فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال هشتم/ شماره سی‌ام/ تابستان ۱۳۹۸

کاربرد حرکت براونی هندسی در پیش‌بینی قیمت طلا و نرخ ارز

حجت‌الله صادقی
استادیار گروه حسابداری و مدیریت مالی دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری دانشگاه یزد
sadeqi@yazd.ac.ir

محمداسماعیل فدایی‌نژاد
دانشیار گروه مدیریت مالی دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه شهید بهشتی
m-fadaei@sbu.ac.ir

علیرضا ورزیده
دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت مالی دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری دانشگاه یزد (نویسنده مسئول)
alireza968@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۵/۰۸ تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۸/۲۳

چکیده

متغیرهایی مانند نرخ طلا و ارز دارای اهمیت زیادی برای فعالان اقتصادی هستند و هدف پژوهش حاضر پیش‌بینی نرخ دلار آمریکا و قیمت سکه طلا در بازار آزاد ایران تعیین شده است. پیش‌بینی مذکور توسط مدل حرکت براونی هندسی صورت پذیرفت و داده‌های پژوهش در بازه زمانی ابتدای سال ۱۳۹۲ تا انتهای سال ۱۳۹۵ جمع‌آوری و تحلیل گردید. همچنین پیش‌بینی برای هر کدام از سری‌های زمانی تحت مطالعه، در افق‌های مختلف پیش‌بینی شامل دوره زمانی ۷، ۱۴، ۲۱، ۳۰، ۶۰، ۹۰، ۱۸۰ و ۳۶۰ روزه انجام گرفت. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که مدل حرکت براونی هندسی مطابق با معیار میانگین قدر مطلق درصد خطا می‌تواند قیمت‌ها را با صحت بالا شبیه‌سازی نماید. از دیگر نتایج به دست آمده از پژوهش حاضر این است که با توجه به ده معیار متفاوت صحت پیش‌بینی، مشخص می‌شود که با افزایش افق زمانی پیش‌بینی توانایی مدل GBM در انجام شبیه‌سازی کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: معادلات دیفرانسیل تصادفی؛ حرکت براونی هندسی؛ فرآیند وینر؛ پیش‌بینی نرخ ارز؛ پیش‌بینی قیمت سکه طلا.

۱- مقدمه

مسائل مرتبط با پیش‌بینی همواره از اهمیت زیادی برای فعالین اقتصادی، سرمایه‌گذاران و سیاست‌گذاران کلان اقتصادی کشورها برخوردار است. همچنین مدل‌هایی که برای شبیه‌سازی و پیش‌بینی متغیرهای مختلف اقتصادی مورد استفاده قرار می‌گیرند نیز از اهمیت فراوانی برخوردار هستند، به گونه‌ای که استفاده از مدل‌های مختلف می‌تواند منجر به پیش‌بینی‌هایی با صحت متفاوت گردند. یکی از متغیرهای اقتصادی که در کشور ما اهمیت فراوانی دارد، نرخ ارز می‌باشد که این عامل می‌تواند بیان کننده شرایط داخلی اقتصادی کشورها بوده و در نتیجه تغییرات قیمت آن می‌تواند حاوی پیام‌های مهمی برای سرمایه‌گذاران و سیاست‌گذاران اقتصادی کشور باشد. از سوی دیگر یکی از دارایی‌هایی که در شرایط مختلف اقتصادی مورد توجه سرمایه‌گذاران قرار می‌گیرد سکه طلای بهار آزادی است که با اهداف مختلفی از قبیل حفظ ارزش پول، سرمایه‌گذاری و یا به عنوان کالای مصرفی توسط آحاد مختلف جامعه مورد داد و ستد قرار می‌گیرد.

در پژوهش حاضر هدف بر آن است تا با استفاده از مدل حرکت براونی هندسی[1] که یکی از مدل‌های مبتنی بر معادلات دیفرانسیل تصادفی می‌باشد، اقدام به شبیه‌سازی و پیش‌بینی نرخ دلار آمریکا و قیمت سکه طلای تمام بهار آزادی گردد. از جمله مزایای حرکت براونی هندسی می‌توان به سادگی آن اشاره کرد. در این مدل تخمین پارامترها به آسانی انجام می‌پذیرد و بر خلاف بسیاری از مدل‌های دیگر نیازی به حجم زیادی از داده وجود نخواهد داشت علاوه بر این، مدل GBM در عین سادگی با لحاظ نمودن جزء تصادفی در خود می‌تواند پیش‌بینی متغیرهای تصادفی را که شبیه‌سازی آنان با مشکلات بیشتری رو به است، به خوبی انجام دهد. با توجه به پیشینه پژوهش و مواردی که در بخش‌های بعد ذکر خواهد شد، در پژوهش حاضر دو هدف پیگیری می‌شود. نخست این که با استفاده از مدل حرکت براونی هندسی اقدام به پیش‌بینی نرخ ارز و سکه طلای بهار آزادی گردد و دوم این که توانایی این مدل جهت شبیه‌سازی افق‌های مختلف پیش‌بینی مورد آزمون قرار گیرد. در صورتی که بتوان از مدل حرکت براونی هندسی جهت شبیه‌سازی این دو متغیر مالی و اقتصادی استفاده نمود، نتایج حاصل از پژوهش حاضر می‌تواند به سرمایه‌گذاران و تصمیم‌گیران اقتصادی کشور، کمک نماید. در بخش‌های بعد ابتدا به بررسی مبانی نظری تحقیق و مدل‌های ریاضی پرداخته خواهد شد و در ادامه برخی تحقیقات انجام شده مرتبط با تحقیق حاضر به همراه نتایج آنها ذکر می‌گردد. پس از آن در بخش روش پژوهش مواردی از قبیل نوآوری‌های تحقیق، مدل کلی پژوهش، روش اجرا و به کارگیری مدل، جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز تحقیق و معیارهای مورد استفاده جهت قضاوت در مورد پیش‌بینی انجام شده توسط مدل GBM ذکر می‌گردد سپس نتایج و یافته‌های حاصل از تحقیق ارائه و تحلیل می‌شود و در نهایت خلاصه‌ای از آنچه در پژوهش حاضر انجام گرفته است بیان خواهد شد و پیشنهادهایی جهت مطالعات آتی ارائه می‌گردد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

یکی از بخش‌های مهم در یک پژوهش، بیان مفاهیم نظری پژوهش است لذا در این بخش به بیان مفاهیم نظری معادلات دیفرانسیل تصادفی و حرکت براونی هندسی و روابط ریاضی آن پرداخته می‌شود.

معادلات دیفرانسیل تصادفی

تغییرات پیوسته متغیر در طول زمان را با معادلات دیفرانسیل نشان می دهند و معادله‌ای که با مجاز دانستن رفتار تصادفی در ضرایب یک معادله دیفرانسیل به دست می‌آید، یک معادله دیفرانسیل تصادفی نامیده می‌شود (طیبی و همکاران، ۱۳۹۲). در واقع معادله دیفرانسیل تصادفی معادله دیفرانسیلی است که در آن یک یا چند بخش، یک فرآیند تصادفی هستند و بنابراین منجر به ایجاد راه حلی برای جواب مسئله می‌شوند که آن هم به نوبه خود یک فرآیند تصادفی است (یاداو و همکاران، ۲۰۱۵، ص ۲).

حرکت براونی هندسی

علوم مرتبط با مسائل مالی و اقتصادی به عنوان یکی از شاخه‌های علوم انسانی از جهات بسیاری با ریاضیات و مدل‌های کمی ارتباط دارند. همچنین بسیاری از کمیت‌های مالی، متغیرهایی تصادفی هستند (نیسی و پیمانی، ۱۳۹۳). در ادامه به تعریف مدل حرکت براونی هندسی و بیان روابط ریاضی آن پرداخته می‌شود.

حرکت براونی هندسی یا حرکت براونی نمایی، فرآیند تصادفی زمان پیوسته‌ای[۲] است که در آن لگاریتم مقادیر مختلف تصادفی، از یک حرکت براونی یا فرآیند وینر پیروی می‌کند (مککون،۲۰۱۲، ص ۵۸۵) از سوی دیگر فرآیند تصادفی نیز به مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی اطلاق می‌شود که در آن متغیرهای تصادفی به زمان وابسته هستند. به عبارت دیگر می‌توان گفت که مجموعه $\{X_t\}_{t\in T}$ که شامل متغیرهای تصادفی است یک فرآیند تصادفی را تعریف می‌کند. همچنین متغیر $t \in T$ پارامتری است که زمان نامیده می‌شود (نیل، ۱۹۹۴). از سویی فرایندی که در آن مقادیر یک متغیر تصادفی در آینده تنها به مقدار کنونی آن وابسته بوده و به مسیر رسیدن به مقدار فعلی آن بستگی ندارد را فرآیند مارکوف می‌گویند و از این جهت مدل حرکت براونی هندسی نیز از لحاظ فنی یک فرآیند مارکوف محسوب می‌شود (راعی و فلاح طلب، ۱۳۹۲) و همان فرآیندی است که بلک، شولز و مرتون در مدل‌سازی قیمت اوراق مشتقه به کار گرفته‌اند و آن را به عنوان معادله دیفرانسیل تصادفی حاکم بر رفتار قیمت دارایی پایه در نظر می‌گیرند (نیسی و پیمانی، ۱۳۹۳). معادله کلی مدل حرکت براونی هندسی به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW \qquad (۱-۰)$$

که در آن $\boldsymbol{S}$ مقدار متغیر تحت بررسی است و W نشاندهنده جزء تصادفی مدل یا حرکت براونی است که به آن فرآیند وینر نیز می‌گویند. همچنین $\boldsymbol{\mu}$ و $\boldsymbol{\sigma}$ پارامترهای مدل هستند که در بخش‌های بعد روش برآورد آنها توضیح داده خواهد شد.

مطابق برندیمارت[۳] (۲۰۰۶)، جهت حل معادله دیفرانسیل تصادفی حرکت براونی هندسی از لم ایتو استفاده خواهد شد. فرآیند ایتو برای متغیری مانند X_t به صورت معادله دیفرانسیل تصادفی ۲-۲ تعریف می‌شود:

$$dX = a(X,t)dt + b(X,t)dW \qquad (۲-۰)$$

که در آن W همان فرآیند وینر استاندارد است و حالت حدی پیوسته آن به صورت معادله ۲-۳ است:

$$\delta X = a(X,t)\delta t + b(X,t)\varepsilon(t)\sqrt{\delta t} \qquad (۳-۰)$$

هدف این است تا برای تابع $F(X,t)$ از $X(t)$ یک معادله دیفرانسیل تصادفی استخراج شود. در نهایت رابطه لم ایتو به صورت معادله زیر حاصل می‌شود که از اثبات نحوه به دست آمدن آن در پژوهش حاضر صرف نظر خواهد شد.

$$dF = \left(a\frac{\partial F}{\partial X} + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}b^2\frac{\partial^2 F}{\partial X^2}\right)dt + b\frac{\partial F}{\partial X}dW \qquad (۴-۰)$$

حال اگر تابعی مانند $Y = F(S,t) = lnS(t)$ داشته باشیم، برای استفاده از لم ایتو ابتدا بخش‌های مختلف به شرح زیر محاسبه می‌شوند:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = 0 \quad \text{و} \quad \frac{\partial F}{\partial S} = \frac{1}{S} \quad \text{و} \quad \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$dY = \left(\frac{\partial F}{\partial t} + \mu S\frac{\partial F}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 F}{\partial S^2}\right)dt + \sigma S\frac{\partial F}{\partial S}dW = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma dW$$

با توجه به این که در حالت گسسته داریم $dY = dLnS(t) = \Delta LnS(t) = LnS(t) - LnS(0)$ آنگاه معادله ۲-۵ به دست خواهد آمد:

$$LnS(t) - LnS(0) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W(t) \qquad (۵-۰)$$

در ادامه معادله ۲-۵ را برای قیمت متغیر تحت بررسی در زمان t می‌توان به شکل معادله ۲-۶ مرتب نمود:

$$S(t) = S(0)e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W(t)} \qquad (۶-۰)$$

همچنین با توجه به این که فرآیند وینر $W(t)$ که در معادله ۲-۶ وجود دارد از توزیع نرمال پیروی می‌کند و برابر است با $\varepsilon\sqrt{t}$، می‌توان معادله ۲-۶ را به صورت معادله ۲-۷ نیز بازنویسی نمود:

$$S(t) = S(0)e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\varepsilon\sqrt{t}} \qquad (۷-۰)$$

در واقع معادله ۲-۷ به نمایش رفتار پویای قیمت می‌پردازد همچنین این معادله بیانگر این نکته است که قیمت‌ها مطابق حرکت براونی هندسی از توزیع لوگ نرمال پیروی می‌کنند (برندیمارت، ۲۰۰۶).

مطالعات پیشین

تاکنون پژوهش‌های مختلفی در داخل و خارج از کشور جهت پیش‌بینی نرخ ارز و قیمت سکه با استفاده از مدل‌های مختلف انجام گرفته است که عمدتاً بر استفاده از مدل‌های شبکه عصبی و الگوریتم‌های ژنتیک مبتنی بوده‌اند. زراءنژاد و همکاران (۱۳۸۷) با استفاده از دو مدل شبکه عصبی و ARIMA به پیش‌بینی نرخ پنج ارز ین ژاپن، پوند انگلیس، دلار آمریکا، دلار کانادا و یورو در ایران پرداختند. در این پژوهش که از داده‌های دوره مارس ۲۰۰۶ تا فوریه ۲۰۰۹ در آن استفاده شده است مشخص شد که شبکه عصبی مصنوعی که یک مدل پیش‌بینی غیر خطی است در بیشتر موارد از مدل ARIMA که مدلی خطی جهت پیش‌بینی قلمداد می‌شود، بهتر می‌تواند به پیش‌بینی قیمت بپردازد. خداویسی و وفامند (۱۳۹۲) به مقایسه سه مدل رگرسیون غیرخطی انتقال ملایم[۴]، مدل رگرسیون غیرخطی انتقال ملایم بر اساس بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک و مدل ARIMA جهت پیش‌بینی نرخ ارز پرداختند. نتایج نشاندهنده این موضوع بوده است که الگوی غیرخطی الگوریتم ژنتیک مدلی مناسب‌تر برای تبیین رفتار نرخ ارز در ایران بوده و پیش‌بینی‌های با استفاده از مدل‌های غیرخطی عملکرد بهتری دارند. خطیب سمنانی و همکاران (۱۳۹۳) نیز با استفاده از روش‌های مختلف مبتنی بر شبکه‌های عصبی و استفاده از آنالیز موجک به پیش‌بینی نرخ ارز پرداخته‌اند. در این پژوهش از داده‌های ماهیانه فروردین ۱۳۷۷ الی آذر ۱۳۹۱ استفاده شد. نتایج این پژوهش نشاندهنده این موضوع بوده است که پیش‌بینی‌های حاصل از مدل‌های شبکه‌های عصبی پویای مبتنی بر داده‌های تجزیه شده با تکنیک موجک، بهترین نتایج را ایجاد کرده‌اند. امیرحسینی و داورپناه (۱۳۹۵) با استفاده از مدل پرواز پرندگان، الگوریتم ژنتیک و ترکیبی از این دو اقدام به پیش‌بینی قیمت جهانی طلا نموده‌اند. فاکتورهای مورد استفاده آنها جهت پیش‌بینی قیمت طلا به صورت ماهیانه در دوره زمانی ۱۹۹۵ تا ۲۰۱۳ جمع‌آوری شد. نتایج حاصل آمده بیانگر این موضوع بوده که الگوریتم پرواز پرندگان عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک در پیش‌بینی قیمت طلا داشته است. با این حال ترکیب این دو مدل نتایج بهتری را ارائه نموده است. جورجیوس[۵] (۲۰۱۳) نیز در پژوهشی به پیش‌بینی نرخ ارز خارجی با استفاده از شبکه‌های عصبی با عملکردهای پایه شعاعی و الگوریتم ازدحام ذرات پرداخته است که نتایج آنها نشان از برتری مدل ازدحام ذرات برای پیش‌بینی نرخ ارز دارد. علاوه بر مدل‌های مبتنی بر شکبه عصبی و الگوریتم‌های ژنتیک، امروزه مدل‌های مبتنی بر معادلات دیفرانسیل تصادفی مانند مدل حرکت براونی هندسی نیز در انجام پیش‌بینی‌ها کاربرد دارند. یکی از مطالعاتی که در زمینه استفاده از مدل حرکت براونی هندسی جهت پیش‌بینی قیمت انجام گرفته است می‌توان به مطالعه پستالی و پیچتی[۶] (۲۰۰۶) اشاره نمود. آنان در این پژوهش در مورد استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی در پیش‌بینی قیمت نفت مطالعه نموده‌اند. آنان با انجام آزمون‌های ریشه واحد و شکست‌های ساختاری ثابت کرده‌اند که بهترین الگو برای بررسی و شبیه‌سازی قیمت نفت، حرکت براونی هندسی است. گوزگور[۷] و همکاران (۲۰۱۰) نیز در مطالعه‌ای به پیش‌بینی نرخ تبادل دلار آمریکا به لیر ترکیه و یورو به لیر ترکیه پرداخته‌اند. در این پژوهش از مدل‌های متفاوتی جهت پیش‌بینی استفاده شد که شامل ۵ مدل از فرآیندهای تصادفی (حرکت براونی هندسی، حرکت براونی گسسته، فرآیند عمومی وینر، فرآیند ایتو و بازگشت به میانگین) و مدل‌های Var(p)، ARIMA(p,d,q) و UIP (نرخ آتی) بود. دوره زمانی پژوهش که داده‌های آن

مورد استفاده قرار می‌گرفت از ۲۰۰۲:۰۳ تا ۲۰۰۹:۰۱ بود اما برای مدل‌های فرآیندهای تصادفی از مدت زمان کوتاه‌تری استفاده شد که شامل ژانویه ۲۰۰۷ تا ژانویه ۲۰۰۹ می‌شد. همچنین عنصر نوسانات در مدل‌های تصادفی با استفاده از مدل GARCH(1, 1) محاسبه شد و برای مقایسه مدل‌ها از معیارهای MAE، RMSE و MAPE استفاده شد. نتایج بیانگر این موضوع بود که برای نرخ دلار به لیر، حرکت براونی هندسی برای مقاطع زمانی ۱ ماهه، ۳ ماهه و شش ماهه مناسب‌ترین مدل بوده است و به صورت کلی مدل‌های تصادفی برای نرخ تبادل دلار به لیر از خطای کمتری نسبت به مدل‌های سری زمانی و نرخ‌های ارز آتی[۸] برخوردار بوده‌اند. برای نرخ یورو به لیر هیچکدام از مدل‌های مورد استفاده تفاوت معنی‌داری با یکدیگر نداشته‌اند. عمر و جعفر[۹] (۲۰۱۱) نیز با استفاده از حرکت براونی هندسی اقدام به پیش‌بینی دو شاخص از شاخص‌های بورس مالزی کرده‌اند. همچنین جهت پیش‌بینی به وسیله مدل حرکت براونی هندسی، از دو نوع انحراف معیار استفاده شد که یکی انحراف معیار ساده و دیگری انحراف معیار لگاریتمی بود و پیش‌بینی یکبار با در نظر گرفتن هرکدام از آنها و برای هر یک از شاخص‌ها انجام می‌گرفت. آنها در این پژوهش از مقادیر بسته شدن هر یک از شاخص‌ها در هر روز در مقطعی از سال ۲۰۱۰ استفاده نمودند. پیش‌بینی آنان برای ۲۰ روز انجام می‌گرفت و از معیار MAPE برای سنجش میزان خطای پیش‌بینی استفاده می‌شد. مطابق نتایج، حرکت براونی هندسی قادر به پیش‌بینی هر دو شاخص بود اما مدلی که در آن از انحراف معیار لگاریتمی استفاده شده بود نتایج بهتری را در مقایسه با استفاده از انحراف معیار ساده ارائه می‌نمود. از دیگر نتایج پژوهش، بررسی بهترین دوره زمانی جهت پیش‌بینی بود که از بین ۱ هفته، ۲ هفته، ۳ هفته و ۴ هفته، مدل حرکت براونی هندسی بهترین نتایج را جهت پیش‌بینی، با استفاده از داده‌های چهار هفته ارائه می‌کرد و با خطای کمتری مواجه بود.

در بین مطالعات انجام شده در داخل کشور در به کار بردن معادلات دیفرانسیل تصادفی جهت پیش‌بینی می‌توان به مطالعه خداویسی و ملابهرامی (۱۳۹۱) اشاره نمود. در این مطالعه که یکی از جدی‌ترین مطالعات انجام شده از این نوع در داخل کشور است، با استفاده از دو مدل حرکت براونی هندسی و مدل انتشار پرش مرتن و استفاده از داده‌های سالهای ۱۳۸۰ الی ۱۳۹۰ به مدلسازی قیمت ارز در بازار رسمی ایران پرداخته شده است و نتایج آن با نتایج حاصل از مدل ARIMA مورد مقایسه قرار گرفته است. از نتایج پژوهش این بود که بر خلاف مدل ARIMA، مدل حرکت براونی هندسی نوسانات موجود در سری زمانی ارز را به خوبی برازش می‌کند. همچنین بر اساس گشتاور RMSE به صورت کلی مدلهای دیفرانسیل تصادفی عملکرد بهتری نسبت به مدل ARIMA دارند.

۳- روش‌شناسی پژوهش

سوال پژوهش حاضر به این صورت طرح شده است که:

- آیا می‌توان با استفاده و بر اساس حرکت براونی هندسی اقدام به پیش‌بینی مناسب نرخ ارز و قیمت سکه طلا نمود یا خیر؟

همچنین در این پژوهش به بررسی توان مدل حرکت براونی هندسی در پیش‌بینی افق‌های زمانی با طول متفاوت پرداخته خواهد شد و به این سوال پاسخ داده می‌شود که:

- آیا قدرت مدل GBM در پیش‌بینی افق‌های زمانی با طول متفاوت ثابت می‌ماند یا با افزایش افق زمانی مورد پیش‌بینی تغییر می‌نماید؟

۳-۱- ویژگی‌ها و نوآوری‌های پژوهش در به کارگیری مدل GBM

۱) توجه به افق‌های پیش‌بینی با طول متفاوت

در پژوهش حاضر افق‌های مختلف زمانی جهت پیش‌بینی، با توجه به پارامترهای حاصل از یک دوره زمانی معین مورد بررسی قرار گرفته‌اند و این در حالی است که در برخی مطالعات پیشین (مانند خداویسی و ملابهرامی (۱۳۹۱) و عمر و جعفر (۲۰۱۱)) به این موضوع کمتر توجه شده است. اهمیت انجام چنین موضوعی را می‌توان از این جهت دانست که انجام چنین امری می‌تواند بیان کننده قدرت اطلاعات تاریخی یک دوره زمانی مشخص جهت استفاده در مدل حرکت براونی هندسی، برای پیش‌بینی افق‌های زمانی متفاوت و همچنین توان انجام شبیه‌سازی توسط مدل حرکت براونی هندسی برای افق‌های زمانی با طول متفاوت باشد.

۲) عدم وجود رویکرد تک دوره‌ای در افق‌های پیش‌بینی

در بعضی از مطالعاتی که در گذشته انجام گرفته است (مانند خداویسی و ملابهرامی (۱۳۹۱)، عمر و جعفر (۲۰۱۱))، با تعیین افق‌های پیش‌بینی، با انجام شبیه‌سازی برای یک دوره، نتایج پژوهش حاصل شده است. به عنوان مثال ممکن است پژوهشی با افق پیش‌بینی یک هفته‌ای به شبیه‌سازی متغیر تحت بررسی خود پرداخته باشد و به عنوان مثال در نهایت ۷ مقدار شبیه‌سازی شده برای متغیر تحت بررسی حاصل آمده و نتایج مطابق با آن تحلیل و تعمیم داده شده باشند. در پژوهش حاضر با تعیین افق زمانی مشخص جهت شبیه‌سازی، مدل GBM در افق‌های زمانی با طول برابر تا انتهای دوره زمانی تکرار می‌شود که می‌تواند باعث بهبود تعمیم نتایج حاصل از پژوهش گردد.

۳-۲- مدل کلی پژوهش

رویکرد پژوهش حاضر در این بستر شکل می‌گیرد که با استفاده از پارامترهای حاصله از تعداد روزهای مشخص در سری زمانی متغیر تحت بررسی، بهترین پیش‌بینی برای چه دوره‌ای از زمان ایجاد می‌شود و حرکت براونی هندسی با استفاده از حجم مشخصی از داده‌ها تا چه میزان قدرت شبیه‌سازی نرخ ارز و قیمت سکه طلا را در افق‌های پیش‌بینی متفاوت خواهد داشت. این رویکرد از این جهت اهمیت دارد که باعث می‌شود تا توانایی مدل حرکت براونی هندسی در پیش‌بینی افق‌های زمانی با طول متفاوت مورد آزمون قرار گیرد. در هر مورد از پیش‌بینی‌های انجام شده، صحت مقادیر شبیه‌سازی شده متغیر تحت بررسی توسط مدل GBM، مطابق معیارهای سنجش صحت مدل، تحت بررسی قرار می‌گیرد. در این پژوهش با استفاده از داده‌های یک دوره معین از سری زمانی نرخ ارز و قیمت سکه طلای تمام بهار آزادی، به صورت مجزا به شبیه‌سازی قیمت در دوره‌های

زمانی مختلف پرداخته می‌شود. جهت انجام این بخش، از داده‌های ۱ سال معاملاتی استفاده می‌شود. در این پژوهش به بررسی این موضوع پرداخته می‌شود که به عنوان مثال با استفاده از داده‌های ۱ سال معاملاتی، به صورت بهینه تا چه افق زمانی را می‌توان با صحت بالا شبیه‌سازی نمود و مدل حرکت براونی هندسی برای شبیه‌سازی افق‌های زمانی با طول متفاوت تا چه میزان کارایی خواهد داشت. دوره زمانی‌ای که با استفاده از آن به تخمین پارامترها و شبیه‌سازی قیمت‌ها پرداخته خواهد شد ۳۶۰ روز تعیین شد. همچنین شبیه‌سازی قیمت برای افق پیش‌بینی ۷ روز، ۱۴ روز،۲۱ روز، ۳۰ روز،۶۰ روز، ۹۰ روز، ۱۸۰ روز و ۳۶۰ روز انجام می‌گیرد که به ترتیب بیانگر ۱ هفته، ۲ هفته، ۳ هفته، ۱ ماه، ۲ ماه، ۳ ماه، ۶ ماه و۱ سال معاملاتی می‌باشند و با استفاده از دوره زمانی تخمین پارامترها، اقدام به شبیه‌سازی قیمت هر یک از متغیرهای سری زمانی تحت بررسی برای هر یک از افق‌های زمانی مورد پیش‌بینی می‌شود. پس از انجام شبیه‌سازی‌های مربوط به افق‌های زمانی ذکر شده، به وسیله معیارهای بررسی صحت پیش‌بینی، برای هر کدام از سری‌های زمانی تحت مطالعه اقدام به پاسخ به سوالات اصلی پژوهش خواهد شد.

۳-۳- تخمین پارامترهای مدل

با توجه به این که اجرای حرکت براونی هندسی نیاز به محاسبه پارامترهای نرخ رانش و نوسانات دارد لذا لازم است تا این پارامترها محاسبه و در مدل به کار گرفته شوند.

نرخ رانش

برای محاسبه نرخ رانش از میانگین بازده پیوسته روزانه قیمت استفاده خواهد شد. بازده روزانه قیمت مطابق رابطه ۳-۱ محاسبه شده است.

$$R = ln(S_t) - ln(S_{t-1}) = ln(\frac{S_t}{S_{t-1}}) \qquad (۴-۰)$$

که در آن R بازده روزانه قیمت، S_t نرخ ارز یا قیمت سکه طلای تمام بهار آزادی در روز t و S_{t-1} نرخ ارز یا قیمت سکه طلای تمام بهار آزادی در روز قبل است.

نوسانات

به منظور محاسبه عنصر نوسانات در مدل حرکت براوانی هندسی از انحراف معیار بازده روزانه نرخ ارز و قیمت سکه طلای تمام بهار آزادی استفاده شده که رابطه آن به صورت زیر است:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=2}^{N}(R_i - \bar{R})^2}{N-1}}$$

که در آن σ انحراف معیار بازده روزانه قیمت و N تعداد روزهایی است که از آن برای تخمین پارامتر مدل استفاده می‌شود.

۳-۴- فرآیند اجرای مدل

گام اول: با استفاده از دوره مورد استفاده جهت تخمین پارامتر، پارامترها محاسبه می‌گردند و تا انتهای سری زمانی، با در نظر قرار دادن افق‌های پیش‌بینی، فرآیند تخمین پارامترها ادامه می‌یابد و در انتها بردارهای مختلف از پارامترها حاصل می‌آیند.

گام دوم: با به کارگیری هر بردار پارامتر، برای افق پیش‌بینی مورد نظر، حرکت براونی هندسی اجرا می‌شود.

گام سوم: به ازای هر بردار پارامتر برای هر دوره پیش‌بینی، مسیرهای مختلف تصادفی ایجاد می‌شود که در این مطالعه تعداد ۱۰۰۰ مسیر (مانند راعی و فلاح طلب (۱۳۹۲)) ایجاد خواهد شد.

گام چهارم: با توجه به مسیرهای تصادفی به دست آمده، فرآیند شبیه‌سازی انجام می‌گیرد.

گام پنجم: شبیه‌سازی با استفاده از هر بردار برای افق پیش‌بینی مورد نظر تا انتهای سری زمانی تحت بررسی اجرا می‌شود.

۳-۵- معیار بررسی صحت مدل جهت پاسخ به سوالات پژوهش

به منظور بررسی عملکرد مدل در شبیه‌سازی قیمت‌ها باید قیمت‌های پیش‌بینی شده در مقابل مقادیر واقعی آن بررسی گردد تا مشخص شود که پیش‌بینی‌های حاصل از مدل حرکت براونی هندسی برای نرخ ارز و سکه طلا تا چه حد به حقیقت نزدیک است. در پژوهش حاضر جهت پاسخ به هر کدام از سوال‌های پژوهش از معیارهای زیر استفاده خواهد شد.

معیار مورد استفاده جهت پاسخ به سوال اول پژوهش

در این پژوهش نیز مانند برخی مطالعات دیگر (مانند عمر و جعفر (۲۰۱۱)) از معیار میانگین قدر مطلق درصد خطا [10] استفاده می‌شود. این معیار، معیاری مناسب و قابل درک جهت تحلیل میزان نزدیک بودن مقادیر پیش‌بینی شده به مقادیر واقعی است. این معیار تاثیر اندازه مقادیر واقعی را در نظر می‌گیرد (عابدین و جعفر، ۲۰۱۲).

رابطه محاسبه معیار میانگین قدر مطلق درصد خطا به صورت رابطه ۳-۲ است:

$$MAPE = \frac{\sum \left| \frac{F_t - Y_t}{Y_t} \times 100 \right|}{n} \qquad (۵-۰)$$

که در آن t نقطه‌ای از زمان است که پیش‌بینی برای آن انجام گرفته است، n تعداد دوره‌های مورد پیش‌بینی است، Y_t مقدار واقعی در زمان t و F_t مقدار پیش‌بینی شده در زمان t است.

در این پژوهش مانند مطالعاتی از قبیل عمر و جعفر (۲۰۱۱) از جدول پیشنهادی ارائه شده توسط لورنس[11] و همکاران (۲۰۰۹) جهت قضاوت مقادیر MAPE به دست آمده، استفاده شده است. نحوه قضاوت در مورد معیار MAPE در جدول (۱) تشریح شده است.

جدول ۱- نحوه قضاوت در مورد معیار MAPE

قضاوت در مورد صحت پیش‌بینی	مقدار میانگین قدر مطلق درصد خطا
صحت بسیار بالا[۱۲]	کمتر از ۱۰٪
صحت مناسب[۱۳]	۱۱٪ تا ۲۰٪
پیش‌بینی معقول[۱۴]	۲۱٪ تا ۵۰٪
پیش‌بینی نادرست[۱۵]	بیش از ۵۱٪

(لورنس و همکاران، ۲۰۰۹)

با این حال، معیار میانگین قدر مطلق خطا تنها میزان انحراف مقادیر پیش‌بینی شده از واقعی را مشخص می‌کند و به چگونگی حرکت مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده نسبت به یکدیگر توجهی ندارد. لذا در این پژوهش جهت تحلیل نتایج، ضریب همبستگی پیرسون میان مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر واقعی قیمت‌ها نیز مورد بررسی قرار خواهد گرفت تا بهتر بتوان به نتایج حاصل از شبیه‌سازی اتکا نمود.

معیار مورد استفاده جهت پاسخ به سوال دوم پژوهش

جهت پاسخ به سوال دوم پژوهش به علت این که هر کدام از معیارهای مختلف صحت پیش‌بینی ویژگی‌های متفاوتی دارند و با این هدف که نتایج پژوهش قابلیت اتکا و تعمیم پذیری بیشتری داشته باشند، از ده معیار مختلف صحت پیش‌بینی به شرح زیر استفاده خواهد شد (هیندمن و کهلر (۲۰۰۶)).

۱) میانگین مربعات خطا[۱۶]

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(F_t - Y_t)^2 \qquad (۶-۰)$$

۲) مجذور میانگین مربعات خطا[۱۷]

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(F_t - Y_t)^2} \qquad (۷-۰)$$

۳) میانگین قدر مطلق خطا[۱۸]

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}|F_t - Y_t| \qquad (۸-۰)$$

۴) میانه قدر مطلق خطا[۱۹]

$$MdAE = Median|F_t - Y_t| \qquad (۹-۰)$$

۵) میانگین قدر مطلق درصد خطا

$$MAPE = \frac{\sum\left|\frac{F_t - Y_t}{Y_t} \times 100\right|}{n} \qquad (۱۰-۰)$$

۶) میانه قدر مطلق درصد خطا[۲۰]

$$MdAPE = Median\left|\frac{Y_t - F_t}{Y_t} \times 100\right| \quad (۱۱-۰)$$

۷) مجذور میانگین مربعات درصد خطا[۲۱]

$$\mathrm{RMSPE} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{F_t - Y_t}{Y_t} \times 100\right)^2} \quad (۱۲-۰)$$

۸) مجذور میانه مربعات درصد خطا[۲۲]

$$\mathrm{RMdSPE} = \sqrt{\mathrm{Median}\left(\frac{F_t - Y_t}{Y_t} \times 100\right)^2} \quad (۱۳-۰)$$

۹) میانگین قدر مطلق خطای مقیاس شده[۲۳]

$$\mathrm{MASE} = \mathrm{Mean}\left(\left|\frac{F_t - Y_t}{\frac{1}{n-1}\sum_{t=2}^{n}|Y_t - Y_{t-1}|}\right|\right) \quad (۱۴-۰)$$

۱۰) میانه قدر مطلق خطای مقیاس شده[۲۴]

$$\mathrm{MdASE} = \mathrm{Median}\left(\left|\frac{F_t - Y_t}{\frac{1}{n-1}\sum_{t=2}^{n}|Y_t - Y_{t-1}|}\right|\right) \quad (۱۵-۰)$$

در ادامه با توجه به هر ده معیار صحت مدل، این نکته مشخص می‌شود که با افزایش طول افق زمانی مورد پیش‌بینی، توان مدل حرکت براونی هندسی تغییر خواهد نمود یا خیر.

۳-۶- جمع‌آوری داده‌ها

داده‌های سری زمانی قیمت دلار و سکه طلای تمام بهار آزادی از طریق نرم افزار مفید تریدر جمع‌آوری می‌شود. داده‌های مربوط به قیمت دلار و سکه طلا از ابتدای فروردین ماه ۱۳۹۲ تا انتهای اسفند ماه سال ۱۳۹۵ جمع‌آوری و در پژوهش حاضر استفاده خواهد شد.

اجرا و به کارگیری مدل حرکت براونی هندسی جهت شبیه‌سازی قیمت‌ها و همچنین محاسبه معیارهای صحت مدل و موارد مورد نیاز در پژوهش حاضر، با استفاده از نرم‌افزار آماری آر[۲۵] انجام می‌پذیرد. بدین منظور کدنویسی‌های مورد نیاز، در نرم‌افزار R ورژن ۳،۳،۳ و همچنین با استفاده از نرم‌افزار RStudio انجام گرفته است.

۴- یافته های پژوهش

در این بخش به بیان نتایج به دست آمده از پژوهش حاضر پرداخته می‌شود. نتایج پژوهش در دو دسته کلی ارائه می‌گردند. دسته اول نتایجی هستند که به سوال اول پژوهش پاسخ خواهند داد و دسته دوم نتایجی هستند که جهت پاسخ‌گویی به سوال دوم مطالعه حاضر مورد تحلیل و محاسبه قرار گرفته و حاصل آمده‌اند.

۴-۱- نتایج بدست آمده جهت سوال اول پژوهش

- **شبیه‌سازی قیمت دلار**

نتایج حاصل از شبیه‌سازی قیمت ارز در افق‌های مختلف زمانی در جداول ضمیمه پژوهش آورده شده است که مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به جدول (۲) که نشاندهنده مقدار میانگین قدر مطلق درصد خطا برای قیمت‌های پیش‌بینی شده دلار در هر یک از افق‌های زمانی است می‌توان دریافت که در تمام افق‌های پیش‌بینی، مقدار MAPE کمتر از ۱۰٪ است. با توجه به جدول پیشنهادی لورنس و همکاران (۲۰۰۹) که پیش‌بینی‌های دارای مقدار MAPE کمتر از ۱۰٪ را دارای صحت بالا می‌داند، می‌توان نتیجه گرفت که مدل حرکت براونی هندسی شبیه‌سازی تمام افق‌های پیش‌بینی ۷ الی ۳۶۰ روزه نرخ دلار را با صحت بالا انجام داده است. همچنین با توجه به این جدول مشخص می‌شود که بیشترین صحت پیش‌بینی مربوط به شبیه‌سازی افق‌های زمانی ۷ روزه بوده که مقدار MAPE در آن ۰,۶۱ می‌باشد و کمترین مقدار صحت پیش‌بینی نیز مربوط به افق زمانی ۳۶۰ روزه بوده است که مقدار MAPE برای مقادیر شبیه‌سازی شده ۳,۵۷ درصد بوده است. همچنین با افزایش افق پیش‌بینی به طور یکنواخت شاهد افزایش مقدار MAPE و در نتیجه افزایش خطا در مقادیر پیش‌بینی شده بوده‌ایم که قضاوت کامل‌تر در این مورد در بخش نتایج مربوط به سوال دوم پژوهش صورت خواهد گرفت. در جدول (۳) که نشان‌دهنده میزان ضریب همبستگی پیرسون و سطح معناداری میان هر کدام از مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده نرخ دلار در هر کدام از افق‌های پیش‌بینی است، مشاهده می‌شود که در تمام افق‌های پیش‌بینی شده ضریب همبستگی میان قیمت‌های شبیه‌سازی شده و واقعی، همواره دارای مقادیر بالایی بوده است. ضریب همبستگی میان مقادیر شبیه‌سازی شده و واقعی نرخ دلار برای افق پیش‌بینی ۷ روزه ۰,۹۸۵ بوده است و با افزایش افق پیش‌بینی با این که به صورت مرتب مقدار ضریب همبستگی کاهش یافته اما کماکان میزان همبستگی میان قیمت‌های پیش‌بینی شده و واقعی در حد مطلوبی باقی مانده است به گونه‌ای که کمترین میزان ضریب همبستگی مربوط به پیش‌بینی افق زمانی ۳۶۰ روز با مقدار ۰/۷۷۶ بوده است که مقدار مطلوبی است. بنابراین می‌توان گفت که همبستگی مثبت و معناداری بین مقادیر پیش‌بینی شده حاصل از مدل حرکت براونی هندسی و مقادیر واقعی نرخ دلار آمریکا در تمام افق‌های پیش‌بینی شده وجود دارد. با توجه به موارد مطرح شده، جهت پاسخ به سوال اول پژوهش می‌توان گفت که مدل GBM می‌تواند نرخ ارز را به شکلی مناسب و با صحت بالا شبیه‌سازی نماید.

- **شبیه‌سازی قیمت سکه طلای تمام بهار آزادی**

نتایج حاصل از شبیه‌سازی قیمت سکه طلای تمام بهار آزادی در افق‌های مختلف زمانی در جداول ضمیمه پژوهش آورده شده است. با مشاهده جدول (۴) که نشان‌دهنده مقدار میانگین قدر مطلق درصد خطا برای قیمت‌های پیش‌بینی شده سکه طلا در هر یک از افق‌های زمانی است می‌توان پی برد که در تمام افق‌های پیش‌بینی، مقدار MAPE کمتر از ۱۰٪ است و بنابراین همانند آنچه در مورد قیمت دلار توضیح داده شد، با توجه به جدول پیشنهادی لورنس و همکاران (۲۰۰۹) می‌توان نتیجه گرفت که مدل حرکت براونی هندسی در تمام افق‌های پیش‌بینی قادر به ارائه شبیه‌سازی‌هایی با صحت بالا از قیمت سکه طلای بهار آزادی می‌باشد.

بیشترین صحت پیش‌بینی مربوط به شبیه‌سازی افق‌های زمانی ۷ روزه بوده است که در آن مقدار MAPE ۰,۸۵ می‌باشد و کمترین میزان صحت پیش‌بینی مربوط به افق زمانی ۳۶۰ روزه با مقدار MAPE ۷,۹۴ درصد بوده است که با افزایش افق پیش‌بینی از ۷ به ۳۶۰ روز، به طور یکنواخت شاهد افزایش مقدار میانگین قدر مطلق درصد خطا و کاهش صحت مقادیر شبیه‌سازی شده قیمت سکه طلا توسط مدل GBM بوده‌ایم. با این حال بررسی تکمیلی در این مورد در بخش نتایج مربوط به سوال دوم پژوهش ارائه خواهد گردید. در جدول (۵) نیز مقدار ضریب همبستگی پیرسون میان قیمت‌های پیش‌بینی شده و واقعی سکه طلا در هر کدام از افق‌های پیش‌بینی به همراه سطح معناداری آن ارائه می‌شود که با مشاهده آن می‌توان دریافت که قیمت‌های پیش‌بینی شده سکه طلا توسط مدل حرکت براونی هندسی دارای ضریب همبستگی بالایی با قیمت‌های واقعی در تمام افق‌های پیش‌بینی بوده‌اند. ضریب همبستگی میان مقادیر شبیه‌سازی شده و واقعی سکه طلا در افق ۷ روزه ۰,۹۹۱ بوده است که با افزایش افق پیش‌بینی به طور مرتب این مقدار کاهش یافته و برای افق ۳۶۰ روزه به ۰,۶۲۲ رسیده است اما با این حال کماکان در افق‌های زمانی پیش‌بینی شده، مقدار ضریب همبستگی میان قیمت واقعی و پیش‌بینی سکه طلا دارای میزان مطلوب و قابل قبولی بوده است و رابطه‌ای مثبت و معنادار میان آنها برقرار می‌باشد. با توجه به موارد مطرح شده، جهت پاسخ به سوال اول پژوهش می‌توان گفت که مدل GBM می‌تواند قیمت سکه طلای بهار آزادی را به شکلی مناسب و با صحت بالا شبیه‌سازی نماید.

۴-۲- نتایج بدست آمده جهت سوال دوم پژوهش

- **شبیه‌سازی قیمت دلار**

معیارهای مختلف صحت مدل که در پژوهش حاضر توضیح داده شد برای قیمت‌های واقعی و پیش‌بینی نرخ ارز در افق‌های مختلف پیش‌بینی، محاسبه و در جدول (۶) در ضمیمه تحقیق آورده شده است. با توجه به این که هر کدام از معیارهای محاسبه شده نشان‌دهنده میزان خطای پیش‌بینی هستند، هرچه مقادیر این معیارها بیشتر باشد بدان معناست که قیمت‌های پیش‌بینی شده با خطای بیشتری مواجه بوده‌اند. با توجه به جدول (۶) می‌توان مشاهده کرد که مطابق تمام ده معیار مختلف مورد استفاده جهت سنجش صحت مدل، نتایج حاکی از این موضوع است که هرچه افق زمانی پیش‌بینی افزایش می‌یابد، به طور پیوسته مقدار عددی هر کدام از ۱۰ معیار صحت مدل افزایش می‌یابد و در نتیجه صحت مقادیر پیش‌بینی شده با کاهش مواجه می‌شود. به عبارتی هنگامی که از داده‌های ۳۶۰ روزه جهت تخمین پارامترهای مدل استفاده می‌شود و افق پیش‌بینی افزایش می‌یابد و از افق ۷ روزه به افق پیش‌بینی ۳۶۰ روزه حرکت داده می‌شود مشاهده می‌گردد که مقادیر شبیه‌سازی شده از صحت کمتری برخوردار بوده‌اند و به عبارتی توان مدل حرکت براونی هندسی در شبیه‌سازی و پیش‌بینی قیمت دلار در افق‌های زمانی طولانی‌تر کاهش می‌یابد. بنابراین با توجه به موارد بیان شده جهت پاسخ به سوال دوم تحقیق، می‌توان گفت که قدرت مدل GBM با افزایش طول افق زمانی پیش‌بینی ثابت نمی‌ماند و با افزایش افق زمانی پیش‌بینی، توانایی این مدل در شبیه‌سازی نرخ دلار آمریکا کاهش می‌یابد.

- **شبیه‌سازی قیمت سکه تمام بهار آزادی**

برای سکه طلای بهار آزادی نیز مانند نرخ ارز از ۱۰ معیار مختلف صحت مدل استفاده شده است که مقادیر مختلف این معیارها در افق‌های پیش‌بینی با طول متفاوت محاسبه و در جدول (۷) در بخش ضمیمه پژوهش حاضر آورده شده است. با توجه به این جدول نیز می‌توان مشاهده کرد که تمام ده معیار مختلف مورد استفاده جهت سنجش صحت مدل با افزایش طول افق پیش‌بینی، مقادیر خطای بیشتری را نشان می‌دهند و در نتیجه هرچه افق زمانی پیش‌بینی افزایش می‌یابد صحت مقادیر پیش‌بینی شده با کاهش مواجه می‌گردد. به عبارتی در مورد سکه طلای بهار آزادی نیز هرچه افق پیش‌بینی افزایش پیدا می‌کند و طول افق پیش‌بینی از افق ۷ روزه به افق ۳۶۰ روزه حرکت داده می‌شود مشاهده می‌گردد که صحت مقادیر شبیه‌سازی شده کاهش می‌یابد و به عبارتی توان مدل حرکت براونی هندسی در شبیه‌سازی و پیش‌بینی قیمت سکه طلای بهار آزادی در افق‌های زمانی طولانی‌تر کاهش می‌یابد. بنابراین با توجه به موارد بیان شده جهت پاسخ به سوال دوم تحقیق، می‌توان گفت که قدرت مدل GBM با افزایش طول افق زمانی پیش‌بینی ثابت نمی‌ماند و با افزایش افق زمانی پیش‌بینی، توانایی این مدل در شبیه‌سازی نرخ سکه طلای بهار آزادی کاهش می‌یابد.

۵- نتیجه‌گیری و بحث

همواره استفاده از مدل‌های مختلف جهت شبیه‌سازی و پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی مورد توجه سرمایه‌گذاران و سیاست‌گذاران اقتصادی کشورها بوده است. یکی از مدل‌های ریاضی که جهت پیش‌بینی متغیرهای مختلف در پژوهش‌ها مورد استفاده قرار گرفته است مدل حرکت براونی هندسی است که یکی از انواع مدل‌های مبتنی بر معادلات دیفرانسیل تصادفی قلمداد می‌شود. از سوی دیگر ارز و سکه طلا از جمله دارایی‌هایی هستند که همواره مورد توجه سرمایه‌گذاران کشور ما قرار دارند و پیش‌بینی قیمت آنها می‌تواند به تصمیمات اقتصادی و سرمایه‌گذاری آحاد مختلف جامعه کمک نماید. در پژوهش حاضر با استفاده از مدل حرکت براونی هندسی به شبیه‌سازی و پیش‌بینی قیمت دلار آمریکا و سکه طلا اقدام شد. این پژوهش به دنبال پاسخ به دو سوال پژوهشی بود. اول این که آیا می‌توان با استفاده و بر اساس مدل حرکت براونی هندسی اقدام به پیش‌بینی با صحت مناسب قیمت دلار آمریکا و سکه طلا نمود یا خیر؟ سوال دوم پژوهش به منظور پاسخ به این موضوع طرح شد که آیا توان مدل حرکت براونی هندسی با افزایش طول افق پیش‌بینی تغییر می‌نماید یا خیر؟ در این پژوهش افق‌های زمانی ۷، ۱۴، ۲۱، ۳۰، ۶۰، ۹۰، ۱۸۰ و ۳۶۰ روزه مورد پیش‌بینی قرار گرفت. علی‌رغم نوآوری‌هایی که به منظور بهبود تعمیم نتایج حاصل از تحقیق، در روش اجرا و به کارگیری مدل GBM جهت فرآیند شبیه‌سازی نسبت به پژوهش‌های پیشین انجام گرفت، جهت پاسخ به سوال اول تحقیق مانند آنچه توسط عمر و جعفر (۲۰۱۱) و بر اساس جدول پیشنهادی لورنس و همکاران (۲۰۰۹) انجام شده بود، از معیار MAPE استفاده گردید که این معیار با محاسبه میانگین قدر مطلق درصد خطای مقادیر پیش‌بینی شده نسبت به مقادیر واقعی به عنوان معیار سنجش صحت مدل مورد استفاده قرار گرفت. نتایج پژوهش نشان‌دهنده این موضوع بود که:

با توجه به اینکه میزان MAPE در تمام افق‌های پیش‌بینی کمتر از ۱۰٪ بوده است، مدل حرکت براونی هندسی می‌تواند نرخ دلار آمریکا را در تمام افق‌های پیش‌بینی با صحت بالایی شبیه‌سازی و پیش‌بینی نماید. با این حال بیشترین صحت پیش‌بینی مربوط به افق زمانی ۷ روز و کمترین صحت پیش‌بینی مربوط به افق زمانی ۳۶۰ روز بوده است. همچنین قیمت شبیه‌سازی شده دلار آمریکا در تمام افق‌های پیش‌بینی شده دارای همبستگی مثبت بالایی با قیمت‌های واقعی بوده است.

در شبیه‌سازی قیمت سکه طلای بهار آزادی نیز با توجه به این که در تمام افق‌های پیش‌بینی مقدار MAPE کمتر از ۱۰٪ بوده است می‌توان نتیجه گرفت که مدل حرکت براونی هندسی می‌تواند قیمت سکه طلای تمام بهار آزادی را در تمام افق‌های پیش‌بینی با صحت بالایی شبیه‌سازی و پیش‌بینی نماید با این حال بیشترین صحت پیش‌بینی مربوط به افق زمانی ۷ روز و کمترین صحت پیش‌بینی مربوط به افق زمانی ۳۶۰ روز بوده است. در مورد سکه طلا نیز قیمت‌های شبیه‌سازی شده در تمام افق‌های پیش‌بینی همبستگی مثبت بالایی با قیمت‌های واقعی داشته‌اند. نتایج حاصل از سوال اول پژوهش علاوه بر این که مانند تحقیقات پیشین همچون گوزگور و همکاران (۲۰۱۰)، عمر و جعفر (۲۰۱۱)، پستالی و پیچتی (۲۰۰۶) و خداویسی و ملابهرامی (۱۳۹۱) بر توانایی مدل حرکت براونی هندسی در پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی صحه می‌گذارد، به دلیل نحوه اجرای مدل GBM و عدم وجود رویکرد تک دوره‌ای در افق‌های پیش‌بینی، قابلیت تعمیم‌پذیری بیشتری نیز دارد و می‌توان از قدرت این مدل در شبیه‌سازی متغیرهای اقتصادی بهره‌مند شد.

جهت پاسخ به سوال دوم پژوهش به جز معیار MAPE از ۹ معیار مختلف دیگر صحت مدل استفاده گردید تا بهتر بتوان در مورد توانایی مدل GBM برای شبیه‌سازی قیمت در افق‌های زمانی طولانی‌تر قضاوت کرد. در پیش‌بینی نرخ دلار آمریکا به طور مرتب با افزایش افق پیش‌بینی، میزان خطای پیش‌بینی بر اساس تمام ۱۰ معیار استفاده شده افزایش می‌یابد که این موضوع نشان از کاهش توان مدل حرکت براونی هندسی در انجام شبیه‌سازی، همزمان با افزایش طول افق پیش‌بینی دارد.

در پیش‌بینی قیمت سکه طلای تمام بهار آزادی نیز به طور مرتب با افزایش افق پیش‌بینی، بر اساس تمام ۱۰ معیار مورد استفاده، مقدار خطای پیش‌بینی افزایش می‌یابد و توان مدل حرکت براونی هندسی در انجام شبیه‌سازی کاهش یافته و مقادیر پیش‌بینی شده نسبت به مقادیر واقعی با خطای بیشتری شبیه‌سازی می‌شوند. به صورت کلی از تحقیق حاضر می‌توان این‌گونه نتیجه گرفت که مدل حرکت براونی هندسی به عنوان یکی از مدل‌های مطلوب جهت شبیه‌سازی سری‌های زمانی و متغیرهای اقتصادی می‌تواند در تحقیقات اقتصادی و امور سرمایه‌گذاری به کارگرفته شود. به عنوان مثال ممکن است مدیر یک صندوق سرمایه گذاری با پیش‌بینی روند صعودی نرخ ارز که توسط مدل GBM ارائه می‌گردد، تصمیم به اصلاح پرتفوی خود گیرد و به عنوان مثال سهم شرکت‌های صادرات محور را در سبد سرمایه‌گذاری افزایش دهد. در خاتمه پیشنهاد می‌شود به منظور توسعه مطالعاتی از این دست و توجه بیشتر به مدل‌های مبتنی بر دیفرانسیل تصادفی در تحقیقات اقتصادی، در مطالعات آتی پژوهشگران از دوره‌های دیگر تخمین پارامتر مدل به منظور پیش‌بینی افق‌های زمانی مشابه پژوهش حاضر استفاده نمایند. همچنین پیشنهاد می‌شود تا افق‌های پیش‌بینی دیگری مورد آزمون قرار گیرد و

توانایی مدل حرکت براونی هندسی را در شبیه‌سازی افق‌های زمانی متفاوت‌تری مورد آزمون قرار دهند. همچنین می‌توان از معیارهای دیگری نیز برای تعیین صحت پیش‌بینی‌ها استفاده نمود. یکی دیگر از مواردی که پیشنهاد می‌شود تا موضوع پژوهش‌های آتی محققان قرار داشته باشد، مقایسه مدل مورد استفاده در مقاله حاضر با سایر مدل‌های مختلف به منظور مقایسه توان شبیه‌سازی قیمت‌ها توسط مدل‌های متفاوت است.

فهرست منابع

* امیرحسینی، ز، داورپناه، ع. (۱۳۹۵). طراحی الگویی جهت پیش‌بینی قیمت طلا، با استفاده از الگوریتم پرواز پرندگان و الگوریتم ژنتیک و ارائه الگوریتم ترکیبی. مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. ۷(۲۶) :۵۹-۸۴.
* خداویسی، ح، ملابهرامی، ا. (۱۳۹۱). مدل سازی و پیش بینی نرخ ارز بر اساس معادلات دیفرانسیل تصادفی. مجله تحقیقات اقتصادی، دوره‌ی ۴۷، شماره ۳، ۱۴۴-۱۲۹.
* خداویسی، ح، وفامند، ع. (۱۳۹۲). مقایسه‌ی پیش بینی نرخ ارز بر اساس مدل های غیر خطی STAR و مدل های رقیب. فصلنامه مدلسازی اقتصادی، سال ۷، شماره ۲۳، ۱۰۳-۸۵.
* خطیب سمنانی، م، هادی نژاد، م، خشوعی، ر. (۱۳۹۳). مقایسه قدرت مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی و شبکه عصبی پویا در پیش‌بینی نرخ ارز: کاربردی از تبدیل موجک. فصلنامه آینده پژوهی مدیریت. ۲۵(۱۰۰): ۳۵-۴۹.
* راعی، ر، فلاح طلب، حسین. (۱۳۹۲). کاربرد شبیه‌سازی مونت کارلو و فرآیند قدم زدن تصادفی در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک. مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. ۴(۱۶): ۷۵-۹۲.
* زراء نژاد، م، مجیدی، ع، رضایی، ر. (۱۳۸۷). پیش‌بینی نرخ ارز با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی و مدل ARIMA. فصلنامه اقتصاد مقداری. ۵(۴): ۱۰۷-۱۳۰.
* طیبی، ک، خوش اخلاق، ر، فراهانی، م. (۱۳۹۲). الگوسازی نااطمینانی در قیمت نفت ایران با استفاده از فرایند تصادفی برگشت به میانگین. فصلنامه اقتصاد انرژی ایران، سال سوم، شماره ۹، ۱۹۷-۱۷۵.
* نیسی، ع، پیمانی، م. (۱۳۹۳). مدلسازی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از معادله دیفرانسیل تصادفی هستون. فصلنامه پژوهشنامه اقتصادی، سال چهاردهم، شماره ۵۳، ۱۶۶-۱۴۳.
* Abidin, S. N. Z., & Jaffar, M. M. (2012). A review on Geometric Brownian Motion in forecasting the share prices in Bursa Malaysia. World Applied Sciences Journal. 17: 87-93.
* Brandimarte, P. (2006). Numerical methods in finance and economics: a MATLAB-based introduction. John Wiley & Sons.
* Georgios, S. (2013). Forecasting foreign exchange rates with adaptive neural networks. European Journal of Operational Research, Vol 25: 528-540.
* Gozgor, G., Memis, C., Karabulut, G. (2010) the application of stochastic processes in currency exchange rate forecasting and benchmarking for USD-TL and EURO-TL exchange rates, International Conference on Applied Economics – ICOAE, 225-234.
* Hyndman, R.J., Koehler,A. (2006). Another look at measures of forecast accuracy. International Journal of Forecasting. 22(3): 443-473.

* Knill, O. (1994). Probability and stochastic processes with applications. Havard Web-Based.
* Lawrence, K. D., Klimberg, R. K., & Lawrence, S. M. (2009). Fundamentals of forecasting using excel. Industrial Press Inc.
* Maccone, C. (2012). Mathematical SETI: statistics, signal processing, space missions. Springer Science & Business Media.
* Omar, A., & Jaffar, M. M. (2011, September). Comparative analysis of Geometric Brownian motion model in forecasting FBMHS and FBMKLCI index in Bursa Malaysia. In Business, Engineering and Industrial Applications (ISBEIA), 2011 IEEE Symposium on (pp. 157-161). IEEE.
* Postali, F. A., & Picchetti, P. (2006). Geometric brownian motion and structural breaks in oil prices: a quantitative analysis. Energy Economics. 28(4): 506-522.
* Yadav, N., Yadav, A., & Kumar, M. (2015). An introduction to neural network methods for differential equations. Netherlands: Springer.

ضمیمه پژوهش

جدول (۲) معیار MAPE برای افق‌های مختلف پیش‌بینی نرخ دلار آمریکا

افق پیش‌بینی (روز)	۷	۱۴	۲۱	۳۰	۶۰	۹۰	۱۸۰	۳۶۰
MAPE	۰/۶۱۴	۰/۸۴۴	۰/۹۹۲	۱/۱۸۱	۱/۸۷۳	۲/۲۴۱	۲/۶۳۶	۳/۵۷۹

جدول (۳) ضریب همبستگی برای افق‌های مختلف پیش‌بینی نرخ دلار آمریکا

افق پیش‌بینی (روز)	۷	۱۴	۲۱	۳۰	۶۰	۹۰	۱۸۰	۳۶۰
Corr.Coef	۰/۹۸۵	۰/۹۷۵	۰/۹۶۷	۰/۹۴۸	۰/۸۸۸	۰/۸۴۵	۰/۸۳۱	۰/۷۷۶
سطح معناداری	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

جدول (۴) معیار MAPE برای افق‌های مختلف پیش‌بینی قیمت سکه طلای بهار ازادی

افق پیش‌بینی (روز)	۷	۱۴	۲۱	۳۰	۶۰	۹۰	۱۸۰	۳۶۰
MAPE	۰/۸۵۷	۱/۲۱۲	۱/۴۱۰	۱/۷۵۷	۲/۴۴۹	۳/۹۰۳	۴/۷۰۶	۷/۹۴۰

جدول (۵) ضریب همبستگی برای افق‌های مختلف پیش‌بینی قیمت سکه طلای بهار آزادی

افق پیش‌بینی (روز)	۷	۱۴	۲۱	۳۰	۶۰	۹۰	۱۸۰	۳۶۰
Corr.Coef	۰/۹۹۱	۰/۹۸۲	۰/۹۷۷	۰/۹۶۵	۰/۹۳۵	۰/۸۳۸	۰/۸۵۵	۰/۶۲۲
سطح معناداری	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

جدول (۶) جدول معیارهای مختلف صحت پیش‌بینی برای افق‌های پیش‌بینی متفاوت نرخ دلار آمریکا

معیار صحت مدل/ افق پیش‌بینی (روز)	۷	۱۴	۲۱	۳۰	۶۰	۹۰	۱۸۰	۳۶۰
MSE	۱۱۱۰۶۴	۱۹۰۵۵۴	۲۵۹۰۳۰	۳۹۹۵۸۴	۸۴۳۸۵۷	۱۱۵۶۵۴۲	۱۲۵۱۶۶۶	۲۶۷۳۷۵۲
RMSE	۳۳۳/۲۶۳	۴۳۶/۵۲۵	۵۰۸/۹۵۰	۶۳۲/۱۲۶	۹۱۸/۶۱۷	۱۰۷۵/۴۲۶	۱۱۱۸/۷۷۸	۱۶۳۵/۱۶۱
MAE	۲۱۴/۱۵۰۰	۲۹۲/۹۷۳۵	۳۴۵/۶۳۰۸	۴۱۲/۶۵۹۱	۶۵۰/۷۵۸۱	۷۷۲/۱۰۲۰	۹۰۹/۶۰۰۴	۱۲۶۷/۰۲۴
MDAE	۱۲۸/۲۶۷۸	۱۸۲/۳۱۶۱	۲۲۱/۷۲۷۷	۲۵۰/۹۷۲۸	۳۸۷/۸۸۵۹	۵۲۰/۲۰۲۲	۷۹۱/۲۸۴۰	۱۰۷۰/۵۸۵
MAPE	۰/۶۱۴۱	۰/۸۴۴۲	۰/۹۹۲۶	۱/۱۸۱۴	۱/۸۷۳۴	۲/۲۴۱۹	۲/۶۳۶۲	۳/۵۷۹۷
MDAPE	۰/۳۷۷۴	۰/۵۲۵۹	۰/۶۴۷۲	۰/۷۲۵۹	۱/۱۳۶۹	۱/۴۷۳۹	۲/۲۷۱۳	۳/۱۶۵۵
RMSPE	۰/۹۴۵۳	۱/۲۴۶۳	۱/۴۴۶۹	۱/۷۸۰۳	۲/۶۱۳۰	۳/۱۲۷۲	۳/۲۳۵۳	۴/۴۹۹۳
RMDSPE	۰/۳۷۷۴	۰/۵۲۵۹	۰/۶۴۷۲	۰/۷۲۵۹	۱/۱۳۶۹	۱/۴۷۳۹	۲/۲۷۱۳	۳/۱۶۵۵
MASE	۲/۲۴۳۱	۳/۰۶۸۸	۳/۶۲۰۳	۴/۳۲۲۴	۶/۸۱۶۴	۸/۰۸۷۴	۹/۵۲۷۷	۱۳/۲۷۱۵
MDASE	۱/۳۴۳۵	۱/۹۰۹۷	۲/۳۲۲۵	۲/۶۲۸۸	۴/۰۶۲۹	۵/۴۴۸۹	۸/۲۸۸۴	۱۱/۲۱۳۹

جدول (۷) معیارهای مختلف صحت پیش‌بینی برای افق‌های پیش‌بینی متفاوت قیمت سکه طلای بهار آزادی

معیار صحت مدل/ افق پیش‌بینی (روز)	۷	۱۴	۲۱	۳۰	۶۰	۹۰	۱۸۰	۳۶۰
MSE	$۱/۴۴\times۱۰^{۱۰}$	$۲/۹۱\times۱۰^{۱۰}$	$۳/۷۹\times۱۰^{۱۰}$	$۵/۶۶\times۱۰^{۱۰}$	$۱/۱۲\times۱۰^{۱۰}$	$۲/۸۳\times۱۰^{۱۰}$	$۳/۶۱\times۱۰^{۱۰}$	$۱/۰۷\times۱۰^{۱۰}$
RMSE	۱۲۰۰۹۸/۶۳	۱۷۰۴۷۳/۱۷	۱۹۴۶۳۲/۵۵	۲۳۷۹۸۷/۵۲	۳۳۵۲۲۷/۵۲	۵۳۱۶۰۰/۷۴	۶۰۱۰۵۹/۹۵	۱۰۳۴۷۹۶/۴
MAE	۸۵۸۶۵/۸۲۷	۱۲۱۶۴۴/۵۹	۱۴۰۹۸۳/۵۴	۱۷۵۹۱۰/۹۶	۲۴۸۳۹۸/۶۸	۳۹۰۱۳۴/۷۵	۴۷۹۴۲۵/۸۸	۸۱۷۵۹۴/۴۵
MDAE	۶۱۱۱۲/۱۶۳	۸۲۸۵۰/۷۹۸	۹۳۰۶۴/۳۹۷	۱۱۸۸۸۱/۴۵	۱۹۱۸۱۹/۶	۲۶۵۸۱۶/۶۵	۳۸۰۴۴۵/۰۸	۷۲۶۱۱۰/۰۸
MAPE	۰/۸۵۷	۱/۲۱۲	۱/۴۱۰	۱/۷۵۷	۲/۴۴۹	۳/۹۰۳	۴/۷۰۶	۷/۹۴۰
MDAPE	۰/۶۱۲	۰/۸۲۶	۰/۹۲۰	۱/۱۴۹	۱/۸۹۳	۲/۵۳۶	۳/۹۹۸	۷/۱۶۰
RMSPE	۱/۱۹۷	۱/۶۸۶	۱/۹۵۱	۲/۳۸۵	۳/۲۷۲	۵/۳۳۸	۵/۸۳۲	۱۰/۰۳۴
RMDSPE	۰/۶۱۱	۰/۸۲۶	۰/۹۲	۱/۱۴۹	۱/۸۹۳	۲/۵۳۶	۳/۹۹۸	۷/۱۶۰
MASE	۲/۰۸۵	۲/۹۵۳	۳/۴۲۳	۴/۲۷۱	۶/۰۳۱	۹/۴۷۳	۱۱/۶۴۱	۱۹/۸۵۳
MDASE	۱/۴۸۳	۲/۰۱۱	۲/۲۵۹	۲/۸۸۶	۴/۶۵۷	۶/۴۵۴	۹/۲۳۸	۱۷/۶۳۱

یادداشت‌ها

[1] Geometric Brownian Motion
[2] Continuous-time
[3]Brandimarte
[4] Smooth Transition Regression
[5] Georgios
[6] Postali & Picchetti
[7] Gozgor
[8] Forward Exchange Rate
[9] Omar & Jaffar
[10] Mean Absolute Percentage Error
[11] Lawrence
[12] Highly Accurate
[13] Good Accurate
[14] Reasonable Forecast
[15] Inaccurate Forecast
[16] Mean Squared Error
[17] Root Mean Squared Error
[18] Mean Absolute Error
[19] Median Absolute Error
[20] Median Absolute Percentage Error
[21] Root Mean Squared Percentage Error
[22] Root Median Squared Percentage Error
[23] Mean Absolute Scaled Error
[24] Median Absolute Scaled Error
[25] R