فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری
دوره ۱۳ / شماره ۱ (پیاپی ۴۹) / بهار ۱۴۰۳
صفحه ۵۱ تا ۷۶

مدل‌سازی ارزش در معرض ریسک سبد دارایی با استفاده از نظریه مقدار حدی–کاپیولاهای زوجی

علی سوری
دانشیار، دانشکده اقتصاد، دانشگاه تهران،
alisouri@ut.ac.ir

سعید فلاح‌پور
استادیار گروه مدیریت مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران،
falahpor@ut.ac.ir

علی فروش باستانی
استادیار استادیار گروه مالی، دانشکده ریاضی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان،
bastani@iasbs.ac.ir

احسان احمدی
دانشجوی دکتری مالی بین الملل، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران،(نویسنده مسئول)
ehsan.ahmady@hotmail.com

تاریخ دریافت: ۹۹/۱۱/۱۳ تاریخ پذیرش: ۹۹/۱۱/۱۹

چکیده

ما در این پژوهش به دنبال افزایش قدرت برآورد ارزش در معرض ریسک سبد دارایی با استفاده از رویکرد نظریه مقدار حدی-کاپیولاهای زوجی می‌باشیم. در ادبیات مالی تحقیقات تجربی فراوانی بر روی ویژگی‌های بازدهی دارایی‌های مالی صورت گرفته و محققان به حقایقی در این خصوص دست‌یافته‌اند. در این زمینه می‌توان به کشیدگی، چولگی منفی، خودهمبستگی ضعیف، خوشه‌بندی نوسانات و ناهمسانی واریانس اشاره کرد. هر برآوردی از ریسک بدون در نظر گرفتن این ویژگی‌ها و یا استفاده از مفروضات غیر واقعی در خصوص بازدهی دارایی‌های مالی، احتمال شکست خوردن در مدیریت ریسک را افزایش می‌دهد. بدین منظور ابتدا توزیع‌های جانبی بازدهی‌ها با استفاده از نظریه مقدار حدی به‌دست‌آمده‌اند. با توجه به ویژگی‌های مشخص شده بازدهی دارایی‌های مالی و همچنین به‌منظور فیلتر اولیه برای استفاده از نظریه مقدار حدی، از مدل‌های ناهمسانی واریانس برای توزیع‌های جانبی دارایی‌های استفاده شده است. سپس ساختار وابستگی بین سهام مختلف با استفاده از مدل‌های کاپیولای زوجی برآورد گردیده است. در ادامه با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو ارزش در معرض ریسک سبد دارایی برآورد شده است. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که مدل با توزیع حاشیه‌ای GARCH و ساختار کاپیولای زوجی R-Vine توانسته است در سطح اطمینان ۹۵٪ بهترین عملکرد را در بین مدل‌های رقیب کسب کند.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض ریسک، کاپیولای زوجی، نظریه مقدار حدی، ناهمسانی واریانس، شبیه‌سازی مونت‌کارلو.

۱- مقدمه

بعد از آغاز بحران مالی سال ۲۰۰۸ و بروز مصائب و مشکلات ناشی از آن، فرآیند مدیریت ریسک در بین شرکت‌ها و مؤسسات مالی جایگاه ویژه‌ای یافته است. پژوهش‌ها و کارهای صورت درگرفته در حوزه مدیریت ریسک عمدتاً بر مبنای مفروضات غلطی در مورد ویژگی‌های دارایی‌های مالی انجام‌گرفته است. یکی از این مفروضات، فرض تبعیت کردن بازدهی دارایی‌های مالی از توزیع نرمال و استفاده از رویکرد گاوسی برای مدیریت ریسک می‌باشد. بحران‌های اخیر و وقوع زیان‌های شدید که در مدل‌های قبلی پیش‌بینی‌نشده بودند، به‌وضوح نشان می‌دهند که برای مدیریت ریسک استفاده از فروض ساده‌انگارانه و در نظر نگرفتن ویژگی‌های بازدهی دارایی‌های مالی کاری اشتباه و خطرناک است.

ارزش در معرض ریسک[1] یکی از پراستفاده‌ترین معیارهای مدیریت ریسک در حال حاضر می‌باشد. در روش‌های مرسوم از توزیع نرمال به‌منظور برآورد ریسک استفاده می‌شود ولی کارایی این روش‌ها با وقوع زیان‌های شدید، کاملاً مورد چالش قرارگرفته است. علت عدم موفقیت این مدل‌ها در برآورد صحیح ریسک استفاده از مفروضات غلط بوده است. این مشکل در زمان‌هایی که بازارهای مالی با دوره‌های بحرانی روبرو هستند، نمود بیشتری پیدا می‌کند (الکساندر و شدی[2]، ۲۰۰۸).

از زمان پژوهش‌های ابتدایی صورت گرفته توسط مندلبرت[3] (۱۹۶۳)، ادبیات مالی یک سری از ویژگی‌های مشخص[4] را در خصوص اکثر بازدهی دارایی‌های مالی نشان می‌دهد. برای مثال می‌توان به چولگی منفی، کشیدگی، خودهمبستگی ضعیف، ناهمسانی واریانس، خوشه‌بندی نوسانات و اثر اهرمی اشاره کرد. در موارد چند متغیره (سبد دارایی) و به‌خصوص در شرایط بازار نزولی، ویژگی‌های بازدهی‌های حدی، غیر نرمال بودن و ساختار وابستگی پویا تشدید می‌شوند. این عوامل نشان می‌دهد که استفاده از مدل‌های مبتنی بر توزیع متقارن و نرمال برای دارایی‌های مالی، اشتباه است. مدل‌های مختلفی برای لحاظ کردن این ویژگی‌های مشخص در بازدهی دارایی‌های مالی، پیشنهادشده‌اند. ولی متأسفانه به دلیل مواردی که در عمل رخ‌داده است (داده‌ها، تخصص، مشکلات محاسباتی، ضعف در نرم‌افزار و کمبود وقت)، صرفاً به مدل‌های ساده اکتفا شده است. به‌تازگی به دلیل زیان‌های شدید و تکرارشونده انگیزه برای استفاده از چارچوب‌های قابل‌اعتمادتر در بین متخصصان علم مالی ایجادشده است. این مهم مدیون پیشرفت‌های صورت گرفته در زمینه‌های کمی است.

بعد از معرفی توابع کاپیولا، استفاده از آن‌ها در پژوهش‌های مالی به‌منظور مدیریت ریسک کاربرد فراوانی یافته است. کاپیولاها برای مدل‌سازی وابستگی بین دارایی‌ها، ابزاری بسیار قدرتمند هستند و با استفاده از آن‌ها می‌توان ریسک سبد دارایی را بهتر برآورد کرد. درواقع با استفاده از توابع کاپیولا می‌توان یک تابع توزیع مشترک را به توابع توزیع حاشیه‌ای و یک ساختار وابستگی که توسط کاپیولاها بیان می‌شوند، تجزیه نمود (اسکلار[5]، ۱۹۵۹).

[1] Value at Risk (VaR)
[2] Alexander and Sheedy
[3] Mandelbrot
[4] Stylized Facts
[5] Sklar

همچنین با استفاده از کاپیولاها می‌توان مفهوم ضرایب همبستگی خطی[1] را به توابع ساختار وابستگی غیرخطی گسترش داد. درحالی‌که اشکال مختلفی برای توابع کاپیولای دومتغیره وجود دارد، اما در عمل برای موارد چند متغیره غالباً از دودسته کلی کاپیولاهای بیضی‌شکل[2] و ارشمیدسی[3]، استفاده می‌شود. متأسفانه این توابع کاپیولا چند متغیره (و یا به بیانی دیگر ابر کاپیولا[4]) برای مدل‌سازی و بازتولید ساختار وابستگی با ابعاد زیاد، به‌خصوص زمانی که ساختار وابستگی متقارن نیست، مناسب نیستند.

به منظور چیره شدن بر مشکلات مطرح‌شده در خصوص کاپیولاهای چند متغیره، جو[5] (۱۹۹۶) پیشنهاد کرد که یک تابع توزیع مشترک چند متغیره را می‌توان به چندین واحد کاپیولای زوجی تقسیم کرد و از این طریق تئوری کاپیولای Vine[6] را بیان کرد. با استفاده از این روش می‌توان یک تابع کاپیولای چند متغیره را به توابع کاپیولای دومتغیره شرطی[7] و غیرشرطی[8] تفکیک نمود. این روش که توسط بدفورد و کوکه[9] (۲۰۰۱ و ۲۰۰۲) بیشتر توسعه‌یافته است، انعطاف بیشتری برای مدل‌سازی ساختارهایی وابستگی چند متغیره در اختیار قرار می‌دهد؛ زیرا با استفاده از آن می‌توان هر یک از ساختارهای وابستگی دوگانه را به‌طور مجزا از کل سیستم چند متغیره مشخص نمود. امروزه کاربرد توابع کاپیولای Vine درزمینهٔ مدیریت ریسک در حال گسترش است.

محاسبه و برآورد ریسک اولین قدم در فرآیند مدیریت ریسک است. بحران‌های مالی اخیر نشان داد که نهادهای مالی تا چه میزان در مقابل ریسک آسیب‌پذیر هستند. زیان‌های رخداده که از پیش‌بینی‌های قبلی بسیار بیشتر بود ثابت کرد که استفاده از مفروضات غیرواقعی و مدل‌های نامناسب منجر به نابودی شرکت‌ها می‌شود؛ بنابراین هدف اصلی این پژوهش ارائه مدلی برای برآورد ریسک سبد دارایی با لحاظ کردن ویژگی‌های دارایی‌های مالی و در نظر گرفتن ساختار وابستگی با استفاده از توابع کاپیولای Vine است. بدین منظور در مطالعه پیش‌رو برای اولین بار در ایران ریسک سبد دارایی را با لحاظ کردن ویژگی‌های بازدهی‌های دارایی‌های مالی (دنباله پهن، ناهمسانی واریانس، چولگی، کشیدگی و ...)، تمرکز بر روی موارد بحرانی (با استفاده از نظریه مقدار بحرانی) و مدل‌سازی ساختار وابستگی سبد دارایی به‌طور هم‌زمان با مدل‌سازی ساختار وابستگی بین دارایی‌های مختلف (با استفاده از توابع کاپیولای زوجی)، برآورد می‌کنیم. اکثر پژوهش‌های صورت گرفته بر روی موارد استفاده از توابع کاپیولای Vine معطوف به استفاده از یک ساختار مشخص (C-Vine، D-Vine و R-Vine) شده است؛ بنابراین یکی دیگر از اهداف ما در این پژوهش مقایسه توابع C-Vine، D-Vine و R-Vine برای سبد دارایی متشکل از سهام بازار سرمایه ایران است تا از این طریق بتوانیم مناسب‌ترین فرم ساختار وابستگی را برای بازار سرمایه ایران شناسایی نماییم.

[1] Linear Correlation Coefficients
[2] Elliptical Copulas
[3] Archimedean Copulas
[4] Meta-Copula
[5] Joe
[6] Vine Copula
[7] Conditional Bivariate Copula
[8] Unconditional Bivariate Copula
[9] Bedford and Cooke

در قسمت های بعدی به مرور پیشینه پژوهش می‌پردازیم. در ادامه روش تحقیق ارائه می‌گردد. در انتها به نتیجه-گیری و بحث و بررسی یافته‌های تحقیق خواهیم پرداخت.

مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در ادبیات مالی رویکرد گاوسی به‌منظور مدیریت ریسک سبد دارایی موردانتقاد محققان قرارگرفته شده است. از طرفی در سال‌های اخیر بحران‌های مالی در جهان و ایران بیش‌ازپیش در بازارهای مالی تأثیر بسزایی را داشته‌اند؛ بنابراین نقش مدیریت ریسک نسبت به گذشته پررنگ‌تر خواهد شد. یکی از معیارهای ریسک مورداستفاده در این زمینه ارزش در معرض ریسک است. رویکرد سنتی در محاسبه ارزش در معرض ریسک استفاده از تابع توزیع نرمال برای مدل‌سازی بازده دارایی‌ها می‌باشد. اما شواهد نشان‌گر عدم پیروی توزیع بازده دارایی‌ها از توزیع نرمال می‌باشد. بنابراین می‌بایست از رویکرد دیگری به‌منظور مدل کردن بازده دارایی‌ها و محاسبه ارزش در معرض ریسک استفاده کرد. در واقعیت بازده دارایی رفتارهایی از قبیل دنباله پهن، ناهمسانی واریانس و چولگی را از خود نشان می‌دهند. در نظر گرفتن این واقعیات در رفتار بازده دارایی‌ها، در عمل می‌تواند در اندازه‌گیری ریسک مؤثر واقع شود.
به جهت لحاظ نمودن موارد فوق در پژوهش پیش‌رو از ابزارهایی از قبیل مدل‌های ناهمسانی واریانس، نظریه مقدار حدی و کاپیولاهای زوجی استفاده‌شده است که در ادامه این رویکردها معرفی‌شده‌اند.

❖ مدل‌های ناهمسانی واریانس

مدارک فراوانی وجود دارد که نشان می‌دهد نوسانات در بازارهای مالی میل به خوشه‌ای شدن دارند و ریشه کارهای انجام‌شده در این زمینه به کارهای مندلبورت (۱۹۶۳) بازمی‌گردد. خوشه‌ای شدن نوسانات تأثیر زیادی در اندازه‌گیری و مدیریت ریسک دارد. در مدل‌های ناهمسانی واریانس خوشه‌ای شدن نوسانات در نظر گرفته می‌شود. همچنین تخمین‌هایی که از این مدل‌ها به دست می‌آیند با مقادیر برآورد شده زمان حال برابر نیستند و ممکن است که از آن‌ها بیشتر و یا کمتر باشند.
بولرسلو[1] (۱۹۸۶) مدل GARCH را که تعمیم‌یافته مدل ARCH است، ارائه نمود. برای یک فرآیند $\{r_t\}_{t=1}^{T}$ یک مدل ARMA(p,q)-GARCH(r,s) به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

رابطه ۱)

$$r_t = \mu_t + \sum_{j=1}^{p} \phi_j r_{t-j} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t = z_t \sigma_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{s} \beta_i \sigma_{t-i}^2$$

به مدل ارائه‌شده در رابطه (۱)، مدل GARCH متقارن نیز گفته می‌شود زیرابه نوسانات مثبت و منفی وزن یکسانی داده می‌شود. در مدل GARCH نامتقارن یا A-GARCH یک پارامتر اضافی به مدل GARCH متقارن اضافه می‌شود تا مدل بتواند مکانیسم پاسخ‌دهی متفاوت به شوک‌های بازار را نشان دهد. به‌عنوان یک مدل نامتقارن

[1] Bollerslev

می‌توان از مدل GJR گلستون، جاگاناتان و رانکل[1] (۱۹۹۳) نام برد. معادله واریانس در این مدل به این صورت است:

رابطه ۲)
$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p}(\alpha_i + \gamma_j I_{t-i})\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q}\beta_j \sigma_{t-j}^2$$

در این رابطه I تابع علامت[2] است و مقدار آن برای شوک‌های منفی یک و برای شوک‌های مثبت برابر با صفر می‌باشد.

مدل GARCH نمایی یا E-GARCH در سال ۱۹۹۱ توسط نلسون[3] (۹۹۱) معرفی شد. نلسون در این مدل به‌جای اعمال محدودیت برای اطمینان از مثبت بودن واریانس‌ها از لگاریتم واریانس‌ها استفاده کرده است؛ بنابراین در این مدل واریانس‌ها همیشه مثبت هستند. همچنین با توجه به اینکه اخبار منفی تأثیر بیشتری از اخبار مثبت دارد و در این مدل با توان دو وارد محاسبه واریانس می‌شوند، با استفاده از این مدل می‌توان اثر اهرمی[4] را نیز لحاظ کرد. معادله EGARCH(1,1) به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

رابطه ۳)
$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \alpha_1 \left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| + \gamma\left(\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right) + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2)$$

❖ نظریه مقدار حدی

نظریه مقدار حدی ساختاری را برای بررسی و تحلیل رفتار مقادیر حدی ارائه می‌دهد. تمرکز اصلی در این نظریه بر روی دنباله‌های توزیع متغیرها قرار دارد، بنابراین با استفاده از این نظریه می‌توان تغییرات شدید در توزیع بازدهی دارایی‌ها را بررسی کرد. در عمل برای بکار بستن نظریه مقدار حدی دو رویکرد اصلی وجود دارد که عبارت است از رویکرد بیشینه بلوک[5] و رویکرد فراتر از حد آستانه[6]. در این پژوهش به‌منظور پسماندهای استانداردشده مدل‌های ناهمسانی واریانس معرفی‌شده در قسمت قبلی، از رویکرد POT و توزیع پارتو تعمیم‌یافته[7] استفاده می‌کنیم. توزیع حاشیه‌ای هر یک از دارایی‌ها به‌صورت زیر است:

رابطه ۴)
$$F(\hat{z}) = \begin{cases} \frac{T_{u^L}}{T}\left(1 + \xi^L \frac{u^L - \hat{z}}{\beta^L}\right) & \text{if} : \hat{z} < u^L \\ \varphi(\hat{z}) & \text{if} : u^U < \hat{z} < u^L \\ 1 - \frac{T_{u^U}}{T}\left(1 + \xi^U \frac{\hat{z} - u^U}{\beta^U}\right)^{-\frac{1}{\xi^U}} & \text{if} : \hat{z} > u^U \end{cases}$$

[1] Glosten, Jagannathan and Runckle
[2] Sign Function
[3] Nelson
[4] Leverage Effect
[5] Block Maxima Approach
[6] Peak Over Threshhold (POT)
[7] Generalized Pareto Distribution (GPD)

❖ کاپیولای زوجی

نظریه اسکلار[1] بیان می‌کند که هر تابع توزیع مشترک n-بعدی را می‌توان به n تابع توزیع حاشیه‌ای و یک تابع کاپیولا، تجزیه نمود. اگر F یک تابع توزیع مشترک با توابع توزیع حاشیه‌ای$(i = 1, \dots, n)$ F_i باشد، یک تابع کاپیولای C وجود دارد به‌طوری‌که :

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) \quad \text{رابطه ۵)}$$

اگر تمام توابع توزیع حاشیه‌ای پیوسته باشند، آنگاه تابع C به‌صورت یکتا وجود دارد. اگر معکوس توابع توزیع‌هایF_i ها را با F_i^{-1} نشان دهیم و $u_i = F_i$ قرار دهیم، آنگاه تابع کاپیولا به این صورت محاسبه میشود:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = F(F_1^{-1}(x_1), F_2^{-1}(x_2), \dots, F_n^{-1}(x_n)) \quad \text{رابطه (۶)}$$

در حقیقت روابط (۵) و (۶) معکوس یکدیگر هستند و با استفاده از یکی می‌توان دیگری را به دست آورد.

برای اولین بار جو مفهوم کاپیولای دوگانه را به کاپیولای Vine گسترش داد. یک تابع کاپیولای Vine یک تابع توزیع مشترک d بعدی است که از حاصل‌ضرب $\frac{d(d-1)}{2}$ کاپیولای دومتغیره به ساخته می‌شود. برای مثال یک تابع سه‌بعدی کاپیولای Vine به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$C_{123} = C_{12}(F_1(X_1); F_2(X_2)) * C_{13}(F_1(X_1); F_3(X_3)) * C_{23|1}(\partial_1 C_{12}(F_1(X_1); F_2(X_2)); \partial_1 C_{13}(F_1(X_1); F_3(X_3))) \quad \text{رابطه ۷)}$$

به‌صورت خلاصه می‌توان رابطه (۷) را به‌صورت$C_{123} = C_{12} * C_{13} * C_{23|1}$ نوشت. برای ادامه بحث احتیاج داریم تا از مفاهیم درخت[2] و Vine تعاریفی داشته باشیم.

تعریف درخت: اگر N مجموعه‌ای از رئوس[3] و E مجموعه‌ای از یال‌ها[4] باشند، آنگاه یک درخت یک گراف[5] T=(N,E) است، درواقع یک درخت گرافی متشکل از N رأس و E یال است که حلقه‌ای ندارد.

تعریف Vine: $n = (T_1, T_2, \dots, T_m)$ یک Vine با m جز است اگر :

۱) T_1 یک درخت با رئوس $N_1 = \{1,2, \dots, m\}$ و مجموعه یال‌های E_1 باشد.

۲) برای $i = 2,3, \dots, m-1$، T_i یک درخت با رئوس $N_i = E_{i-1}$ و یال‌های E_i باشد.

درواقع یک ساختار m بعدی Vine با m-1 درخت (T) و بیان می‌شود و درختT_j دارای $m+1-j$ رأس و $m-j$ یال است که به $m-j$ تابع توزیع کاپیولا دلالت می‌کند. یال درخت T_j به‌عنوان رأس برای درخت T_{j+1} عمل می‌کند، یعنی یال‌های مشترک در یک رأس درخت T_j برای درخت T_{j+1} به یک رأس تبدیل می‌شوند و با یال‌های

[1] Sklar's Theorem
[2] Tree
[3] Node
[4] Edge
[5] Graph

دیگر در این درخت ارتباط برقرار می‌کنند. بنابراین یک ساختار m بعدی Vine می‌تواند به‌وسیله $\frac{m(m-1)}{2}$ یال (کاپیولای دوبعدی) تشکیل گردد.

با توجه به مباحث مطرح گردیده در این قسمت مشخص است که راه‌های زیادی برای ساختن یک تابع کاپیولای Vine وجود دارد. در این پژوهش ما از سه ساختار C-Vine، D-Vine و R-Vine استفاده می‌کنیم که در ادامه توضیحات آن‌ها آورده شده است. تابع چگالی C-Vine و D-Vine به فرم زیر است:

C-Vine:

$$f(x)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i)\prod_{j=1}^{n}\prod_{h=1}^{n-j} c_{j,j+h|1,2,\dots,j-1}\left(F\left(x_j|x_{1:j-1}\right),F\left(x_{j+h}|x_{1:j-1}\right)\right) \qquad \text{رابطه ۸)}$$

D-Vine:

$$f(x)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i)\prod_{j=1}^{n-1}\prod_{h=1}^{n-j} c_{h,h+j|h+1,\dots,h+j-1}\left(F\left(x_h|x_{h-1:h+j-1}\right),F\left(x_{h+j}|x_{h-1:h+j-1}\right)\right) \qquad \text{رابطه ۹)}$$

در اینجا$x_{k1:k2}=(x_{k_1},x_{k_1+1},\dots,x_{k2})$ است و j به درخت و i به یال اشاره می‌کند. در ساختار C-Vine در هر مرحله تنها یک رأس کانونی وجود دارد و بقیه رئوس با این رأس کانونی رابطه دارند درحالی‌که در ساختار D-Vine رابطه‌ها در هر سطح خطی می‌باشد. برخلاف دو ساختار قبلی، ساختار R-Vine از قبل شکل مشخصی ندارد و بر اساس ویژگی‌های دارایی‌های مختلف ساخته می‌شود (هر نوع از دارایی در اینجا ساختار مخصوص به خود را دارد). تابع چگالی این ساختار به این صورت است :

$$f_{1\dots n}(x)=\prod_{k=1}^{n} f_k(x_k)\prod_{i=1}^{n-1}\prod_{e\in E_i} C_{C_{e,a},C_{e.a}|D_e}\left(F_{C_{e,a}|D_e}\left(x_{C_{e,a}}|x_{D_e}\right),F_{C_{e,b}|D_e}\left(x_{C_{e,a}}|x_{D_e}\right)\right) \qquad \text{رابطه ۱۰)}$$

در اینجا $x=(x_1,\dots,x_n)$ ،$xx_k=\sum_{t=1}^{k}(x_t-\bar{x})$ ،$yy_k=\sum_{t=1}^{k}(y_t-\bar{y})$ ،k=1,…,N و f_i معکوس تابع F_i است.

در هر درخت زمانی که ساختار آن به‌وسیله روش بالا مشخص شد، از کاپیولاهای دوبعدی برای محاسبه روابط بین دو رأس استفاده می‌کنیم. از بین کاپیولاهای مختلف، توابعی که معیار اطلاعاتی AIC را حداقل می‌کنند، انتخاب می‌شوند. در این پژوهش از طیف گسترده‌ای از توابع کاپیولا برای بررسی روابط دوگانه استفاده می‌کنیم تا حالات مختلف را پوشش دهیم.

❖ ارزش در معرض ریسک

ارزش در معرض ریسک حداکثر زیانی است که به‌صورت معقولانه مطمئن هستیم که در صورت نگه‌داری سبد دارایی در یک بازه زمانی مشخص، زیان سبد دارایی از آن بیشتر نمی‌شود.

$$P(x_t<VaR_t(1-\alpha)|\Omega_{t-1})=\alpha\% \qquad \text{رابطه ۱۱)}$$

در این رابطه x_t نشان‌دهنده بازدهی سبد دارایی در دوره t ام و Ω_{t-1} مجموعه اطلاعاتی در زمان t-1 است. در ادامه در این قسمت پژوهش‌های فارسی انجام‌شده درزمینهٔ مدیریت ریسک، نظریه مقدار بحرانی و استفاده از توابع کاپیولا در ارتباط با بازار سرمایه آورده شده است. در قسمت بعدی مقالات خارجی انجام‌شده مرتبط با موضوع این مقاله آورده شده است

احمدی و فلاح‌پور (۱۳۹۳) با ترکیب توابع کاپیولای ارشمیدسی و بیضی‌شکل و مدل‌های ناهمسانی واریانس، ارزش در معرض ریسک پرتفوی نفت و طلا را برآورد کردند. نتایج پژوهش آن‌ها حاکی از برتری روش کاپیولای t-استیودنت نسبت به سایر روش‌ها درزمینهٔ محاسبه ریسک سبد دارایی می‌باشد.

در پایان‌نامه کارشناسی ارشد نکاوند (۱۳۹۴)، بامطالعه در خصوص ویژگی‌های داده‌ها شاخص کل تلاش شده است تا مدل ترکیبی GARCH-EVT پیاده‌سازی شود. در ابتدا مدل GARCH برای بازده لگاریتمی شاخص کل بکار رفته است، سپس با استفاده از بکار بردن تئوری مقدار بحرانی برای پسماندهای مدل GARCH، مقدار ارزش در معرض ریسک محاسبه می‌شود. برای مقایسه، مدل‌های NORMAL-GARCH و t-Student-GARCH و شبیه‌سازی تاریخ نیز برای داده‌ها بازده شاخص بکار برده شده است. مدل‌ها با استفاده از آزمون‌های پس نگر موردبررسی قرارگرفته‌اند. نتایج پژوهش نشان‌دهنده برتری رویکرد معرفی‌شده نسبت به روش‌های سنتی می‌باشد. راغفر و آجرلو (۱۳۹۵) ریسک سبد ارزی (دلار، یورو، وون کره، ین ژاپن، لیر ترکیه و درهم امارات) از تاریخ ۱۳۸۶/۰۱/۰۱ تا ۱۳۹۳/۰۱/۳۱ برای یک بانک ایرانی با استفاده از کاپیولای چند متغیره و ترکیب آن با نظریه مقدار حدی و GJR محاسبه کرده‌اند. با مقایسه با روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و میانگین واریانس با استفاده از آزمون کوپیک، محققین به این نتیجه رسیده‌اند که رویکرد آن‌ها ریسک را دقیق‌تر محاسبه می‌کند.

در پژوهش صبایی و همکاران (۱۳۹۵) ضمن بررسی اثر حافظه بلندمدت در سری‌های بازده و نوسان، اثر آن بر وابستگی بین زوج دارایی‌های مالی بررسی‌شده است. با ترکیب سری‌های به‌دست‌آمده از ARFIMA-FIGARCH و رویکرد کاپیولا، یک سبد دارایی دو سهمی بهینه‌سازی شده است. نتایج این پژوهش حاکی از آن بوده است که اثر حافظه بلندمدت در سری‌ها باعث افزایش یا کاهش کاذب همبستگی سری‌ها شده و خطای تخمین را منجر می‌شود و مقدار حقیقی نوسان را می‌پوشاند. موسوی و پویانفر (۱۳۹۵) با ترکیب نظریه مقدار بحرانی و کاپیولا، برای یک سبد دارایی متشکل از سه سهم صنعت پتروشیمی ایران در بازده اردیبهشت‌ماه ۹۵، ارزش در معرض ریسک را محاسبه و با روش‌های شبیه‌سازی تاریخی، پارامتریک و مدل ترکیبی واریانس ناهمسان شرطی تعمیم‌یافته مقایسه کردند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که با ترکیب کاپیولاهای خانواده بیضی‌شکل، ریسک سبد دارایی را می‌توان بهبود داد. سارنج و نوراحمدی (۱۳۹۵) ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران در بین سال‌های ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۵ با استفاده از رویکرد ارزش فرین شرطی محاسبه کرده و با روش‌های پارامتریک مقایسه کردند. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که با استفاده از نظریه مقدار بحرانی شرطی می‌توان ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی پرتفوی را بهتر برآورد کرد.

در پژوهش صورت گرفته توسط فلاح‌پور و همکاران (۱۳۹۶) با ترکیب مدل FIGARCH و نظریه مقدار حدی، ارزش در معرض ریسک شرطی شاخص بورس اوراق بهادار تهران محاسبه‌شده است. نتایج حاصل از این پژوهش

نشان می‌دهد که توزیع داده‌های بازدهی شاخص نامتقارن داری چولگی منفی بوده و از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کند. بر اساس چهار آزمون انجام‌شده، رویکرد پیشنهادی این پژوهش نسبت به سایر مدل‌ها از دقت بالاتری برخوردار است. پیش بهار و عابدی (۱۳۹۶) با استفاده از کاپیولاهای خانواده ارشمیدسی (فرانک، کلایتون و گامبل) و خانواده بیضی‌شکل (نرمال و t-استیودنت) ریسک دو سبد دارایی مواد غذایی محاسبه و با روش‌های سنتی مقایسه کرده‌اند. در اینجا نتایج پژوهش برتری توابع کاپیولا را نسبت به روش‌های سنتی نشان می‌دهد.

کاشی و همکاران (۱۳۹۶) با استفاده از رویکرد بیشینه بلوک نظریه مقدار حدی، ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی بورس اوراق بهادار را محاسبه کرده‌اند. پژوهشگران در این پژوهش به این نتیجه رسیده‌اند که کاربرد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی نباید بر مدیریت ریسک مالی مسلط شود. در پژوهش صورت گرفته توسط باجلان و همکاران (۱۳۹۶) با ترکیب توزیع t-استیودنت چوله هایپربولیک تعمیم‌یافته با نظریه مقدار بحرانی، سعی شده است تا تابع توزیع تومان زیان‌های واردشده بر اکسپوژرهای مختلف با دقت بیشتری مدل‌سازی شود. نتایج پژوهش نشان می‌دهد با بهره‌گیری از توزیع ترکیبی پیشنهادی و کاپیولای کلایتون تابع توزیع توأم، می‌توان به‌خوبی زیان‌های نشئت‌گرفته از بیمه‌نامه شخص ثالث را مدل‌سازی کرد.

طیبی ثانی و چنگی آشتیانی (۱۳۹۷) با لحاظ نمودن اثر حافظه بلند مدت، ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس را محاسبه کرده‌اند. مطالعات آن‌ها نشان می‌دهد که با لحاظ کردن حافظه بلند مدت می‌توان تخمین ارزش در معرض ریسک را بهبود بخشید. پایتختی و همکاران (۱۳۹۸) با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک، پرتفوی متشکل از ۱۷ سهم سیمانی را بهینه‌سازی کرده‌اند. محققین متوجه شدند که سهمی که کمترین میزان ارزش در معرض ریسک را دارد، دارای بیشترین وزن در پرتفوی بهینه می‌باشد.

شفیعی و همکاران (۱۳۹۸) با ترکیب نظریه مقدار حدی و معادلات دیفرانسیل تصادفی، ارزش در معرض ریسک را محاسبه کرده‌اند. نتایج تحقیق آن‌ها حاکی از برتری مدل پیشنهادی نسب به سایر مدل‌ها می‌باشد. رجبی خانقاه و همکاران (۱۳۹۹) مدل‌های گارچ چند متغیره را در زمینه محاسبه ارزش در معرض ریسک مقایسه کرده‌اند. نتایج آزمون‌های پس‌آزمایی نشان داد که مدل‌های گارچ چند متغیره می‌توانند به محاسبه دقیق‌تر ریسک پرتفوی کمک کنند.

اولین بار اسکلار (۱۹۵۹) پیشنهاد کرد که به‌منظور اندازه‌گیری وابستگی غیرخطی بین متغیرها، از کاپیولا استفاده شود. تئوری اسکلار نشان می‌دهد که چگونه می‌توان یک تابع توزیع مشترک را به توابع حاشیه‌ای افراز کرد و سپس با استفاده از تابع کاپیولا، ساختار وابستگی را مدل‌سازی کرد. کاپیولای شرطی را اولین بار پاتون[1] (۲۰۰۱) در پایان‌نامه دکتری خود معرفی کرد. گوربرگ و همکاران[2] (۲۰۰۵) و همچنین هامرل و راوسچ[3] (۲۰۰۵) کاربرد کاپیولا را در قیمت گزاری اختیارها بررسی کردند. پژوهش گوربرگ و همکاران نشان داد که قیمت اختیارهایی که با استفاده از توابع کاپیولا به دست می‌آید بسیار متفاوت از قیمت اختیارهایی است که از روش‌هایی

[1] Patton
[2] Goorberg et al
[3] Hamerle and Rosch

به دست می‌آیند که فرض می‌کنند ساختار وابستگی در طول زمان ثابت است. منگادزو و وکچیاتو[1] (۲۰۰۴) برای بررسی ریسک اعتباری و نسلهوا و همکاران[2] (۲۰۰۶) برای بررسی ریسک عملیاتی بانک‌ها، از کاپیولا استفاده کرده‌اند.

پالارو و هوتا[3] (۲۰۰۶) با استفاده از مدل‌های ترکیبی کاپیولای شرطی و GARCH چند متغیره، ارزش در معرض ریسک سبد دارایی متشکل از شاخص‌های S&P 500 و NASDAQ را محاسبه کرده‌اند. در این پژوهش ارزش در معرض ریسک‌های روش‌های مختلف باهم مقایسه شده است و ارزش در معرض ریسکی که با استفاده از کاپیولای SJC به‌دست‌آمده است، بهترین عملکرد را داشته است. هوانگ[4] (۲۰۰۹) از روش کاپیولا-گارچ ارزش در معرض ریسک سبد دارایی شاخص‌های NASDAQ و TAIEX را محاسبه کرده‌اند. در پژوهش انجام‌شده توسط این افراد تابع کاپیولای t-استیودنت از روش‌های دیگر عملکرد بهتری داشته است. وانگ و منگ (۲۰۱۰) با استفاده از کاپیولا ریسک سبد دارایی متشکل از نرخ‌های ارز را محاسبه کرده‌اند. دنگ، ما و یانگ (۲۰۱۱) کاربرد کاپیولا را در بهینه‌سازی سبد دارایی پژوهش کرده‌اند.

برای اولین بار، جو (۱۹۹۶) به‌منظور رفع نواقص کاپیولاهای چند متغیره، تئوری کاپیولای Vine را مطرح کرد. سال‌های بعد این روش باکارهای صورت گرفته توسط بدفورد و کوکه (۲۰۰۱) توسعه بیشتری پیدا کرد. این دو محقق تئوری گراف Vine را برای تجزیه ساختارهای وابستگی چند متغیره معرفی کردند. از این ساختار که با عنوان ساختار عادی[5] یاد می‌شود، انعطاف بسیاری به محقق برای بررسی ساختار وابستگی چند متغیره می‌دهد. در سال ۲۰۰۹ آس و همکاران[6] (۲۰۰۹) برای تجزیه ساختارهای وابستگی بر اساس رویکرد کاپیولای زوجی، دو ساختار مجزا را پیشنهاد کردند. در ساختار متعارف[7] تنها یک متغیر کانونی وجود دارد و بقیه عوامل تنها با این متغیر کانونی ارتباط دارند. در ساختار کشیدنی[8] ارتباط متغیرها تنها از طریق رابطه خطی برقرار می‌شود و ساختار وابستگی دیگری قابل‌قبول نیست.

به‌منظور مقایسه عملکرد کاپیولای چند متغیره و کاپیولای Vine پژوهش‌های گسترده‌ای صورت گرفته است. در یک پژوهش صورت گرفته در سال ۲۰۱۳ به‌منظور بررسی ارزش در معرض ریسک سبد دارایی متشکل از شاخص سهام Euro Stoxx 50، از ترکیب کاپیولای R-Vine و مدل‌های GARCH استفاده‌شده است. عملکرد مدل ارائه‌شده در این پژوهش در تمامی سطوح اطمینان از مدل‌های کاپیولای چند متغیره بهتر بوده است (برچمن و زادو، ۲۰۱۳).

[1] Menegozzo and Vecchiato
[2] Neslehova et al
[3] Palaro and Hotta
[4] Hunag
[5] Regular or R-vine
[6] Aas et al
[7] Canonical or C-vine
[8] Drawable or D-vine

در پژوهش دیگری که توسط ژانگ و وی[1] (۲۰۱۴) صورت گرفته است، با استفاده از ترکیب مدل‌های ناهمسانی واریانس و کاپیولاهای Vine ارزش در معرض ریسک سبد دارایی متشکل از ۱۰ شاخص سهام بین‌المللی برآورد گردیده است. در این پژوهش نتیجه به‌دست‌آمده بیان می‌کند که کاپیولای D-Vine از سایر روش‌ها، ریسک سبد دارایی را بهتر برآورد می‌کند.

ویب و همکاران[2] (۲۰۱۵) با استفاده از کاپیولاهای C-Vine و D-Vine به بررسی ریسک سبد دارایی‌های مختلف پرداختند و نشان دادند کاپیولاهای Vine مختلط در مدل‌سازی ریسک بسیار منعطف هستند. آیوسوک و سیربونچیتا[3] (۲۰۱۴) با استفاده از تئوری مقدار حدی و کاپیولاهای Vine، بهینه‌سازی سبد دارایی از بازارهای انرژی آسیا رو انجام داده‌اند. نتیجه پژوهش آن‌ها نشان می‌دهد که ریسک بازار چین از بقیه بازار آسیا بیشتر است. ژوان و همکاران[4] (۲۰۱۵) با استفاده از کاپیولاهای زوجی اثر سرریز و ریسک دنباله بالا و پایین سبد دارایی متشکل از طلا، نقره، پلاتین و پالادیم را محاسبه کردند. نتیجه کار آن‌ها نشان می‌دهد که این ۴ فلز را نمی‌توان تحت یک عنوان طبقه‌بندی کرد و باید جداگانه به‌عنوان دارایی در نظر گرفته شوند.

کولیایی[5] (۲۰۱۶) با ترکیب نظریه مقدار حدی، مدل EGARCH و کاپیولای R-Vine، ارزش در معرض ریسک سه دسته از دارایی‌های مختلف (سهام، ارز و کالا) را محاسبه کرده و به بررسی استفاده از این روش در مدل‌سازی حالت‌های بحرانی پرداخته است. در سال ۲۰۱۸ ونهوا و همکاران[6] (۲۰۱۸) با استفاده از کاپیولای R-Vine و نظریه مقدار حدی ریسک سبد دارایی متشکل از ۴ شاخص قیمت نفت خام را محاسبه کرده‌اند و نشان داده‌اند که این روش می‌توان برآورد بهتری از ریسک سبد دارایی نفت خام داشته باشد.

روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر به لحاظ هدف در دسته پژوهش‌های کاربردی محسوب می‌شود؛ زیرا نتایج حاصل از آن می‌تواند مورداستفاده شرکت‌ها و مدیران مالی قرار گیرد. جامعه آماری مورداستفاده در این پژوهش کلیه سهام پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران می‌باشد. نمونه پژوهش ۱۰ شرکت پذیرفته‌شده بورس اوراق بهادار تهران در بین سال‌های ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۹ می‌باشد. فرایند انتخاب ۱۰ شرکت بر اساس شاخص نقد شوندگی شرکت‌ها می‌باشد با این شرایط که نماد سهام شرکت مذکور در دوره موردبررسی، توقف زمانی قابل‌توجه نداشته باشند. در پژوهش حاضر اطلاعات مرتبط با مبانی تئوریک و ادبیات پژوهش بامطالعه منابع مرتبط در پایگاه‌های معتبر علمی، از طریق مطالعات کتابخانه‌ای فراهم‌شده است. اطلاعات مالی مربوط به قیمت سهام با مراجعه به پایگاه اینترنتی شرکت بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران به‌دست‌آمده است. لازم به ذکر است که برای انجام این پژوهش، بعد از تلخیص داده‌ها از بازدهی روزانه لگاریتمی آن‌ها از تاریخ ۱۳۸۹/۷/۱ تا ۱۳۹۹/۶/۳۱ استفاده‌شده است.

[1] Zhang and Wei
[2] Weiß et al
[3] Ayusuk and Sirboonchitta
[4] Juan et al
[5] Koliai
[6] Wenhua et al

برای تخمین ارزش در معرض ریسک با استفاده از توابع کاپیولای زوجی ابتدا باید برای هر توزیع حاشیه‌ای یک مدل تخمین بزنیم. بدین منظور ابتدا توزیع‌های جانبی بازدهی‌ها با استفاده از نظریه مقدار بحرانی به دست می‌آید. با توجه به ویژگی‌های بازدهی دارایی‌های مالی (ناهمسانی واریانس، خوشه‌بندی نوسانات، اثر اهرمی و ...) و همچنین به‌منظور فیلتر اولیه برای استفاده از نظریه مقدار بحرانی، از مدل‌های ناهمسانی واریانس برای توزیع‌های جانبی دارایی‌های استفاده می‌کنیم.

سپس ساختار وابستگی بین سهام مختلف با استفاده از مدل‌های کاپیولای زوجی C-Vine، D-Vine و R-Vine برآورد می‌گردد. به‌منظور تخمین مدل‌های کاپیولای زوجی ما در این پژوهش از رویه انتخاب/تخمین ارائه‌شده توسط آس و همکاران (۲۰۰۹) استفاده می‌کنیم. این رویه به ما اجازه می‌دهد تا به‌طور هم‌زمان هم ساختار وابستگی را طراحی کنیم و هم توابع کاپیولای مناسب را انتخاب نماییم. در این روش ابتدا از درخت سطح یک شروع می‌کنیم و روابط دوگانه میان هر یک از زوج دارایی‌ها را بررسی می‌کنیم، با استفاده از رئوس و یال‌های ساخته‌شده در هر مرحله درخت بعدی را تشکیل می‌دهیم و این رویه را تا انتها ادامه می‌دهیم. در هر درخت ساختاری را انتخاب می‌کنیم که قدر مطلق حاصل جمع ضریب همبستگی رتبه‌ای کندال بین زوج متغیرها را حداکثر می‌کند.

در ادامه با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو ارزش در معرض ریسک دارایی برآورد می‌گردد. درنهایت مقادیر به‌دست‌آمده برای ارزش در معرض ریسک از طریق رویکرد ارائه‌شده در این پژوهش با مدل‌های رقیب مقایسه می‌گردد. لازم به ذکر است که وزن دارایی‌ها در پرتفوی انتخابی، برابر گرفته‌شده است (پرتفوی هم‌وزن).

مدل‌های در نظر گرفته‌شده برای توزیع‌های حاشیه‌ای در این پژوهش، بر مبنای مدل‌های GARCH، GJR و EGARCH می‌باشند که اجزاء اخلال استانداردشده آن‌ها دارای توزیع نرمال یا t-استیودنت می‌باشد. به‌منظور توضیح رویکرد پیشنهادی این پژوهش برای محاسبه ارزش در معرض ریسک، مدل GARCH در ادامه توضیح داده می‌شود.

ما در این پژوهش از مدل ARMA(1,1)-GARH(1,1) به‌منظور مدل‌سازی توزیع‌های حاشیه‌ای دارایی‌ها استفاده کرده‌ایم. معادله GARCH به‌صورت زیر می‌باشد.

رابطه ۱۲)
$$r_t = a_0 + a_1 r_{t-1} + b_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \sigma_{t-1}^2 + \beta \varepsilon_{t-1}^2$$

بعد از برآورد مدل ناهمسانی واریانس باید اجزا اخلال استاندار شده مدل را به دست آوریم تا با استفاده از آن بتوانیم ارزش در معرض ریسک را برآورد کنیم.

با استفاده از نظریه مقدار حدی می‌توان دنباله‌های بالایی و پایینی توزیع را به‌طور مجزا از بقیه بدنه توزیع، برآورد نمود. در ابتدا تابع توزیع شرطی دم F_u فراتر از آستانه u به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

رابطه ۱۳)
$$F_u(y) = p(z - u \le y | z > u) = \frac{F(u+y) - F(u)}{1 - F(u)}, 0 \le y \le z_F - u$$

در اینجا z جز اخلال استانداردشده به‌دست‌آمده از مدل‌های ناهمسانی واریانس می‌باشد. بر اساس قضیه پیکاندز و بالکما، تابع توزیع فراتر از آستانه u به‌وسیله تابع پرتوی تعمیم‌یافته قابل مدل‌سازی است. تابع توزیع چگالی این مدل به‌صورت زیر است.

رابطه ۱۴)

$$G_{\xi,\sigma}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi}{\sigma} y\right)^{-1/\xi} & if\ \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-y/\sigma} & if\ \xi = 0 \end{cases}$$

بعد از انتخاب ساختار کاپیولای زوجی، در مرحله بعد باید در هر درخت برای مدل‌سازی ساختار وابستگی از کاپیولای دومتغیره استفاده شود. به‌طورمعمول برای گزینش تابع کاپیولای دومتغیره یک سری ابزار گرافیکی و ابزار تحلیلی وجود دارد که ابزارهای تحلیلی مانند معیارهای اطلاعاتی AIC و BIC اعتبار بیشتری دارند؛ بنابراین، با توجه به ویژگی دارایی‌ها یک کاپیولا از خانواده ارشمیدسی یا بیضوی با توجه به معیارهای اطلاعاتی انتخاب می‌شود. در این پژوهش ما از روش حداکثر درست نمایی به‌منظور برآورد پارامترهای ساختارهای زوجی و توابع کاپیولای دومتغیره آن‌ها، استفاده می‌کنیم. رویه انجام کار به این صورت است که در ابتدا با استفاده از توزیع‌های حاشیه‌ای دارایی‌ها، کاپیولاهای دومتغیره و پارامترهای آن‌ها در سطح درخت اول محاسبه می‌شوند. با استفاده از این کاپیولاهای برآورد شده، مشاهدات در سطح درخت دوم از طریق رابطه زیر به دست می‌آید.

رابطه ۱۵)

$$F(x|V) = \frac{\partial C_{x\vartheta_j|V_{-j}}\left(F(x|V_{-j}), F(\vartheta_j|V_{-j})\right)}{\partial F(\vartheta_j|V_{-j})}$$

در اینجا $F(x|V)$ تابع توزیع شرطی، ϑ_j یکی از پارامترهای بردار n بعدی V، V_j بردار (n-1) بعدی به‌جز ϑ_j، و $C_{x\vartheta_j|V_{-j}}$ تابع توزیع کاپیولای دوبعدی می‌باشد. این رویه تا برآورد کلیه پارامترهای درخت آخر ادامه پیدا می‌کند. در انتها با تکمیل گام‌های زیر ارزش در معرض ریسک با استفاده از روش مونت‌کارلو به دست می‌آید:

۱) برای پرتفوی ده سهمی، بر اساس ساختار کاپیولای زوجی برآورده شده، ۲۰۰۰ بردار تصادفی γ_1، γ_2،...، γ_{10} ایجاد می‌کنیم.

۲) با استفاده از رابطه (۱۵) و رابطه زیر، توابع توزیع حاشیه‌ای شبیه‌سازی‌شده به دست می‌آیند.

رابطه ۱۶)

$$u_1 = \gamma_1$$
$$u_2 = F^{-1}(\gamma_2|u_1)$$
$$\dots$$
$$u_{10} = F^{-1}(\gamma_n|u_1, \dots, u_{10-1})$$

۳) بر اساس پارامترهای تابع پارتو تعمیم‌یافته و توابع توزیع حاشیه‌ای شبیه‌سازی‌شده، اجزا اخلال استاندار شده شبیه‌سازی‌شده z_1، z_2، ...، z_{10} به دست می‌آیند.

۴) با استفاده از مدل GARCH تخمین خورده می‌توان بازده شبیه‌سازی‌شده هر دارایی را به دست آورد.

رابطه ۱۷)

$$r_{i,t} = a_{i,0} + a_{i,1} r_{i,t-1} + b_{i,1} \varepsilon_{i,t-1}$$

۵) درنهایت بازدهی پرتفوی $\sum_{i=1}^{10} \omega_i r_{i,t}$ به دست می‌آید و ارزش در معرض ریسک برآورد می گردد.

رابطه ۱۸)
$$P\left(\sum_{i=1}^{10}\omega_i r_{,t} \le VaR_q|\Omega_{t-1}\right) = q$$

به‌منظور مقایسه قدرت رویکرد پیشنهادی این پژوهش در برآورد ریسک، در ادامه با استفاده از رویکرد EVT-GARCH-Copula و روش‌های سنتی، ارزش در معرض ریسک سبد دارایی محاسبه می‌شود. با توجه به پژوهش‌های انجام‌شده در سال‌های اخیر، مشاهده‌شده است که کاپیولای t-استیودنت برای مدل‌سازی دارایی‌های مالی از عملکرد بهتری برخوردار است. این امر در کارهای جونداو و راکینگر[1] (۲۰۰۶) و هوانگ (۲۰۰۹) نشان داده‌شده است. بدین منظور در این پژوهش برای محاسبه ارزش در معرض ریسک از کاپیولای t-استیودنت استفاده می‌شود. روش‌های سنتی استفاده‌شده در این پژوهش برای محاسبه ارزش در معرض ریسک عبارت‌اند از روش شبیه‌سازی تاریخی، روش واریانس-کوواریانس و روش میانگین موزون متحرک نمایی[2].

فرضیه‌های پژوهش

فرضیه تحقیق یا فرضیه علمی عبارت است از حدثی برای پیش‌بینی نتیجه یک تحقیق منحصربه‌فرد یا توضیح رابطه بین دو یا چند متغیر. فرضیه سبب می‌شود که تحقیق روی یک هدف معین متمرکزشده و آنچه مشاهده می‌شود مشخص شود. با توجه به اینکه تحقیق حاضر یک تحقیق کاربردی است فرضیه‌های زیر مدنظر است:

- استفاده از رویکرد GARCH-EVT-Pair-Copulas ساختار R-Vine نسبت به رویکرد EVT-GARCH-Copula و رویکردهای رقیب موجب افزایش قدرت برآورد ارزش در معرض ریسک سبد دارایی خواهد شد.
- استفاده از رویکرد GJR-EVT-Pair-Copulas ساختار R-Vine نسبت به رویکرد EVT-GARCH-Copula و رویکردهای رقیب موجب افزایش قدرت برآورد ارزش در معرض ریسک سبد دارایی خواهد شد.
- استفاده از رویکرد EGARCH-EVT-Pair-Copulas ساختار R-Vine نسبت به رویکرد EVT-GARCH-Copula و رویکردهای رقیب موجب افزایش قدرت برآورد ارزش در معرض ریسک سبد دارایی خواهد شد.

یافته‌های پژوهش

شرکت‌های موردبررسی در این پژوهش به شرح جدول زیر می‌باشند. برای از بین بردن همبستگی کاذب بین متغیرها، تنها از مشاهدات روزهایی که همه دارایی‌ها معامله‌شده‌اند، استفاده‌شده است. بعد از تلخیص داده‌ها در نرم‌افزار Excel درنهایت درمجموع ۱۲۶۸ قیمت-مشاهده روزانه به‌دست‌آمده است.

قبل از انجام هر آزمون آماری، ابتدا باید مانایی داده‌های پژوهش بررسی شود. جدول زیر نتایج آزمون دیکی-فولر[3] را نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید فرض صفر این آزمون مبنی بر وجود ریشه واحد و نامانایی، برای تمامی سهام انتخاب شده، رد می‌شود.

[1] Jondeau and Rockinger
[2] Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)
[3] Dickey–Fuller Test

جدول ۱. شرکت‌های انتخابی به‌منظور اجرای مدل‌ها

ردیف	نماد	ردیف	نماد
۱	کچاد	۶	فملی
۲	سفارس	۷	فولاد
۳	ثمسکن	۸	حتوکا
۴	وغدیر	۹	وبشهر
۵	کروی	۱۰	شاراک

جدول ۲. نتایج آزمون ریشه واحد

ردیف	نماد	P-Value	آماره	مقدار بحرانی
۱	کچاد	۰	-۲۹/۴۸۴۴	-۲/۸۶۳۶
۲	سفارس	۰	-۳۰/۰۴۱۱۲	-۲/۸۶۳۶
۳	ثمسکن	۰	-۳۲/۱۴۵۳	-۲/۸۶۳۶
۴	وغدیر	۰	-۲۷/۹۳۳۲	-۲/۸۶۳۶
۵	کروی	۰	-۳۱/۵۲۳۹	-۲/۸۶۳۶
۶	فملی	۰	-۳۰/۵۵۰۳	-۲/۸۶۳۶
۷	فولاد	۰	-۳۰/۸۴۳۲	-۲/۸۶۳۶
۸	حتوکا	۰	-۳۰/۷۸۹۷	-۲/۸۶۳۶
۹	وبشهر	۰	-۳۰/۱۹۸۷	-۲/۸۶۳۶
۱۰	شاراک	۰	-۲۸/۲۳۷۸	-۲/۸۶۳۶

در جدول زیر شاخص‌های آماری داده‌های موردبررسی، محاسبه و گزارش‌شده است. شاخص‌های آماری موردبررسی میانگین، واریانس، چولگی و کشیدگی می‌باشد.

جدول ۳. ویژگی‌های آماری داده‌های موردبررسی

ردیف	نماد	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی
۱	کچاد	۰٪/۳۵	۰٪/۱۴	-۵/۲۶	۶۴/۴۴
۲	سفارس	۰٪/۲۹	۰٪/۱۹	۷/۰۸	۱۲۲/۹۷
۳	ثمسکن	۰٪/۲۵	۰٪/۱۳	-۱/۵	۱۵/۸۹
۴	وغدیر	۰٪/۳۹	۰٪/۱۳	-۳/۷۵	۴۲/۰۷
۵	کروی	۰٪/۳۰	۰٪/۱۹	-۰/۰۹	۲۴/۶۴
۶	فملی	۰٪/۳۸	۰٪/۱۴	۴/۰۸	۵۰/۸۷
۷	فولاد	۰٪/۴۰	۰٪/۱۴	۵/۰۶	۷۶/۸۲

ردیف	نماد	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی
۸	حتوکا	۰٪/۳۲	۰٪/۲۳	-۲/۷۲	۵۳/۹۰
۹	وبشهر	۰٪/۳۰	۰٪/۱۴	-۱/۸۲	۲۱/۵۶
۱۰	شاراک	۰٪/۴۲	۰٪/۱۱	۲/۰۳	۲۵/۰۰

قبل از اجرای مدل‌ها می‌بایست، حقایق ذکرشده در مورد توزیع بازده دارایی‌ها موردبررسی قرار گیرد، بنابراین در این بخش این حقایق در مورد توزیع بازده دارایی‌ها بررسی‌شده و نتایج حاصل از این بررسی ارائه‌شده است.

❖ بررسی خاصیت دنباله پهن

یک متغیر تصادفی را دم‌پهن می‌گویند، هرگاه برآمدگی‌های انتهایی آن بیشتر از برآمدگی‌های انتهایی یک توزیع نرمال با همان میانگین و واریانس باشد. تعریف فوق بر این موضوع دلالت می‌کند که بازار دارای نوسانات نسبتاً کوچک و بزرگی است که نمی‌توان توزیع نرمال را به این تغییرات نسبت داد و برعکس کمتر رخ می‌دهد که بازده‌ها در دامنهٔ میانی توزیع متمرکز باشند. در مواقع خاص، احتمال رخدادهای بافاصلهٔ دور از میانگین، بیشتر از احتمالی است که توزیع نرمال به این وقایع نسبت می‌دهد. یک ویژگی اساسی مشاهدات برگرفته از توزیع نرمال این است که این داده‌ها به‌طور کامل و ازلحاظ آماری به‌وسیله میانگین و واریانس توزیع قابل توصیف هستند (گشتار اول و دوم) و این بدان معنی است که چولگی و کشیدگی برای همهٔ متغیرهای نرمال، شبیه به هم است (به ترتیب ۰ و ۳). چولگی، معیاری برای متقارن بودن توزیع احتمال متغیر تصادفی است و کشیدگی، میزان کشیدگی توزیع را نسبت به دم نشان می‌دهد. در کل، کشیدگی زیاد یک توزیع، بیانگر این است که بیشتر واریانس توزیع داده‌ها ناشی از مقادیر نادر انتهایی است و با احتمالات این مقادیر در توزیع نرمال، متفاوت است. چولگی زیاد یک دلیل قوی و نه کاملاً مطمئن برای دم‌پهن بودن توزیع بازده‌هاست. کشیدگی هر توزیع احتمال نسبت به کشیدگی توزیع نرمال که برابر با عدد ۳ است، سنجیده می‌شود. یک آزمون معروف در این زمینه، آزمون جارک- برا[1] است. آماره این آزمون به‌صورت زیر است:

رابطه ۱۹)
$$JB = \frac{n}{6}(s^2 + \frac{(k-3)^2}{4})$$

در این رابطه n تعداد نمونه، s چولگی و k کشیدگی داده‌ها را نشان می‌دهد. توجه داشته باشید که این آماره از توزیع مربع کای با دو درجه آزادی پیروی می‌کند.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، فرض نرمال مربوط به این آزمون برای همه دارایی‌ها رد شده است. همچنین همان‌گونه که در جدول ۳ مشخص‌شده است، ۶۰ درصد از داده‌ها دارای چولگی منفی (معادل ۶ سهم) هستند؛ بنابراین با توجه به نمی‌توان از روش‌های سنتی که مبتنی بر تابع توزیع نرمال هستند، ریسک پرتفوی را تخمین زد.

[1] Jarque–Bera Test

جدول ۴. اجرای آزمون جارک برا

ردیف	نماد	P-Value	آماره	مقدار بحرانی
۱	کچاد	۰/۰۰۱	۲۰۵۱۴۵/۳۸	۵/۹۴
۲	سفارس	۰/۰۰۱	۷۷۰۳۸۴/۶۷	۵/۹۴
۳	ثمسکن	۰/۰۰۱	۹۲۴۰/۰۳	۵/۹۴
۴	وغدیر	۰/۰۰۱	۸۳۵۵۷/۹۱	۵/۹۴
۵	کروی	۰/۰۰۱	۲۴۷۲۷/۷۳	۵/۹۴
۶	فملی	۰/۰۰۱	۱۲۴۴۸۳/۵۰	۵/۹۴
۷	فولاد	۰/۰۰۱	۲۹۳۱۰۹/۷۱	۵/۹۴
۸	حتوکا	۰/۰۰۱	۱۳۸۳۱۱/۱۵	۵/۹۴
۹	وبشهر	۰/۰۰۱	۱۹۱۲۷/۲۶	۵/۹۴
۱۰	شاراک	۰/۰۰۱	۲۶۴۱۳/۰۴	۵/۹۴

❖ بررسی وجود خوشه‌بندی نوسان در توزیع بازده دارایی‌ها

جهت منظور بررسی وجود خوشه‌بندی نوسان از آزمون لیانگ باکس[1] مجذور اجزا اخلال استفاده‌شده است. همان‌طور که در جدول زیر مشاهده می‌کنید، در بازدهی کلیه سهام انتخاب شده، فرض یک مبنی بر وجود خوشه‌بندی نوسان و اثرات آرچ وجود دارد. پس می‌بایست در مدل‌سازی ریسک این موضوع مدنظر قرار گیرد.

جدول ۵. نتایج حاصل از آزمون لیانگ باکس برای مربع اجزا اخلال

ردیف	نماد	P-Value	آماره	مقدار بحرانی
۱	کچاد	۰	۳۵۰/۴۹	۳۱/۴۱
۲	سفارس	۰	۳۱۶/۸۸	۳۱/۴۱
۳	ثمسکن	۰	۴۴۷/۴۰	۳۱/۴۱
۴	وغدیر	۰	۱۱۷۷/۹۶	۳۱/۴۱
۵	کروی	۰	۱۵۲/۴۲	۳۱/۴۱
۶	فملی	۰	۳۹۰/۹۲	۳۱/۴۱
۷	فولاد	۰	۵۹۷/۲۶	۳۱/۴۱
۸	حتوکا	۰	۸۹/۰۵	۳۱/۴۱
۹	وبشهر	۰	۴۳۷/۲۸	۳۱/۴۱
۱۰	شاراک	۰	۸۱۰/۵۲	۳۱/۴۱

[1] Liung Box

❖ بررسی وجود خودهمبستگی در بازده دارایی‌ها

به‌منظور بررسی خودهمبستگی سری زمانی از آزمون لیانگ باکس استفاده می‌شود. فرضیه‌های صفر و یک این آزمون به شرح زیر می‌باشد.

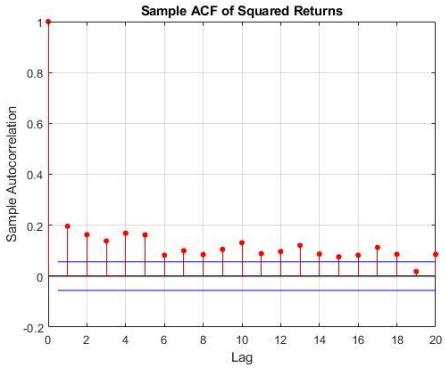
- ✓ **فرض صفر:** سری زمانی دارای خودهمبستگی نمی‌باشد.
- ✓ **فرض یک:** سری زمانی دارای خودهمبستگی می‌باشد.

آماره این آزمون به شرح رابطه زیر می‌باشد.

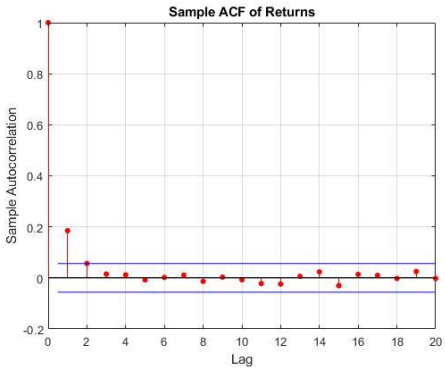
رابطه ۲۰)

$$Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{h}\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}$$

که در رابطه فوق n نشان‌دهنده تعداد نمونه، $\hat{\rho}_k$ خودهمبستگی با وقفه k و h تعداد وقفه‌های موردبررسی می‌باشد. لازم به ذکر است که آماره فوق از توزیع $\chi^2_{1-\alpha.h}$ پیروی می‌کند. لازم به ذکر است که شکل خودهمبستگی داده‌ها را می‌توان با استفاده از نرم‌افزار R ترسیم نمود. به‌طور مثال برای سهم معدنی و صنعتی چادرملو با نماد کچاد، نمودار خودهمبستگی بازده و توان دوم بازده به شرح زیر می‌باشد.



شکل ۱. نمودار خودهمبستگی بازده سهم کچاد



شکل ۲. نمودار خودهمبستگی توان دوم بازده سم کچاد

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، مقدار خودهمبستگی برای وقفه‌های اول و دوم معنی‌دار می‌باشد. برای اجرای آزمون لیانگ- باکس نیز از نرم‌افزار R استفاده‌شده است؛ که در جدول زیر نتایج این آزمون ارائه‌شده است.

جدول ۶. نتایج حاصل از آزمون لیانگ باکس برای بازده دارایی‌ها

ردیف	نماد	P-Value	آماره	مقدار بحرانی
۱	کچاد	۰	۵۲/۸۸	۳۱/۴۱
۲	سفارس	۰	۶۲/۷۳	۳۱/۴۱
۳	ثمسکن	۰	۳۶/۱۲	۳۱/۴۱
۴	وغدیر	۰	۹۶/۹۷	۳۱/۴۱
۵	کروی	۰	۴۲/۸۵	۳۱/۴۱
۶	فملی	۰	۶۹/۵۴	۳۱/۴۱
۷	فولاد	۰	۵۳/۰۸	۳۱/۴۱
۸	حتوکا	۰	۴۶/۲۵	۳۱/۴۱
۹	وبشهر	۰	۸۵/۵۵	۳۱/۴۱
۱۰	شاراک	۰	۹۴/۳۱	۳۱/۴۱

❖ اجرای مدل‌های ناهمسانی واریانس

پس از اجرای آزمون لیانگ-باکس، در این گام سعی می‌کنیم معادله میانگین مربوط به بازده هر دارایی (سهم) را با استفاده از مدل ARIMA(1,1) محاسبه کنیم و جز اخلال مربوط به هر دارایی را با استفاده از این مدل‌ها محاسبه کنیم. همان‌طور که مطرح شد، اجزا اخلال دارای اثرات آرچ بوده و باید توسط یکی از مدل‌های GARCH مدل شوند. در اینجا با استفاده از مدل‌های GARCH(1,1)، GJR(1,1) و EGARCH(1,1) اجزا اخلال برآورد گردیده است. لازم به ذکر است که پس از اجرای مدل‌های فوق اجزا اخلال می‌بایست دارای خودهمبستگی معنی‌دار نبوده و به‌طور مستقل از یکدیگر عمل کنند. به همین دلیل می‌توان معنی‌داری اجزا اخلال را با استفاده از نمودار و آزمون لیانگ-باکس بررسی کرد. به‌طور نمونه در جدول زیر نتایج آزمون لیانگ-باکس اجزا اخلال استانداردشده نماد کچاد برای مدل‌های مختلف ناهمسانی واریانس و نمودار خودهمبستگی اجزا اخلال استانداردشده مدل GARCH(1,1) نمایش داده‌شده است.

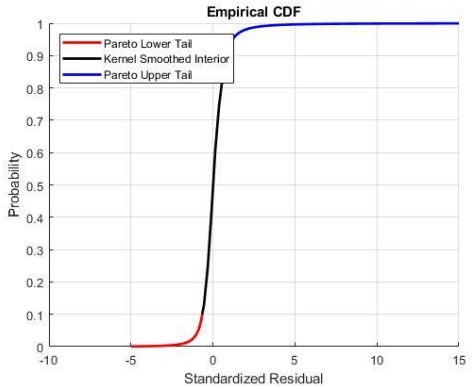
جدول ۷. نتایج حاصل از آزمون لیانگ باکس برای اجزا اخلال استانداردشده نماد کچاد

مدل	فرض موردقبول	P-Value	آماره	مقدار بحرانی
GARCH	۰	۰/۹۹۳۶	۷/۷۱	۳/۴۱
GJR	۰	۰/۹۹۶۳	۷/۱۱	۳/۴۱
EGARCH	۰	۰/۹۹۷۱	۶/۸۶	۳/۴۱

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نتایج جدول ۶ نشان می‌دهد که مدل‌های حاشیه‌ای توانسته‌اند به‌خوبی ویژگی‌های توزیع‌های حاشیه‌ای را مدل‌سازی کنند.

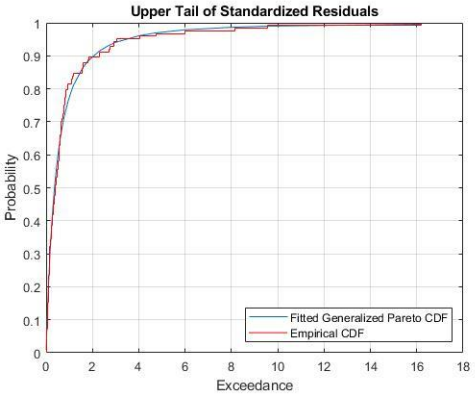
❖ نتایج نظریه مقدار بحرانی

حال با داشتن اجزا اخلال مستقل که در بخش قبل محاسبه‌شده است، تابع توزیع تجمعی تجربی این اجزا اخلال با استفاده از تابع کرنل گوسی تخمین زده می‌شود. این تابع توزیع تجمعی شامل سه بخش بوده که دنباله‌ی بالایی و پایینی تابع با استفاده از تابع توزیع پارتو تعمیم‌یافته تخمین زده می‌شود و بدنه تابع تجمعی با استفاده از کرنل گوسی تخمین زده می‌شود.



شکل ۳. تابع توزیع چندبخشی بر اساس مدل GARCH برای نماد کچاد

در اینجا ۱۰ درصد از داده‌های مربوط به اجزا اخلال برای تخمین هر دنباله در نظر گرفته‌شده است. پارامترهای مربوط به توزیع GPD مربوط به هر دنباله از توزیع تجمعی با استفاده از روش حداکثر درستنمایی تخمین زده‌شده است. در ادامه تابع توزیع چندبخشی برای نماد کچاد و مدل GARCH نشان داده‌شده است.



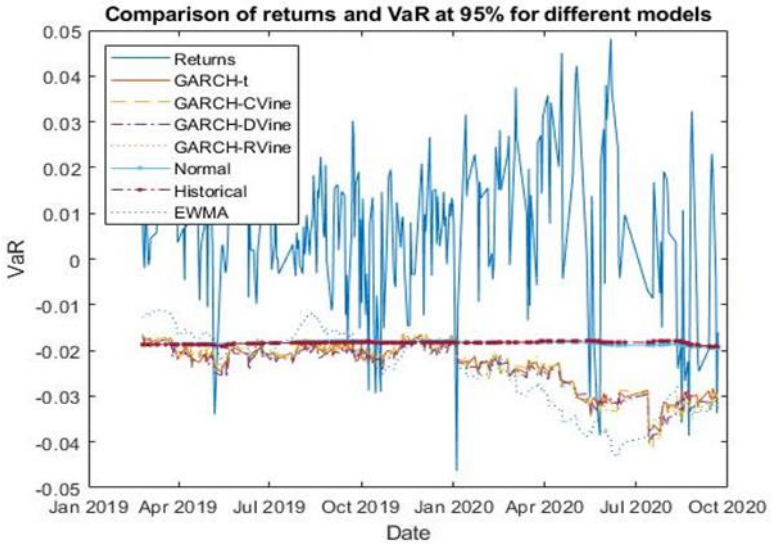
شکل ۴. تابع توزیع دم بالایی و مشاهدات تجربی مدل GARCH

حال به‌منظور نشان دادن انطباق توزیع GPD یادشده، تابع توزیع تجمعی و داده‌های مربوط به دم بالایی اجزا اخلال استانداردشده برای سهم کچاد به شرح نمودار زیر رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، تابع توزیع پارتوی عمومیت‌یافته به‌خوبی توانسته است داده‌های تجربی را مدل کند.

❖ محاسبه ارزش در معرض ریسک

به جهت برآورد معیارهای ریسک از طریق رویکرد پیشنهادی توسط این پژوهش، ابتدا داده‌ها را به دودسته پنجره تخمین و پنجره آزمون دسته‌بندی می‌کنیم. ابتدا با استفاده از WE (این نماد نشان‌دهنده تعداد داده‌های تخمین است) داده اول، تخمینی از VaR برای روز WE+1 به دست می‌آید. در دومین مرحله، داده‌های پنجره تخمین تغییر می‌کند و اولین داده آن حذف‌شده و بازده‌های روز WE+1 به مجموعه داده‌های پنجره تخمین اضافه می‌شود و با پنجره تخمین جدید، تخمین VaR روز WE+2 محاسبه می‌شود. با تکرار این روش به‌طور شهودی به نظر می‌رسد که پنجره تخمین در دوره مشاهدات لغزانده می‌شود. در انتها ما به تعداد WT (این نماد نشان‌دهنده تعداد داده‌های آزمون می‌باشد) مقدار VaR برآوردی به دست آورده‌ایم. ما در این پژوهش از ۱۰۰۰ داده اول به‌عنوان پنجره تخمین و از ۲۶۷ داده باقی‌مانده به‌عنوان پنجره آزمون استفاده کرده‌ایم.

در اینجا ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۵٪ برای سبد سهام هم‌وزن تخمین زده‌شده است. در نمودار زیر، ارزش در معرض ریسک بر اساس مدل حاشیه‌ای GARCH و بازده‌های پرتفوی به تفکیک ارائه‌شده است. همچنین به‌منظور مقایسه روش‌های سنتی از قبیل نرمال، شبیه‌سازی تاریخی و میانگین متحرک وزنی نمایی نیز ارائه‌شده است.



شکل ۵. بازدهی و روش‌های مختلف ارزش در معرض ریسک در سطح ۹۵٪

به‌منظور بررسی اعتبار پیش‌بینی مدل‌های مختلف از روش‌های پس آزمایی[1] استفاده می‌کنیم. معمولاً آزمون‌هایی که در این زمینه انجام می‌شود با استفاده از داده‌های خارج از نمونه[2] می‌باشد. در این پژوهش از روش‌های پس آزمایی دوجمله‌ای[3]، نسبت تخطی‌ها[4]، زمان تا اولین تخطی[5]، آزمون تست پوشش شرطی استقلال[6] و آزمون پوشش شرطی[7] استفاده کرده‌ایم.

همچنین جهت رتبه‌بندی روش‌های مختلف از روش رتبه‌بندی لوپز با تابع استفاده‌شده است. در این روش هر مدلی که کمترین مقدار را از تابع لوپز کسب کند، بهترین روش می‌باشد. تابع زیان باینری و تابع لوپز در ادامه آورده شده است.

رابطه ۲۱)

$$C_t = \begin{cases} 1 & if\ L_t > VaR_t \\ 0 & if\ L_t \le VaR_t \end{cases}$$

$$QPS = \frac{2}{n}\sum_{t=1}^{n}(C_t - p)^2$$

جدول زیر نتایج روش‌های پس آزمایی و رتبه‌بندی لوپز را نشان می‌دهد.

جدول ۸. نتایج آزمون‌های پس آزمایی ارزش در معرض ریسک در سطح ۹۵٪

Row	Method	Bin	POF	TUFF	cci	cc	QPS	Rank
1	GARCH-t-Copula	accept	accept	accept	accept	accept	11.0012	3
2	GARCH-CVine	accept	accept	accept	accept	accept	11.0013	4
3	GARCH-DVine	accept	accept	accept	accept	accept	11.0012	2
4	GARCH-RVine	accept	accept	accept	accept	accept	11.0011	1
5	GJR-t-Copula	accept	accept	accept	reject	accept	14.0017	12
6	GJR-CVine	accept	accept	accept	reject	accept	15.0017	13
7	GJR-DVine	accept	accept	accept	reject	accept	13.0015	6
8	GJR-RVine	accept	accept	accept	reject	accept	14.0016	11
9	EGARCH-t-Copula	accept	accept	accept	reject	accept	14.0016	10
10	EGARCH-CVine	accept	accept	accept	reject	accept	14.0015	7
11	EGARCH-DVine	accept	accept	accept	reject	accept	14.0015	8
12	EGARCH-RVine	accept	accept	accept	reject	accept	14.0015	9
13	Normal	accept	accept	accept	reject	accept	20.0032	14
14	Historical	accept	accept	accept	reject	reject	20.0033	15
15	EWMA	accept	accept	accept	reject	reject	12.0015	5

[1] Backtest
[2] Out of Sample
[3] Binomial Test (Bin)
[4] Proportion of Failures Test (POF)
[5] Time Until First Failure Test (TUFF)
[6] Conditional Coverage Independence Test (cci)
[7] Conditional Coverage Mixed Test (cc)

نتیجه‌گیری و بحث

درصورتی‌که سرمایه‌گذار بخواهد، دارایی‌های مناسبی را جهت سرمایه‌گذاری انتخاب کند، باید درک و اندازه دقیقی از ریسک سبد سهام منتخب خود داشته باشد. معیارهای مختلفی برای اندازه‌گیری ریسک وجود دارد که ارزش در معرض ریسک در این بین از مزایای مناسبی برخوردار است. افزون بر این، بعضی از خواص توزیع بازده دارایی‌ها ازجمله خوشه‌بندی نوسان، نامتقارن بودن دنباله‌ای و دنباله پهن بودن ازجمله شواهد تجربی است که سرمایه‌گذاران با آن روبرو هستند و باید در مدل‌سازی ریسک در نظر گرفته شوند. برای در نظر گرفتن این حقایق از نظریه مقدار بحرانی، مدل‌های مختلف GARCH و کاپیولاهای زوجی شده است. در این زمینه می‌توان از مدل‌های مختلف خانواده GARCH استفاده کرد. آیا استفاده از هر یک از این مدل‌ها تفاوتی در محاسبه ارزش در معرض ریسک ایجاد می‌کند؟ (فرضیه اول تا سوم)

برای بررسی فرضیه‌های فوق ابتدا بررسی شد که آیا حقایق ذکرشده در مورد تابع توزیع بازده دارایی‌ها دارای چنین خواصی است. بدین منظور، نتایج آزمون جارک- برا حاکی از عدم پذیرش فرض نرمال و همچنین آزمون لیانگ باکس نشان‌دهنده وجود خوشه‌بندی نوسان و اثرات آرچ می‌باشد.

ادامه رویکرد پیشنهادی این پژوهش مرحله‌به‌مرحله اجرا شد. در پایان علاوه بر رویکردهای پیشنهادی، رویکرد پارامتریک، شبیه‌سازی تاریخی و میانگین متحرک نیز برای محاسبه ارزش در معرض ریسک استفاده شد که با توجه به این نتایج فرضیه‌های پژوهش در ادامه بررسی‌شده است. نتایج جدول ۷ نشان می‌دهد که در بین تمامی مدل‌ها، رویکرد پیشنهادی با استفاده از توابع توزیع حاشیه‌ای GARCH و ساختارهای کاپیولای زوجی در تمامی آزمون‌ها موردپذیرش واقع‌شده‌اند و بر اساس روش رتبه‌بندی لوپز به ترتیب روش‌های R-Vine، D-Vine، کاپیولای t-استیودنت و C-Vine بهترین عملکرد را داشته‌اند؛ بنابراین فرض اول این پژوهش را در سطح اطمینان ۹۵٪ نمی‌توان رد کرد. با توجه نتایج جدول ۷ و روش رتبه‌بندی لوپز، معنادار بودن فرضیه دوم و سوم رد می‌شود.

یکی دیگر از اهداف این پژوهش مقایسه ساختارهای مختلف کاپیولای زوجی درزمینهٔ برآورد ریسک سبد دارایی بوده است. نتایج مدل‌ها نشان داد که ساختار R-Vine برای مدل‌سازی ریسک سبد دارایی سهام معامله‌شده در بازار سرمایه ایران، عملکرد مناسب‌تری دارد.

مدیریت ریسک یکی از مباحثی است که سرمایه‌گذاران در انتخاب سبد سرمایه‌گذاری باید به آن توجه کافی داشته باشند. نتایج این پژوهش نشان داد که می‌توان با استفاده از رویکرد کاپیولاهای زوجی، قدرت برآورد ارزش در معرض ریسک سبد دارایی شد. بانک‌ها، شرکت‌های تأمین سرمایه، سرمایه‌گذاری، سبد گردان و صندوق‌های مشترک سرمایه‌گذاری می‌توانند در کنترل و مدیریت ریسک، از رویکرد پیشنهادی در این پژوهش استفاده کنند.

فهرست منابع

* باجلان، سعید، راعی، رضا و محمدی، شاپور. (۱۳۹۶). «مدل‌سازی تابع توزیع زیان‌های بیمه‌ای با بهره‌گیری از توزیع‌های ترکیبی و مفهوم کاپیولا». *تحقیقات مالی*. دوره ۱۹، شماره ۱، ۴۰-۲۳.

* پایتختی اسکویی، سیدعلی، پور حسن، هادی و آقاباقری، حسن. (۱۳۹۷). «سبد بهینه سهام با استفاده از معیار ارزش در معرض خطر: شواهدی از بورس اوراق بهادار تهران». *فصلنامه مطالعات تجربی حسابداری مالی*. دوره ۱۵، شماره ۶۱، ۱۷۸-۱۵۷.
* پویانفر، احمد و موسوی، سید حمید. (۱۳۹۵). «تخمین ارزش در معرض ریسک داده‌های درون‌روزی با رویکرد EVT-COPULA». *مدلسازی ریسک و مهندسی مالی*. دوره ۱، شماره ۲، ۱۴۴-۱۲۹.
* پیش‌بهار، اسماعیل و عابدی، سحر. (۱۳۹۶). «محاسبه ارزش در معرض خطر پرتفوی: کاربرد رهیافت کاپیولا». *فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*. دوره ۸، شماره ۳۰، ۷۳-۵۵.
* راغفر، حسین و آجرلو، نرجس. (۱۳۹۵). « برآورد ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی یک بانک نمونه با روش GARCH-EVT-Copula». *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران*. دوره ۲۱، شماره ۶۷، ۱۴۱-۱۱۳.
* رجبی خانقاه، عبداله، نیکومرام، هاشم، تقوی، مهدی و فلاح شمس، میرفیض. «ارزیابی مدل های گارچ چندمتغیره در برآورد ارزش در معرض ریسک بازارهای ارز، سهام و طلا». *فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری*. دوره ۹، شماره ۳۴، ۳۹-۱۵.
* سارنج، علیرضا و نوراحمدی، مرضیه. (۱۳۹۵). «تخمین ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار با استفاده از رویکرد ارزش فرین شرطی در بورس اوراق بهادار تهران». *تحقیقات مالی*. دوره ۱۸، شماره ۳، ۴۶۰-۴۳۷.
* شفیعی، امیر، راعی، رضا، عبده تبریزی، حسین و فلاح‌پور، سعید (۱۳۹۸). «برآورد ارزش در معرض خطر با رویکرد ارزش فرین و با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی». *فصلنامه علمی پژوهشی مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*. دوره ۱۰، شماره ۴۰، ۳۴۸-۳۲۵.
* طیبی ثانی، احسان و چنگی آشتیانی، مدیحه. (۱۳۹۷). «لحاظ نمودن اثرات حافظه بلندمدت در پیش بینی تلاطم و ارزش در معرض خطر». *فصلنامه علمی پژوهشی مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*. دوره ۹، شماره ۳۴، ۱۲۱-۱۴۲.
* فلاح‌پور، سعید و احمدی، احسان. (۱۳۹۳). «تخمین ارزش در معرض ریسک پرتفوی نفت و طلا با بهره‌مندی از روش کاپیولا-گارچ». *تحقیقات مالی*. دوره ۱۶، شماره ۲، ۳۲۶-۳۰۹.
* فلاح‌پور، سعید و باغبان، مهدی. (۱۳۹۳). «استفاده از کاپیولا-CVaR در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری و مقایسه تطبیقی آن با روش Mean-CVaR». *فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی*. دوره ۲۲، شماره ۷۲، ۱۷۲-۱۵۵.
* فلاح‌پور، سعید، راعی، رضا، میرزامحمدی و هاشمی‌نژاد، سید محمد. (۱۳۹۶). «سنجش ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از ترکیب مدل FIGARCH و نظریه ارزش فرین». *فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری*. دوره ۶، شماره ۲۳، ۲۸۱-۲۵۹.
* کاشی، منصور، حسینی، سید حسن، قلیلو، محمد موسی و گلکاریان‌آرانی، سعید. (۱۳۹۶). «محاسبه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار بر اساس نظریه مقدار حدی: شواهدی از بورس اوراق بهادار تهران». *فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*. دوره ۸، شماره ۳۲، ۲۹۴-۲۶۹.

* Aas, K., & Berg, D. (2008). "Models for construction of multivariate dependence: A comparison study". The European Journal of Finance, Vol. 15(7-8), pages 639-659.
* Aas, K., Czado, C., Frigessi, A., & Bakken, H. (2009). "Pair-copula constructions of multiple dependence". Insurance: Mathematics and Economics, Vol. 42(2), pages 182-198.
* Bedford, T., & Cooke, R. M. (2001). "Probability Density Decomposition for Conditionally Dependent Random Variables Modeled by Vines". Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, Vol. 32(1), pages 245-268.
* Bedford, T., & Cooke, R. M. (2002). "Vines - A new graphical model for dependent random variables". Annals of Statistics, Vol. 30(4), pages 1031-1068.
* Brechmann, E.C., Czado, C., (2013). "Risk Management with High-Dimensional Vine Copulas: An Analysis of the Euro Stoxx 50". Statistics & Risk Modeling, Vol. 30(4), pages 307-342.
* Deng, L., Ma, C., & Yang, W. (2011). "Portfolio Optimization via Pair Copula-GARCH-EVT-CVaR Model". Systems Engineering Procedia, Vol. 2, pages 171-181.
* Goorbergh, R., Genest, w. j., & Werker, B. M. (2005). "Bivariate option pricing using dynamic copula models". Insurance, Mathematics and Economics, Vol. 37(1), pages 101-114.
* Hamerle, A., & Rosch, D. (2005). "Misspecified Copulas in Credit Risk Models: How Good is Gaussian?". Journal of Risk, Vol. 8(1), pages 41-58.
* Koliai, L. (2016). "Extreme risk modeling: An EVT–pair-copulas approach for financial stress tests". Journal of Banking and Finance, Vol. 70, pages 1-22.
* Mandelbrot, B. (1963). "New Methods in Statistical Economics". Journal of political economy, Vol. 71(5), pages 421-440.
* Sklar, A. (1959). "Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges". Publication de l'Institut Statistique de l'Universite de Paris, vol. 8, pages 229-231.
* Weiß, G. N., & Scheffer, M. (2015). "Mixture pair-copula-constructions". Journal of Banking & Finance, Vol. 54, pages 175-191.
* Yu, W., Yang, K., Wei, Y., & Lei, L. (2018). "Measuring Value-at-Risk and Expected Shortfall of crude oil". Physica A, Vol. 490, pages 1423–1433.
* Zhao, X., Scarrott, C. J., Oxley, L., & Reale, M. (2011). "GARCH dependence in extreme value models with Bayesian inference". Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 416, pages 1430-1440.

Financial Economics
Vol. (13) Issue (49) Spring 2024

Portfolio VaR Modelling using EVT-Pair-Copulas Approach

Ali Souri
Associate professor, Faculty of Economics, University of Tehran,
alisouri@ut.ac.ir

Saeed Falahpor
Assistant professor, Financial Management and Insurance Department, Faculty of Management, University of Tehran, falahpor@ut.ac.ir

Ali Foroush Bastani
Assistant professor, Department of Finance, Faculty of Mathematics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences, bastani@iasbs.ac.ir

Ehsan Ahmadi
Ph.D. student in International Finance, Financial Management and Insurance Department, Faculty of Management, University of Tehran, ehsan.ahmady@hotmail.com

Abstract
The purpose of this research is to model Value-at-Risk (VaR) of portfolio with EVT-Pair-Copulas approach. In the financial literature, a significant amount of empirical studies have been done on the characteristics of financial assets returns and researchers have found a set of stylized facts about this subject. In this regard leptokurtic, left-skewed, weak autocorrelation, volatility clustering, and heteroscedasticity can be mentioned. Any estimation of risk without considering these characteristics or using unrealistic assumptions about financial assets returns increases the probability of failure in the risk management process. For this purpose, at first, the marginal distributions of returns are obtained using extreme value theory (EVT). Concerning characteristics of financial assets returns and also the primary filter to apply EVT, we use heteroscedasticity models for the marginal distributions of assets. Then the structure of the dependence between different stocks is estimated by using C-Vine, D-Vine, and R-Vine pair copula models. Afterward, the VaR of portfolio is estimated using the Monte Carlo simulation method. The final results show that the model with GARCH marginal distribution and R-Vine pair copula has been able to achieve the best performance among rival models at 95% confidence level.
Keywords: Value at Risk, Pair-Copula, Extreme Value Theory, Variance Heteroscedasticity, Monte Carlo Simulation