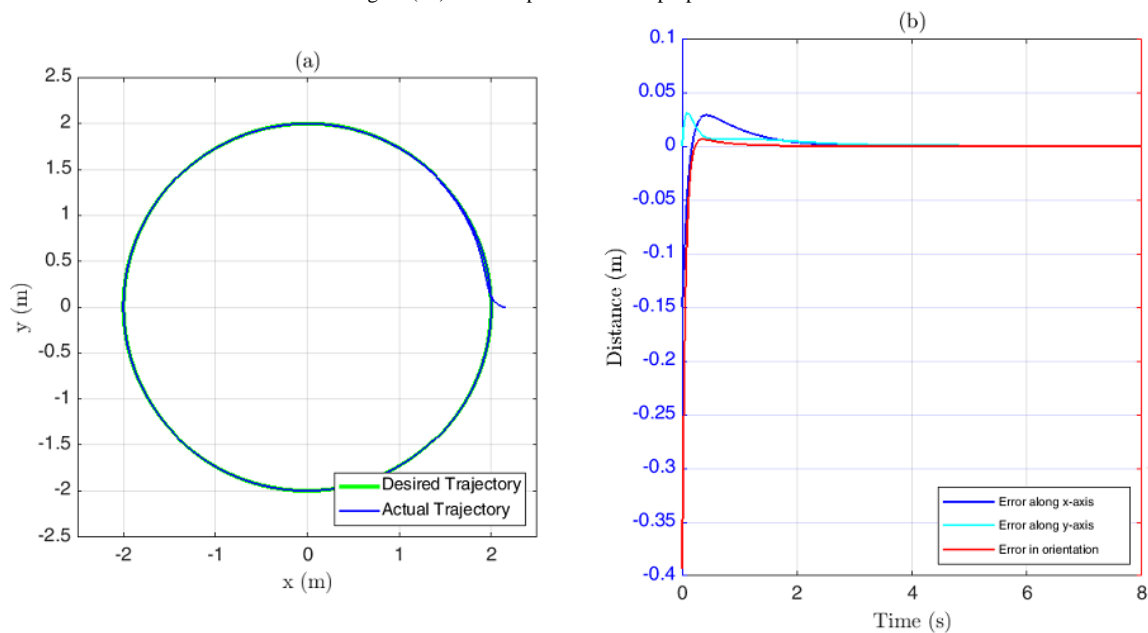


شکل (۱۱): ردیابی سرعت زاویه‌ای با استفاده از کنترل‌کننده پیشنهادی

Figure (11): Angular velocity tracking using the proposed controller



شکل (۱۲): سرعت چرخ‌ها تحت کنترل کننده پیشنهادی
Figure (12): Wheel speed under the proposed controller



شکل (۱۳): ردیابی و خطای ردیابی، (الف) ردیابی مسیر در فضای دکارتی برای طرح کنترلی جدید، (ب) خطاهای ردیابی مسیر ربات برای طرح کنترلی جدید

Figure (13): Tracking and tracking error, a) Path tracking in Cartesian space for the new control plan, b) Robot path tracking errors for the new control plan

سپاسگزاری

این مقاله مستخرج از رساله دوره دکتری در دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساوه است. نویسندگان بر خود لازم می‌دانند مراتب تشکر صمیمانه خود را از همکاران حوزه پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی و داوران محترم که ما را در انجام و ارتقای کیفی این مقاله یاری نموده‌اند، اعلام نمایند.

References

مراجع

- [1] Y. Koubaa, M. Boukattaya, T. Damak, "Adaptive sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic mobile robot with uncertain kinematics and dynamics", Applied Artificial Intelligence, vol. 32, no. 9-10, pp. 924-938, Sept. 2018 (doi.org/10.1080/08839514.2018.1519100).
- [2] S. Peng, W. Shi, "Adaptive fuzzy output feedback control of a nonholonomic wheeled mobile robot", IEEE Access, vol. 6, pp. 43414-43424, Aug. 2018 (doi: 10.1109/ACCESS.2018.2862163).
- [3] A. J. Muñoz-Vázquez, V. Parra-Vega, A. Sánchez-Orta, J.D. Sánchez-Torres, "Adaptive fuzzy velocity field control for navigation of nonholonomic mobile robots", Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol. 101, no. 2, pp. 1-12, Dec. 2021 (doi: 10.1007/s10846-020-01306-w).

- [4] A.V. Savkin, T.M. Cheng, Z. Xi, F. Javed, A.S. Matveev, H. Nguyen, "Decentralized coverage control problems for mobile robotic sensor and actuator networks", John Wiley and Sons, July 2015 (ISBN: 978-1-119-05816-8).
- [5] S. Wang, J. Zhai, "A trajectory tracking method for wheeled mobile robots based on disturbance observer", *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 18, no. 8, pp. 21, 65-2169, Oct. 2019 (doi: 10.1007/s12555-019-0156-8).
- [6] J. Wang, L. Zhao, L. Yu, "Reduced-order generalized proportional integral observer based continuous dynamic sliding mode control for magnetic levitation system with time-varying disturbances", *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 19, no. 1, pp. 439-448, April 2021 (doi: 10.1007/s12555-019-0387-8).
- [7] Z. Chen, Y. Liu, W. He, H. Qiao, H. Ji, "Adaptive-neural-network-based trajectory tracking control for a nonholonomic wheeled mobile robot with velocity constraints", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 6, pp. 5057-5067, June 2020 (doi: 10.1109/TIE.2020.2989711).
- [8] X. Wu, P. Jin, T. Zou, Z. Qi, H. Xiao, P. Lou, "Backstepping trajectory tracking based on fuzzy sliding mode control for differential mobile robots", *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 96, no. 1, pp. 109-121, Jan. 2019 (doi: 10.1007/s10846-019-00980-9).
- [9] Y. Cheng, R. Jia, H. Du, G. Wen, W. Zhu, "Robust finite-time consensus formation control for multiple nonholonomic wheeled mobile robots via output feedback", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 28, no. 6, pp. 2082-2096, April 2018 (doi: 10.1002/rnc.4002).
- [10] M. Boukattaya, N. Mezghani, T. Damak, "Adaptive nonsingular fast terminal sliding-mode control for the tracking problem of uncertain dynamical systems", *ISA Transactions*, vol. 77, pp. 1-19, April 2018 (doi: 10.1016/j.isatra.2018.04.007).
- [11] N. Ali, I. Tawiah, W. Zhang, "Finite-time extended state observer based nonsingular fast terminal sliding mode control of autonomous underwater vehicles", *Ocean Engineering*, vol. 218, Article Number: 108179, Sept. 2020 (doi: 10.1016/j.oceaneng.2020.108179).
- [12] Q. Cao, Z. Sun, Y. Xia, L. Dai, "Self-triggered MPC for trajectory tracking of unicycle-type robots with external disturbance", *Journal of the Franklin Institute*, vol. 356, no. 11, pp. 5593-5610, Mar. 2019 (doi: 10.1016/j.jfranklin.2019.03.015).
- [13] X. Liu, W. Wang, X. Li, F. Liu, Z. He, Y. Yao, H. Ruan, T. Zhang, "MPC-based high-speed trajectory tracking for 4WIS robot", *ISA Transactions*, vol. 123, pp. 413-424, April 2022 (doi: 10.1016/j.isatra.2021.05.018).
- [14] D. Liu, M. Tang, J. Fu, "Robust adaptive trajectory tracking for wheeled mobile robots based on Gaussian process regression", *Systems and Control Letters*, vol. 163, Article Number: 105210, April 2022 (doi: 10.1016/j.sysconle.2022.105210).
- [15] K. Shojaei, "A prescribed performance PID control of robotic cars with only posture measurements considering path curvature", *European Journal of Control*, vol. 65, Article Number: 100616, Jan. 2022 (doi: 10.1016/j.ejcon.2022.100616).
- [16] T. Ding, Y. Zhang, G. Ma, Z. Cao, X. Zhao, B. Tao, "Trajectory tracking of redundantly actuated mobile robot by MPC velocity control under steering strategy constraint", *Mechatronics*, vol. 84, Article Number: 102779, Feb. 2022 (doi: 10.1016/j.mechatronics.2022.102779).
- [17] J. Huang, C. Wen, W. Wang, Z.P. Jiang, "Adaptive stabilization and tracking control of a nonholonomic mobile robot with input saturation and disturbance", *Systems and Control Letters*, vol. 62, no. 3, pp. 234-241, Nov. 2013 (doi: 10.1016/j.sysconle.2012.11.020).
- [18] H. Yang, M. Guo, Y. Xia, Z. Sun, "Dual closed-loop tracking control for wheeled mobile robots via active disturbance rejection control and model predictive control", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 30, no. 1, pp. 80-99, Oct. 2020 (doi: 10.1002/rnc.4750).
- [19] F. Korkmaz, "Performance improvement of induction motor drives with model-based predictive torque control", *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, vol. 28, no. 1, pp. 525-539, Jan. 2020 (doi: 10.3906/elk-1804-124).
- [20] P. Wang, X. Feng, W. Li, X. Ping, W. Yu, "Robust RHC for wheeled vehicles with bounded disturbances", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 29, no. 7, pp. 2063-2081, Jan. 2019 (doi: 10.1002/rnc.4478).
- [21] Z. Wu, F. Albalawi, Z. Zhang, J. Zhang, H. Durand, P. D. Christofides, "Control Lyapunov-Barrier function-based model predictive control of nonlinear systems", *Automatica*, vol. 109, Article Number: 10850, June 2019 (doi: 10.1016/j.automatica.2019.108508).
- [22] H. Yang, M. Guo, Y. Xia, L. Cheng, "Trajectory tracking for wheeled mobile robots via model predictive control with softening constraints", *IET Control Theory & Applications*, vol. 12, no. 2, pp. 206-214, Jan. 2018 (doi: 10.1049/iet-cta.2017.0395).

- [23] Z. Sun, L. Dai, Y. Xia, K. Liu, "Event-based model predictive tracking control of nonholonomic systems with coupled input constraint and bounded disturbances", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 63, no. 2, pp. 608-615, Feb. 2017 (doi: 10.1109/TAC.2017.2736518).
- [24] H. Pan, G. Zhang, H. Ouyang, L. Mei, "A novel global fast terminal sliding mode control scheme for second-order systems", *IEEE Access*, vol. 8, pp. 22758-22769, Jan. 2020 (doi: 10.1109/ACCESS.2020.2969665).
- [25] T. Das, I. Kar, S. Chaudhury, "Simple neuron-based adaptive controller for a nonholonomic mobile robot including actuator dynamics", *Neurocomputing*, vol. 69, no. 16-18, pp. 2140-2151, Feb. 2006 (doi: 10.1016/j.neucom.2005.09.013).
- [26] J.C. Alexander, J.H. Maddocks, "On the kinematics of wheeled mobile robots", *The International Journal of Robotics Research*, vol. 8, no. 5, pp. 15-27, Oct. 1989 (doi: 10.1177/027836498900800502).
- [27] M. Asif, M.J. Khan, N. Cai, "Adaptive sliding mode dynamic controller with integrator in the loop for nonholonomic wheeled mobile robot trajectory tracking", *International Journal of Control*, vol. 87, no. 5, pp. 964-975, Dec. 2013 (doi: 10.1080/00207179.2013.862597).
- [28] P. N. Dao, H. Q. Nguyen, T.L. Nguyen, X.S. Mai, "Finite horizon robust nonlinear model predictive control for wheeled mobile robots", *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 21, no. 3, pp. 21-28, Jan. 2021 (doi: 10.1155/2021/6611992).
- [29] H. Zhang, B. Li, B. Xiao, Y. Yang, J. Ling, "Nonsingular recursive-structure sliding mode control for high-order nonlinear systems and an application in a wheeled mobile robot", *ISA Transactions*, vol. 127, pp. 206-215, April. 2022 (doi: 10.1016/j.isatra.2022.04.021).
- [30] Z. Zhu, Y. Xia, M. Fu, "Attitude stabilization of rigid spacecraft with finite-time convergence", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 21, no. 6, pp. 686-702, Feb. 2011 (doi: 10.1002/rnc.1624).

زیر نویس‌ها

1. Non-holonomic
2. Uncertainty
3. Dynamic connection
4. Modern control theory
5. Adaptive control
6. Back-stepping method
7. Neural network mechanism
8. Neural network mechanism
9. Sliding mode control
10. Chattering
11. Adaptive sliding mode control
12. Adaptive neural networks
13. Lyapunov barrier function
14. Peak values
15. Practical programs
16. Adaptive nonsingular fast terminal sliding mode control
17. Singularity
18. Positive definite matrix of symmetric inertia
19. Non-holonomic constraint vector
20. Moment of inertia
21. Increased disturbance
22. Linear feedback
23. Predictive controller
24. Observer
25. Herwitz
26. Output feedback predictor controllers
27. Sliding surface
28. Settling time
29. Negative matrix matrix