JIPET	Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology Vol. 16/ No. 62/ Summer 2025 P-ISSN: 2322-3871, E-ISSN: 2345-5594, http://sanad.iau.ir/journal/jipet

Doi: 10.71666/jipet.2024.998322

Research Article

Synchronization of Delayed Fractional Order Chaotic Systems Based on Controller with Non-Linear Fractional Order PID Structure

Mohammad Rasouli[1], ***Ph.D. Student*, Assef Zare**[1,2], ***Associate Professor*, Majid Halaji**[3], ***Assistant Professor***

[1]Faculty of Electrical Engineering- Gonabad Branch, Islamic Azad University, Gonabad, Iran
[2]Research Center of Intelligent Technologies in Electrical Industry- Gonabad Branch, Islamic Azad University, Gonabad, Iran
[3]Faculty of Electrical Engineering- Neyshabure Branch, Islamic Azad University, Neyshabure, Iran
mohamad1rasouli@gmail.com, assef.zare@iau.ac.ir, majidhalaji@gmail.com

Abstract
In this paper, a new control approach for robust synchronization of chaotic systems with uncertainty, unknown parameters such as indefinite time delay and external disturbances is presented. Uncertain time delay as an important factor that increases the complexity of the control problem and overcoming it is stated in this article. By using the structure of nonlinear proportional-integral-derivative controllers of fractional order, a sliding surface of fractional order has been introduced to design the control strategy of the said sliding mode. Then, using Lyapunov's theory, robust adaptive rules are designed in such a way that the estimation error of the unknown parameters of the fractional order system with an indefinite time delay tends to zero by the proposed control mechanism. Also, by using Lyapunov stability standard the stability analysis of the proposed robust control approach has been proved. Finally, the performance evaluation of the proposed mechanism, the synchronization of two Jerk chaotic systems with uncertainty along an indefinite time delay and disturbance, has been simulated by the presented control approach, the results of which show the robust and favorable performance of the simulation.

Keywords: fractional order chaotic synchronization, sliding mode control, uncertainty, unknown time delay.

Received: 10 November 2022
Revised: 5 December 2022
Accepted: 8 March 2023

Corresponding Author: Dr. Assef Zare

Citation: M. Rasouli, A. Zare, M. Halaji, "Synchronization of delayed fractional order chaotic systems based on controller with non-linear fractional order PID structure", Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 16, no. 62, pp. 31-44, June 2025 (in Persian).

Doi: 10.71666/jipet.2024.998322

مقاله پژوهشی

همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبناک مرتبه کسری تاخیردار مبتنی بر کنترل‌کننده با ساختار PID مرتبه کسری غیرخطی

محمد رسولی[۱]، دانشجوی دکتری، آصف زارع[۱و۲]، دانشیار، مجید حلاجی[۳]، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق- واحد گناباد، دانشگاه آزاد اسلامی، گناباد، ایران
۲- مرکز تحقیقات فناوری‌های هوشمند در صنعت برق- واحد گناباد، دانشگاه آزاد اسلامی، گناباد، ایران
۳- دانشکده مهندسی برق- واحد نیشابور، دانشگاه آزاد اسلامی، نیشابور، ایران
mohamad1rasouli@gmail.com, assefzare@iau-gonabad.ac.ir, majidhalaji@gmail.com

چکیده: در این مقاله یک رهیافت جدید کنترلی جهت همزمان‌سازی مقاوم دسته‌ای از سیستم‌های آشوبی مرتبه کسری دارای عدم قطعیت، پارامترهای ناشناخته مانند تاخیر زمانی نامعین و اعوجاج‌های خارجی ارائه شده است. تاخیر زمانی نامشخص به عنوان یک عامل مهم است که پیچیدگی مساله کنترلی را افزایش داده و توانایی غلبه برآن بیان شده است. با استفاده از ساختار کنترل‌کننده‌های تناسبی- انتگرالی- مشتقگیر (PID) مرتبه کسری غیرخطی، سطح لغزش مرتبه کسری جهت طراحی استراتژی کنترل مود لغزشی معرفی شده است. سپس با استفاده از تئوری لیاپانوف، قوانین تطبیقی مقاوم به گونه‌ای طراحی شده که خطای تخمین پارامترهای ناشناخته سیستم با تاخیر زمانی نامعین توسط مکانیزم کنترلی پیشنهادی، به سمت صفر میل می‌کند. همچنین، با استفاده از معیارهای پایداری لیاپانوف تحلیل پایداری رهیافت کنترلی پیشنهادی، اثبات می‌شود. درنهایت جهت ارزیابی عملکرد مکانیزم پیشنهادی، همزمان‌سازی دو سیستم‌های آشوبی جرک دارای عدم قطعیت همراه با تاخیر زمانی نامعین و اعوجاج خارجی توسط رهیافت کنترلی ارائه شده، شبیه‌سازی شده است که نتایج آن، عملکرد مقاوم و مطلوب همزمان‌سازی را نمایش می‌دهد.

کلمات کلیدی: تاخیر زمانی ناشناخته، عدم قطعیت، کنترل تطبیقی، کنترل مود لغزشی، همزمان‌سازی آشوبی مرتبه کسری.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۱/۸/۱۹
تاریخ بازنگری مقاله: ۱۴۰۱/۹/۱۴
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۱۲/۱۷

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر آصف زارع
نشانی نویسنده‌ی مسئول: خراسان رضوی- گناباد- دانشگاه آزاد اسلامی واحد گناباد- دانشکده مهندسی برق

۱- مقدمه

آشوب پدیده غیرخطی است که در ظاهر نامنظم ولی در حقیقت از یک انضباط خاصی پیروی می‌کند. لورنز حدود نیم قرن پیش آن را کشف کرد [۱]. پس از آن پدیده آشوب بیشتر مورد توجه دانشمندان قرار گرفت. برخی از سیستم‌ها مانند سیستم لیو[۱] [۲]، سیستم لو[۲] [۳] و سیستم چن [۴] با ایده گرفتن از لورنز پیشنهاد شده است. همچنین حسابان کسری حدود ۳۰۰ سال پیش معرفی شده است و از آن زمان تاکنون تعاریف و قضایای کامل‌تری معرفی شده است [۵]. در این زمینه سیستم‌های فیزیکی را می توان به‌صورت معادله‌های مرتبه صحیح و یا کسری مدل‌سازی کرد. بدیهی است که مدل‌سازی با سیستم‌های مرتبه کسری می‌تواند از دقت بالایی در قیاس با مرتبه صحیح برخوردار باشد. اخیرا توصیف سیستم‌ها با استفاده از حسابان کسری در علوم مختلف توسعه یافته که می‌توان به سیستم‌های واکنش شیمیایی [۶]، سیستم‌های بیولوژیکی [۷]، مبدل‌های قدرت [۸]، فرآیندهای الکتروشیمیایی [۹]، مخابرات امن [۱۰]، پردازش سیگنال و تصویر [۱۱]، رباتیک [۱۲] و غیره اشاره کرد. یکی از مسائلی که در دو دهه اخیر توجه دانشمندان را در حوزه مخابرات امن به خود جلب کرده است، موضوع همزمان‌سازی دو سیستم آشوبناک است. در واقع همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی را می‌توان به عنوان حالتی تعریف کرد که در آن دو یا چند سیستم آشوبی پاسخ‌های خود یا برخی از جنبه‌های آنها را در نتیجه جفت شدن یا اجبار تنظیم می‌کنند. به‌طوری‌که دو زیرسیستم یک سیستم جفت شده را تشکیل می‌دهند که یکی از آنها سیستم پایه یا درایو و دیگری سیستم پیرو[۳] یا پاسخ است. پاسخ سیستم اصلی بدون محدودیت است و سیستم پیرو را هدایت می‌کند.

یک سطح لغزش مرتبه کسری برای حل مسئله مطرح شده در مرجع [۱۳] پیشنهاد شده است. در مرجع‌های [۱۴] و [۱۵] مطالعاتی در خصوص همزمان‌سازی سیستم های آشوباک مرتبه صحیح و کسری در حضور عدم قطعیت‌های سیستم ارائه شده که شرایط مسئله مذکور از جنبه‌های مختلف از جمله عدم قطعیت‌های ناشناخته در پارامترهای سیستم بررسی شده است. در مرجع [۱۶] همزمان‌سازی سیستم آشوبناک مبتنی بر رویتگر غیرخطی و بهره مندی از کنترل تطبیقی برای تخمین عدم قطعیت‌های سیستم انجام شده است. در این طرح سطح لغزشی برابر یکی از حالت‌های سیستم پیشنهاد شده و در نهایت با انتخاب یک تابع لیاپانوف پایداری آن اثبات شده است است. در مرجع [۱۷] یک کنترل‌کننده حالت ترمینال لغزشی تطبیقی[۴] پیشنهاد شده است.

در این مقاله ابتدا یک سطح لغزش مرتبه کسری برای سیستم پایه و پیرو[۵] معرفی شده و سپس پایداری کنترل‌کننده پیشنهادی تحلیل گردیده و ادامه همگرایی خطا در مسئله همزمان‌سازی بررسی شده است. در مطالعه فوق که برای همزمان‌سازی دو سیستم انجام شده، می‌توان به برتری‌های زیر اشاره کرد:

- استفاده از سطح لغزش تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر کسری غیرخطی[۶] (NLFOPID) به‌جای سطح‌های لغزش مرسوم
- وجود تاخیرهای زمانی نامشخص
- نامشخص بودن کران‌های عدم قطعیت و اغتشاش

سپس با استفاده از تابع لیاپانوف مناسب و قواعد بروزرسانی، یک سیگنال کنترل استخراج شده که با تنظیم مناسب پارامترهای کنترل‌کننده می‌توان بر مسئله چترینگ غلبه کرد که این موضوع اهمیت زیادی در جهت پیاده‌سازی کنترل‌کننده پیشنهادی دارد. در مرجع‌های [۱۰]، [۱۳]، [۱۴]، [۱۵]، [۱۸] و [۱۹] که جدیدترین یافته‌های محققین پیرامون این پژوهش است، هیچکدام به‌طور همزمان موارد عدم قطعیت و اغتشاش با کران نامعلوم و همچنین تاخیر زمانی نامشخص بررسی نشده است، که در تحقیق حاضر به‌طور دقیق مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

ساختار مقاله در ادامه به این شرح است. محاسبات مقدماتی حسابان کسری در بخش دوم ارائه شده است. در بخش سوم معادلات توصیف‌کننده سیستم به همراه کران تعریف شده برای عدم قطعیت‌ها، اغتشاش و تاخیر زمانی ارائه شده است. سطح لغزش مبتنی بر تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر مرتبه کسری غیرخطی به همراه طراحی کنترل‌کننده تطبیقی در بخش چهارم معرفی شده است. در بخش پنجم تحلیل پایداری و قواعد به‌روز رسانی کنترل‌کننده تطبیقی بررسی شده است. نتایج شبیه‌سازی و نمایش سیستم همزمان‌سازی شده در بخش ششم ارائه شده و در بخش هفتم نتیجه‌گیری ارائه شده است.

۲- تعاریف پایه از مشتق مرتبه کسری

تعریف ۱- عملگر مشتق و انتگرال مرتبه کسری به‌صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود که در آن q یک عدد حقیقی است [۲۰].

$$D_t^q = \begin{cases} \frac{s^q}{dt^q} & q > 0 \\ 1 & q = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-q} & q < 0 \end{cases} \tag{۱}$$

تعریف ۲- انتگرال مرتبه کسری ریمان-لیوی[۷] از تابع f(t) به‌صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود که در آن t_0 زمان اولیه و $\Gamma(q)$ تابع گاما بوده و به‌صورت رابطه (۳) در نظر گرفته می‌شود [۲۱].

$${}_{t_0}I_t^q f(t) = \frac{1}{\Gamma(q)} \int_{t_0}^{t} \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-q}} d\tau \tag{۲}$$

$$\Gamma(q) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{q-1} d\tau \tag{۳}$$

تعریف ۳- فرض کنید $n\varepsilon N$ و $n-1<q\leq n$ باشد. مشتق مرتبه کسری ریمال-لیوویل[۸] از مرتبه q برای تابع f(t) زیر تعریف می‌شود [۲۱]:

$${}_{t_0}D_t^q f(t) = \frac{d^q f(t)}{dt^q} = \frac{1}{\Gamma(n-p)} \frac{d^n}{dt^n} \int_{t_0}^{t} \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{q-n+1}} d\tau \tag{۴}$$

مشتق مرتبه کسری ریمان-لیویل در رابطه (۴) ابتدا انتگرال‌گیری و سپس مشتق‌گیری انجام می‌شود، از این‌رو مشتق یک عدد ثابت در این تعریف برابر صفر نیست.

تعریف ۴- مشتق مرتبه کسری کاپتو[۹] از مرتبه q در تابع پیوسته f(t) به‌صورت زیر تعریف می‌شود به طوری‌که m اولین عدد صحیح بعد از q است [۲۱].

$${}_{t_0}D_t^q f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(m-q)} \int_{t_0}^{t} \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{q-m+1}} d\tau, & m-1 < q < m \\ \frac{d^m f(t)}{dt^m} & q = m \end{cases} \tag{۵}$$

لم ۱- اگر f(t) یک تابع ثابت و $q>0$ باشد، مشتق کاپتو[۱۰] در رابطه (۵) برای تابع f(t) به‌صورت زیر خواهد بود.

$$D^q f(t) = 0 \tag{۶}$$

تحلیل پایداری سیستم های مرتبه کسری با روش مستقیم لیاپانوف و تعیین شرایط لازم و کافی تضمین‌کننده پایداری با مفهوم میتاژ لفلر[۱۱] در مرجع [۲۲] ارائه شده و تحلیل پایداری بر اساس توابع لیاپانوف محدب برای سیستم‌های غیرخطی در مرجع [۲۳] بررسی شده است.

لم ۲- فرض کنید $h(t)\epsilon R$ یک تابع پیوسته و مشتق‌پذیر باشد [۲۳]. سپس برای $t\geq t_0$ رابطه (۷) برقرار است.

$$D^q h^2(t) \leq 2h(t) \cdot D^q h(t) \tag{۷}$$

لم ۳- فرض کنید $h(t)\epsilon R^n$ تابعی پیوسته و مشتق‌پذیر باشد [۲۳]. آنگاه برای $t\geq t_0$ داریم:

$$D^q h^T(t) \cdot h(t) \leq 2h^T(t) \cdot D^q h(t) \tag{۸}$$

قضیه ۱- فرض کنید $x=0$ نقطه تعادل سیستم مرتبه کسری رابطه (۵) و دامنه تعریف آن شامل مبدا باشد [۲۲]. همچنین V(t,x(t)) تابعی پیوسته و مشتق‌پذیر و لیپ شیتز[۱۲] نسبت به x روابط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} D^q x(t) = f(x,t) \\ a_1 \|x\|^a \le V(t,x(t)) \le a_2 \|x\|^{ab} \\ D^q V(t,x(t)) \le -a_3 \|x\|^{ab} \end{cases} \tag{۹}$$

که در آن $0<q<1$ و a_1، a_2 ، a_3، a و b ثابت‌های مثبت هستند. آنگاه نقطه تعادل $x=0$ پایدار به مفهوم میتاژ لفلر است.

تعریف ۵- تابع پیوسته $p:[0,\infty) \to [0,\infty)$ متعلق به کلاس K است اگر افزایشی بوده و $p(0)=0$ و $p(\infty)=\infty$ باشد.

قضیه ۲-فرض کنید $x=0$ نقطه تعادل سیستم مرتبه کسری رابطه (۵) است و شرط لیپشیتز که برای $f(x,t)$ برآورده شود، $q\epsilon(0,1)$ باشد [۲۲،۲۴]. اگر برای تابع لیاپانوف $V(t,x(t))$ و توابع δ_i کلاس K روابط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} \delta_1(\|x\|) \le V(t,x(t)) \le \delta_2(\|x\|) \\ D^q V(t,x(t)) \le -\delta_3(\|x\|) \end{cases} \tag{۱۰}$$

آنگاه، سیستم رابطه (۵) پایدار مجانبی به مفهوم میتاژ لفلر است.

قضیه ۳-برای سیستم مرتبه کسری رابطه (۵) و تابع لیاپانوف $V(x)$ خواهیم داشت [۲۵]:

$$D^q V(x) \le \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^T \cdot D^q x = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^T \cdot f(x,t) \tag{۱۱}$$

تعریف ۶- تابع تکه‌ای پیوسته $f(x,t)$ دارای شرط لیپ شیتز است اگر رابطه زیر برقرار باشد [۱۵]:

$$\|f(t,x) - f(t,y)\| \le \gamma_f \|x-y\|, \quad \forall x,y \in R^n \tag{۱۲}$$

که در آن γ_f ، ثابت لیپ شیتز نامیده می‌شود.

۳- معادلات توصیف‌کننده سیستم

در این بخش معادلات توصیف‌کننده یک کلاس از سیستم‌های آشوبی پایه-پیرو دارای عدم قطعیت همراه با تاخیر زمانی نامعین در حضور اغتشاش ناشناخته را معرفی می‌شود. دینامیک سیستم پایه پس از استاندارد سازی به فرم کانونیکال[۱۳] به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} D^q x_i = x_{i+1}, & 1 \le i \le n-1 \\ D^q x_n = \sigma_0^T x + f(x(t-\tau_1),t) + \Delta f(x(t),t) + d_1(t) \end{cases} \tag{۱۳}$$

معادلات سیستم پیرو نیز به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} D^q y_i = y_{i+1}, & 1 \le i \le n-1 \\ D^q y_n = \sigma_0^T y + g(y(t-\tau_1),t) + \Delta g(y(t),t) + d_2(t) + u(t) \end{cases} \tag{۱۴}$$

معادلات دیفرانسیل بیان شده به فرم‌های منطبق بر تعدادی از سیستم‌های شناخته شده آشوبی مانند: نوسان‌ساز وندرپل[۱۴]، نوسان‌ساز دافینگ[۱۵]، سیستم جنسیو-تسی[۱۶]، سیستم آرنئودو[۱۷] و غیره هستند [۲۱] و $x(t),y(t)\ \epsilon R^n$ حالت‌های دینامیک سیستم‌های پایه و پیرو هستند، σ_0^T معرف ضرایب ثابت در حالت‌های خطی سیستم و جمله‌های $f(x(t-\tau_1),t)$ و $g(y(t-\tau_2),t)$ متعلق به R توابع غیرخطی دارای زمان‌های تاخیر نامشخص با تاخیرهای τ_1 و τ_2 هستند و عبارت‌های $\Delta f(x(t),t)$ و $\Delta g(y(t),t)$ بیانگر عدم قطعیت‌های کران‌دار غیرخطی در سیستم‌های پایه و پیرو هستند. همچنین $d_1(t)$ و $d_2(t)$ بیان‌کننده اعوجاج های خارجی وارد شده به سیستم‌های پایه و پیرو و $u(t)$ قانون کنترل اعمال شده به سیستم پیرو است.

تعریف ۱- چنانچه برای سیستم‌های توصیف شده در رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) به ازای همه شرایط حاکم بر سیستم از جمله جمیع شرایط اولیه، عدم قطعیت‌ها و تاخیر زمانی نامشخص و همچنین اعوجاج خارجی شرط زیر برقرار باشد، آنگاه دو سیستم آشوبی همزمان هستند:

$$\lim_{t\to\infty}\left\|y_i(t)-x_i(t)\right\|=\lim_{t\to\infty}\left\|e_i(t)\right\|=0,\qquad i=1,\dots,n \tag{۱۵}$$

که در آن خطای همزمان سازی سیستم‌های پایه و پیرو با $e_i(t)$ معرفی شده است. معادلات دینامیکی توصیف‌کننده خطای همزمان سازی برای سیستم آشوبناک نامعین پایه و پیرو همراه با تاخیر زمانی ناشناخته که در رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) تشریح شده، به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} D^q e_i = e_{i+1}, & 1\le i\le n-1 \\ D^q e_n = \sigma_0^T(y-x)+g(y(t-\tau_2),t)+\Delta g(x(t),t)+d_2(t)-(f(x(t-\tau_1),t)+\Delta f(x(t),t)+d_1(t)+u(t)) & \end{cases} \tag{۱۶}$$

فرضیه ۱- اغتشاش‌های خارجی نامعین $d_1(t)$ و $d_2(t)$ و عدم قطعیت‌های غیرخطی کران‌دار نامعین $\Delta f(x(t),t)$ و $\Delta g(y(t),t)$ موجود در سیستم‌های پایه و پیرو رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) شرایط زیر را برآورده می‌کنند:

$$\begin{cases} \left\|\Delta f(x(t),t\right\|\le\beta_1\omega_1(x) \\ \left\|\Delta g(y(t),t\right\|\le\beta_2\omega_2(y) \\ \left\|d_1(t)\right\|\le\rho_1 \\ \left\|d_2(t)\right\|\le\rho_2. \end{cases} \tag{۱۷}$$

که در آن $\|\cdot\|$ بیان‌گر نرم l_1 است و ρ_1، ρ_2، β_1 و β_2 مقادیر ثابت مثبت حقیقی نامشخص و $\omega_1(.)$ و $\omega_2(.)$ تابعی مشخص و مثبت هستند.

فرضیه ۲- توابع غیرخطی $g(y(t-\tau_2),t)\epsilon R$ و $f(x(t-\tau_1),t)$ به ازای هر $x(t),y(t)\ \epsilon R$، شرایط لیپشیتز را برآورده می‌کنند:

$$\begin{cases} \left|f(x(t-\tau_1))-f(x(t-\hat{\tau}1))\right|\le l_1\left|\tau_1-\hat{\tau}1\right|=l_1\left|\tilde{\tau}1\right| \\ \left|g(y(t-\tau_2))-g(y(t-\hat{\tau}2))\right|\le l_2\left|\tau_2-\hat{\tau}2\right|=l_2\left|\tilde{\tau}2\right| \end{cases} \tag{۱۸}$$

به‌طوری‌که τ_1 و τ_2 متعلق به R بوده و بیان‌گر تاخیرهای زمانی نامشخص و تخمین تاخیرهای زمانی نامشخص l_1 و l_2 ثابت‌هایی لیپشیتز هستند. با توجه به اینکه متغیرهای حالت یک سیستم آشوبی توابعی کران‌دار و هموار هستند لذا خاصیت لیپ شیتز را دارند.

در این مقاله با طراحی یک کنترل‌کننده تطبیقی مقاوم و معرفی یک سطح لغزش تناسبی انتگرالی و مشتق‌گیر غیرخطی مرتبه کسری تمام حالت‌های سیستم به سمت صفحه لغزش هدایت شده و در آن نگه داشته می‌شود. علاوه بر آن کران عدم قطعیت‌ها و پارامترهای ناشناخته سیستم تخمین زده و بروزرسانی شود. در ادامه همزمان سازی مقاوم سیستم‌های آشوبی رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) در حضور اعوجاج‌های خارجی، عدم قطعیت‌های غیرخطی کران دار و تاخیرهای زمانی نامشخص موجود، به‌گونه‌ای انجام می‌شود که دینامیک‌های حالت سیستم پیرو منطبق بر رفتار دینامیک‌های سیستم پایه شوند و خطای تخمین پارامترهای ناشناخته در هر دو سیستم آشوبناک در هر شرایطی به سمت صفر میل کرده و پایداری مقاوم سیستم تضمین گردد.

۴- کنترل مود لغزشی مبتنی بر ساختار کنترل کننده‌های تناسبی، انتگرالی و مشتق‌گیر مرتبه کسری غیرخطی

در این بخش یک سطح لغزش PID مرتبه کسری غیرخطی برای همزمان‌سازی سیستم آشوبی دارای عدم‌قطعیت ناشناخته همراه با تاخیر زمانی که با کران ناشناخته رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) معرفی شده، اشاره می‌شود. با توجه به ساختار کنترل‌کننده PID مرتبه کسری غیرخطی NLFOPID معرفی شده در مرجع [۲۱] که ردیابی را بهبود می‌بخشد، سطح لغزشی مرتبه کسری به شرح زیر است:

$$s(t)=h(e).[k_p e_n(t)+T_i D^{-\lambda}\sum_{i=1}^{n}K_{1i}e_i+T_d D^{\delta}\sum_{i=1}^{n}k_{2i}e_i(t)$$

$$s(t)=h(e)\cdot\left[k_p e_n(t)+T_i D^{-\lambda}\sum_{i=1}^{n}k_{1i}e_i+T_d D^{\delta}\sum_{i=1}^{n}k_{2i}e_i(t)\right] \quad (۱۹)$$

که تابع غیرخطی h(e) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h(e)=k_0+(1-k_0)\|E(t)\|, \qquad k_0\in(0,1) \quad (۲۰)$$

و در آن $\|E\|$ نرم اول بردار حالت دینامیک خطای سیستم است و مطابق رابطه (۲۱)تعریف می‌شود. ضریب‌های T_i و T_d ثابت‌های زمانی جمله‌های انتگرال و مشتق‌گیر و پارامترهای k_{1i} و k_{2i} مقدارهای ثابت مثبت سطح لغزش بوده و به‌گونه‌ای تعیین می‌شوند که پایداری سیستم تضمین شود.

$$\|E(t)\|=\sum_{i=1}^{n}|e_i| \quad (۲۱)$$

اگر سیستم در حالت لغزشی باشد، دو شرط زیر باید برقرار باشد:

$$\begin{cases} s(t)=0 \\ D^q s(t)=0 \end{cases} \quad (۲۲)$$

جهت محاسبه مشتق مرتبه کسری سطح لغزش که در رابطه (۲۲) معرفی شده است، باید عبارت $D^q e_n$ از رابطه (۱۶) را در رابطه (۲۲) جای‌گذاری کرد. در این حالت رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} D^q s(t)=&(k_0k_pD^q e_n(t)+k_0T_iD^{q-\lambda}\sum_{i=1}^{n}k_{1i}e_i(t)+k_0T_dD^{q+\delta}\sum_{i=1}^{n}k_{2i}e_i(t)+(1-k_0)k_pD^q(\|E(t)\|e_n(t)) \\ &+(1-k_0)T_iD^q(\|E(t)\|D^{-\lambda}\sum_{i=1}^{n}k_{1i}e_i(t))+(1-k_0)T_dD^q(\|E(t)\|D^{\delta}\sum_{i=1}^{n}k_{2i}e_i(t)))=0 \end{aligned} \quad (۲۳)$$

$$\begin{aligned} D^q s(t)=&(k_0k_p(g(y(t-\tau_2),t)+\Delta g(x(t),t)+d_2(t)-(f(x(t-\tau_1),t)+\Delta f(x(t),t)+d_1(t))+\sigma_0^T\cdot E(t)+u(t)) \\ &+k_0T_iD^{q-\lambda}\sum_{i=1}^{n}k_{1i}e_i(t)+k_0T_dD^{q+\delta}\sum_{i=1}^{n}k_{2i}e_i(t)+(1-k_0)k_pD^q(\|E(t)\|e_n(t) \\ &+(1-k_0)T_iD^q(\|E(t)\|D^{-\lambda}\sum_{i=1}^{n}k_{1i}e_i(t))+(1-k_0)T_dD^q(\|E(t)\|D^{\delta}\sum_{i=1}^{n}k_{2i}e_i(t)))=0 \end{aligned} \quad (۲۴)$$

در این حالت سیگنال کنترلی به‌صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$\begin{aligned} u(t)=&\frac{-1}{k_0k_p}(k_0T_iD^{q-\lambda}\sum_{i=1}^{n}k_{1i}e_i(t)+k_0T_dD^{q+\delta}\sum_{i=1}^{n}k_{2i}e_i(t)+(1-k_0)k_pD^q(\|E(t)\|e_n(t)) \\ &+(1-k_0)T_iD^q(\|E(t)\|D^{-\lambda}\sum_{i=1}^{n}k_{1i}e_i(t))+(1-k_0)T_dD^q(\|E(t)\|D^{\delta}\sum_{i=1}^{n}k_{2i}e_i(t))+f(x(t-\hat{\tau}_1),t)-g(y(t-\hat{\tau}_2),t) \\ &-\sigma_0^TE(t)-bs+\bar{u}(t)+(1-k_0)T_dD^q(\|E(t)\|D^{\delta}\sum_{i=1}^{n}k_{2i}e_i(t))+f(x(t-\hat{\tau}_1),t)-g(y(t-\hat{\tau}_2),t)-\sigma_0^TE(t)-bs+\bar{u}(t) \end{aligned} \quad (۲۵)$$

عبارت $\bar{u}(t)$ در رابطه (۲۶) شامل جمله‌های حاصل از تخمین کران عدم‌قطعیت‌ها و اغتشاش‌ها و تاخیر زمانی با کران ناشناخته سیستم است که با استفاده از کنترل‌کننده تطبیقی که جزئیات آن در بخش بعد تشریح می‌گردد، به‌روزرسانی شده و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{u}(t)=-\mathrm{sgn}(s)\left[\beta_2\omega_2(y)+\beta_1\omega_1(x)+\hat{\rho}_2+\hat{\rho}_1\right] \quad (۲۶)$$

۵- تحلیل پایداری و قواعد به‌روزرسانی

در این بخش کنترل‌کننده تطبیقی مقاوم را با استفاده از سطح لعزشی مبتنی بر PID مرتبه کسری غیرخطی به‌گونه‌ای طراحی می‌شود که فرایند همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی فوق توسط رهیافت کنترلی پیشنهادی، تضمین گردد. در ادامه یک قضیه همراه با اثبات آن بیان می‌شود.

قضیه- همزمان‌سازی سیستم‌های بیان شده با رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) با وجود اغتشاش‌های d_1 و d_2 و عدم‌قطعیت‌های ناشناخته Δf و Δg همراه با تاخیر زمانی‌های نامعین τ_1 و τ_2 چنانچه کنترل‌کننده $u(t)$ مطابق رابطه (۲۷) و قواعد به‌روزرسانی تخمین پارامترهای سیستم مطابق رابطه (۲۸) است. قواعد بروزرسانی و تخمین پارامترها به‌صورت رابطه (۲۸) تعریف می‌گردد. در این صورت همگرایی خطای همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی به سمت صفر تضمین می‌گردد.

$$\begin{aligned} u(t) = & -g(y(t-\hat{\tau}_1)) + f(x(t-\hat{\tau}_2)) - \frac{1}{k_0 k_p}\Big(k_0 T_i D^{q-\lambda}\sum_{i=1}^{n} k_{1i}e_i(t) + k_0 T_d D^{q+\delta}\sum_{i=1}^{n} k_{2i}e_i(t) \\ & +(1-k_0)k_p D^q(\|E(t)\|e_n(t)) + (1-k_0)T_i D^q(\|E(t)\|D^{-\lambda}\sum_{i=1}^{n} k_{1i}e_i(t)) + (1-k_0)T_d D^q(\|E(t)\|D^{\delta}\sum_{i=1}^{n} k_{2i}e_i(t))\Big) \\ & -\sigma_0^T\cdot E(t) - bs - \operatorname{sgn}(s)(\beta_2\omega_2(y) + \beta_1\omega_1(x) + \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_1) \end{aligned} \quad (۲۷)$$

در رابطه (۲۷) پارامترهای سیگنال کنترل مطابق جدول (۱) تعریف شده است.

$$\begin{cases} D^q\tilde{\tau}_i = -l_i|s|\operatorname{sgn}(\tilde{\tau}_i) - b\tilde{\tau}_i \\ D^q\tilde{\rho}_i = -k_0 k_p|s| - b\tilde{\rho}_i, \\ D^q\beta_1 = -k_0 k_p|s|\omega_2(y) - b\beta_2, \\ D^q\beta_2 = -k_0 k_p|s|\omega_1(x) - b\beta_1 \end{cases} \quad (۲۸)$$

اثبات- برای اثبات قضیه فوق، تابع لیاپانوف مطابق رابطه (۲۹) در نظر گرفته می‌شود که مشتق آن در رابطه (۳۰) آمده است.

$$v(t) = \frac{1}{2}\left[s^2(t) + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \tilde{\tau}_1^2 + \tilde{\tau}_2^2 + \tilde{\rho}_1^2 + \tilde{\rho}_2^2\right] \quad (۲۹)$$

$$D^q v(t) = \frac{1}{2}D^q(s^2 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \tilde{\tau}_1^2 + \tilde{\tau}_2^2 + \tilde{\rho}_1^2 + \tilde{\rho}_2^2) \le s\cdot D^q s + \sum_{i=1}^{2}(\beta_i D^q\beta_i + \tilde{\tau}_i D^q\tilde{\tau}_i + \tilde{\rho}_i D^q\tilde{\rho}_i) \quad (۳۰)$$

با اعمال رابطه (۲۴) در رابطه (۳۰)، رابطه (۳۱) به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} D^q v(t) \le s\cdot\Big[& k_0 k_p(g(y(t-\tau_2),t) + \Delta g(x(t),t) + d_2(t) - (f(x(t-\tau_1),t) + \Delta f(x(t),t) + d_1(t)) + \sigma_0^T\cdot E(t) + u(t)) \\ & + k_0 T_i D^{q-\lambda}\sum_{i=1}^{n} k_{1i}e_i(t) + k_0 T_d D^{q+\delta}\sum_{i=1}^{n} k_{2i}e_i(t) + (1-k_0)k_p D^q(\|E(t)\|e_n(t)) \\ & + (1-k_0)T_i D^q(\|E(t)\|D^{-\lambda}\sum_{i=1}^{n} k_{1i}e_i(t)) + (1-k_0)T_d D^q(\|E(t)\|D^{\delta}\sum_{i=1}^{n} k_{2i}e_i(t))\Big] + \sum_{i=1}^{2}(\beta_i D^q\beta_i + \tilde{\tau}_i D^q\tilde{\tau}_i + \tilde{\rho}_i D^q\tilde{\rho}_i) \end{aligned} \quad (۳۱)$$

با جایگذاری قانون کنترل رابطه (۲۷) در رابطه (۳۱)، مشتق تابع لیاپانوف به‌صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} D^q v(t) \le s\cdot\Big[& k_0 k_p(g(y(t-\tau_2),t) + g(y(t-\hat{\tau}_2),t) + \Delta g(x(t),t) + d_2(t) + (f(x(t-\hat{\tau}_1),t) \\ & -(f(x(t-\tau_1),t) - \Delta f(x(t),t) - d_1(t) - bs - \operatorname{sgn}(s)\left[\beta_2\omega_2(y) + \beta_1\omega_1(x) + \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_1\right])\Big] + \sum_{i=1}^{2}(\beta_i D^q\beta_i + \tilde{\tau}_i D^q\tilde{\tau}_i + \tilde{\rho}_i D^q\tilde{\rho}_i) \end{aligned} \quad (۳۲)$$

Table (1): Symbols and their concepts

جدول (۱): نمادها و مفاهیم آن

نماد	مفهوم
$\hat{\rho}_1$	تخمین کران اغتشاشات ورودی در سیستم پایه
$\hat{\rho}_2$	تخمین کران اغتشاشات ورودی در سیستم پیرو
$\hat{\tau}_1$	تخمین تاخیر زمانی در سیستم پایه
$\hat{\tau}_2$	تخمین تاخیر زمانی در سیستم پیرو
$\hat{\beta}_1\omega_1$	تخمین کران عدم قطعیت در سیستم پایه
$\hat{\beta}_2\omega_2$	تخمین کران عدم قطعیت در سیستم پیرو

بنابراین:

$$\begin{aligned} D^q v(t) \le |s| \cdot \Big[& k_0 k_p \big(|g(y(t-\tau_2),t) + g(y(t-\hat{\tau}_2),t)| + |\Delta g(x(t),t)| \\ & + |f(x(t-\hat{\tau}_1),t) - (f(x(t-\tau_1),t)| - |\Delta f(x(t),t)| - |d_2(t) - d_1(t)| \big| \\ & - k_0 k_p b s^2 - k_0 k_p \operatorname{sgn}(s) s \left[\beta_2 \omega_2(y) + \beta_1 \omega_1(x) + \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_1 \right] \big) \Big] + \sum_{i=1}^{2} (\beta_i D^q \beta_i + \tilde{\tau}_i D^q \tilde{\tau}_i + \tilde{\rho}_i D^q \tilde{\rho}_i) \end{aligned} \tag{۳۳}$$

با استناد به فرض‌های بیان شده در رابطه‌های (۱۷) و (۱۸) در بخش سوم، رابطه (۳۳) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} D^q v(t) \le |s| \cdot \Big[& k_0 k_p (l_2 |\tau_2 - \hat{\tau}_2| + \beta_2 \omega_2(y) + l_1 |\tau_1 - \hat{\tau}_1| - \beta_1 \omega_1(x) + \rho_1 + \rho_2) \Big] - k_0 k_p b s^2 \\ & - k_0 k_p \operatorname{sgn}(s) s \left[\beta_2 \omega_2(y) + \beta_1 \omega_1(x) + \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_1 \right]) + \sum_{i=1}^{2} (\beta_i D^q \beta_i + \tilde{\tau}_i D^q \tilde{\tau}_i + \tilde{\rho}_i D^q \tilde{\rho}_i) \end{aligned} \tag{۳۴}$$

بنابراین برای مشتق تابع لیاپانوف رابطه (۳۵) برقرار است:

$$D^q v(t) \le |s| \left[k_0 k_p (l_1 |\tilde{\tau}_1| + \tilde{\beta}_2 \omega_2(y) + l_2 |\tilde{\tau}_2| - \beta_1 \omega_1(x) + \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_1) \right] - b s^2 + \sum_{i=1}^{2} (\beta_i D^q \beta_i + \tilde{\tau}_i D^q \tilde{\tau}_i + \tilde{\rho}_i D^q \tilde{\rho}_i) \tag{۳۵}$$

با جای‌گذاری قواعد به‌روزرسانی رابطه (۲۸) در رابطه (۳۵)، برای مشتق تابع لیاپانوف رابطه زیر برقرار است:

$$D^q v(t) \le -b(s^2 + \tilde{\beta}_1^2 + \tilde{\beta}_2^2 + \tilde{\tau}_1^2 + \tilde{\tau}_2^2 + \tilde{\rho}_1^2 + \tilde{\rho}_2^2) = -b v(t) \tag{۳۶}$$

که با توجه به قضیه‌های (۱) و (۲) بیان شده در قسمت دوم، پایداری مجانبی سیستم رابطه (۱۶) تضمین شده و لذا خطای همزمان‌سازی و خطاهای تخمین پارامتر به صفر همگرا می‌شوند.

۶- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش فرایند همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی دارای عدم‌قطعیت ناشناخته همراه با تاخیر زمانی نامعین مرتبه کسری با استفاده مکانیزم کنترلی پیشنهادی مبتنی بر کنترل‌کننده PID مرتبه کسری غیرخطی و با بهره‌مندی از کنترل‌کننده تطبیقی و قواعد به‌روزسانی که تخمین پارامترهای سیستم را برعهده دارند، بررسی و صحت آن ارزیابی شده است. برای این منظور از دو سیستم آشوبی جرک[۱۸] اصلاح شده که ویژگی‌های یاد شده را دارند استفاده شده است. معادله‌های حاکم بر سیستم پایه که به فرم کانونیکال است، به‌صورت زیر است [۱۵]:

$$\begin{cases} D^q x_1 = x_2 \\ D^q x_2 = x_3 \\ D^q x_3 = -\varepsilon_1 x_1(t) - x_2(t) - \varepsilon_2 x_3(t) + f_3(x_1(t-\tau_1),t) \end{cases} \tag{۳۷}$$

به‌طوری‌که ε_1 برابر ۱/۵، ε_2 برابر ۰/۳۵ و $f_3(x_1(t-\tau_1),t)$ تابع خطی تکه بوده و به شرح زیر است:

$$f_3(x_1(t-\tau_1),t) = \frac{1}{2}(v_0 - v_1)\left[|x_1(t-\tau_1)+1| - |x_1(t-\tau_1)-1| \right] + v_1 x_1(t-\tau_1) \tag{۳۸}$$

که در آن v_0 برابر ۲/۵- و v_1 برابر ۰/۵- است و رابطه زیر برقرار است:

$$v_0 < -1 < v_1 < 0$$

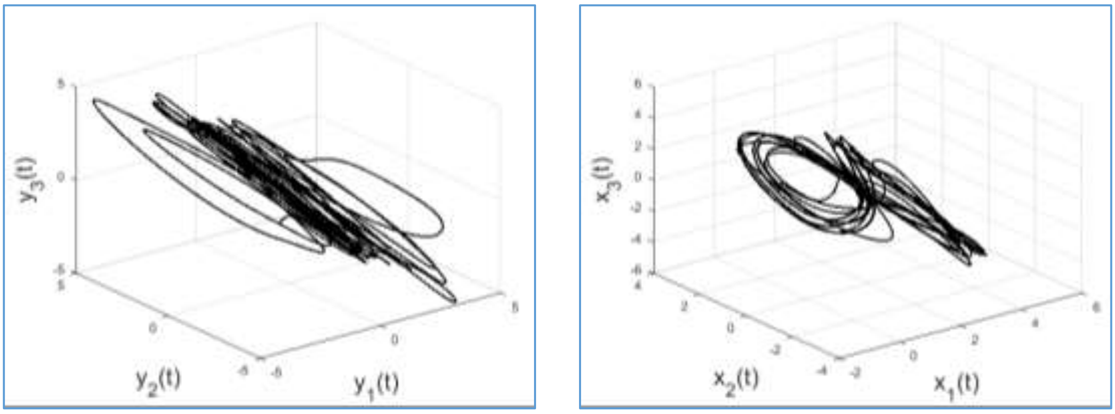
اگر شرایط اولیه مطابق رابطه زیر اننخاب شود، رفتار آشوبناک سیستم به‌صورت شکل (۱) خواهد شد.

$$(x_1(0); x_2(0); x_3(0))^T = (-0.5032; 2.8545; -1.37)^T$$

عدم‌قطعیت‌های کران‌دار سیستم پایه و پیرو به ترتیب مطابق رابطه‌های (۳۹) و (۴۰) منظور شده‌اند، لذا معادله‌های دینامیکی سیستم پایه و پیرو مطابق رابطه‌های (۴۱) و (۴۲) خواهد شد.

$$\Delta f(x(t),t) = 0.3 \sin(4x_1(t) + x_2(t) - x_3(t)) \tag{۳۹}$$

$$\Delta g(y(t),t) = 0.2 \sin(y_1(t) + 2y_2(t) - y_3(t)) \tag{۴۰}$$



(ب) نمودار فاز سه بعدی سیستم پیرو (الف) نمودار فاز سه بعدی سیستم پایه

شکل (۱): رفتار آشوبی سیستم های پایه و پیرو مرتبه کسری جرک بدون کنترل‌کننده

Figure (1): Chaotic behavior of master and slave fractional order of jerk systems without controller, a) Three-dimensional phase diagram of the master system, b) Three-dimensional phase diagram of the slave system.

$$\begin{cases} D^q x_1 = x_2 \\ D^q x_2 = x_3 \\ D^q x_3 = -\varepsilon_1 x_1(t) - x_2(t) - \varepsilon_2 x_3(t) + f_3(x_1(t-\tau_1),t) + \Delta f(x(t),t) + d_1(t) \end{cases} \quad (۴۱)$$

دینامیک سیستم پیرو از معادله‌های زیر پیروری می‌کند:

$$\begin{cases} D^q y_1 = y_2 \\ D^q y_2 = y_3 \\ D^q y_3 = -\varepsilon_1 y_1(t) - y_2(t) - \varepsilon_2 y_3(t) + g_3(y_1(t-\tau_2),t) + \Delta g(y(t),t) + d_2(t) + u(t) \end{cases} \quad (۴۲)$$

به‌طوری‌که جمله‌های غیرخطی در سیستم پیرو به‌صورت زیر است:

$$g_3(y_1(t-\tau_2),t) = \frac{1}{2}(v_0 - v_1)\left[\left|y_1(t-\tau_2)+1\right| - \left|y_1(t-\tau_2)-1\right|\right] + v_1 y_1(t-\tau_2) \quad (۴۳)$$

بر اساس دینامیک سیستم‌های پایه و پیرو که در رابطه‌های (۴۱) و (۴۲) توصیف شده است، خطای همزمان‌سازی به‌صورت زیر معرفی می‌گردد:

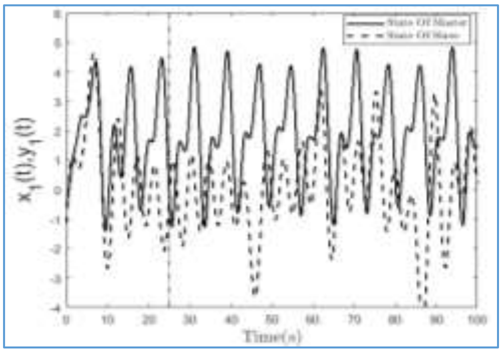
$$\begin{cases} D^q e_i = e_{i+1} \\ D^q e_n = \sigma_0^T \cdot e(t) + g(y(t-\tau_2),t) + \Delta g(y(t),t) + d_2(t) - f(x_1(t-\tau_1)) - \Delta f(x(t),t) - d_1(t) + u(t) \end{cases} \quad (۴۴)$$

بر این اساس دینامیک خطا برای سیستم آشوبی جرک به‌صورت است:

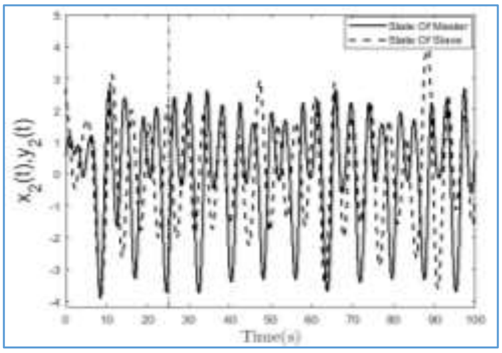
$$\begin{cases} D^q e_1 = e_2 \\ D^q e_2 = e_3 \\ D^q e_3 = -\varepsilon_1 e_1(t) - e_2(t) - \varepsilon_2 e_3(t) - g(y_1(t-\tau_2)) + f(x_1(t-\tau_1)) + \Delta g(y(t),t) - \Delta f(x(t),t) + d_2(t) - d_1(t) + u(t) \end{cases} \quad (۴۵)$$

در این مرحله سیگنال کنترلی که با تلفیق سطح لغزش مبتنی بر ساختار کنترل‌کننده‌های PID مرتبه کسری غیرخطی طراحی شده و در رابطه (۲۷) توصیف شده است، به سیستم پیرو اعمال می‌شود.

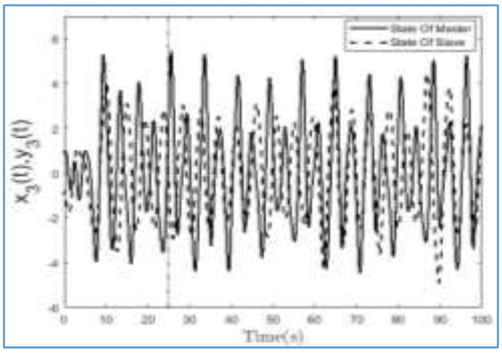
در این مقاله شبیه‌سازی‌ها به مدت ۱۰۰ ثانیه اانجام شده و نمودار قاز سیستم پایه و پیرو در فضای سه بعدی در شکل (۱) نمایش داده شده است. در شکل (۲) رفتار حالت‌های سیستم پایه و پیرو بدون اعمال کنترل‌کننده ترسیم شده است. خطای همزمان‌سازی سیستم پایه و پیرو با استفاده از مکانیزم پیشنهادی در شکل (۳) نشان داده شده است. سیگنال کنترل مبتنی بر روش پیشنهاد شده در تصویر (۴) نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، کنترل‌کننده پیشنهاد شده قابلیت پیاده‌سازی را دارد. سیگنال کنترلی فاقد پدیده چترینگ بوده و همچنین از حد اشباع ۲۴ ولت، رعایت شده است.



(الف) رفتار حالت اول سیستم پایه و پیرو



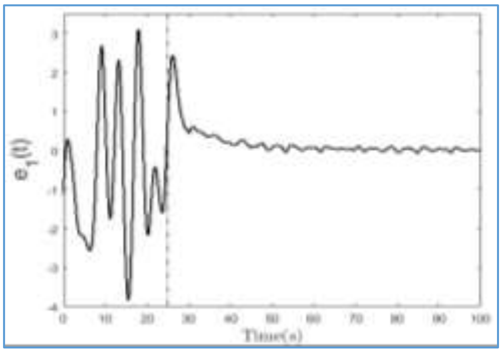
(ب) رفتار حالت دوم سیستم پایه و پیرو



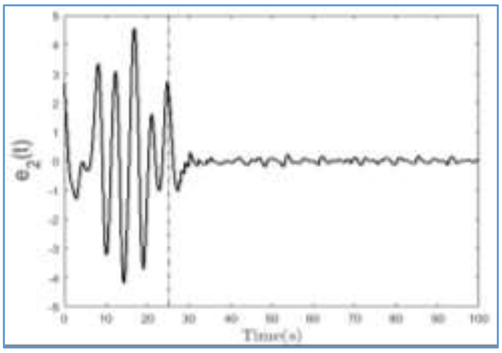
(ج) رفتار حالت سوم سیستم پایه و پیرو

شکل (۲): رفتار حالت‌سیستم های پایه و پیرو بدون کنترل‌کننده

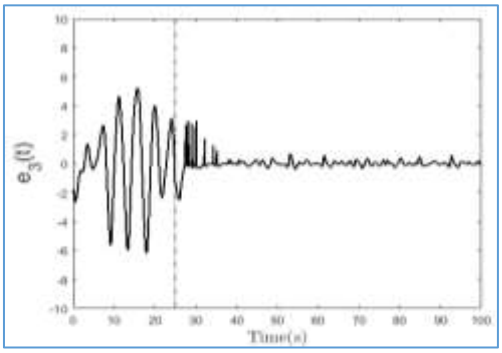
Figure (2): Behavior of master and slave state systems without controller, a) First state behavior of master and slave system, b) Second state behavior of master and slave system, c) Third state behavior of master and slave system.



(الف) خطای همزمان سازی حالت اول سیستم های پایه و پیرو



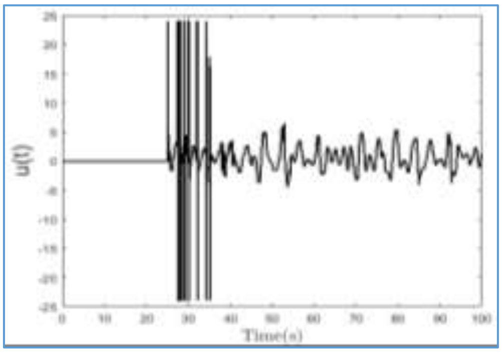
(ب) خطای همزمان سازی حالت دوم سیستم های پایه و پیرو



(ج) خطای همزمان سازی حالت سوم سیستم های پایه و پیرو

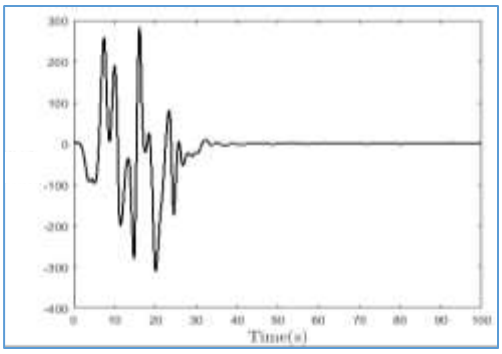
شکل (۳): خطای همزمان‌سازی سیستم‌های پایه و پیرو با استفاده از مکانیزم پیشنهادی و اعمال سیگنال کنترل در لحظه ۲۵ ثانیه

Figure (3): Synchronization error of master and slave systems using the proposed mechanism and applying control signal at the time t=25, a) Synchronization error of the first state of master and slave systems, b) Synchronization error of the second state of master and slave systems, c) Synchronization error of the third state of master and slave systems.

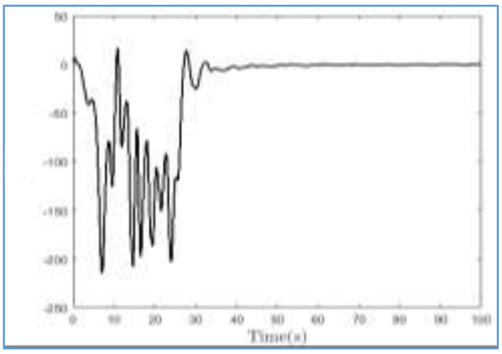


شکل (۴): سیگنال کنترلی مبتنی بر مکانیزم پیشنهادی

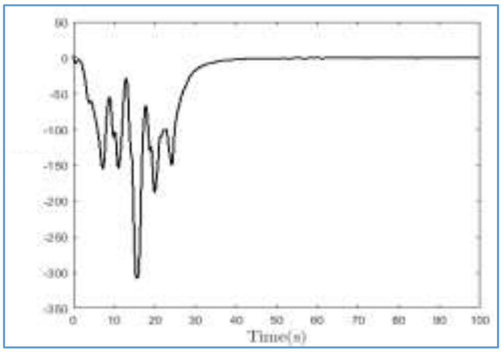
Figure (4): Control signal based on the proposed mechanism



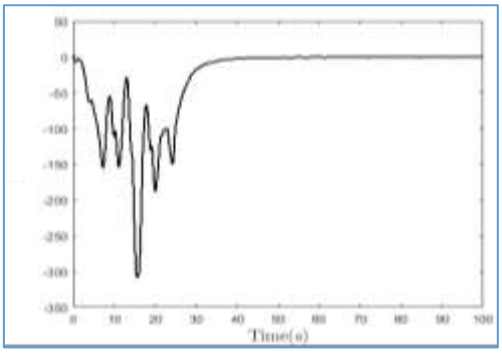
(الف) خطای تخمین کران عدم قطعیت در سیستم پایه



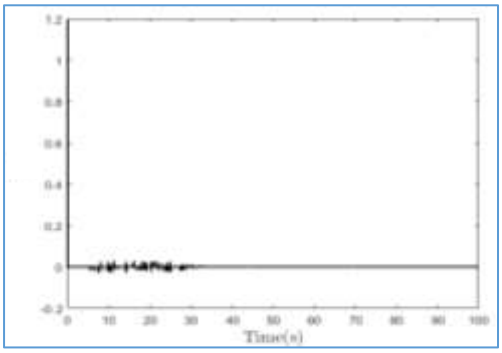
(ب) خطای تخمین کران عدم قطعیت در سیستم پیرو



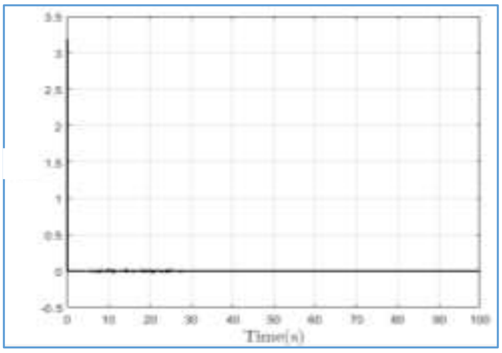
(ج) خطای تخمین کران اغتشاش در سیستم پایه



(د) خطای تخمین کران اغتشاش در سیستم پیرو



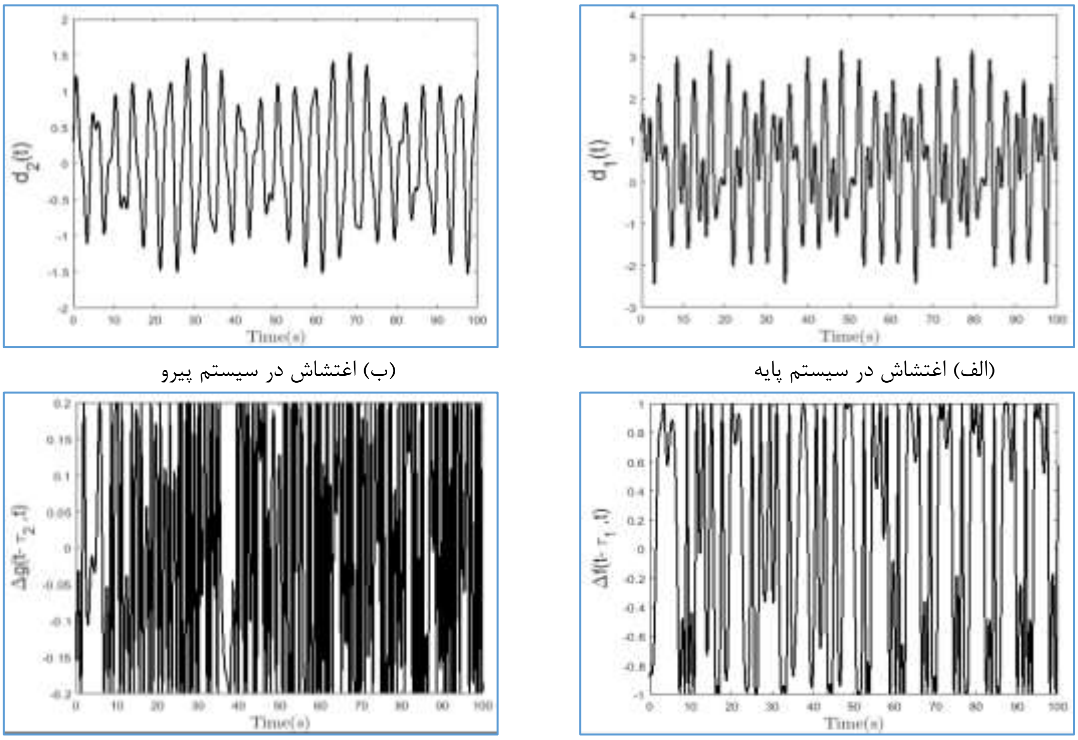
(ه) خطای تخمین تاخیر زمانی در سیستم پایه



(و) خطای تخمین تاخیر زمانی در سیستم پیرو

شکل (۵): خطای تخمین کران‌ها عدم قطعیت، اغتشاشات و تاخیرهای زمانی

Figure (5): Estimation error of uncertainty, disturbance bounds and time delays, a) Uncertainty limit estimation error in master system, b) Uncertainty limit estimation error in slave system, c) Estimation error of disturbance limit in master system, d) Estimation error of disturbance limit in slave system, e) Time delay estimation error in master system, f) Time delay estimation error in slave system.



(الف) اغتشاش در سیستم پایه

(ب) اغتشاش در سیستم پیرو

(ج) عدم قطعیت سیستم پایه

(ج) عدم قطعیت سیستم پیرو

شکل (۶): عدم قطعیت ها و اغتشاشات اعمال شده به سیستم های پایه و پیرو

Figure (6): Uncertainties and disturbances applied to master and slave systems, a) Disturbance in the master system, b) Disturbance in the slave system, c) Uncertainty in the master system, d) Uncertainty in the slave system

در این طرح ضرایب کنترل کننده k_{11} و k_{22} برابر ۱۰ و k_{21} و k_{12} برابر ۲۰ انتخاب شده است. همچنین بهره و ثابت‌های زمانی سطح لغزش تنااسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر مرتبه کسری غیرخطی به‌صورت k_p برابر ۱/۵، T_i برابر ۰/۷۵ و T_d برابر ۰/۵ است.. مرتبه کسری بخش انتگرالی و مشتق‌گیر سطح لغزش به‌صورت δ برابر ۰/۴ و λ برابر ۰/۷۵ تعریف شده است. پارامترهای کنترل‌کننده مقاوم پیشنهاد شده به‌صورت b برابر ۲ است. تاخیرهای زمانی نامعین سیستم به‌صورت τ_1 برابر ۰/۵ و τ_2 برابر ۰/۳ هستند. تاخیر زمانی سیستم پایه در لحظه ۴۰ ثانیه به مقدار τ_1 برابر ۰/۵۸ و تاخیر زمانی سیستم پیرو در لحظه ۵۰ ثانیه به مقدار τ_2 برابر ۰/۴۵ تغییر می‌کند. خطای تخمین کران‌ها عدم قطعیت، اغتشاشات و تاخیر زمانی در شکل (۵) نشان داده شده است. در شکل (۶) عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات اعمال شده به سیستم پایه و پیرو نمایش داده شده است. اغتشاشات ناشناخته به هر دو سیستم به‌صورت زیر اعمال شده است:

$$\begin{cases} d_1(t)=0.8\sin^2 2t+1.2\cos 3t+1.6\sin 1.3t \\ d_2(t)=\sin 1.4t+0.3\sin \pi t+0.3\cos\frac{\pi t}{2} \end{cases} \quad (۴۶)$$

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله با ارائه یک رهیافت کنترلی مود لغزشی تطبیقی جدید، همزمان‌سازی مقاوم یک کلاس از سیستم‌های آشوبی مرتبه کسری دارای عدم‌قطعیت، اعوجاج‌های خارجی و پارامترهای ناشناخته مانند تاخیر زمانی نامشخص مورد مطالعه قرار گرفته است. در مکانیزم کنترل مقاوم پیشنهادی، ابتدا یک سطح لغزش مرتبه کسری غیرخطی مبتنی بر ساختار کنترل‌کننده‌های تناسبی، انتگرالی و مشتق‌گیر مرتبه کسری پیشنهاد شده است. سپس جهت تخمین پارامترهای نامعین سیستم از جمله عدم‌قطعیت با کران نامشخص، عدم‌قطعیت با کران نامعلوم و تاخیر زمانی با کران ناشناخته و استفاده از تئوری لیاپانوف و شرایط لیب‌شیتز موجود در سیستم‌های آشوبی، قواعد تطبیق تعیین و نهایتا پایداری سیستم کنترلی مقاوم پیشنهادی اثبات شده است. فرایند همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی جرک مرتبه کسری با ویژگی‌های بیان شده از جمله عدم قطعیت‌ها و تاخیرهای زمانی نامشخص

مبتنی بر مکانیزم کنترلی پیشنهادی، توسط نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی و نتایج حاصله بیان‌گر توانمندی و عملکرد مطلوب رهیافت پیشنهادی در همزمان‌سازی مقاوم سیستم‌های مذکور است.

References

مراجع

[1] E.N. Lorenz, "Deterministic nonperiodic flow", Journal of Atmospheric Sciences, vol. 20, no. 2, pp. 130-141, March. 1963 (doi: 10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2)

[2] G. Chen, T. Ueta, "Yet another chaotic attractor", International Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 9, no. 7, pp. 1465-1466, 1999 (doi: 10.1142/S0218127499001024).

[3] J. LÜ, G. Chen, "A new chaotic attractor coined", International Journal of Bifurcation and chaos, vol. 12, no. 03, pp. 659-661, Jan. 2002 (doi: 10.1142/s0218127402004620)

[4] C. Liu, T. Liu, L. Liu, K. Liu, "A new chaotic attractor chaos", Solitons and Fractals, vol. 22, no. 5, pp. 1031-1038, Dec. 2004 (doi: 10.1016/j.chaos.2004.02.060).

[5] F. Arran, B. Dumitru, H.M. Srivastava, "Series representations for fractional-calculus operators involving generalised Mittag-Leffler functions", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 67, pp. 517-527, Feb. 2019 (doi: 10.1016/j.cnsns.2018.07.035).

[6] J. Zhang, F. Goo, Y. Chen, Y. Zou, "Parameter identification of fractional-order chaotic system based on chemical reaction optimization", Proceedings of ICMSS, pp. 217-222, Wuhan China, Jan. 2018 (doi: 10.11-45/3180374.3181323).

[7] C. Ionescu, A. Lopes, D. Copot, J.A.T. Machado, J.H. Bates, "The role of fractional calculus in modeling biological phenomena: A review", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 51, pp. 141-159, Oct. 2017 (doi: 10.1016/j.cnsns.2017.04.001).

[8] J.D. Morcillo, D. Burbano, F. Angulo, "Adaptive ramp technique for controlling chaos and subharmonic oscillations in dc–dc power converters", IEEE Trans. on Power Electronics, vol. 31, no. 7, pp. 5330-5343, July 2016 (doi: 10.1109/TPEL.2015.2487269).

[9] R. Caponetto, F. Matera, E. Murgano, E. Privitera, M.G. Xibilia, "Fuel cell fractional-order model via electrochemical impedance spectroscopy", Fractal and Fractional, pp. 1-21, vol. 5, no. 1, Mar. 2021 (doi: 10.3390/fractalfract5010021).

[10] R.G. Li, H.N. Wu, "Secure communication on fractional-order chaotic systems via adaptive sliding mode control with teaching–learning–feedback-based optimization", Nonlinear Dynamics, vol. 95, no. 2, pp. 1221-1243, Nov. 2018 (doi: 10.1007/s11071-018-4625-z).

[11] Y. Lu, M. Gong, L. Cao, Z. Gan, X. Chai, A. Li, "Exploiting 3D fractal cube and chaos for effective multi-image compression and encryption", Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences, vol. 35, no. 3, pp. 37-58, March 2023 (doi: 10.1016/j.jksuci.2023.02.004).

[12] F.B.M. Duarte, J.A.T. Machado, "Chaotic phenomena and fractional-order dynamics in the trajectory control of redundant manipulators", Nonlinear Dynamics, vol. 29, no. 1, pp. 315-342, July 2002 (doi: 10.1023/A:1016559314798).

[13] I. Petráš, "Fractional-order nonlinear controllers: Design and implementation notes", Proceeding of the IEEE/ICCC, pp. 579-583, Slovakia, June 2016 (doi: 10.1109/CarpathianCC.2016.7501163).

[14] S.Z. Mirrezapour, A. Zare. M. Hallaji, "A new fractional sliding mode controller based on nonlinear fractional-order proportional integral derivative controller structure to synchronize fractional-order chaotic systems with uncertainty and disturbances", Journal of Vibration and Control, vol. 28, pp. 773-785, Jan. 2021 (doi: 10.1177/1077546320982453).

[15] A. Zare, S.Z. Mirrezapour, M. Hallaji, A. Shoeibi, M. Jafari, N. Ghassemi, R. Alizadehsani, A. Mosavi, "Robust adaptive synchronization of a class of uncertain chaotic systems with unknown time-delay", Applied Sciences, vol. 10, no. 24, Article Number: 8875, Dec. 2020 (doi: 10.3390/app10248875).

[16] S. Mohammadpour, T. Binazadeh, "Robust observer-based synchronization of unified chaotic systems in the presence of dead-zone nonlinearity input, Journal of Control", Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers (ISICE), vol. 11, no. 4, pp. 25-36, Winter 2018 (doi: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6).

[17] A. Modiri, S. Mobayen, "Adaptive terminal sliding mode control scheme for synchronization of fractional-order uncertain chaotic systems", ISA Transactions, vol. 105, pp. 33–50, Oct. 2020 (doi: 10.1016/j.isatra.202-0.05.039).

[18] Y. Chen, C. Tang, M. Roohi, "Design of a model-free adaptive sliding mode control to synchronize chaotic fractional-order systems with input saturation: An application in secure communications", Journal of the Franklin Institute, vol. 358, no. 16, pp. 8109–8137, Oct. 2021 (doi: 10.1016/j.jfranklin.2021.08.007).

[19] J. Mostafaee, S. Mobayen, B. Vaseghi, M. Vahedi, "Dynamical analysis and finite-time fast synchronization of a novel autonomous hyper-chaotic system", Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 12, no. 47, pp. 89-109, Dec. 2021 (dor: 20.1001.1.23223871.1400.12.3.6.6).
[20] M.P. Aghababa, "Finite-time chaos control and synchronization of fractional order nonautonomous chaotic (hyperchaotic) systems using fractional nonsingular terminal sliding mode technique", Nonlinear Dynamics, vol. 69, no. 1, pp. 247–261, Nov. 2012 (doi: 10.1007/s11071-011-0261-6).
[21] M. Rasouli, A. Zare, M. Halaji, R. Alizadehsani, "The synchronization of a class of time-delayed chaotic systems using sliding mode control based on a fractional-order nonlinear PID sliding surface and its application in secure communication", Axioms, vol. 11, no. 12, pp. 738-755, Dec. 2022 (doi: 10.3390/axioms11120738).
[22] W. Chen, H. Dai, Y. Song, Z. Zhang, "Convex lyapunov functions for stability analysis of fractional order systems", IET Control Theory, vol. 11, no. 1, pp. 1070-1074, Apr. 2017 (doi: 10.1049/iet-cta.2016.0950).
[23] N. Aguila-Camacho, M.A. Duarte-Mermoud, J.A. Gallegos, "Lyapunov functions for fractional order systems", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 19, no. 9, pp. 2951-2957, Sept. 2014 (doi: 10.1016/j.cnsns.2014.01.022).
[24] A.K. Javan, A. Zare, R. Alizadehsani, "Multi-state synchronization of chaotic systems with distributed fractional order derivatives and its application in secure communications", Big Data and Cognitive Computing, vol. 6, no. 3, Article Number: 82, July 2022 (doi: 10.3390/bdcc6030082).
[25] X. Chen, J.H. Park, J. Cao, J. Qiua, "Sliding mode synchronization of multiple chaotic systems with uncertainties and disturbances", Applied Mathematics and Computation, vol. 308, pp. 161-173, Sept. 2017 (doi: 10.1016/j.amc.2017.03.032).

زیرنویس‌ها

1. Liu system
2. Lu system
3. Slave system
4. Adaptive terminal sliding mode control
5. Master slave System
6. Non-linear fractional order proportional integral derivative
7. Riman-livi
8. Riemann-Liouville
9. Capto's fractional order derivative
10. Capto derivative
11. Mittag-Leffler
12. Lipschitz
13. Canonical form
14. Oscillator van der pol
15. Duffing’s oscillator
16. Genesio-Tesi’s system
17. Arneodo’s system
18. Jerk