فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری
دوره ۱۲ / شماره ۳ (پیاپی ٤٧) / پائیز ۱٤۰۲
صفحه ٤٨١ تا ٥۰٤

مقایسه کارآمدی مدل‌های ARIMA و ARFIMA در پیش‌بینی نرخ بهره و نرخ اوراق خزانه اسلامی در ایران

محدثه رزاقی
دانشجوی دکتری مهندسی مالی، گروه مدیریت مالی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
هاشم نیکومرام
استاد، گروه مدیریت مالی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
علیرضا حیدرزاده هنزائی
استادیار، گروه مدیریت مالی، دانشکده مدیریت و علوم اجتماعی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران شمال، تهران، ایران (نویسنده مسئول)
a_heidarzadeh@iau-tnb.ac.ir
فرهاد غفاری
دانشیار، گروه اقتصاد، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
مهدی معدنچی زاج
استادیار، گروه مدیریت مالی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد الکترونیکی، تهران، ایران.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۸/۰۹ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۱۹

چکیده

نظر به اهمیت پیش بینی متغیرهای اقتصادی، مدل‌های مختلفی جهت پیش‌بینی مقادیر آتی به وجود آمده‌اند. در حقیقت مدل‌های اقتصادی را می‌توان از طریق بررسی میزان دقت پیش‌بینی مورد آزمون قرار داد. هدف اصلی این پژوهش پیش‌بینی نرخ بهره بین بانکی و نرخ اوراق خزانه اسلامی به عنوان شاخص‌هایی از نرخ بهره در ایران، در راستای تسهیل مدیریت ریسک نرخ بهره است. برای پیش‌بینی از دو مدل اقتصادسنجی شامل ARFIMA و ARIMA استفاده شده است. به طوریکه، مدل ARFIMA با در نظرگرفتن حافظه بلندمدت و مدل ARIMA بدون در نظرگرفتن حافظه بلندمدت مدنظر قرار گرفتند. ارزیابی میزان دقت پیش‌بینی دو مدل مذکور با استفاده از داده‌های ماهانه نرخ بهره بین بانکی و همچنین داده‌های ماهانه میانگین نرخ اوراق خزانه اسلامی نشان می‌دهد که در خصوص هر دو دادهٔ نرخ بهره بین بانکی و نرخ اوراق خزانه اسلامی ،مدل ARIMA عملکرد بهتری در مقایسه با مدل ARFIMA در پیش‌بینی داده‌ها دارد.

واژه‌های کلیدی: پیش بینی نرخ بهره، حافظه بلندمدت، میانگین متحرک خودهمبسته یکپارچه، خود رگرسیون میانگین متحرک انباشته.

۱- مقدمه

نرخ بهره۱، نرخی است که بابت جلوگیری از کاهش ارزش پول پرداختی امروز و دریافتی در آینده (به دلیل ارزش زمانی پول۲ و نرخ تورم۳) از وام‌گیرنده۴ دریافت می‌شود. همچنین در شرایط متعارف بازار، به منظور جبران فرصت‌های سرمایه‌گذاری۵ وام‌دهنده، ممکن است مبلغی به عنوان حداقل سود مورد انتظار وام‌دهنده به این نرخ اضافه گردد. اما فیشر نرخ بهره را درصد پاداش پرداختی بر روی پول و برحسب پول در تاریخ معین که معمولاً یکسال بعد از تاریخ معین است، تعریف می‌نماید. در واقع نرخ بهره یکی از مهمترین متغیرهای اقتصادی که می‌تواند محرکی برای افزایش سرمایه‌گذاری و افزایش تقاضا باشد که به عنوان یک ابزار سیاست پولی۶ و یکی از متغیرهای مهم اقتصادی محسوب می‌شود (باقرزاده و غیبی، ۱۳۹۵). یکی از مهمترین کارکردهای مدل‌های اقتصادی، پیش‌بینی مقادیر آتی متغیرهای اقتصادی (از جمله نرخ بهره) است و در مدل‌های اقتصادی می‌توان از طریق بررسی میزان دقت پیش‌بینی مورد آزمون قرار داد. طی دهه‌های گذشته، بخش مهمی از تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی۷ به ویژه پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی به فرآیندهای با حافظه بلندمدت۸ معطوف شده است. حافظه بلندمدت ساختار همبستگی مقادیر یک سری زمانی را در فواصل زمانی زیاد توضیح می‌دهد. وجود حافظه بلندمدت در یک سری زمانی به این معنی است که بین داده‌های آن حتی با فاصله زمانی زیاد همبستگی وجود دارد. در نهایت، از آنجا که حافظه بلندمدت موجب وابستگی بازده آینده دارایی با بازده‌های قبلی آن می‌شود، نشان دهنده وجود پارامتری قابل پیش‌بینی در سری زمانی است (اشراقی و همکاران، ۱۳۹۵).

هدف اصلی پژوهش، پیش‌بینی نرخ بهره بین بانکی و نرخ اوراق خزانه اسلامی به عنوان شاخص‌هایی از نرخ بهره در ایران در راستای تسهیل مدیریت ریسک نرخ بهره است. با توجه به عدم وجود نرخ‌های بهره شناور۹ همچون لایبور۱۰ در ساختار اقتصادی ایران، معمولا نرخ بهره بین بانکی و نرخ اوراق خزانه اسلامی۱۱ به عنوان شاخص‌هایی جهت تعیین نرخ بهره در هر زمان و همچنین به عنوان مبنایی برای نرخ بازده بدون ریسک مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای پیش‌بینی از دو مدل اقتصادسنجی شامل میانگین متحرک خودهمبسته یکپارچه۱۲ (ARIMA) و خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته۱۳(ARFIMA) استفاده شده است. مدل خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته با در نظرگرفتن حافظه بلندمدت و مدل میانگین متحرک خودهمبسته یکپارچه بدون در نظرگرفتن حافظه بلندمدت مدنظر قرار گرفتند.

---

[1] Interest Rate
[2] Pure Time Value of Money
[3] Inflation Rate
[4] Borrower
[5] Investment Opportunities
[6] Monetary Policy Tool
[7] Time Series Analysis
[8] long-Term Memory
[9] Floating Interest Rates
[10] Labour
[11] Islamic Treasury Bond Rates
[12] Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)
[13] Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA)

۲-ادبیات نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

۲-۱ ادبیات نظری

۲-۱-۱ نرخ بهره بین بانکی

نرخ بهره، عبارت است از مبلغ سود پرداخت شده در هر دوره به عنوان نسبتی از مبلغ قرض داده شده، سپرده شده یا وام گرفته شده (به نام مبلغ اصل). کل سود مبلغ استقراض شده به مبلغ اصلی، نرخ بهره و مدت زمانی که در آن قرض داده شده بستگی دارد. نرخ بهره از جمله ابزار حیاتی سیاست پولی است و هنگام برخورد با متغیرهایی مانند سرمایه‌گذاری، تورم و بیکاری مورد توجه قرار می‌گیرند. بانک‌های مرکزی کشورها معمولاً زمانی که تمایل به افزایش سرمایه گذاری و مصرف در اقتصاد کشور دارند، تمایل به کاهش نرخ بهره دارند. در اقتصادهای توسعه یافته، تعدیل نرخ بهره برای حفظ تورم در محدوده هدف برای سلامت فعالیت‌های اقتصادی یا محدود کردن نرخ بهره همزمان با رشد اقتصادی برای حفظ حرکت اقتصادی انجام می‌شود. با توجه به نوسانات این نرخ در اقتصاد، برآورد و پیش‌بینی نرخ بهره آتی می‌تواند در مدیریت ریسک نرخ بهره تاثیر بسزایی داشته باشد. در ایران و براساس آمار اعلامی از سوی بانک مرکزی، نرخ بهره بصورت دستوری و سالانه تعیین می‌گردد و نوسانات نرخ بهره همچون نرخهای بهره شناور در سایر ساختارهای اقتصادی موجود در دنیا بصورت روزانه و مشهود موجود نیست. اما آنچه مسلم است اینکه نرخ بهره واقعی بسته به میزان عرضه و تقاضای پول همواره در حال نوسان و تغییر بوده که این موضوع در اقتصاد ایران خود را در نرخ بهره بین بانکی نشان می‌دهد. در واقع مهمترین نرخی که در بازار پول کارکرد جهت‌دهی به نرخ‌های بهرهٔ بازار را در اختیار دارد، نرخ تأمین ذخایر توسط سیستم بانکی است. بانک‌ها زمانی که در پایان دورهٔ مالی کوتاه‌مدت اعم از روزانه یا هفتگی، دچار کسری ذخایر می‌شوند، ناچارند آن را از سایر بانکها در بازار بین بانکی۱ یا از بانک مرکزی استقراض کنند. نرخی که بانک‌ها در این شرایط به ذخایر یا پایهٔ پولی۲ دسترسی پیدا می‌کنند، علامت‌دهنده و تعیین‌کنندهٔ نرخ بهره در اقتصاد است.

۲-۱-۲ اوراق خزانه اسلامی

اوراق خزانه، در زمره اوراق بهادار با نامی قرار می‌گیرند که بیانگر تعهد دولت‌ها به بازپرداخت مبلغ اسمی آن‌ها در آینده است. اوراق خزانه از ابزارهای مالی۳ با ماهیت بدهی بوده و به هر دو صورت با کوپن و بدون کوپن سود منتشر می‌شود و هدف اصلی آن، تأمین کسری بودجه دولت‌ها است. اسناد خزانه اسلامی در کشور، اوراق بهادار با نامی است که دولت به‌منظور تصفیه بدهی‌های خود بابت طرح‌های تملک دارایی‌های سرمایه‌ای با قیمت اسمی و سررسید معین به طلبکاران غیردولتی واگذار می‌کند. این اوراق، با هدف تسویه بدهی‌های دولت به طلبکاران غیردولتی، کنترل نقدینگی بازار، اجرای سیاست‌های پولی، تأمین کسری بودجه و مدیریت بازار منتشر می‌شود. بسیاری از اسناد خزانه مرسوم در دنیا توسط دولت به رقمی کمتر از قیمت اسمی به خریداران فروخته‌شده و از

[1] Interbank Market
[2] Monetary Base
[3] Financial Instruments

منابع مالی حاصل از فروش، بدهی‌های دولت پرداخت می‌شود. در ایران این اوراق از طریق وزارت امور اقتصادی و دارایی به شکل مستقیم به طلبکاران غیردولتی واگذار می‌گردد. دارنده اوراق در صورت نیاز به وجه نقد، این اوراق را در بازار ابزارهای نوین مالی فرابورس ایران به فروش می‌رساند. نرخ سود اسناد خزانه اسلامی می‌تواند به‌عنوان نماینده‌ای از نرخ سود بدون ریسک در نظر گرفته شود. خزانه‌داری کل کشور نیز موظف است پرداخت مبلغ اسمی اسناد خزانه اسلامی را در سررسید اوراق تعهد کند. از مزایای انتشار اسناد خزانه اسلامی کشف نرخ بدون ریسک بازار در اقتصاد کشور، کمک به سیاست‌های پولی و مالی و کمک به تأمین مالی داخلی دولت است. به‌طورکلی با انتشار اسناد خزانه اسلامی به‌طور هم‌زمان دولت از طریق مدیریت بدهی‌ها، بانک مرکزی از طریق کنترل نقدینگی و مردم به واسطه استخراج نرخ بدون ریسک در یک بازار رقابتی، منتفع می‌شوند. دولت به‌منظور تأمین اعتبار اسناد مزبور در زمان سررسید، ردیف خاصی را در لایحه بودجه سنواتی پیش‌بینی می‌نماید. در صورت عدم وجود یا تکافو اعتبار مصوب در بودجه عمومی دولت، اسناد خزانه اسلامی در سررسید، توسط وزارت امور اقتصادی و دارایی از محل درآمد عمومی همان سال قابل تأمین و پرداخت است. نخستین اسناد خزانه اسلامی در بیست و سوم اسفندماه سال ۱۳۹۳ با سررسید یک سال و با مبلغ ۱۰،۰۰۰ میلیارد ریال منتشر شد.

۲-۱-۳ میانگین متحرک خودهمبسته یکپارچه و خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته

نگرش کلاسیک بر حسب مدل‌سازی سری‌های زمانی اقتصادی بنابر کاربرد نگرش باکس- جنکیس[1] به ایستایی و غیرایستایی سری‌های زمانی بستگی دارد. اگر چنین سری‌هایی خصوصیت حافظه بلندمدت را نشان دهند، ارزش پیش‌بینی براساس مدل‌های خود رگرسیون میانگین متحرک و خود رگرسیون میانگین متحرک انباشته معتبر خواهد بود (من[2]، ۲۰۰۳). در صورت وجود حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی، بین مشاهدات سری در فواصل بسیار زیاد، جدا و دور از هم وابستگی معنی‌داری وجود خواهد داشت که نمایانگر این موضوع است که مشاهدات مستقل از هم نبوده، همبستگی بین آنها وجود دارد و مشاهدات گذشته به پیش‌بینی داده‌ها کمک خواهند کرد (بران[3]، ۱۹۹۵). در اوایل دهه‌ی ۱۹۸۰ گرنجر و جویکس نگرشی جایگزین را برای مدل‌سازی حافظه بلندمدت با ایجاد مدل خود رگرسیون میانگین متحرک انباشته ارائه دادند و از آن جایی که مدل ARFIMA بین فرآیند حافظه کوتاه‌مدت و فرآیند حافظه بلندمدت در سری زمانی مالی تمایز قائل می‌شود، نسبت به روش‌هایی همچون تجزیه و تحلیل کلاسیک R/S که گرایش بسیار زیادی به پذیرش فرض صفر حافظه بلندمدت با وجود فرآیند حافظه کوتاه‌مدت را دارد، ایجاد می‌کند. بنابراین مدل ARFIMA در موقعیت میانی بین مدل ARMA و ARIMA قرار می‌گیرد با نظر به اینکه، ویژگی آن دو مدل را نیز در بردارد.

[1] Box – Jenkins Approach
[2] Man
[3] Beran

۲-۱-۴ مدل ARIMA

مدلهای ARMA و ARIMA، مدل‌های خطی تصادفی سری‌های زمانی در اقتصاد سنجی می‌باشند که برای سری-های زمانی مانا و نامانا کاربرد دارند. از جمله روش‌های تبدیل سری نامانا به مانا استفاده از روش تفاضل‌گیری است. برای پیش بینی با ARIMA از متدولوژی باکس- جنکیس استفاده می‌شود که دارای چهار مرحله شناسایی، برآورد، آزمون کنترل تشخیصی و پیش‌بینی است. مدل‌های ARIMA از روش‌های معروف مدل سازی در سری‌های زمانی است که عمدتا برای پیش بینی سری‌های زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مدل در اکثر موارد به صورت ARIMA(p,d,q) نشان داده می‌شود که در آن p و d و q اعداد حقیقی غیرمنفی هستند که درجه خودهمبستگی، یکپارچگی و میانگین متحرک را معلوم می‌کنند. در این مدل ارزش آتی یک متغیر، تابعی خطی از مشاهدات گذشته و جملات خطای تصادفی است. شکل کلی یک سری زمانی به صورت زیر است:

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{(t-2)} + \cdots + \beta_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \phi_1 \varepsilon_{t-1} - \phi_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \phi_q \varepsilon_{t-q}$$

در رابطه فوق y_t ارزش سری زمانی، (pو ... و2و1$=i$) β و (qو ... و2و1$=i$) ϕ به ترتیب، پارامترهای مدل میانگین متحرک و مدل خودرگرسیون هستند. ε_t یک فرآیند تصادفی با میانگین صفر و واریانس σ^2 است.

۲-۱-۵ مدل ARFIMA

طبق مطالعه اوومس و دورنیک[1] ARFIMA(p,q,d) بصورت رابطه زیر تعریف می شود:

$\Phi(L)(1-L)^d(y_t - m_t) = \theta(L)\,\varepsilon_t$
$\Phi(L) = (1-\emptyset_1 L - \ldots\ldots\ldots\ldots - \emptyset_P L^P)$
$\theta(L) = (1-\emptyset_1 L - \ldots\ldots\ldots\ldots - \emptyset_q L^q)$
t=1, 2……, T

θ پارامتر مدل میانگین، φپارامتر مدل خود همبسته، qمرتبه مربوط به مدل میانگین متحرک، pمرتبه مربوط به مدل خود همبسته، Lعمگلر وقفه، y_t مقادیر مشاهده شده و m_t میانگین سری زمانی می‌باشد. جمله خطای خالص ε_t متغیری تصادفی با توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس واحد است، در حالی که پارامتر d عددی واقعی است. $(1-L)^d$نمایانگر پارامتر تفاضل گیری جزئی مدل می باشد که با استفاده از یک سری دو جمله‌ای بصورت زیر قابل تجزیه است:

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-L)^k = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!} L^2 - \cdots \ldots$$

[1] Doornik & Ooms

همچنین فرض شده است($Z_t = (y_t - m_t)$ ، ریشه‌های $\Theta (L) =0$ و $\Phi (L) = 0$ خارج از دایره واحد می باشند و ریشه های مشترکی ندارند. بعلاوه قسمت ARMA مدل ARFIMA(p,q,d) ایستا و معکوس پذیر است. همانطور که پارامترهای p و q انعطاف بیشتری به خصوصیات کوتاه مدت مدلسازی می‌دهند، پارامتر d رفتار z_t را تعیین می‌کند و در این حالت خصوصیات سری z_t وابستگی زیادی به پارامتر d از خود بروز می‌دهد. اگر ۰/۵ >d> ۰.۵- باشد، فرآیند z_t دارای حالت ایستایی کوواریانس است و بدین ترتیب ۰/۵ >d> ۰ دلالت بر فرآیند حافظه بلندمدت دارد و ۱ >d> ۰.۵ حالت برگشت به میانگین را بدون در نظر گرفتن حالت ایستایی کوواریانس برای z_t نمایان می‌سازد. زمانی که ۰/۵ >d> ۰ باشد در وقفه‌های بالا کاهش هیپربولیکی در تابع اتوکواریانس آشکار می‌شود. چنانچه γ_k نشان‌دهندهٔ تابع اتوکواریانس باشد، کاهش هیپربولیکی در معادله ذیل به خوبی نمایان می‌شود به شرطی که $k \to \infty$ و c>0 باشد.

$$\gamma_k \sim c k^{2d-1}$$

به ازای ۰ >d> ۰.۵- مجموعه قدرمطلق خود همبستگی فرآیند طبق معادله ذیل به یک مقدار ثابت میل می‌کند و ویژگی حافظه کوتاه مدت را برای سری زمانی z_t نمایان می‌سازد و همه خود همبستگی‌های این فرآیند بجز وقفه ی صفر، منفی و کاهش هیپربولیکی به صفر دارند. در این حالت ARFIMA(0, d,0) ویژگی حافظه میانه را آشکار می‌سازد.(شعرایی و ثنایی اعم، ۱۳۸۹).

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{j=-n}^{n} |\rho_j|$$

اوداکی (۱۹۹۳) معکوس‌پذیری را در محتوای خطای مربع میانگین پیش‌بینی کننده خطی بواسطه‌ی همگرایی مرتبه متناهی AR بر حسب تغییرات واریانس مطرح کرد و نشان داد که۱-<d شرط کافی برای معکوس‌پذیری فرآیند z_t است. برای تخمین پارامتر d مانند تکنیک جوک و پورتر- هوداک(GPH)[1]، تحلیل نوسانات روندزدایی(DFA)[2]، تحلیل زن موجک[3] و تکنیک هایی از این نوع شامل رویه تخمین دو مرحله‌ایی می‌باشند. این نوع تکنیک‌ها در گام اول پارامتر تفاضل‌گیری را تخمین می‌زنند و در گام بعدی پارامتر تفاضل‌گیری تخمین زده به یک سری زمانی که احتمالا از مدل ARMA تبعیت می‌کند، منتقل می‌شود. از محدودیت چنین مدلهایی این است که اطلاعات را در فرکانسهای پایین بکار می‌برند، بطوریکه هنگام تخمین پارامتر d خصوصیات کوتاه مدت سری را بررسی نمی‌کنند. برای رفع محدودیت این نوع تکنیک‌ها بررسی سری‌های زمانی را تحت فرآیند ARFIMA که توسط گرنجر و جویکس(۱۹۸۰) معرفی شده‌اند و شامل رویه تخمین یک مرحله‌ایی هستند، انجام می‌شود. این نوع فرایند پویای بلند مدت را بواسطه ی پارامتر انباشته کسری d بررسی می کند، در حالی که اجزای سنتی ARو MA پویایی‌های کوتاه مدت سری زمانی را در بر می‌گیرند. لازم به ذکر است که در این نوع فرایند، تخمینd،

[1] Geweke & Porter-Hudak
[2] Detrended Fluctuation Analysis
[3] Wavelet

AR و MA به طور همزمان صورت می‌گیرد. در مباحث اقتصاد سنجی از جمله روش‌های براورد مدل ARFIMA ، برآورد حداکثر راست نمایی دقیق EML[1] و حداقل مربعات خطی NLS[2] می‌باشند که به ترتیب از سوی سوول (۱۹۷۸) و روشی که بران (۱۹۹۵) بر اساس آن، تخمین‌زن ماکزیمم تقریبی راست نمایی را بر پایه‌ی مینیمم مجموعه مربعات باقیمانده‌های پیش‌بینی ساده، توسعه داده شده است، مطرح گشته اند. بران[3]، کارایی مجانبی و به هنجاری نتایج تخمین زننده‌های پارامترهایθ،φ، d را اثبات نمود و محققانی چون بوردیگه و اویکل[4] (۱۹۹۳)و چانگ و بایلی[5] (۱۹۹۳) با توجه به نتایج تخمین مونت کارلو[6] این روش براورد را (که ما آن را روش NLS می‌نامیم) یک تخمین‌زن مناسب برای مدل های ARFIMA بیان کردند. تکنیک NLS بر خلاف روش EML احتیاجی به پیش فرض مانایی (d<0.5) ندارد و همچنین محاسبه ی آسان تر آن نسبت به تکنیک EML در برآورد، روش NLSرا تکنیکی دقیق‌تر از تکنیک EML معرفی کرده است. لگاریتم تقریبی راست‌نمایی NLS به صورت زیر تعریف می شود:

$$\log L_A(\mathrm{d},\emptyset,\theta,\beta)=\mathrm{c}-\frac{1}{2}\log\frac{1}{T-K}\sum_{t=2}^{T}\tilde{e}_t^2$$

که $\hat{e}_t^2$ خطاهای پیش بینی یک گام به جلو است که بواسطهٔ پیش‌بینی‌های ساده، تعریف t تقریبی شده است (گرانجر و دیتمان[7]، ۲۰۰۰).

۲-۲ مروری بر پیشینه پژوهش

۲-۲-۱ مروری بر پیشینه پژوهش خارجی

پژوهش‌های بسیاری به بررسی وجود حافظه بلندمدت با استفاده از مدل‌های میانگین متحرک خودهمبسته یکپارچه و خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته بر روی متغیرهای مختلف پرداخته‌اند. بخش قابل ملاحظه‌ای از این مطالعات به بررسی و مدل‌سازی شاخص‌های مختلف در بازار سرمایه پرداخته‌اند.

گرو و کارلیس[8] (۲۰۰۰) به مطالعه رفتار بازده روزانه پنج شاخص سهام: داوجونز از ژانویه ۱۹۲۷ الی سپتامبر ۱۹۹۹،اس‌اندپی ۵۰۰ از دسامبر ۱۹۲۷ الی نوامبر ۱۹۹۹، شاخص فوتسی از سپتامبر ۱۹۹۳ الی سپتامبر ۱۹۹۹، شاخص نیکی از ژانویه ۱۹۷۳ الی نوامبر ۱۹۹۹ و همچنین شاخص سهام بورس مادرید از نوامبر ۱۹۸۵ الی سپتامبر ۱۹۹۹، پرداخت. برای بررسی وجود حافظه بلندمدت از آزمون‌هایR/S، R/S تعدیل شده، آزمون تفاضل جزئی و همچنین تخمین حداکثر درست نمائی ARFIMA استفاده نمود و شواهد ضعیفی از وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی بازده یافت.

[1] Exact Maximum Likelihood
[2] Nonlinear Least Squares
[3] Beran
[4] Beveridge & Oickle
[5] Chung & Baillie
[6] Monte Carlo
[7] Granger and Dittman
[8] Grau-Carles

مان[1] (۲۰۰۳) به بررسی عملکرد مدل ARMA با مرتبه پایین در پیش بینی سری زمانی با حافظه بلندمدت با ساختار ARFIMA (0,d,0) و ۰/۵ > d > ۰/۵- پرداخت و نتیجه گرفت در صورتی که مایل به پیش‌بینی کوتاه‌مدت باشیم مدل ARMA(2,2) قادر به پیش‌بینی مناسب و قابل رقابت با مدل ARFIMA خواهد بود و زیان کارایی این مدل بسیار کوچک است. به دلیل آنکه سادگی و پیاده‌سازی آسان مدل ARMA قابل مقایسه با یک مدل ARFIMA(0,d,0)توسط یک مدل از مرتبه پایین ARMA نتایج بسیار جالب و کاربردی را ارائه خواهد کرد. ارزیابی او نشان می‌داد که واریانس خطای پیش‌بینی این مدل حداکثر ۶.۰ ٪ بالاتر از مدل صحیح در پیش بینیهای یک مرحله جلوتر و حداکثر ۸.۲٪ بالاتر در پیش بینی بیست مرحله جلوتر است. با این حال، او نتیجه گرفت هنگامی که در یک سری زمانی بسیار پایدار، با استفاده از مدل ARMA قصد داریم پیش‌بینی‌های بلندمدت انجام دهیم، الزام است احتیاط بیشتری به خرج دهیم. به طور مشخص نتایج این پژوهش نشان می‌دهد هنگامی که d= 0.495 باشد، زیان کارایی در پیش‌بینی ۶۰۰ - مرحله جلوتر، نزدیک ۵۰٪ است.

بهاردواج و سوانسون[2] (۲۰۰۴) به مطالعه تجربی جامعی در خصوص قابلیت پیش‌بینی مدلهای حافظه بلندمدت پرداختند. آنها با استفاده از تحلیل میانگین توان دوم خطاهای آزمون دقت پیش‌بینی دیبولد و ماریانو (۱۹۹۵) آزمون دقت پیش بینی کالرک و مک کراکن، دقت پیش‌بینی مدل‌های مختلف سری زمانی را در دوره‌های زمانی مختلف (یک روز جلوتر، یک هفته جلوتر، یک ماه جلوتر، شش‌ماه جلوتر و یک سال جلوتر) با استفاده از روش پنجره غلطان و روش آزمون بازگشتی بررسی کردند. آنها نشان دادند که مدل تخمین زده شده ARFIMA منجر به تقریب‌هایی از فرآیند واقعی تولید داده‌ها (که ناشناخته است) می‌شود که معمولا می‌تواند پیش‌بینی‌های خارج نمونه‌ای بهتری در مقایسه با مدلهایAR،GARCH، MA، ARMA و مدل‌های مشابه داشته باشد.بهاردواج و سوانسون (۲۰۰۴) از تبدیلات مختلفی از بازده (قدرمطلق بازده، توان دوم بازده و لگاریتم توان دوم بازده) در مطالعه‌شان استفاده کردند تا از تأثیر این تبدیلات بر نتایج پژوهش جلوگیری شود. داده‌های پژوهش آنها شامل، ۲۰۱۰۵ مشاهده از شاخص اس‌اندپی ۵۰۰[3] و ۴۹۵۰ مشاهده از شاخص‌های فوتسی[4]، دکس[5]، نیکی ۱۲۵[6]، هانگ[7] و همچنین از دویست و پانزده متغیر کلان اقتصادی ماهیانه ایالت متحده در فاصله زمانی ۱۹۵۹ الی ۱۹۹۸ استفاده شده بود. این محققان نتیجه گرفتند که مدل ARFIMA برای دوره‌های زمانی طولانی مدت معمولا بسیار بهتر از مدل‌های AR, ARIMA, ARMA گام تصادفی در تخمین فرآیند تولید داده‌های مورد بررسی عمل می‌کند. یافته دیگر پژوهش آنها آن بود، که برخلاف نتایج پژوهش‌های پیشین، مدل ساده ARIMA در پیش‌بینی سری زمانی نتایج بهتری نسبت به مدل با پارامترهای زیاد ARFIMA ارائه می‌کند. نتایج پژوهش‌های آنها خلاف این موضوع را بیان می‌کرد. همچنین در خصوص سری‌های زمانی با تعداد زیاد مشاهدات، نتایج روش‌های مختلف برآورد

[1] Man
[2] Bhardwaj and Swanson
[3] S&P500
[4] FTSEI
[5] DAX
[6] NIKKE1225
[7] Hang

پارامتر d بسیار نزدیک به هم بود. در حالی که در خصوص تعداد کم مشاهدات همچون سری زمانی داده‌های کلان اقتصادی، خطای پیش‌بینی پارامتر d بر نتایج پیش‌بینی با استفاده از مدل ARFIMA تأثیر گذاشت.

دلن و جرج[1](۲۰۱۳) به پیش‌بینی و مدلسازی نرخ بهره انگلستان، امریکا، ژاپن و آلمان با استفاده از رویکردهای زمانی پیوسته و گسسته پرداختند. نهایتاً پیش‌بینی‌های پویا با پیش‌بینی‌های به‌دست‌آمده از مدل‌های ARIMA و ARFIMA مقایسه نمودند. این محققان جهت پیاده‌سازی مدلهای زمانی پیوسته و مدل های زمان گسسته همچون ARMAو ARFIMA از داده‌های ماهانه و هفتگی استفاده نموده‌اند طی سالهای ۲۰۰۷-۲۰۰۹ (بحران بازار مالی جهانی) استفاده نمودند و نتایج آنها بیانگر عملکرد بهتر مدل مرتون[2] از تمام مدلهای دیگر براساس معیارهای جذر میانگین مربعات خطا ۳و میانگین درصد قدرمطلق خطا۴ است.

مالیک و میشرا[5] (۲۰۱۹) یک پیش‌بینی مبتنی بر تحلیل مؤلفه اصلی نرخ‌های بهره با سررسیدهای مختلف را در چارچوب یک ARIMA تک متغیره در هند انجام دادند. این مطالعه نشان داد که مدل پیش‌بینی نرخ بهره ARIMA (2,1,1)نتیجه پیش‌بینی بهتری را هم در مورد عملکردهای درون نمونه و خارج از نمونه ایجاد نمود.

هاگه و مگامز[6] (۲۰۲۰) در یک مطالعه به مقایسه روشهای ARIMA و ARIMA KALMAN جهت مدلسازی و پیش‌بینی نرخ بهره در آمریکا پرداختند. پژوهش این محققان در طی سه مرحله انجام شده بود. در مرحلهٔ اول از تکنیک باکس-جنکینز برای استخراج مدل ARIMA استفاده شد که در آن پارامترها با استفاده از تکنیک ML برآورد شدند. سپس از خروجی مدل ARIMA در الگوریم فیلتر کالمن در جائیکه تخمین پارامترهای آن در هر افزایش زمان با استفاده از روش یول واکر محاسبه می‌گردد، استفاده شد. در نهایت، مقادیر برآورد شده با مدل کلمن با مقادیر مدل ARIMA مقایسه شد. پس از مقایسه هر دو مدل، ARIMA همراه با الگوریتم فیلتر کالمن دقت بیشتری را ارائه کرد. نتایج پژوهش نشان داد که میانگین درصد خطای مطلق برای ARIMA مستقل نزدیک به یکصد درصد بود، در حالی که با استفاده از فیلتر کالمن نزدیک به صفر بود.

۲-۲-۲ مروری بر پیشینه پژوهش داخلی

عرفانی(۱۳۸۷) وجود حافظه بلندمدت را با استفاده از سه روش در شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران ارزیابی کرد که نتایج هر سه آزمون، وجود حافظه بلندمدت را تایید می‌کرد. وی در پژوهش دیگری دقت پیش‌بینی مدل‌های ARFIMA را با مدلهای ARIMA مقایسه کرد و به این نتیجه رسید که دقت مدل ARFIMA در پیش‌بینی بازده شاخص بیشتر است.

شعرایی و ثنایی اعلم (۱۳۸۸) طی پژوهشی به بررسی وجود حافظه بلندمدت در بورس اوراق بهادار تهران و ارزیابی مدل‌هایی که حافظه بلندمدت را در نظر می‌گیرند، پرداخته‌اند. در این تحقیق, ابتدا وجود حافظه بلندمدت

[1] Dellen and Gough
[2] Merton Model
[3] Root Mean Squared Error
[4] Mean Abs percent Error
[5] Mallik and Mishra
[6] Hage and Mghames

در سری زمانی بازده و نوسانهای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران بررسی شده است. نتایج آزمون های آماری این محققان, وجود حافظه بلندمدت را در بازده و نوسانهای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران تا سطح اطمینان بالایی تایید می‌کنند. در ادامه, دقت پیش‌بینی مدل‌هایی که ویژگی حافظه بلندمدت را در نظر نمی‌گیرند ARMAو GARCH با مدل های مشابهی که این ویژگی را درنظر می گیرند ARFIMAوFIGARCH به روش پنجره غلتان در بازه های زمانی مختلف مقایسه شده است. نتایج این مطالعه نشان می دهد مدل نسبتا ساده ARMAدر مقایسه با سایر مدل ها, بهتر می تواند بازده یک روز بعد شاخص را پیش بینی کند؛ اما در پیش بینی بازده شاخص برای دوره‌های هفتگی, ماهانه, فصلی و شش ماهه, مدل FIGARCH همواره پیش بینی های دقیقتری ارایه کرده است.

سالارزهی و همکاران (۱۳۹۱) به بررسی مدل‌سازی شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل‌های ARIMA و ARFIMA پرداختند. نتایج این پژوهش بیانگر تفاوت جزئی عملکرد بهتر پیش‌بینی مدل حافظه بلندمدت ARFIMA نسبت به مدل ARIMA و ناکارآمدی مشهود مدل ARFIMA در پیش‌بینی بازار سرمایه تهران است.

امینی و عفتی(۱۳۹۲) به پیش بینی فوب نفت و گاز خلیج فارس با استفاده از مدلهای ARIMAو ARFIMA پرداختند و نتایج تحقیق آنها بیانگر برتری عملکرد ARFIMA نسبت به مدل ARIMA بود.

ابونوری، فرخی، شجاعیان(۱۳۹۳) به مقایسه عملکرد شبکه‌های عصبی مصنوعی(ANN)و مدل میانگین متحرک انباشته اتورگرسیو (ARIMA) در مدلسازی و پیش‌بینی کوتاه مدت روند نرخ ارز در ایران پرداختند و نتایج تحقیق آنها نشان می‌دهد که شبکهٔ عصبی مورد استفاده، نسبت به مدل ARIMA از قدرت پیش بینی بهتری برخوردار است و قیمت نرخهای ارز پوند و یورو تابعی از قیمتهای روز گذشته خود و قیمت نرخ ارز دلار تابعی از قیمت شش روز گذشته خود است.

اشراقی و همکاران (۱۳۹۵) در پژوهشی به پیش‌بینی بازدهی شاخص صنعت پتروشیمی در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل‌های ARIMA و ARFIMA پرداختند. نتایج پژوهش، وجود حافظه بلندمدت در بازدهی این صنعت را تایید می‌کرد. در این پژوهش، ارزیابی میزان دقت پیش‌بینی دو مدل مذکور با استفاده از داده‌های روزانه شاخص صنعت پتروشیمی در بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی سالهای ۱۳۸۴ تا ۱۳۹۴ نشان می‌دهد که با تفاوت اندکی مدل ARFIMA بهتر از مدل ARIMA عمل کرده است، ولی با توجه به مشکلات برآورد ضرایب مدل ARFIMA و سادگی مدل ARIMA، این تفاوت اندک قابل چشم پوشی است و می‌توان از مدل ARIMA برای پیش‌بینی بازدهی صنعت پتروشیمی استفاده کرد.

باقرزاده و غیبی (۱۳۹۵) به مدلسازی و پیش‌بینی نرخ بهره با استفاده از مدلهای شبکه عصبی و مدل ARIMA پرداختند و نتایج پژوهش این پژوهشگران حاکی از برتری مدلسازی روش شبکه عصبی در پیش‌بینی نرخ بهره نسبت به روش ARIMA گردید.

۳- روش‌شناسی پژوهش

۳-۱ جامعه آماری

جامعه آماری تحقیق،داده‌های نرخ بهره بین بانکی ماهانه و نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه ایران است. در خصوص نرخ بهره بین بانکی، نمونه آماری شامل نرخ بهره بین بانکی ماهانه از فروردین‌ماه سال ۱۳۸۹ تا اسفندماه سال ۱۳۹۹ مستخرج شده از بانک مرکزی در مجموع شامل ۱۳۲ مشاهده و همچنین در خصوص اوراق خزانه اسلامی، نمونه آماری شامل داده‌های مربوط به میانگین نرخ ماهانه اوراق خزانه اسلامی از مهرماه سال ۱۳۹۴ (زمان ورود اوراق مذکور به بازار ابزارهای نوین مالی فرابورس ایران) تا اسفندماه سال ۱۳۹۹ مستخرج شده از شرکت فرابورس ایران شامل شصت و شش داده است.

۳-۲. سوال پژوهش

سوال اصلی پژوهش این است که آیا امکان پیش‌بینی نرخ بهره بین بانکی و نرخ اوراق خزانه اسلامی با استفاده از روشهای میانگین متحرک خودهمبسته یکپارچه و خود رگرسیون میانگین متحرک انباشته وجود دارد و در صورت وجود امکان پیش‌بینی، کارآمدی کدام مدل بهتر و مناسبتر است.

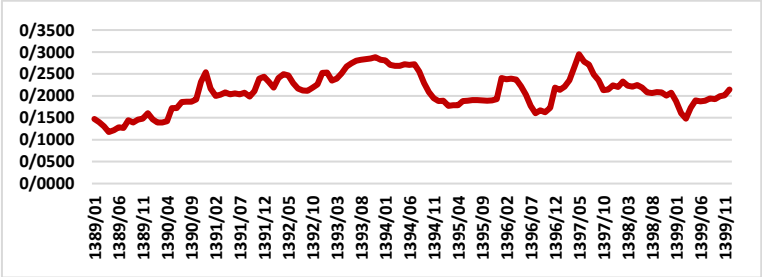
۳-۳ متغیرهای پژوهش

متغیرهایی که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته‌اند شامل نرخ بهره بین بانکی ماهانه و همچنین داده‌های مربوط به میانگین نرخ ماهانه اوراق خزانه اسلامی است.

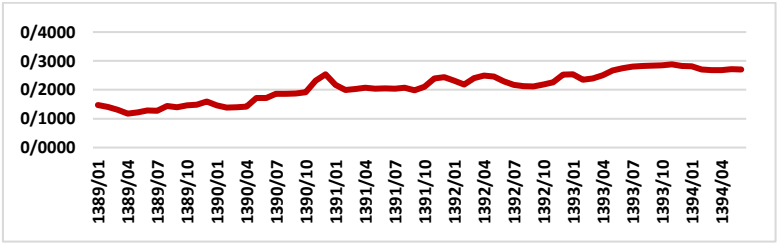
۴- تجزیه و تحلیل داده‌های پژوهش

۴-۱ آمار توصیفی

نتیجه‌گیری مطلوب، حاصل تجزیه و تحلیل دقیق اطلاعاتی است که بر مبنای سوال اصلی تحقیق گردآوری شده است. بنابراین تجزیه و تحلیل اطلاعات به عنوان بخشی از فرآیند تحقیق علمی، یکی از پایه‌های اصلی هر مطالعه و بررسی است. هدف از تجزیه و تحلیل، درآوردن داده‌ها به شکل قابل فهم و تفسیر است. مفاهیم و ابزارهای آماری به صورت صریح یا ضمنی بخشی از فرآیند اکثر تحقیقات را تشکیل می‌دهند. نقش این مفاهیم و ابزارها را میتوان هنگام تصمیم‌گیری در مورد گزینش آزمودنیها، جایگزینی آنها در گروههای مختلف، توصیف داده‌های جمع آوری شده و تعمیم یافته‌های حاصل از مطالعه، مشاهده کرد. در تصویر شمارهٔ یک و دو به ترتیب روند سری زمانی نرخ بهره بین بانکی و نرخ اوراق خزانه اسلامی در دوره مدلسازی نمایش داده شده است. دورهٔ زمانی تحقیق برای نرخ بهره بین بانکی ماهانه از فروردین ماه سال ۱۳۸۹ تا اسفند ماه سال ۱۳۹۹ و برای داده های مربوط به میانگین نرخ ماهانه اوراق خزانه اسلامی از مهر ماه سال ۱۳۹۴ (زمان ورود این اوراق به بازار فرابورس ایران) تا اسفند ماه سال ۱۳۹۹ می‌باشد.



تصویر شمارهٔ یک) نرخ بهره بین بانکی ماهانه در طی سالهای ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۹



تصویر شمارهٔ دو) نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه در طی سالهای ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۹

در تجزیه و تحلیل بر روی داده‌های مربوط به نرخ بهره بین بانکی ماهانه طبق جدول شماره یک، توزیع بازده ها دارای توزیع نامتقارن با کشیدگی به سمت مقادیر پایین تر یا بعبارتی دارای چولگی منفی و همچنین دارای کشیدگی مثبت است. میانگین نرخ بهره بین بانکی در طی دورهٔ مورد بررسی حدود ۲۰ درصد ومیانه آن نیز ۲۰ درصد می‌باشد. حداکثر نرخ بهره بین بانکی ۲۹/۴۸ درصد و حداقل آن ۱۱/۷۵ درصد می‌باشد.آماره جارک-برا برای نرخ بهره بین بانکی ماهانه برابر ۱/۶۹ درصد و احتمال آمارهٔ آزمون آن بالای ۵ درصد بوده که فرض نرمال بودن داده‌ها را رد نمی‌نماید.

در خصوص داده‌های مربوط به میانگین نرخ ماهانه اوراق خزانه اسلامی، طبق جدول شمارهٔ یک ،توزیع بازده‌ها دارای توزیع نامتقارن با کشیدگی به سمت مقادیر پایین‌تر یا بعبارتی دارای چولگی منفی و همچنین دارای کشیدگی مثبت است. میانگین نرخ اوراق خزانه اسلامی در طی دورهٔ مورد بررسی حدود ۲۲ درصد و میانه آن حدود ۲۲ درصد است. حداکثر نرخ این اوراق ۲۹/۲۴۸ درصد و حداقل آن ۱۵ درصد است. آماره جارک-برا برای نرخ بهره بین بانکی ماهانه برابر ۰/۴۴ درصد و آمارهٔ آزمون آن بالای پنج درصد بوده که فرض نرمال بودن داده‌ها را رد نمی‌نماید.

جدول شمارهٔ یک) آمار توصیفی متغیرهای پژوهش

آماره	میانگین نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه	نرخ بهره بین بانکی ماهانه
تعداد مشاهدات	66	132
میانگین	2206.0	0.209
میانه	22.0	0.2082
ماکزیمم	29.0	2948.0
مینیمم	15.0	1175.0
انحراف معیار	032.0	0416.0
چولگی	-0.0524	-0.0619
کشیدگی	613.2	4584.2
جارک-برا (Arque-Bera)	0.44	1.697

۴-۲ آزمون مانایی متغیرهای پژوهش

اولین آزمون برای استفاده از مدل های ARIMA و ARFIMA وجود ریشه واحد و عدم مانایی در مرحله اول است. از این رو آزمون مانایی انجام و نتایج در جدول شمارهٔ دو گزارش شده است.

جدول شمارهٔ دو) نتایج آزمون پایایی مانایی دیکی‌فولر

نام سری زمانی	آماره آزمون	مقدار احتمال	وضعیت
نرخ اوراق خزانه اسلامی	-۲/۸۰۱۵۵۱	۰/۰۶۳۷	ناپایا
نرخ بهره بین بانکی	-۲/۴۰۶۹۸۵	۰/۱۴۱۸	ناپایا
تفاضل مرتبه اول اوراق خزانه اسلامی	-۵/۷۱۵۲۵۵	۰/۰۰۰	پایا
تفاضل مرتبه اول نرخ بهره بین بانکی	-۸/۲۵۲۹۵۵	۰/۰۰۰۰	پایا

با توجه به نتایج جدول دو، سری زمانی اوراق خزانه اسلامی و نرخ بهره بین بانکی در دوره مدل‌سازی ناپایا بوده و دارای ریشه واحد مرحله اول بوده که با یک بار تفاضل‌گیری، وجود ریشه واحد برطرف شده است. لذا در ادامه برای مدل‌سازی، از سری زمانی تفاضل مرتبه اول اوراق خزانه اسلامی و نرخ بهره بین بانکی استفاده می‌گردد.

۴-۳ برازش مدل

برای یافتن مرتبه مناسب و برای لحاظ کردن محدودیت‌هایی که در تخمین چنین مدل‌هایی پیش خواهد آمد، برآوردها در حالت‌های مختلف برای p و q با توجه به نمودار همبستگی نگار داده‌ها انجام شده است و نتایج حاصله

با استفاده از کمترین مقدار معیارهای آکاییک[1]، شواتز[2] و حنان-کویین[3]، بهترین مرتبه برای تعیین p و q استخراج شده است. نتایج به شرح جداول شمارهٔ سه و پنج مربوط به تخمین مدل ARIMA و ARFIMA برای داده‌های مربوط به نرخ بهره بین بانکی و همچنین نتایج به شرح جداول شمارهٔ شش و هشت مربوط به تخمین مدل ARIMA و ARFIMA برای داده‌های مربوط به نرخ اوراق خزانه اسلامی نمایان است.

۴-۴ برازش مدل‌های ARIMA و ARFIMA بر روی داده‌های نرخ بهره بین بانکی

نتایج حاصل از تخمین مدلهای ARIMA و ARFIMA برای داده‌های مربوط به نرخ بهره بین بانکی بیانگر این موضوع است که بهترین مرتبه مدل ARIMA مرتبهٔ ARIMA(1,3) است که براساس کمترین مقدار معیارهای آکاییک، شوارتز و حنان-کویین پس از برآوردهای مدل‌هایِ بسیار تخمین زده شده است.

جدول شمارهٔ سه) تخمین مدل ARIMA بر روی تفاضل مرتبه یک داده‌های نرخ بهره بین بانکی

متغیر	ضریب	خطای استاندارد	آماره آزمون	مقدار احتمال آماره آزمون
CONSTANT	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۱۱	۰/۲۹۸۰	۰/۷۶۶۲
AR (1)	۰/۲۹۹۹	۰/۰۷۸۹	۳/۸۰۲۹	۰/۰۰۰۲
MA (3)	-۰/۱۹۸۲	۰/۱۱۵۵	-۱/۷۱۶۴	۰/۰۸۸۸
σ	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰	۱۳/۵۸۳۳	۰/۰۰۰۰
لگاریتم درستنمایی	۳۸۲/۸۹۳۷	معیار آکاییک		-۶/۳۶۷۹۶
Mean Dependent var	۰/۰۰۰۳۰۲	معیار شوارتز		-۶/۲۷۴۵۵
S.D. Dependent var	۰/۰۱۰۳۵۳	معیار حنان-کویین		-۶/۳۳۰۰۳

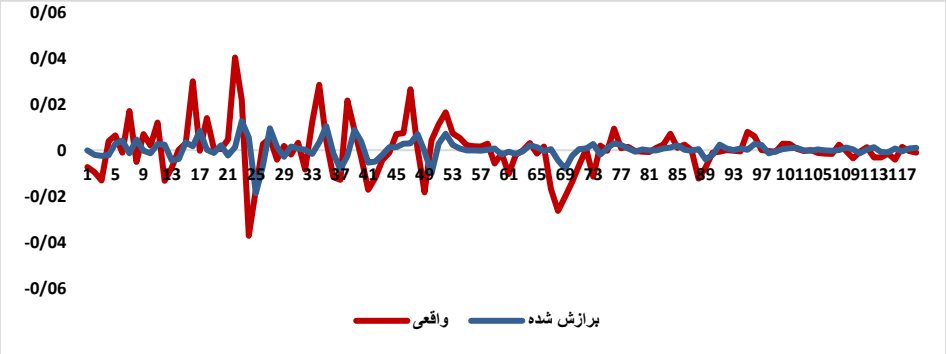
برای بررسی وجود ناهمسانی واریانس بین جملات اخلال در مدل ARIMA استفاده شده بر روی داده‌های نرخ بهره بین بانکی ماهانه، از آزمون اثرات ARCH استفاده شده است و با توجه به مقدار احتمال آمارهٔ مربوطه که بیش از پنج درصد است، جملات اخلال دارای مشکل ناهمسانی واریانس شرطی نیست.

جدول شمارهٔ چهار) بررسی ناهمسانی واریانس جملات اخلال در مدل ARIMA

آزمون ناهمسانی واریانس			
۰/۹۰۸۷	Prob. F (1,116)	۰/۰۱۳۱۹۷	آماره F
۰/۹۰۷۸	Prob. Chi-Square (1)	۰/۰۱۳۴۲۳	Obs*R-squared

[1] Akaike info Criterion
[2] Schwarz Criterion
[3] Hannan-Quinn Criterion

با توجه به مدل ARIMA برازش شده، تصویر شمارهٔ سه ارزش برازش شده و واقعی را نمایش می‌دهد.



تصویر شمارهٔ سه) تحلیل گرافیکی مدل ARIMA برازش شده بر روی نرخ بهره بین بانکی ماهانه

در مدل ARFIMA نیز بهترین برآوردهای انجام شده پس از تخمین مدل‌های متعدد و براساس معیارهای آکاییک، شوارتز و حنان-کویین به شرح جدول شمارهٔ پنج است که در این تخمین ضریب D معنادار نبوده و لذا فرض دارا بودن حافظه بلندمدت در داده‌های مربوط به نرخ بهره بین بانکی ماهانه رد می‌شود.

جدول شمارهٔ پنج) تخمین مدل ARFIMA بر روی تفاضل مرتبه یک داده‌های مربوط به نرخ بهره بین بانکی

متغیر	ضریب	خطای استاندارد	آماره آزمون	مقدار احتمال آماره آزمون
CONSTANT	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۱۲	۰/۲۷۳۲	۰/۷۸۵۲
D	-۰/۰۲۰۴	۰/۱۵۷۴	-۰/۱۲۹۴	۰/۸۹۷۲
AR (1)	۰/۳۷۰۵	۰/۱۷۸۰	۲/۰۸۱۶	۰/۰۳۹۶
AR (2)	-۰/۲۲۴۸	۰/۰۸۵۴	-۲/۶۳۲۷	۰/۰۰۹۶
σ	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰	۱۰/۸۹۰۴	۰/۰۰۰۰
لگاریتم درستنمایی	۳۸۳/۹۰۹۲	معیار آکاییک		-۶/۳۶۸۲۲
Mean Dependent var	۰/۰۰۰۳۰۲	معیار شوارتز		-۶/۲۵۱۴۵
S.D. Dependent var	۰/۰۱۰۳۵۳	معیار حنان-کویین		-۶/۳۲۰۸۱

۴-۵ برازش مدلهای ARIMA و ARFIMA بر روی داده‌های نرخ اوراق خزانه اسلامی

نتایج حاصل از تخمین مدلهای ARIMA و ARFIMA برای داده‌های مربوط به نرخ اوراق خزانه اسلامی بیانگر این موضوع است که بهترین مرتبه مدل ARIMA مرتبهٔ ARIMA(6,0) است که براساس کمترین مقدار معیارهای آکاییک، شوارتز و حنان-کویین پس از برآوردهای مدل‌های بسیار تخمین زده شده است.

جدول شمارهٔ شش) تخمین مدل ARIMA بر روی تفاضل مرتبه یک داده‌های نرخ اوراق خزانه اسلامی

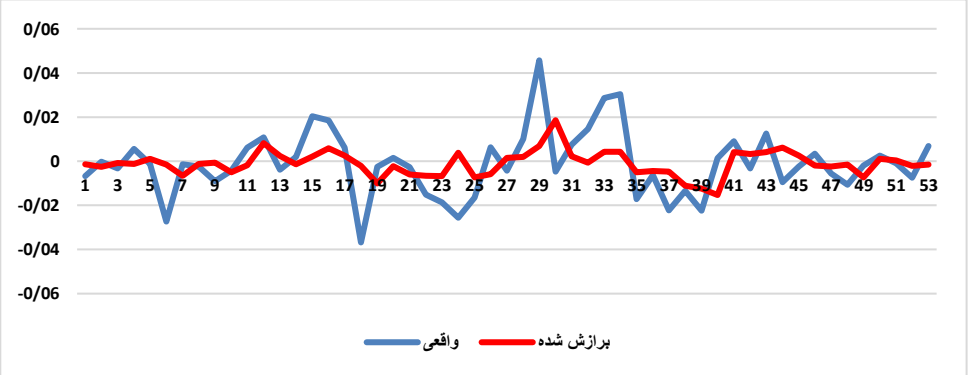
متغیر	ضریب	خطای استاندارد	آماره آزمون	مقدار احتمال آماره آزمون
CONSTANT	-۰/۰۰۱۰	۰/۰۰۲۰	-۰/۴۶۷۰	۰/۶۴۲۶
AR (1)	۰/۲۷۵۳	۰/۱۰۹۴	۲/۵۱۶۳	۰/۰۱۵۲
AR (6)	-۰/۲۷۰۴	۰/۱۰۱۸	-۲/۶۵۷۴	۰/۰۱۰۶
σ	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۰۰	۶/۱۷۸۸	۰/۰۰۰۰
لگاریتم درستنمایی	۱۵۳/۷۴۵	معیار آکاییک		-۵/۶۵۰۷۶
Mean Dependent var	-۰/۰۰۱۱۳۸	معیار شوارتز		-۵/۵۰۲۰۵
S.D. Dependent var	۰/۰۱۴۶۳۵	معیار حنان-کویین		-۵/۵۹۳۵۷

برای بررسی وجود ناهمسانی واریانس بین جملات اخلال در مدل ARIMA استفاده شده بر روی داده‌های نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه، از آزمون اثرات ARCH استفاده شده است و با توجه به مقدار سطح احتمال آمارهٔ مربوطه که بیش‌تر از پنج درصد است، لذا جملات اخلال دارای مشکل ناهمسانی واریانس شرطی نیست.

جدول شمارهٔ هفت) بررسی ناهمسانی واریانس جملات اخلال در مدل ARIMA

آزمون ناهمسانی واریانس			
آماره F	۰/۳۵۲۸۹۲	Prob. F (1,116)	۰/۵۵۵۲
Obs*R-squared	۰/۳۶۴۴۳۵	Prob. Chi-Square (1)	۰/۵۴۶۱

با توجه به مدل ARIMA برازش شده بر روی داده‌های مربوط به نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه، شکل شمارهٔ چهار ارزش برازش شده و واقعی را نمایش می‌دهد.



تصویر شمارهٔ چهار) تحلیل گرافیکی مدل ARIMA برازش شده بر روی نرخ اوراق خزانه اسلامی

در مدل ARFIMA نیز بهترین برآوردهای انجام شده پس از تخمین مدل‌های متعدد و براساس معیارهای آکاییک، شوارتز و حنان-کوبین بر روی داده‌های مربوط به نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه، به شرح جدول شمارهٔ هشت است که ضریب D با مقدار 0.7413- و با توجه به احتمال آمارهٔ آزمون مربوطه که کمتر از ۵ درصد می‌باشد، معنی دار است. اما با توجه به اینکه ضریب D خارج از محدودهٔ ۰.۵>D>۰.۵- است، لذا نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه دارای حافظه بلندمدت نمی‌باشد.

جدول شمارهٔ هشت) تخمین مدل ARFIMA بر روی داده‌های نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه

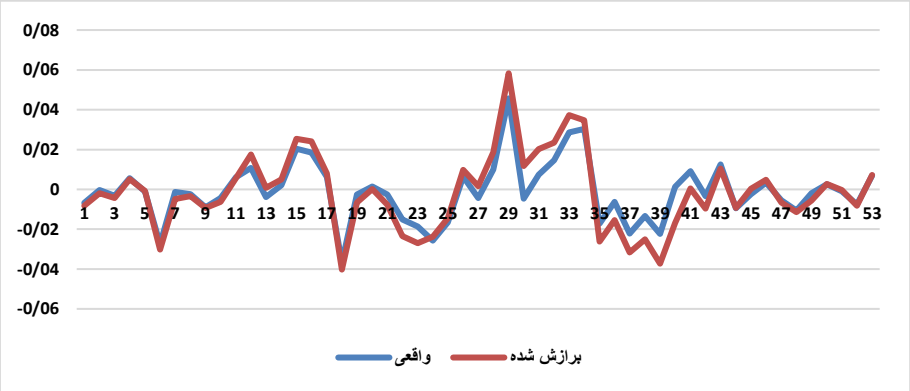
متغیر	ضریب	خطای استاندارد	آماره آزمون	مقدار احتمال آماره آزمون
مقدار ثابت	-۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۰۵	-۱/۳۰۵۲	۰/۱۹۸۰
D	-۰/۷۴۱۳	۰/۲۴۴۹	-۳/۰۲۷۰	۰/۰۰۴۰
AR (1)	۰/۷۵۰۵	۰/۱۲۹۵	۵/۷۹۳۶	۰/۰۰۰۰
AR (6)	-۰/۲۳۱۰	۰/۰۶۹۸	-۳/۳۰۹۵	۰/۰۰۱۸
σ	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۰۰	۵/۹۴۶۷	۰/۰۰۰۰
لگاریتم درستنمایی	۱۵۶/۳۸۰۴	معیار آکاییک		-۵/۷۱۲۴۷
Mean Dependent var	-۰/۰۰۱۱۳۸	معیار شوارتز		-۵/۵۲۶۵۹
S.D. Dependent var	۰/۰۱۴۶۳۵	معیار حنان-کوبین		-۵/۶۴۰۹۹

برای بررسی وجود ناهمسانی واریانس بین جملات اخلال در مدل ARFIMA استفاده شده بر روی داده‌های نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه، از آزمون اثرات ARCH استفاده شده است و با توجه به مقدار سطح احتمال بیش‌تر از پنج درصد است، لذا جملات اخلال دارای مشکل ناهمسانی واریانس شرطی نیست.

جدول شمارهٔ ده) بررسی ناهمسانی واریانس جملات اخلال در مدل ARFIMA

آزمون ناهمسانی واریانس			
آماره F	۰/۱۵۳۶۶۰	Prob. F (1,116)	۰/۶۹۶۷
Obs*R-squared	۰/۱۵۹۳۱۶	Prob. Chi-Square (1)	۰/۶۸۹۸

با توجه به مدل ARFIMA برازش شده بر روی داده‌های مربوط به نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه، شکل شمارهٔ پنج ارزش برازش شده و واقعی را نمایش می‌دهد.



تصویر شمارهٔ پنج) تحلیل گرافیکی مدل ARFIMA برازش شده بر روی نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه

۵. بررسی نتایج

همان‌طور که در بخشهای پیشین این تحقیق عنوان شد، این تحقیق با هدف پیش‌بینی نرخ بهره واقعی با استفاده از مدل‌های ARIMAو ARFIMA انجام شده است، به طوریکه مدل ARFIMA با در نظرگرفتن حافظه بلندمدت و مدل ARIMAبدون در نظرگرفتن حافظه بلندمدت مدنظر قرار می‌گیرند. با توجه به دستوری بودن نرخ بهره در ایران، از نرخ بهره بین بانکی و نرخ اوراق خزانه اسلامی به عنوان شاخصهایی از نرخ بهره واقعی در ایران استفاده شده است.در خصوص داده‌های مربوط به نرخ بهره بین بانکی ماهانه (شامل یکصد و سی و دو مشاهده از ابتدای سال ۱۳۸۹ تا انتهای سال ۱۳۹۹)، مدل ARFIMA به جهت عدم معنی داری ضریب D، بیانگر عدم وجود حافظه بلندمدت داده‌ها بوده و قابل اتکاء نیست و تنها مدل ARIMA معنی دار است. لذا مدل ARIMA برازش مناسبتری نسبت به مدل ARFIMA در پیش بینی نرخ بهره بین بانکی ارائه می‌دهد. در مورد داده‌های مربوط به اوراق خزانه اسلامی ماهانه(با شصت و شش مشاهده از مهر ماه سال ۱۳۹۴ تا انتهای سال ۱۳۹۹)، با توجه به معنی‌داری هر دو مدل ARIMA و ARFIMA از معیارهای جذر میانگین مربعات خطا ۱و میانگین درصد قدرمطلق خطا۲ جهت مقایسه عملکرد دو مدل استفاده شده است و نتایج به شرح جدول شمارهٔ یازده می‌باشد و بیانگر عملکرد مناسب تر مدل ARIMA در مقایسه با مدل ARFIMAاست. لذا در خصوص داده‌های مربوط به اوراق خزانه اسلامی ماهانه نیز، مدل ARIMA نسبت به مدل ARFIMA در پیش بینی نرخ اوراق خزانه اسلامی برازش مناسبتری را ارائه می‌دهد.

جدول شمارهٔ یازده) ارزیابی پیش‌بینی مدلها در خصوص داده‌های مربوط به نرخ اوراق خزانه اسلامی

مدل	میانگین درصد قدرمطلق خطا	جذر میانگین مربعات خطا
ARIMA	۱۲/۸۲	۰/۰۲۸۴
ARFIMA	۱۵/۲۶	۰/۰۳۱۶۹

[1] Root Mean Squared Error
[2] Mean Abs percent Error

۶. نتیجه گیری و بحث

در دو دهه اخیر، پیچیدگی و تنوع ابزارهای مالی گسترش چشمگیری داشته و بازارهای مالی را به شدت تحت تاثیر خود قرار داده است. پیشرفت تکنولوژی کامپیوتر، همراه با پیشرفت شبکه ارتباطات، انتقال اطلاعات لحظه به لحظه درباره متغیرهای اقتصادی، قیمت، تغییرات اوراق بهادار، تغییرات در بازده شاخصهای بازار و دیگر اطلاعات ضروری سرمایه‌گذاران را تسهیل نموده است. فراهم بودن بستر دسترسی سریع و آسان به تمامی اطلاعات مورد نیاز در بازارهای مالی، زمینه را برای رشد و توسعه مدلهای تخمین و پیش‌بینی آینده هموار نموده است. بنا بر اهمیت پیش‌بینی در بازارهای مالی، روشهای زیادی برای پیش‌بینی در ادبیات اقتصادسنجی ارائه و به کار گرفته شده است .از جمله مدل‌هایی که در دهه گذشته در پیش‌بینی سری‌های زمانی مورد توجه قرار گرفته است، مدل‌های ARIMAو ARFIMA است، به طوریکه، مدل ARFIMA با در نظرگرفتن حافظه بلندمدت و مدل ARIMAبدون در نظرگرفتن حافظه بلندمدت مدنظر قرار می‌گیرند. حافظه بلندمدت در سریهای زمانی این اصل را بیان می‌کند که "تاریخ تکرار می‌شود" واین به این معنی است که حرکت متغیرهای مورد بررسی از الگوهای خاصی پیروی کرده و این الگوها در طول زمان تکرار می‌شود. این الگوها عموما غیرخطی بوده و مدلسازی حافظه بلندمدت، تبلور تکرار الگو در سری زمانی می‌باشد. نظر به اینکه ریسک نرخ بهره یکی از مهم‌ترین ریسک‌های مالی است که بنگاه‌های اقتصادی و به‌ویژه نهادهای مالی با آن روبرو هستند، این پژوهش با هدف پیش‌بینی نرخ بهره واقعی انجام شده است. اهمیت مدیریت این ریسک از این باب است که صاحبان بنگاه‌های اقتصادی را قادر می‌سازد تا از طریق ایجاد جریان نقد باثبات برای شرکت، بتوانند در خصوص سرمایه‌گذاری‌های آتی و توسعه فعالیت‌های شرکت برنامه‌ریزی نمایند. بر همین اساس، توجه به تغییرات نرخ بهره واقعی در اقتصاد و توانایی پیش بینی این نرخ می‌تواند مدیریت ریسکهای ناشی از تغییرات این متغیر اقتصادی را تسهیل نماید. این ریسک در واقع امکان وقوع زیان ناشی از کاهش ارزش به دلیل نوسانات نامطلوب نرخ بهره در بازار می‌باشد.شرکت‌ها از مدل‌های تحلیلی مختلفی برای ارزیابی ریسک نرخ بهره و تأثیر نوسانات نرخ بهره در بدهی‌ها، دارایی‌ها و جریان‌های نقدی خود استفاده می‌کنند. یکی از استراتژیهای پوشش ریسک، مدیریت ریسک نرخ بهره با استفاده از تکنیک‌های عملیاتی است. در راستای استفاده از روشهای عملیاتی جهت پوشش ریسک نرخ بهره، اولین قدم دارا بودن یک پیش‌بینی از نرخ بهره واقعی آتی است. محققان بسیاری همچون دلن و جرج[1](۲۰۱۳)، مالیک و میشرا[2] (۲۰۱۹) و هاگه و مگامز[3] (۲۰۲۰) در طی سالیان اخیر با توجه به اهمیت پیش‌بینی این متغیر اقتصادی به استفاده از مدلهای متنوع از جمله ARIMA و ARFIMA جهت پیش بینی نرخ بهره در بازارهای مالی معتبر در سطح جهانی در امریکا،انگلستان، آلمان، ژاپن و هند پرداختند. در ایران نیز محققان از روشهای مذکور در پیش‌بینی مواردی همچون شاخص کل بورس، شاخص صنعت پتروشیمی و نرخ ارز استفاده نموده‌اند. در راستای تحقیقات این محققان، این پژوهش با هدف استفاده از روشهای ARIMA و ARFIMA جهت پیش‌بینی نرخ بهره واقعی در ایران انجام گردید. در ایران و براساس آمار اعلامی از سوی بانک مرکزی، نرخ بهره بصورت دستوری و سالانه تعیین می‌گردد. اما آنچه

[1] Dellen and Gough
[2] Mallik and Mishra
[3] Hage and Mghames

مسلم است اینکه نرخ بهره واقعی بسته به میزان عرضه و تقاضای پول همواره در حال نوسان و تغییر بوده که این موضوع در اقتصاد ایران خود را در نرخ بهره بین بانکی نشان می‌دهد، بعبارتی دیگر نرخی که بانکها به ذخایر یا پایهٔ پولی دسترسی پیدا می‌کنند، علامت‌دهنده و تعیین‌کنندهٔ نرخ بهره در اقتصاد است. در کنار نرخ بهره بین بانکی در بازار پول، نرخ اوراق خزانه اسلامی نیز در بازار سرمایه، تغییرات در نرخ بهره بدون ریسک را نشان می‌دهد و در حال حاضر تغییرات آن به عنوان شاخصی برای تغییرات نرخ بهره واقعی در اقتصاد به شمار می‌آید.از همین رو، در این تحقیق، روش پژوهش انتخابی بر روی هر دو دادهٔ نرخ بهره بین بانکی و نرخ اوراق خزانه اسلامی به عنوان شاخصهای نرخ بهره واقعی در بازارهای مالی انجام شده است. بعد از مشخص شدن پارامترهای ARIMA و ARFIMA بر روی داده‌های مربوط به نرخ بهره بین بانکی ماهانه با یکصد و سی و دو مشاهده و داده‌های مربوط به نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه با شصت و شش مشاهده، نتایج بیانگر این است که در خصوص داده‌های مربوط به نرخ بهره بین بانکی ماهانه مدل ARIMA معنی دار بوده و لذا مدل ARFIMA به جهت اینکه معنی دار نبوده است، قابل اتکا نیست.در خصوص داده‌های مربوط به نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه، هر دو مدل ARIMA و ARFIMA نتایج معنی‌داری داشته ولی مدل ARIMA براساس معیارهای جذر میانگین مربعات خطا و میانگین درصد قدرمطلق خطا عملکرد بهتری نسبت به مدل ARFIMA داشته و همچنین با توجه به اینکه ضریب D در مدل ARFIMA با مقدار 0.7413- و با مقدار احتمال آمارهٔ آزمون مربوطهٔ کمتر از ۵ درصد معنی دار است، ولی ضریب برآورد شده خارج از محدودهٔ ۰.۵>D>۰.۵- است، لذا داده‌های مربوط به نرخ اوراق خزانه اسلامی ماهانه نیز دارای حافظه بلندمدت نمی‌باشد و نهایتا در خصوص هر دو دادهٔ نرخ بهره بین بانکی و نرخ اوراق خزانه اسلامی ، مدل ARIMA عملکرد بهتری در مقایسه با مدل ARFIMA در پیش‌بینی داده‌ها دارد. این تحقیق به پیش‌بینی نرخ بهره با استفاده از مدلهای سری زمانی گسسته همچون ARIMA و ARFIMA پرداخته است و استفاده از مدلهای سری زمانی پیوسته همچون مدل مرتون[1] و مدل واسیک[2] نیز جهت تحقیقات آتی پیشنهاد می‌گردد.

فهرست منابع

- ✓ ابونوری، عباسعلی، فرخی، فرداد، شجائیان، سیده فاطمه، مقایسه عملکرد شبکه‌های عصبی مصنوعی(ANN) و مدل میانگین متحرک انباشته اتورگرسیو (ARIMA) در مدلسازی و پیش‌بینی کوتاه‌مدت روند نرخ ارز در ایران، فصلنامهٔ دانش سرمایه‌گذاری، مرداد ۱۳۹۳.
- ✓ اشراقی محسن، غفاری، فرهاد، محمدی، تیمور، پیش‌بینی بازدهی شاخص صنعت پتروشیمی در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل‌های ARIMA وARFIMA، مجله فصلنامه اقتصاد کاربردی، سال ششم، پاییز و زمستان ۱۳۹۵.

[1] Merton model
[2] Vasicek model

- ✓ آماده حسن، امینی، علی، ف عفتی، آزمون مدل‌های ARIMA و AFRIMA جهت پیش‌بینی فوب نفت و گاز خلیج فارس، فصلنامه دانش سرمایه‌گذاری، مهر ۱۳۹۲.
- ✓ باقرزاده علی، غیبی، سید امیر، مدلسازی و پیش‌بینی نرخ بهره با استفاده از شبکه‌های عصبی و تحلیل‌های رگرسیونی، اولین کنفرانس مدل‌ها و تکنیک‌های کمی در مدیریت، سال ۱۳۹۵.
- ✓ سالارزهی، حبیب ا.، منصور کاشی و سید حسن حسینی و محمد دنیایی، مقایسه کارآمدی مدل‌های ARIMA و ARFIMA برای مدل‌سازی و پیش‌بینی شاخص قیمت تهران TEPIX، فصلنامه دانش سرمایه‌گذاری، سال اول، شمارهٔ دوم، تابستان ۱۳۹۱.
- ✓ شعرایی، سعید و محسن ثنائی اعلم، بررسی وجود حافظه بلندمدت در بورس اوراق بهادار تهران و ارزیابی مدل‌هایی که حافظه بلندمدت را در نظر میگیرند، مجله پژوهش‌های حسابداری مالی، شماره شش، ص ۱۸۶-۱۷۳، ۱۳۸۹.
- ✓ عرفانی، علیرضا. پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با مدل ARFIMA، تحقیقات اقتصادی دانشگاه تهران، دوره ۸۶، ۱۳۸۸.
- ✓ Beran J. Maximum likelihood estimation of the differencing parameter for invertible short and long memory autoregressive integrated moving average models. Journal of the Royal Statistical Society. 1995. 57(4): 659–672.
- ✓ Beveridge S. and Oickle C. Estimating fractionally integrated time series models, Economics Letters. 1993. 43(2): 137–142.
- ✓ Bhardwaj G, Swanson N. An Empirical Investigation of the Usefulness of ARFIMA Models for Predicting Macroeconomic and Financial Time Series. Journal of Econometrics, vol. 131(1-2), 539-578.
- ✓ Carto, N. Long- Range dependence in the conditional variance of stock returns. Econom.Letters,1995. 45(3). 281-285.
- ✓ Chung C. F. and Baillie R.T. Small sample bias in conditional sum of squares estimators of fractionally integrated ARMA models. Empirical Economics. 1993. 18(4): 791–806
- ✓ Dellen J and Gough O and Nowman Khan Forecasting daily UK interest rates using continuous time and ARIMA, ARFIMA models. Journal of The Empirical Economics Letters .2013. 12(8):813
- ✓ Grau-Carles, P. Empirical Evidence of Long-Range Correlations in Stock Returns. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2000.Volume 287, Issues 3-4. 396-404.
- ✓ Granger C. W. J. and Joyeux R. An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing. Journal of Time Series Analysis.1980. 1(1): 15-29.
- ✓ Hage R and Mghames S. Modelling and Estimating Interest Rate: A Comparative Study of ARIMA, and ARIMA Kalman Model. Journal of European Journal of Scientific Research. Vol. 155 No 4 March, 2020.440 - 454
- ✓ Mallik A and Mishra A. Interest rate forecasting and stress testing in India: a PCA-ARIMA approach. Palgrave Communications, Palgrave Macmillan, vol. 5(1), pages 1-17, December.
- ✓ Man, K.S. Long memory time series and short-term forecasts, International Journal of Forecasting. 2003. 19(3): 477-491.
- ✓ Odaki M. On the invertibility of fractionally differenced ARIMA processes. Biometrika. 1993. 80(3): 703-709.
- ✓ Sowell, F. Maximum Likelihood Test of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models. Journal of Econometrics. 1992. 53(1): 165-188.

Financial Economics
Vol. (12) Issue (47) Autumn 2023

A comparative study between the effectiveness of ARIMA and ARFIMA models in predicting the interest rate and the treasury exchange rate in Iran

Mohadeseh Razaghi
PhD. Student in Financial Engineering, Department of Financial Management, Faculty of Management and Economy, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran-Iran.

Hashem Nikomaram
Prof., Department of Financial Management, Faculty of Management and Economy, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran-Iran.

Alireza Heidarzadeh Hanzaee
Assistant Prof., Department of Financial Management, Tehran North Branch, Islamic Azad University, Tehran-Iran, Corresponding Author
a_heidarzadeh@iau-tnb.ac.ir

Farhad Ghafari
Associate Prof., Department of Economics, Faculty of Management and Economy, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran-Iran.

Mahdi Madanchi Zaj
Assistant Prof. Department of Financial Management, Electronic Campus, Islamic Azad University Tehran-Iran.

Abstract
Due to the importance of predicting economic variables, different models have been created to predict the future values of variables. In fact, economic models can be tested by checking the level of forecasting accuracy. The main purpose of this study is prediction of Iran interbank offered rate and Iran treasury exchange rate as interest rates indicators for facilitating interest rate risk management. Two econometric models including ARFIMA and ARIMA have been used for forecasting. Thus, the ARFIMA model considering long-term memory and the ARIMA model without considering long-term memory have been considered. The evaluation of the prediction accuracy of the two models using the monthly Iran interbank offered rates data and also the monthly Iran treasury exchange rates data shows that both the interbank offered rates data and the Islamic treasury bond rates data, ARIMA model has a better performance compared to ARFIMA model in predicting data.

Key words: Interest rate forecasting, long-Term Memory, Autoregressive integrated moving average (ARIMA), Autoregressive fractionally integrated moving average (ARFIMA)