



فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری  
دوره ۱۳ / شماره ۳ (پیاپی ۵۱) / پاییز ۱۴۰۳  
صفحه ۵۴۳ تا ۵۶۶

## مدل‌سازی نوسانات نهفته و تحلیل بیزین نوسانات تصادفی داده‌های حین روز شاخص بورس اوراق بهادار تهران مبتنی بر زنجیره مارکوف مونت کارلو

سعید شهریاری

گروه مهندسی مالی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران  
saeed.shahriyari.ac.ir@gmail.com

پیمان ایمان زاده

گروه حسابداری، واحد تالش، دانشگاه آزاد اسلامی، تالش، ایران (نویسنده مسئول)  
p.imanzadeh@iautalesh.ac.ir

مهدی خوشنود

گروه حسابداری، واحد رودسر و املش، دانشگاه آزاد اسلامی، رودسر، ایران  
khoshnood.mehdi42@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۱۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۵/۰۸

### چکیده

در این مطالعه، مدل‌سازی نوسانات نهفته و تحلیل بیزین نوسانات تصادفی داده‌های حین روز شاخص بورس اوراق بهادار تهران مبتنی بر زنجیره مارکوف مونت کارلو در شرایط عدم قطعیت (بحران نزول شاخص بورس) توسعه داده شده است. روش پژوهش حاضر توصیفی از نوع همبستگی می‌باشد. بدین منظور در ابتدا توزیع لگاریتم مربعیات بازده به‌عنوان معیاری از نوسانات تحقق‌یافته با استفاده از مدل نوسان تصادفی جهت به‌دست آوردن نوسانات نهفته شبیه‌سازی شده و سپس با به‌کارگیری مدل ترکیبی MCMC-Copula پارامترهای موثر بر نوسانات تصادفی شناسایی شده و تخمین در فاز آموزش صورت پذیرفت. در نهایت با استفاده از نتایج به‌دست‌آمده از فاز آموزش، در فاز آزمون به مقایسه مدل‌های کاپولا و گارچ پرداخته شد. نتایج نشان داد کاپولای کلاپتون، گامبل، فرانک، جو و گلامبوس دارای شاخص‌های MSE و RMSE مشابه و کمتر از مدل پایه گارچ را ارائه می‌کنند و بنابراین مدل مبتنی بر کاپولای گامبل مدل‌سازی امکان وابستگی سریالی را در فرآیند نوسانات نهفته فراهم می‌کند. یافته‌های پژوهش حاضر می‌تواند برای شرکت‌های مالی و سرمایه‌گذار جهت سب‌گردانی و مدیریت پرتفوی در شرایط مختلف نوسانات بازار در جهت تحقق اهداف سرمایه‌گذار و افزایش ارزش سب مفید باشد.

**واژه‌های کلیدی:** گارچ، نوسانات تصادفی، زنجیره مارکوف مونت کارلو.

## ۱- مقدمه

مطالعات زیادی در مورد پیش‌بینی نوسان‌های بازار سهام انجام شده است. از این رو است که همیشه جستجوی مداوم برای یک فرضیه که قادر به پیش‌بینی نوسان‌های مقادیر آینده باشد وجود دارد. شاخص بورس مقیاسی است که بر اساس آن روند تغییرات قیمتی کل بازار سهام مشخص می‌شود. در واقع همه‌ی سهم‌های موجود در بازار در تغییرات شاخص بازار نقش دارند ولی شرکت‌هایی که ارزش بازار بیشتری دارند نقش بیشتری نیز در تغییرات شاخص خواهند داشت. لذا پیش‌بینی نوسانات این شاخص از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است (مرادی و همکاران، ۱۳۹۴).

در این راستا دو نوع مدل متداول برای توصیف نوسانات متغیر بازده دارایی وجود دارد که عبارتند از مدل‌های واریانس ناهمسانی شرطی خودرگرسیو تعمیم‌یافته<sup>۱</sup> و مدل‌های نوسانات تصادفی<sup>۲</sup>. این مدل‌ها تلاش می‌کنند تا نوسانات را به عنوان یک فرآیند تصادفی توصیف کنند.

در اقتصاد سنجی ثابت بودن واریانس مولفه‌های اخلاص همواره یکی از فرض‌های مهم محسوب می‌شود. انگل<sup>۳</sup> (۱۹۹۰) برای رهایی از این فرض محدود کننده مدل جدیدی موسوم به اتورگرسیو واریانس ناهمگن شرطی را پیشنهاد کرد. در این مدل فرض بر این است که مولفه‌های اخلاص مستقل از هم و دارای میانگین صفراند ولی واریانس آنها با فرض وجود اطلاعات گذشته متغیری تصادفی است. یکی از دلایل استفاده از مدل‌های اتورگرسیو ناهمگن شرطی وجود خطاهای پیش‌بینی کوچک و بزرگ در داده‌های اقتصادی مانند ارز تورم و سهام است، زیرا این گونه از داده‌ها در طول زمان رفتارهای متفاوتی را از خود نشان می‌دهند. به عبارت دیگر در برخی سال‌ها نوسان کم و در برخی از سال‌های دیگر نوسان زیادی خواهند داشت. در چنین شرایطی انتظار می‌رود که واریانس در طول زمان روند تصادفی داشته و تابعی از رفتار مولفه‌های اخلاص باشد. در واقع با مدل‌های اتورگرسیو ناهمگن شرطی می‌توان روند واریانس شرطی را با توجه به اطلاعات گذشته توصیف کرد (سعیدی و همکاران، ۱۳۹۰).

مدل اتورگرسیو واریانس شرطی تعمیم یافته با وجود موفقیت تجربی که در تحقیقات آکادمیک (یافتن بهترین و مناسب ترین مدل نوسانات بازده سهام در بین مدل‌های پیش بین نوسان در بازار سهام) به دست آورد، استفاده از آن در جامعه‌ی سرمایه‌گذاری محدود می‌باشد. مطالعات تجربی عملکرد پیش‌بینی مدل‌های اتورگرسیو واریانس ناهمگن شرطی تعمیم یافته نشان دادند که علی‌رغم جذابیت، پیچیدگی و مرسوم بودن این نوع مدل‌ها به هیچ وجه توافق براین نیست که این مدل‌ها پیش‌بینی‌های برتری از نوسانات بازدهی فراهم می‌کنند. فایلووسکی<sup>۴</sup> (۱۹۹۷) استدلال کرد که مدل‌های پیش‌بینی نوسانات براساس میانگین متحرک نوسانات گذشته اغلب بهترین پیش‌بینی‌ها را انجام می‌دهند.

<sup>1</sup> Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity

<sup>2</sup> Stochastic volatility (SV)

<sup>3</sup> Engle

<sup>4</sup> Figlewski

از طرف دیگر مدل‌های نوسان تصادفی توسط پیت<sup>۱</sup> (۱۹۹۹) و تیلور<sup>۲</sup> (۱۹۸۲) به عنوان راهی مناسب در تحلیل نوسانات متغیر در زمان جهت تشخیص بازده‌ها معرفی شد. در مدل نوسان تصادفی نوسان به واسطه فرآیند غیر قابل مشاهده‌ای که دارای تغییرات تصادفی است مدل بندی می‌شود. توزیع مولفه‌های اخلاص (خطا) مدل در ابتدا توزیع نرمال در نظر گرفته شد، اما بررسی بر روی بازده مالی بازارها بیانگر این است که داده‌ها دم‌هایی کلفت تر از توزیع نرمال دارند. نظر به اینکه فرض نرمال نسبت به نقاط دورافتاده غیر استوار است و اثر معناداری روی استنباط مدل می‌گذارد بنابراین مدل نوسان تصادفی به توزیع‌های دم کلفت تر از توزیع نرمال تعمیم یافته اند. در این پژوهش، لحاظ وابستگی ساختاری، با ترکیب توابع کاپولا و نوسانات تصادفی مورد بررسی قرار گرفته است. علت این موضوع این است که روابط همبستگی ساختاری و هم حرکتی در بین بازارهای مالی با استفاده از تابع کاپولا که یک ابزار سودمند برای بیان وابستگی بین متغیرها است، پاسخ مناسبی را ارائه می‌دهد (دی مایکل و همکاران، ۲۰۰۴). از سوی دیگر، توابع کاپولا توابعی هستند که در جداسازی توزیع‌های حاشیه‌ای از ساختار وابستگی یک توزیع چند متغیره معین قدرت دارند و به این دلیل مفید هستند که اولاً به افشا و درک مسائل مختلف مرتبط با همبستگی کمک می‌کنند و دوماً نقش مهمی در قیمت‌گذاری اوراق بهاداری دارند که به بسیاری از اوراق بهادار دیگر همبسته هستند. بدین ترتیب، با توجه به مسائل مطرح‌شده در بررسی پیش‌بینی نوسانات بازار بورس تهران که تاکنون مورد بررسی قرار گرفته است، در نظر نگرفتن ساختار وابستگی بازار، در نظر نگرفتن ساختار فرکانس‌های موجود در تابع بازدهی آن‌ها و همچنین در نظر نگرفتن وابستگی ساختاری غیرخطی موجود در تابع بازدهی آن‌ها موجب شده است که فقدان یک رویکرد مناسب در بررسی پیش‌بینی نوسانات بازار بورس احساس شود. بدین ترتیب، در پژوهش حاضر ترکیبی از توابع کاپولا برای بررسی وابستگی سریالی در سری‌های زمانی ناهم‌وابستگی در استفاده می‌شود که ویژگی‌های جدیدی از پایداری نوسان را نشان دهد و در ادامه برای بررسی پایداری نوسانات نامتقارن از مدل پیشنهادی کاپولا-نوسان تصادفی استفاده خواهد شد (ویربیکایت<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۲۰).

پیشینه پژوهش‌ها نشان می‌دهد که عمدتاً استفاده از مدل‌های نوسان شرطی SV، GARCH، نرمال و مدل‌های خود رگرسیون ناهمگن رایج بوده است که فرض اولیه آن‌ها ساختار وابستگی خطی این مدل‌ها و نرمال بودن توزیع حاشیه‌ای است. با این حال، فرض وابستگی زمانی خطی در مدل‌های فوق با رفتار مشاهده‌شده نوسان‌ها مطابقت ندارد، زیرا در عمل بسیاری از سری‌های زمانی مالی نه تنها در میانگین بلکه اغلب در واریانس نیز عدم تقارن و چولگی را نشان می‌دهند. قابل تأمل است که مدل‌های ارائه‌شده در تحقیقات پیشین، توانایی پیش‌بینی نوسانات نهفته بورس اوراق بهادار را به دلیل مسئله مطرح‌شده ندارند، لذا جهت پرداختن به این خلأ مطالعاتی پژوهش حاضر شکل گرفته است و برای حل این موضوع از تکنیک زنجیره مارکوف مونت کارلو به‌عنوان یکی از تکنیک‌های احتمالی برآورد استفاده نموده است.

<sup>1</sup> Pitt

<sup>2</sup> Taylor

<sup>3</sup> De Michele

<sup>4</sup> Virbickaite

روش MCMC برای مدل‌هایی که احتمال غیرقابل حل بودن دارند یا اجرای فرآیند انتقال حالت در یک الگوریتم دقیق چالش‌برانگیز باشد مناسب است و از آنجا که مدل پیشنهادی در این مقاله غیرخطی است و شامل حالات نهفته است، MCMC انتخاب خوبی به نظر می‌رسد. بدین منظور پژوهش حاضر به دنبال آن است که بررسی کند آیا شبیه‌سازی با استفاده از روش زنجیره مارکوف مونت‌کارلو (MCMC) جهت بازیابی پارامترهای مدل واقعی برای مدل کاپولا-نوسان تصادفی امکان‌پذیر است؟ آیا مدل پیشنهادی نسبت به مدل‌های مرسوم نظیر گارچ از کارایی لازم برخوردار است؟

### پیشینه پژوهش

بلادت<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۲۱)، در پژوهش خود تحت عنوان "مدل‌های سری زمانی کاپولا با استفاده از d-vines و v-transforms" رویکردی برای مدل‌سازی سری بازده مالی ناپایدار با استفاده از فرآیندهای ثابت کاپولا d-vine پیشنهاد نمودند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد این مدل‌ها می‌توانند با مدل‌های شناخته‌شده در گسترده GARCH رقابت کنند و گاهی اوقات برتری داشته باشند.

سوان<sup>۲</sup> (۲۰۲۰)، در پژوهش خود ادعا نمود که درحالی‌که از مدل‌های چرخش رژیم برای اندازه‌گیری ریسک نامطلوب استفاده شده است مدل‌های تغییر رژیم برای پویایی نوسانات تصادفی محدود بوده و بنابراین اندازه‌گیری ریسک را محدود می‌کند. وی در پژوهش خود یک مدل چرخش رژیم ارائه کرده است که می‌تواند به صورت واقع بینانه تر ریسک را اندازه‌گیری نماید. وی اندازه‌گیری ریسک نامطلوب را همراه با مدل چرخش رژیم، برای اندازه‌گیری ریسک در شرایط ریسک جهش قیمت سهام ارائه نمود و ثابت نمود که مدل چرخش رژیم پیشنهادی وی به مدل قیمت‌گذاری دارایی مبتنی بر زمان پیوسته همگرا می‌شود، از این رو روش اندازه‌گیری ریسک وی استوار است.

چن<sup>۳</sup> و همکاران (۲۰۲۰)، در پژوهش خود نوسانات متغیر شرطی را برای مدل‌سازی و پیش‌بینی نوسان قیمت آتی نفت بر اساس مدل HAR-RV و الحاقات مختلف آن در نظر گرفتند. نتایج تجربی آن‌ها چندین مشاهدات قابل توجه را نشان می‌دهد. اول، نتایج در نمونه نشان می‌دهد که باقیمانده مدل‌های HAR-RV از نوع ARCH اثر قابل توجهی را نشان می‌دهند. دوم، نتایج خارج از نمونه نشان می‌دهد که در مقایسه با مدل‌های خطی HAR-RV، مدل‌های نوع HAR-RV، از جمله مدل‌های ساختار FIGARCH، به‌طور کلی می‌توانند هنگام پیش‌بینی نوسانات افق کوتاه‌مدت، دقت پیش‌بینی بالاتری ایجاد کنند. سوم، هنگام پیش‌بینی نوسانات میان‌مدت و بلندمدت، مدل پیشنهادی، یعنی HAR-S-RV-J-FIGARCH، می‌تواند توانایی پیش‌بینی بالاتری از خود نشان دهد.

تاکاشی<sup>۴</sup> (۲۰۰۹)، در پژوهش خود تحت عنوان یک روش تطبیقی زنجیره مارکوف مونت‌کارلو برای مدل GARCH روشی را برای ساخت تراکم پیشنهادی الگوریتم Metropolis-Hastings در شبیه‌سازی‌های زنجیره‌ای

<sup>1</sup> Bladt

<sup>2</sup> Swan

<sup>3</sup> Chen

<sup>4</sup> Takaishi

مارکوف مونت‌کارلو (MCMC) مدل GARCH پیشنهاد نموده است. چگالی پیشنهادی با استفاده از داده‌های نمونه‌گیری شده توسط روش MCMC به صورت تطبیقی ساخته می‌شود. به نظر می‌رسد که خودهمبستگی بین داده‌های تولیدشده با تراکم پیشنهادی آن‌ها تا حد زیادی کاهش می‌یابد. بنابراین نتیجه گرفته می‌شود که روش معرفی شده بسیار کارآمد است و شبیه‌سازی MCMC مدل GARCH به خوبی کار می‌کند.

فراهادیان و همکاران (۱۴۰۱)، در پژوهشی تحت عنوان "سرریز تلاطمی بازار نفت در بازار سهام با الگوی نوسانات تصادفی چند متغیره بیزی" در پژوهش خود از الگوی تلاطم تصادفی ساختاری بیزی چند متغیره (BMSV) معرفی شده توسط هاروی و دیگران (۱۹۹۴) که جایگزین قدرتمند الگوهای GARCH برداری است به منظور بررسی سرریز تلاطم بازار انرژی (بازده نفت اپک) در بازار سهام ایران استفاده کردند. نتایج نشان دهنده آن است که مدل BMSV بین بازده سهام و بازده نفت وجود سرریز تلاطمی مثبت این دو بازار را تایید می‌نماید. بنابراین، وقوع شوک‌های مثبت در قیمت‌های نفت منجر به رشد در شاخص سهام خواهد شد. همچنین مشخص شد بازده سهام با ضریب سرریز تلاطمی بازده نفت همبستگی بالایی دارد.

بناکار و همکاران (۱۴۰۰) در پژوهشی به بررسی سرایت مالی یا سرریزی تلاطم از سوی بازارها و متغیرهای جهانی نظیر طلا، نفت و نرخ ارز بر شاخص قیمت سهام شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش‌های توسعه‌یافته خانواده کاپولا پرداختند. نتایج نشان می‌دهد که اثرات سرریز این متغیرها بر شاخص صنایع منتخب معنی‌دار اما متفاوت می‌باشد. مدل‌های مختلف روش کاپولا نشان داد که مدل‌های کلایتون و گامبل بیشترین تناسب را در انتقال اثرات سرریز در دامنه‌های بالا و پایین دارند.

فراهانی و همکاران (۱۳۹۹) در پژوهش خود تحت عنوان ساختار وابستگی بازارهای آتی و نقدی برای رسیدن به نسبت بهینه پوشش ریسک را بررسی نمودند. نتایج بررسی کارایی متغیر زمانی مدل تجزیه موجک، مدل GARCH-Copula و مدل ترکیبی کاپولای زوجی و تجزیه موجک نشان‌دهنده کارایی بهتر مدل‌های مبتنی بر توابع کاپولای زوجی و تجزیه موجک در افق زمانی میان مدت و بلندمدت است. پژوهش از جهت مدل مورد استفاده در بررسی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار تهران با سایر مطالعات تفاوت دارد.

### روش‌شناسی تحقیق

به منظور تحلیل کارایی مدل‌های پژوهش، یک مورد واقعی از بازار بورس اوراق بهادار تهران در نظر گرفته شده است. داده‌ها مقادیر شاخص TEPIX به صورت قضاوتی و بر این اساس که نشان‌دهنده میانگین تغییرات بازار است، طی دوره ابتدای سال ۱۳۹۹ تا ابتدای سال ۱۴۰۰ به صورت روزانه در تواتر ۳۰ دقیقه‌ای از زمان شروع معاملات تا پایان آن انتخاب شده است. همچنین به منظور تعیین خطا و بررسی کارایی مدل‌ها، داده‌های از تاریخ (۱۴۰۰/۰۱/۰۷) الی (۱۴۰۰/۰۹/۳۰) در تواتر ۱۵ دقیقه‌ای استفاده شده است. جمع آوری داده‌ها با استفاده از نرم افزار TSE client و پلتفرم نوآوران امین صورت گرفت. لازم به ذکر است که که نوسانات متغیری است که مستقیماً در بازار مشاهده نمی‌شود. بنابراین، برای نوسانات از مربع بازده‌ها به عنوان لگاریتم نوسان استفاده شده است (کیم

<sup>۱</sup> و همکاران، ۱۹۹۸؛ چان و گرانت<sup>۲</sup>، ۲۰۱۶؛ گاترال<sup>۳</sup> و همکاران، ۲۰۱۸. داده‌های اولیه در نرم‌افزار اکسل جمع‌آوری و پردازش گردید و در ادامه جهت پیاده‌سازی مدل پژوهش کد نویسی در پایتون صورت پذیرفت. بازده قیمت (r) استفاده شده از تفاوت بین قیمت امروز و لگاریتم قیمت دیروز بدست آمده است که فرمول آن به شرح زیر می‌باشد:

$$r_t = 100 \times \left( \log \frac{p_t}{p_{t-1}} \right), \quad t = 1, \dots, T \quad \text{رابطه ۱}$$

که در رابطه فوق  $p_t$  و  $p_{t-1}$  به ترتیب قیمت‌های شروع و پایان در دوره مالی مدنظر هستند. در پژوهش حاضر سه مدل پایه نوسانات بر اساس مدل‌های سنتی گارچ و نوسانات تصادفی مورد استفاده قرار گرفته است که به شرح زیر می‌باشد:

$$GARCH(1,1): hR_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \alpha R_{t-1}^2 + \beta_1 hR_{t-1}^2 \quad \text{رابطه ۲}$$

$$GARCH(2,1): hR_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \alpha R_{t-1}^2 + \beta_1 hR_{t-1}^2 + \beta_2 hR_{t-2}^2 \quad \text{رابطه ۳}$$

$$SV1: hR_t^2 = \mu + \phi hR_{t-1} \quad \text{رابطه ۴}$$

### مدل گارچ

مدل گارچ (بولرسف<sup>۴</sup>، ۱۹۸۶) یک مدل نوسان است که در آن داده‌های گذشته اخیر، اطلاعاتی را در مورد واریانس یک دوره ارائه می‌دهد. بنابراین، ارزش پیش‌بینی فعلی بر اساس اطلاعات گذشته است. مدل‌های گارچ در زمینه‌های مختلف پیش‌بینی قیمت نوسانات، مانند شاخص‌های قیمت (کیم<sup>۵</sup> و همکاران، ۲۰۱۶؛ یائو<sup>۶</sup> و همکاران، ۲۰۱۷)، قیمت نفت (کلین و والتر<sup>۷</sup>، ۲۰۱۶؛ کریستیانپولر و مینوتولو<sup>۸</sup>، ۲۰۱۶) و نرخ‌های ارز (تروکیوس<sup>۹</sup> و همکاران، ۲۰۱۶) و قیمت‌های ارز استفاده شده است. مدل‌های گارچ برای سری‌های لگاریتم بازده، به صورت:

$$r_t = 100 \times \left( \log \frac{p_t}{p_{t-1}} \right) \quad \text{رابطه ۵}$$

<sup>۱</sup> Kim

<sup>۲</sup> Chan and Grant

<sup>۳</sup> Gatheral

<sup>۴</sup> Bollersalev

<sup>۵</sup> Kim

<sup>۶</sup> Yao

<sup>۷</sup> Klein and Walther

<sup>۸</sup> Kristjanpoller and Minutolo

<sup>۹</sup> Trucios

و  $a_t = r_t - E_{t-1}[r_t]$  است که  $a_t$  نوآوری در زمان  $t$  را نشان می‌دهد. در ادامه  $a_t$  از مدل GARCH (p,q) پیروی می‌کند اگر  $a_t = \sigma_t \epsilon_t$  که  $\{\epsilon_t\}$  دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع برابر، میانگین ۰ و واریانس ۱ است، سپس مدل نوسانات به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2 + \beta_2 h_{t-2}^2 \quad \text{رابطه ۶}$$

که در رابطه فوق  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ .

مدل GARCH فرض می‌کند که تغییرات خطای مثبت و منفی تأثیر متقارن بر نوسان دارند، به این معنی که اخبار خوب و بد تأثیر یکسانی بر نوسان دارند. پاتون و شپرد<sup>۱</sup> (۲۰۱۵) نشان می‌دهند که نوسانات آتی به شدت به نوسان بازده‌های منفی گذشته نسبت به بازده مثبت مرتبط است و تأثیر یک جهش قیمت بر نوسانات به علامت جهش بستگی دارد، جهش‌های منفی (مثبت) منجر به نوسانات آتی بالاتر (کم‌تر) می‌شود.

یک مدل نمایی GARCH، EGARCH (نلسون<sup>۲</sup>، ۱۹۹۱) فرض می‌کند که اگر توزیع متقارن باشد، تغییر در واریانس فردا به طور مشروط با مازاد بازده امروز همبستگی ندارد. بنابراین، عدم تقارن در یک مدل GARCH را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 h_{t-1}^2 + \gamma \frac{\epsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}^2}} + \omega \left[ \frac{|\epsilon_{t-1}|}{\sqrt{h_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] \quad \text{رابطه ۷}$$

که در روابط فوق  $\alpha_0$ ،  $\beta_1$ ،  $\gamma$  پارامترهای ثابت هستند. از آنجایی که ضریب معمولاً منفی است، شوک‌های بازده مثبت نوسانات کمتری نسبت به شوک‌های بازده منفی ایجاد می‌کنند. EGARCH(1,1)، یک معیار جالب برای تجزیه و تحلیل تأثیر اخبار بر ناهمسانی مشروط پیشنهاد می‌کند. علاوه بر این، مدل‌های دیگری در نوسانات نامتقارن پیشنهاد شده‌اند، مانند QGARCH درجه دوم که توسط انگل (۱۹۹۰) و سنتانا<sup>۳</sup> (۱۹۹۵) معرفی شد، و مدل GJR پیشنهاد شده توسط گلستن<sup>۴</sup> و همکاران (۱۹۹۳).

### مدل‌های نوسانات تصادفی

مدل‌های نوسانات تصادفی<sup>۵</sup> برخلاف مدل‌های گارچ که در آن واریانس شرطی تابعی قطعی از پارامترها و داده‌های گذشته است، یک متغیر تصادفی را در نظر می‌گیرند. در حوزه‌های مالی، مدل‌های نوسانات تصادفی در متغیرهای

<sup>1</sup> Patton and Sheppard

<sup>2</sup> Nelson

<sup>3</sup> Sentana

<sup>4</sup> Glosten

<sup>5</sup> Stochastic Volatility

زیادی مانند تورم (چان<sup>۱</sup>، ۲۰۱۵؛ دیبولد<sup>۲</sup> و همکاران، ۲۰۱۷)، شاخص‌های قیمت (پینو<sup>۳</sup> و همکاران، ۲۰۱۶؛ پینو و کوتو<sup>۴</sup>، ۲۰۱۷) و نرخ ارز (کاستنر<sup>۵</sup> و همکاران، ۲۰۱۴) استفاده شده است. مدل تصادفی پایه که به عنوان یک مدل وضعیت فضایی خطی با نوسانات لگاریتمی و کای دو نشان داده می‌شود، می‌توان نوسانات آن را به عنوان یک مدل AR(1) اتورگرسیو نشان داد. اولین مدل، مدل استاندارد نوسانات تصادفی (1) SV است و به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$y_t = \exp\left\{\frac{h_t}{2}\right\} \sigma_\epsilon \epsilon_t \quad \epsilon_t \sim N(0,1) \quad \text{رابطه ۸}$$

$$h_t^2 = \mu + \phi h_{t-1} + \tau \eta_t \quad \eta_t \sim N(0,1) \quad \text{رابطه ۹}$$

که در رابطه فوق  $y_t$  متغیر وابسته،  $h_t$  لگاریتم نوسانات مشاهده نشده  $y_t$  است. استفاده از بیش از یک فرآیند اتورگرسیو منجر به برخی توسعه‌های مدل تصادفی می‌شود. با در نظر گرفتن یک SV(2) نوسانات لگاریتمی  $h_t$  از یک فرآیند ثابت AR(2) پیروی می‌کند، یعنی:

$$h_t^2 = \mu + \phi h_{t-1} + \phi h_{t-2} + \tau \eta_t \quad \eta_t \sim N(0,1) \quad \text{رابطه ۱۰}$$

توجه داشته باشید که فرآیند تخمین نوسانات تصادفی به طور مستقیم قابل مشاهده نیست. بنابراین، یک تابع احتمال اضافی باید ساخته شود تا رفتار داده‌های جمع‌آوری شده را شامل شود. جکوبیر<sup>۶</sup> و همکاران (۱۹۹۴) یک رویکرد بیزی را با استفاده از تکنیک زنجیره مارکوف مونت کارلو پیشنهاد می‌کنند که در آن توزیع پسین پارامترها مشخص می‌شود.

MCMC یک فرآیند مارکوف ایجاد می‌کند که توزیع انتقال ثابت آن از طریق  $P(\theta|Y)$  مشخص می‌شود، سپس تعداد کافی شبیه‌سازی را اجرا می‌کند که در آن توزیع فرآیند جاری تا حد امکان به توزیع انتقال ثابت نزدیک است، بنابراین یک توزیع پسین ایجاد می‌کند (راونزواایج<sup>۷</sup> و همکاران، ۲۰۱۸؛ سالیمنس<sup>۸</sup> و همکاران، ۲۰۱۵). فرآیند شبیه‌سازی با با قرعه‌کشی تصادفی  $z_0$  شروع می‌شود از توزیع اولیه  $P(x|z)$  و سپس یک عملگر تصادفی انتقال تصادفی  $z_t$  اعمال می‌شود. سپس:

$$z_t \sim q\left(\frac{z_t}{z_{t-1}}\right), x \quad \text{رابطه ۱۱}$$

با انتخاب عاقلانه عملگر انتقال و اعمال مکرر آن، نتیجه‌ای داریم که به توزیع  $P(x|z)$  پسین با نتیجه بهینه همگرا می‌شود. یک سری از الگوریتم‌هایی ایده اصلی روش MCMC را انجام می‌دهند که تعداد زیادی تکرار را در مدت

<sup>1</sup> Chan

<sup>2</sup> Diebold

<sup>3</sup> Pinho

<sup>4</sup> Pinho and Couto

<sup>5</sup> Kastner

<sup>6</sup> Jaquier

<sup>7</sup> Ravenzwaaij

<sup>8</sup> Salimans



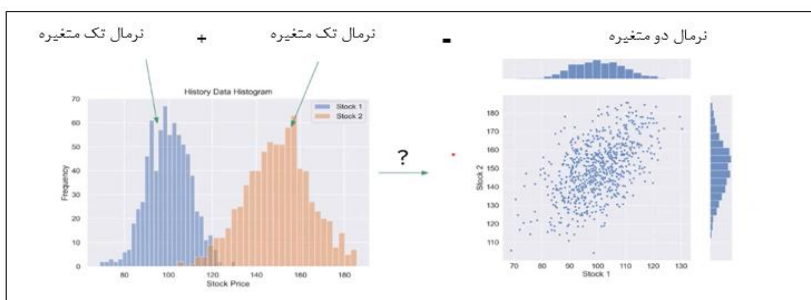
زمان کوتاهی ایجاد می‌کنند. از جمله پرکاربردترین الگوریتم‌ها می‌توان به الگوریتم متروپلیس-هستینگ<sup>۱</sup> اشاره کرد (لین و همکاران، ۲۰۰۰؛ داست<sup>۲</sup> و همکاران، ۲۰۱۵) و نمونه گیری گیبز (رابرت و روزنتال<sup>۳</sup>، ۲۰۰۹؛ بیلو<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۱۶). روش MCMC در مدل‌های تصادفی برای نوسانات قیمت با عملکرد خوبی همراه بوده است (کیم<sup>۵</sup> و همکاران، ۲۰۱۷؛ بریکس<sup>۶</sup> و همکاران، ۲۰۱۸).

### معرفی توابع کاپولا

می‌توان تابع کاپولا را با توجه به قضیه اسکالر بدین صورت تعریف کرد<sup>۷</sup>: دو متغیر تصادفی  $X_1$  و  $X_2$  با توابع توزیع  $F_{X_1} = P(X_1 \leq x_1)$  و  $F_{X_2} = P(X_2 \leq x_2)$  را در نظر بگیرید. برای هر دو مقدار حقیقی  $x_1$  و  $x_2$  می‌توان سه مقدار  $[F_{X_1}, F_{X_2}, F(x_1, x_2)]$  را در نظر گرفت که هر کدام به یک نقطه  $[F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2)]$  در مربع واحد  $[0,1] \times [0,1]$  منجر می‌شود و این زوج با مقدار  $F(x_1, x_2)$  در بازه  $[0,1]$  مطابقت دارد. این رابطه که مقدار مربوط به تابع توزیع توأم را به توابع تک متغیره اختصاص می‌دهد، تابع کاپولا نامیده می‌شود. شکل‌های ۱ و ۲ تکمیل‌کننده توضیحات فوق می‌باشد:

$$F(x_1, x_2) = C(F_1(x_1), F_2(x_2))$$

رابطه ۱۲



شکل ۱- تبدیل توزیع حاشیه‌ای نرمال تک متغیره به تابع احتمال تجمعی دومتغیره  
(منبع: یافته‌های پژوهش)

<sup>1</sup> Metropolis-Hasting

<sup>2</sup> Doucet

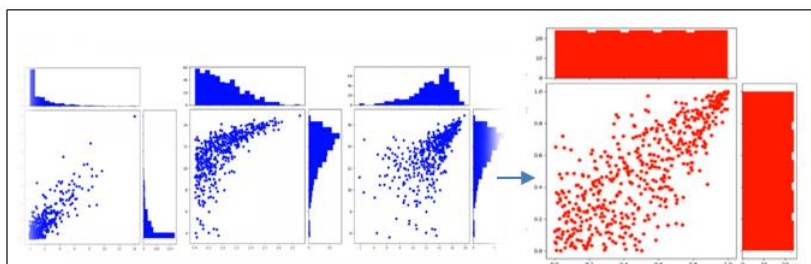
<sup>3</sup> Roberts and Rosenthal

<sup>4</sup> Billio et al

<sup>5</sup> Kim

<sup>6</sup> Brix

<sup>۷</sup> پیشنهاد می‌شود جهت معرفی و دریافت جزئیات در مورد توابع کاپولا، خواننده به کتاب‌های نلسن (۲۰۰۶) و جو (۲۰۱۵) برای کاربردهای کاپولا در زمینه سری‌های زمانی مالی، مراجعه نماید.



شکل ۲- تبدیل توزیع حاشیه‌ای غیر نرمال به تابع احتمال تجمعی (CDF) و ایجاد توزیع یکنواخت  
(منبع: یافته‌های پژوهش)

### کاپولا-نوسان تصادفی

مدل کلی برای لگاریتم بازده به شکل زیر می‌باشد که در آن پویایی نوسانات لگاریتمی<sup>۱</sup> استاندارد  $x_t$  می‌تواند از طریق ویژگی‌های کاپولا مدل شود:

$$r_t = h_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim F_\lambda \quad \text{رابطه ۱۳}$$

$$\log h^2_t = \mu + \tau x_t, \quad x_t \sim N(0,1) \quad \text{رابطه ۱۴}$$

$$f(x_t | x_{t-1}) = c_\psi(\Phi(x_t), \Phi(x_{t-1})) \cdot \phi(x_t) \quad \text{رابطه ۱۵}$$

در رابطه فوق  $r_t$  تنها پارامتر مشاهده شده می‌باشد.  $\mu$  و  $\tau$  (که به آن ضریب همبستگی رتبه‌ای کندال<sup>۲</sup> یا تای کندال می‌گویند) پارامترهای حاشیه نرمال برای نوسانات لگاریتمی هستند، درحالی‌که  $\psi$  پارامترهای مربوط به کاپولا هستند. لذا مجموعه کامل پارامترهای مدل  $\Omega = (\mu, \tau, \psi)$  هستند.

### یافته‌های پژوهش

#### آزمون ریشه واحد

نتایج آزمون‌های ریشه واحد دیکی-فولر<sup>۳</sup> در جدول ۱ خلاصه شده است. همانطور که در همه موارد مشاهده می‌شود، نتایج حاصله رد فرضیه صفر ریشه واحد برای هر دو سری در سطح ۱٪ را ارائه می‌دهد، که به این معنی است هر دو سری ایستایی سری زمانی را نشان می‌دهند.

<sup>۱</sup> یک روش محاسبه نوسانات تاریخی که فرض می‌کند قیمت سهام به طور عادی و مداوم توزیع شده است.

<sup>۲</sup> Kendall's tau

<sup>۳</sup> Augmented Dickey-Fuller (ADF)

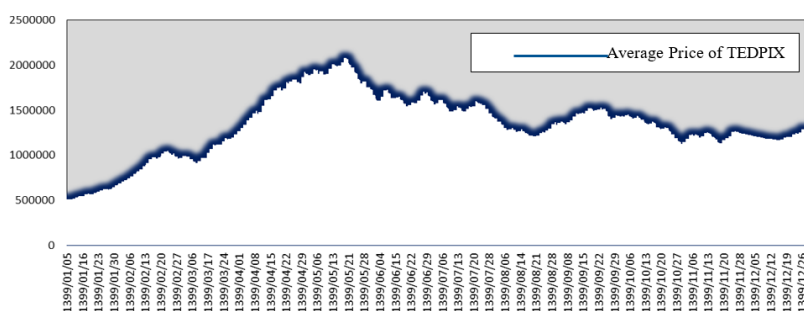
جدول شماره ۱: نتایج آزمون ریشه واحد

طول وقفه بهینه	P-Value	آماره t	سری زمانی	
۱۴	(۰.۰۰۰۰)	-۶.۰۵۱۹۶۵ ***	بازده لگاریتمی	داده‌های آموزش
۱۰	(۰.۰۰۰۰)	-۶.۸۵۴۶۳۲ ***	نوسانات لگاریتمی	
۱۵	(۰.۰۰۰۰۱)	-۴.۷۸۸۰۲۰ ***	بازده لگاریتمی	داده‌های آزمایش
۰	(۰.۰۰۰۰)	-۳۴.۸۰۶۲۳ ***	نوسانات لگاریتمی	

برای تست ADF، مقادیر بحرانی بر اساس مکینون<sup>۱</sup> (۱۹۹۱) است. \*\*\*، \*\*، \* و \* نشان می‌دهد فرض صفر وجود ریشه واحد به ترتیب در سطوح ۱٪، ۵٪ و ۱۰٪ رد می‌شود و رای به ایستایی سری زمانی خواهیم داد.

(منبع: یافته‌های پژوهش)

در ادامه جهت به تصویر کشیدن نمایشی بصری از داده‌ها، تغییرات شاخص، بازده و توان دوم بازده ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ در شکل‌های ۳ الی ۵ ترسیم شده‌اند. شکل ۳ تغییرات شاخص کل اوراق بهادار تهران در بازه زمانی ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ را نشان می‌دهد:

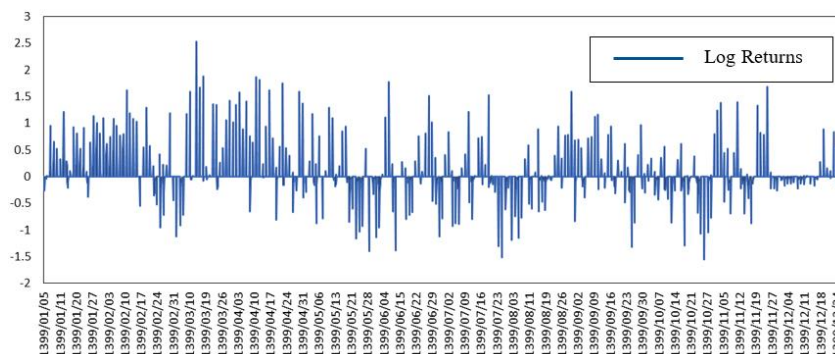


شکل ۳- تغییرات شاخص کل اوراق بهادار تهران در بازه زمانی ۳۰ دقیقه‌ای (n=۱۹۳۶)

(منبع: یافته‌های پژوهش)

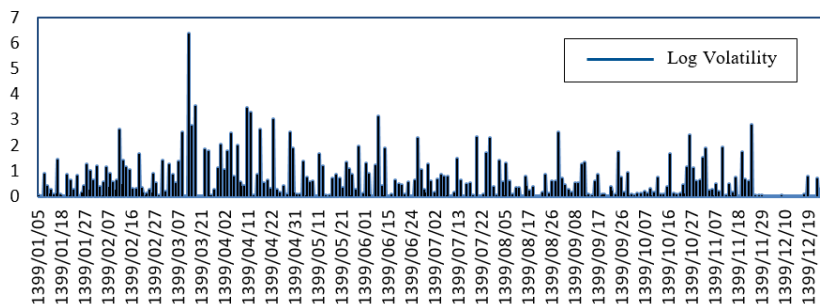
در این مشاهده قابل توجه است که قیمت در دوره ۱۹ مرداد ۱۳۹۹ الی پایان اسفندماه به شدت کاهش یافته است. در طول این روند نزولی، بحران تقریباً ده ماه را تجربه می‌کند. حرکت نزولی قیمت‌ها در بازه زمانی اشاره شده یک رویداد فوق‌العاده محسوب می‌شود و به‌عنوان دوره بحران تلقی می‌شود. در ادامه شکل ۴ نمودار بازده برحسب لگاریتمی و به درصد در بازه زمانی ۳۰ دقیقه‌ای ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ را نشان می‌دهد:

<sup>1</sup> Mackinnon



شکل ۴- نمودار بازده (لگاریتمی (%)) در بازه زمانی ۳۰ دقیقه‌ای (n=۱۹۳۶)  
(منبع: یافته‌های پژوهش)

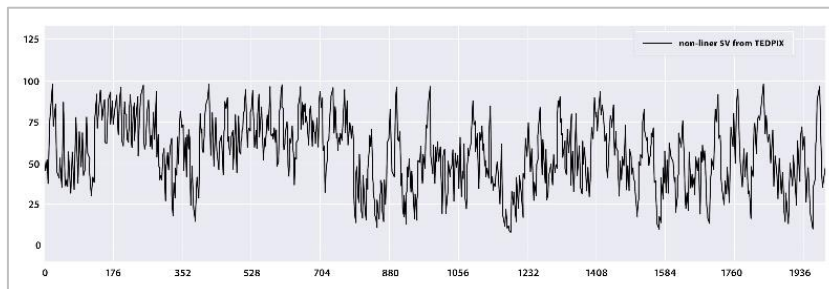
شکل ۵ نیز نمودار نوسانات لگاریتمی (توان دوم بازده) در بازه زمانی ۳۰ دقیقه‌ای ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ را نشان می‌دهد:



شکل ۵- نمودار نوسانات لگاریتمی (توان دوم بازده) در بازه زمانی ۳۰ دقیقه‌ای (n=۱۹۳۶)  
(منبع: یافته‌های پژوهش)

### پیاده‌سازی مدل

شکل ۶ مجموعه داده شبیه‌سازی شده با استفاده از مدل نوسانات تصادفی غیرخطی را نشان می‌دهد، در حالی که شکل‌های ۷ الی ۹ نتایج تخمین را ارائه می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، MCMC مبتنی بر SV-Copula قادر به تخمین تقریبی پارامترها است و قادر است حالت‌های نوسانات نهفته را پیش‌بینی نماید. برای تخمین پارامترهای مدل‌های SV، از الگوریتم متروپلیس هاستینگ (متروپلیس و همکاران، ۱۹۵۳؛ هستینگ، ۱۹۷۰) استفاده شده است.



شکل ۶- شبیه‌سازی و ترسیم نوسانات-مدل نوسانات تصادفی غیرخطی در بازه زمانی ۳۰ دقیقه‌ای (n= ۱۹۳۶)  
(منبع: یافته‌های پژوهش)

در ادامه مدل رابطه (۱۵) را با  $F_{\lambda} \equiv N(0,1)$  برازش می‌کنیم و پنج تابع کاپولا رایج، از جمله کلایتون، فرانک، گامبل، جو و گلامبوس، برای مدل‌سازی توزیع‌های احتمال دومتغیره  $x_t$  و  $x_{t-1}$  را در نظر می‌گیریم. پارامتر بهینه با توجه به حداقل مقدار RMSE و حداکثر مقدار NSE تعیین می‌شود. جدول ۲ اطلاعات کمی در مورد پارامترهای برآورد شده را ارائه داده است.

جدول ۲ - پارامترهای مدل‌های مختلف کاپولا و نتایج آماری

مدل‌های مختلف کاپولا					آزمون	
گلامبوس	جو	گامبل	فرانک	کلایتون		
۶.۹۹	۱۰.۰۸	۷.۷۶	۳۵.۰۰	۳۵.۰۰	Par-MCMC	فاز آموزشی ۱
۰.۰۴	۰.۰۴	۰.۰۴	۰.۰۴۱	۰.۰۴۲	RMSE-MCMC	
۰.۰۷۶	۰.۰۸	۰.۰۶	۰.۰۴	۰.۱۰۴	RMSE-Local	
۰.۹۶	۰.۹۶	۰.۹۵	۰.۹۵	۰.۹۵۸	NSE	
۱۳۵.۸۲	۱۳۶.۱۵	۱۳۵.۸۲	۱۳۵.۶۸	۱۳۵.۶۱	M-Likelihood	
-۲۶۹.۶۴	-۲۷۰.۳۱	-۲۶۹.۶۴	-۲۶۹.۳۵	-۲۶۹.۲۲	AIC	
-۲۶۷.۷۷	-۲۶۸.۴۴	-۲۶۷.۷۷	-۲۶۷.۴۸	-۲۶۷.۳۵	BIC	
۹.۷۰	۱۵.۱۱	۱۰.۵۳	۳۳.۹۹	۱۹.۸۹	Par-MCMC	فاز آموزشی ۲
۰.۱۲	۰.۰۱	۰.۰۱	۰.۰۱	۰.۰۱	RMSE-MCMC	
۰.۱۶	۰.۱۷	۰.۱۴	۰.۱۳	۰.۱۷	RMSE-Local	
۰.۵۸	۰.۵۸	۰.۵۸	۰.۵۸	۰.۵۸	NSE	
۷۶.۳۲	۷۶.۳۲	۷۶.۳۲	۷۶.۳۱	۷۶.۳۰	M-Likelihood	
-۱۵۰.۶۴	-۱۵۰.۶۳	-۱۵۰.۶۴	-۱۵۰.۶۲	-۱۵۰.۶۰	AIC	
-۱۴۸.۸۴	-۱۴۸.۸۳	-۱۴۸.۸۳	-۱۴۸.۸۱	-۱۴۸.۷۹	BIC	
۴.۴۶	۱۲.۲۹	۵.۱۷	۱۶.۱۸	۷.۵۹	Par-MCMC	فاز آموزش

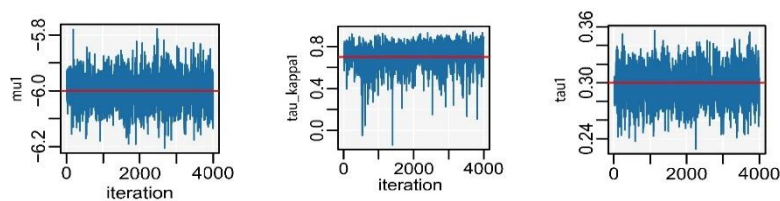
مدل‌های مختلف کاپولا					آزمون
گالامبوس	جو	گامبل	فرانک	کلایتون	
۰.۰۴	۰.۰۵	۰.۰۴	۰.۰۴	۰.۰۴	RMSE-MCMC
۰.۰۶	۰.۰۵	۰.۰۶	۰.۰۴	۰.۰۹	RMSE-Local
۰.۹۳	۰.۹۲	۰.۹۳	۰.۹۳	۰.۹۳	NSE
۹۰.۹۱	۹۰.۱۵	۹۰.۹۱	۹۱.۰۳	۹۱.۵۲	M-Likelihood
-۱۷۹.۸۱	-۱۷۸.۳۱	-۱۷۹.۸۱	-۱۸۰.۰۵	-۱۸۱.۰۳	AIC
-۱۷۸.۲۶	-۱۷۶.۷۵	-۱۷۸.۲۵	-۱۷۸.۵۰	-۱۷۹.۴۸	BIC

(منبع: یافته‌های پژوهش)

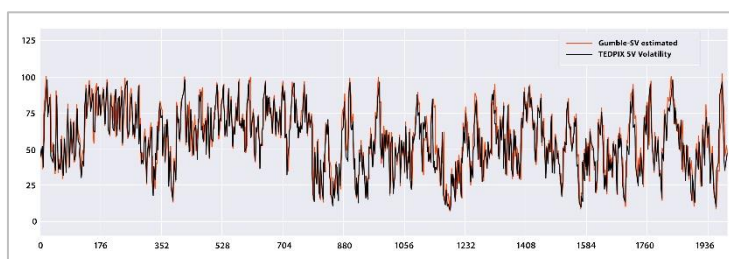
در ادامه شکل‌های ۸، ۱۰ و ۱۲ نتایج تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی- کاپولا را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است خروجی یک زنجیره ساده از الگوریتم متروپلیس، بردار یا ماتریسی از ترسیم‌های شبیه‌سازی شده است. قبل از اینکه ادعا شود که ترسیم‌های شبیه‌سازی شده تقریبی نزدیک به توزیع پسین است، ابتدا باید برخی از روش‌های تشخیصی خاص انجام شود. یکی از این موارد نمودار Trace است. ایجاد یک نمودار Trace که یک نمودار خطی از ترسیم‌های شبیه‌سازی شده پارامتر مورد نظر است و بستگی به تعداد تکرارها دارد، ضروری است (کوئیک<sup>۲</sup> و همکاران، ۲۰۲۰). شکل‌های ۷، ۹ و ۱۱ یک نمودار Trace از ترسیم‌های شبیه‌سازی شده مربوط به الگوریتم متروپلیس را برای نوسانات تصادفی شاخص بورس اوراق بهادار تهران بر مبنای توزیع پیشین نشان می‌دهد. نمودارهای Trace نشان می‌دهند که مدل معرفی شده از مقدار ثابتی استفاده می‌کند و به طور موثر از توزیع پسین نمونه‌برداری می‌کند. به طور کلی، چگالی‌های پسین و میانگین‌های پسین برای همه پارامترهای کاپولا تقریباً مشابه یکدیگر هستند.

با توجه به جدول ۲، در فاصله اطمینان ۹۵ درصد، مقادیر AIC و BIC کاپولاهای گالامبوس، گامبل و جو مناسب بودن آن‌ها را در مدل‌سازی توزیع‌های احتمال مشترک نشان می‌دهد. به‌طور کلی، گالامبوس، گامبل و جو به دلیل ویژگی‌های آماری بهینه، به‌عنوان توابع کاپولای مناسب در بین ۵ نوع مختلف کاپولا در نظر گرفته می‌شوند. سایر کاپولاهای از نظر تخمین پارامتر و نتایج بهینه مناسب نیستند. کاپولای کلایتون و فرانک هنگام مدل‌سازی دو متغیر وابسته  $x_t$  و وقفه آن یعنی  $x_{t-1}$  ناپایدار هستند، زیرا ویژگی‌های آماری آن‌ها در برازش به‌طور قابل‌توجهی در فازهای مختلف آموزش متفاوت است. شکل‌های ۸ الی ۱۲ نتایج تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی-گامبل کاپولا را نشان می‌دهد.

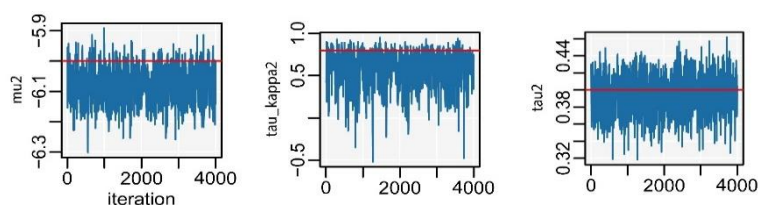
<sup>1</sup> posterior distribution<sup>2</sup> Koike



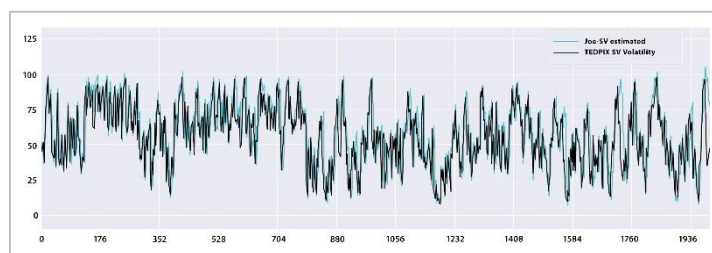
شکل ۷: چگالی‌های پارامتر پسین بر مبنای کاپولای گامبل



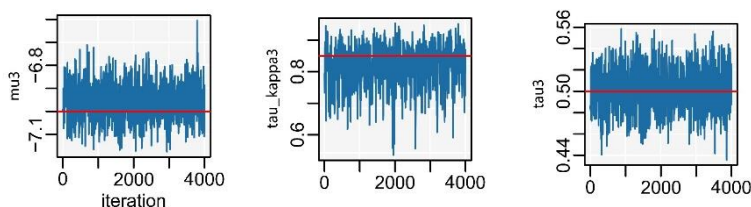
شکل ۸- تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی-گامبل کاپولا (منبع: یافته‌های پژوهش)



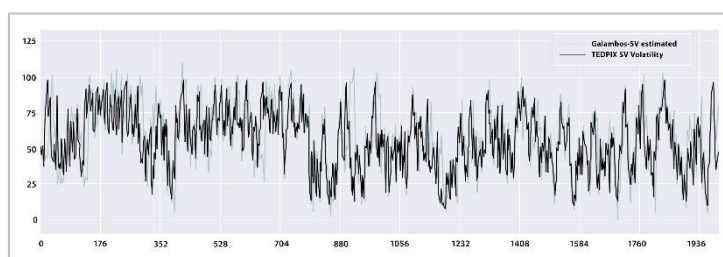
شکل ۹: چگالی‌های پارامتر پسین بر مبنای کاپولای جو



شکل ۱۰- تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی-جو کاپولا (منبع: یافته‌های پژوهش)



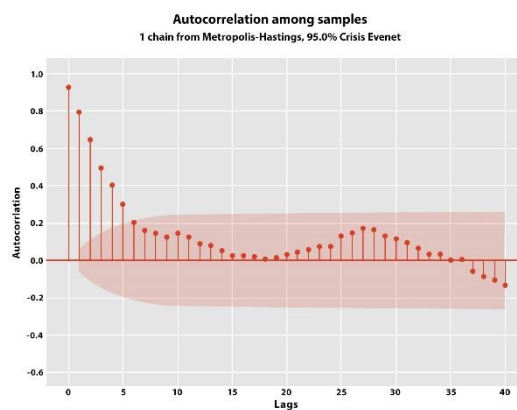
شکل ۱۱: چگالی‌های پارامتر پسین بر مبنای کاپولای گالامبوس

شکل ۱۲- تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی-گالامبوس کاپولا  
(منبع: یافته‌های پژوهش)

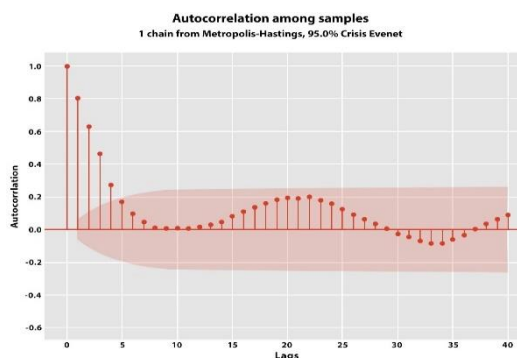
### نمودار خودهمبستگی

هر محققى که دنباله‌ای وابسته از مقادیر پارامتری را شبیه‌سازی می‌کند، نگران همبستگی قوی احتمالی در نمونه گیری است. این موضوع با ترسیم "همبستگی وقفه" به عنوان تابعی از مقدار وقفه قابل مشاهده است. شکل‌های ... خودهمبستگی ترسیم‌های شبیه‌سازی شده از مدل پژوهش را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل‌های ۱۳ الی ۱۵ نشان داده شده است، موارد شدید خودهمبستگی در مورد خصوص نمونه یافت نشده است و خودهمبستگی خفیف نوسانات بر مبنای مدل پیشنهادی تایید می‌شود. لازم به ذکر است که خودهمبستگی بالا مشکل ساز است به این معنا که رابطه هر نمونه جدید به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد. البته خود همبستگی به خودی خود نیز انتظار می‌رفت، زیرا روش‌های MCMC به وابستگی بین نمونه‌های زنجیره مارکوف متکی هستند. لذا نمودارهای خودهمبستگی نشانه دیگری است مبنی بر اینکه الگوریتم متروپلیس یک نمونه‌بردار کارآمد از توزیع پسین ارائه می‌کند.

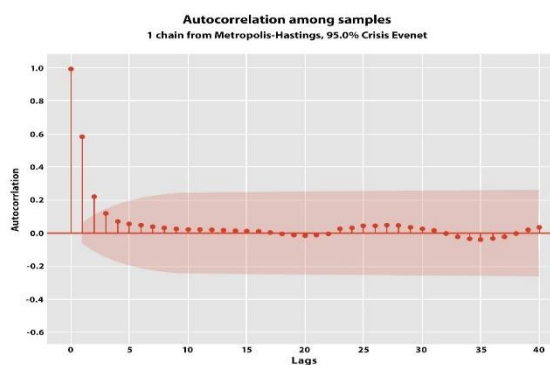




شکل ۱۴: خودهمبستگی بین داده‌های نمونه (مدل نوسانات تصادفی بر مبنای کاپولای جو)



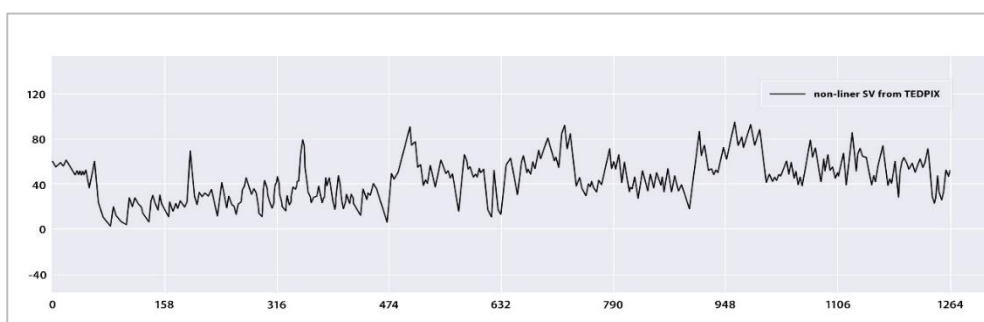
شکل ۱۳: خودهمبستگی بین داده‌های نمونه (مدل نوسانات تصادفی بر مبنای کاپولای گامبل)



شکل ۱۵: خودهمبستگی بین داده‌های نمونه (مدل نوسانات تصادفی بر مبنای کاپولای گالامبوس)

## مقایسه مدل گارچ و مدل کاپولا-نوسان تصادفی

در ادامه به منظور بررسی جزئیات بیشتر جهت یافتن مناسب‌ترین مشخصات مدل، برازش خارج از نمونه ارزیابی شده است. شکل ۱۶ شبیه‌سازی و ترسیم نوسانات نهفته داده‌های برون نمونه با استفاده از مدل نوسانات تصادفی غیرخطی در فاصله اطمینان ۹۵٪ برای فواصل زمانی ۱۵ دقیقه‌ای در بازه زمانی ۱۴۰۰/۰۴/۲۸ الی ۱۴۰۰/۰۱/۰۷ را نشان می‌دهد. قابل مشاهده است که در اواسط اردیبهشت ماه تا اواسط خرداد ماه ۱۴۰۰ و همچنین در بازه ۲۸ خرداد ماه الی دهه اول تیر ماه، دوره‌ای با نوسان زیاد تلقی می‌شود، در حالی که سایر دوره‌ها نوسان شدت زیادی نداشته است.



شکل ۱۶- شبیه‌سازی و ترسیم نوسانات داده‌های برون نمونه با استفاده از مدل نوسانات تصادفی غیرخطی  
( $n=1264$ )

(منبع: یافته‌های پژوهش)

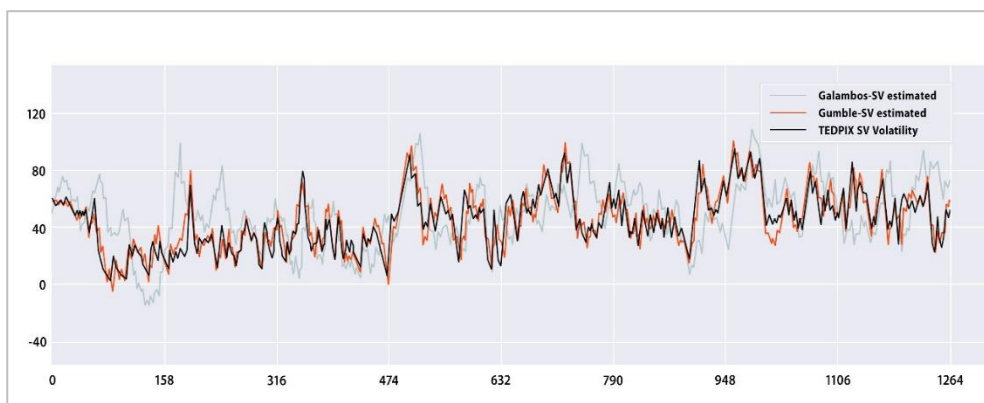
سپس مدل‌های GARCH پیاده‌سازی شدند تا با در نظر گرفتن برخی معیارها بهترین آنها انتخاب شود. معیار آکایک<sup>۱</sup> (آکایک<sup>۲</sup>، ۱۹۵۴) یک تکنیک مبتنی بر یک برازش نمونه برای تخمین احتمال یک مدل برای پیش‌بینی مقادیر آینده است. یک مدل خوب مدلی است که دارای حداقل AIC در بین تمام مدل‌های دیگر باشد. معیار شوارتز<sup>۳</sup> (شوارتز<sup>۴</sup>، ۱۹۷۸)، نزدیکی برازش نقاط به مدل و تعداد پارامترهای استفاده شده توسط مدل را در نظر می‌گیرد. با استفاده از این معیار، بهترین مدل مدلی است که کمترین SC را داشته باشد.

<sup>۱</sup> AIC  
<sup>۲</sup> Akaike  
<sup>۳</sup> SC  
<sup>۴</sup> Schwarz

جدول ۳- تعیین پارامترهای مدل‌های گارچ

مدل	پارامترهای مدل	معنی داری پارامترها	AIC	SC
GARCH (1,1)	$\alpha_0 = 0.031297$	۰.۰۰۰	-۶.۵۰۰۰۸۴۹	-۶.۳۹۵۹۶۰
	$\alpha_1 = 0.000639$	۰.۰۰۰		
	$\beta_1 = 0.000996$	۰.۰۰۰		
GARCH (2,1)	$\alpha_0 = 0.032000$	۰.۰۰۰	-۶.۶۵۰۰۹۲۱	-۶.۷۵۰۰۴۵
	$\alpha_1 = 0.000788$	۰.۰۰۰		
	$\beta_1 = 0.018915$	۰.۰۰۰		
	$\beta_2 = 0.050196$	۰.۰۰۰		

چنانچه نتایج نشان می‌دهد مدل GARCH (2,1) با کمترین مقدار AIC و SC مورد تایید است. شکل ۱۷ تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی-کاپولا و گارچ در دوره زمانی ۱۵ دقیقه‌ای ۱۴۰۰/۰۱/۰۷ الی ۱۴۰۰/۰۴/۲۸ با تعداد مشاهدات ۱۲۶۴ را نشان می‌دهد.



شکل ۱۷- تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی-کاپولا و گارچ در بازه زمانی ۱۵ دقیقه‌ای (n=۱۲۶۴)

(منبع: یافته‌های پژوهش)

برای محاسبه و تحلیل خطای هر یک از دو مدل در پیش‌بینی، از معیار  $R^2$  دو معیار خطای RMSE<sup>۱</sup> و MSE<sup>۲</sup> استفاده شده است که نتایج در جدول ۴ نشان داده شده است. شاخص‌های خطا نشان می‌دهد که مدل - Gumble

<sup>۱</sup> Root Mean Squared Error

<sup>۲</sup> Mean Squared Error

SV خطا را برای پیش‌بینی در دوره‌های بی‌ثباتی (نوسانات زیاد یا کم) به حداقل می‌رساند. قابل مشاهده است که در مدل Gumble-SV هر دو معیار خطا در تمام دوره‌ها به حداقل رسیده است.

جدول ۴- بررسی عملکرد مدل بر مبنای داده‌های خارج از نمونه

مدل	$RMSE_{RV15}$	$MSE_{RV15}$	$R^2$
Gumble-SV	۰.۰۹۴۳	۰.۰۰۸۹	۰.۹۸۰۱
GARCH	۱.۲۵۸۱	۱.۵۸۳	۰.۸۳۱۲

منبع: یافته‌های پژوهش

### نتیجه‌گیری

نوسان‌پذیری بازارهای مالی تاثیر مهمی در اقتصاد کشورها از طریق ایجاد یا کاهش اطمینان و اعتماد عمومی ایفا می‌کند. لذا سیاست‌گذاران توجه خاصی را به پدیده‌ی نوسان نشان می‌دهند. با توجه به مطالب فوق شناسایی دینامیک نوسان در تمامی بازارهای مالی از اهمیت و جایگاه خاصی برخوردار بوده و ارائه مدل‌های مناسب برای پیش‌بینی نوسانات از ابزارهای اصلی دست‌اندرکاران اقتصادی و مالی کشورها، بورس‌ها و شرکت‌ها در اتخاذ تصمیمات درست سرمایه‌گذاری تلقی می‌شود. از این رو در این مطالعه، مدل‌سازی نوسانات نهفته و تحلیل بیزین نوسانات تصادفی داده‌های حین روز شاخص بورس اوراق بهادار تهران مبتنی بر زنجیره مارکوف مونت کارلو در شرایط عدم قطعیت (بحران نزول شاخص بورس) توسعه داده‌شد. بدین منظور در ابتدا توزیع لگاریتم مربعات بازده به‌عنوان معیاری از نوسانات تحقق‌یافته با استفاده از مدل نوسان تصادفی جهت به‌دست آوردن نوسانات نهفته شبیه‌سازی شد و سپس با به‌کارگیری مدل ترکیبی MCMC-Copula پارامترهای موثر بر نوسانات تصادفی شناسایی شده و تخمین در فاز آموزش صورت پذیرفت. در نهایت با استفاده از نتایج به‌دست‌آمده از فاز آموزش، در فاز آزمون به مقایسه مدل‌های کاپولا و گارچ پرداخته شد. نتایج نشان داد کاپولای کلایتون، گامبل، فرانک، جو و گلامبوس دارای شاخص‌های MSE و RMSE مشابه و کمتر از مدل پایه گارچ را ارائه می‌کنند و بنابراین مدل مبتنی بر کاپولای گامبل مدل‌سازی امکان‌و‌ابستگی سریالی را در فرآیند نوسانات نهفته فراهم می‌کند. یافته‌های پژوهش حاضر می‌تواند برای شرکت‌های مالی و سرمایه‌گذاری جهت سبد گردانی و مدیریت پرتفوی در شرایط مختلف نوسانات بازار جهت اخذ تصمیمات لازم در جهت رسیدن به اهداف سرمایه‌گذار و افزایش ارزش سبد مفید باشد. این مسئله باعث می‌گردد که تمام تصمیمات گرفته‌شده با بررسی گزارش‌های مالی، اخبار بازار سرمایه و تحلیل‌های تکنیکال و بنیادی سهام به سطح قابل قبولی برسد. همچنین جهت بهبود در تحقیقات مدیریتی برای طراحی سرمایه‌گذاری‌های متناسب با اهداف و ویژگی‌های سازمان‌ها نیز مفید تلقی می‌شود. به منظور دستیابی به مدلی جامع‌تر و سازگارتر با شرایط بورس اوراق بهادار تهران، به پژوهشگران پیشنهاد می‌شود که علاوه بر مدل‌های مورد بررسی، از مدل‌های شبکه عصبی و مدل‌های مبتنی بر رویکرد ناپارامتریک استفاده شود.

## فهرست منابع

- \* بناکار، مهسا، قالیباف اصل، حسن، مینویی، مهرزاد (۱۴۰۰)، تبیین و آزمون مدل تلاطم و سرریز در بورس اوراق بهادار تهران (مبتنی بر مدل‌های خانواده کاپولا)، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۴۷، صص ۵۳۴-۵۶۳
- \* سعیدی، حسین، محمدی، شاپور (۱۳۹۰)، پیش‌بینی نوسانات بازده بازار با استفاده از مدل‌های ترکیبی گارچ- شبکه عصبی، فصلنامه بورس اوراق بهادار، شماره ۱۶، صص ۱۵۳-۱۷۴
- \* فراهانی برز آبادی، مریم، قلی زاده، محمدحسن، چیرانی، ابراهیم (۱۳۹۹)، مدل‌سازی متغیر زمانی نسبت بهینه پوشش ریسک با استفاده از قراردادهای آتی: رهیافت ترکیبی توابع کاپولای زوجی و تجزیه موجک، چشم‌انداز مدیریت مالی، دوره ۱۰، شماره ۳۰
- \* فرهادیان، علی و نیلچی، مسلم (۱۴۰۱). سرریز تلاطمی بازار نفت در بازار سهام با الگوی نوسانات تصادفی چند متغیره بیزی، دانش سرمایه‌گذاری، ۱۱(۴۳)، ۱۲۹-۱۴۸.
- \* مرادی، مهدی، صدوقی یزدی، هادی، عبدالهیان، جواد (۱۳۹۴)، رویکرد مهندسی جدید برای پیش‌بینی نوسان شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران، مجله پیشرفت‌های حسابداری دانشگاه شیراز، دوره هفتم، شماره دوم
- \* Billio, M., Casarin, R., & Osuntuyi, A. (2016). Efficient Gibbs sampling for Markov switching GARCH models. *Computational Statistics & Data Analysis*, 100, 37-57.
- \* Bladt, Martin., McNeil, Alexander.j (2021), Time series copula models using d-vines and v-transforms, *Econometrics and Statistics*, In Press, Corrected Proof
- \* Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- \* Brix, A., Lunde, A., & Wei, W. (2018). A generalized Schwartz model for energy spot prices — Estimation using a particle MCMC method. *Energy Economics*, 72, 560-582.
- \* Chan, J. (2015). The stochastic volatility in mean model with time-varying parameters: an application to inflation modeling. *Journal of Business & Economic Statistics*, 35(1), 17-28.
- \* Chan, J., & Grant, A. (2016). Modeling energy price dynamics: GARCH versus stochastic volatility. *Energy Economics*, 54, 182-189.
- \* Chen, X., Fan, Y., 2006. Estimation of copula-based semiparametric time series models. *J. Econ.* 130 (2), 307-335.
- \* Diebold, F., Schorfheide, F., & Shin, M. (2017). Real-time forecast evaluation of DSGE models with stochastic volatility. NBER Working Paper Series, working paper 22615.
- \* Doucet, A., Pitt, M., Deligiannidis, G., & Kohn, R. (2015). Efficient implementation of Markov chain Monte Carlo when using an unbiased likelihood estimator. *Biometrika*, 102(2), 295-313.
- \* Engle, R., Ito, T. and Lin, W., (1990). Meteor showers or heat waves? heteroscedasticity intra-daily volatility in the foreign exchange markets. *Econometrica*, 58, 525-542.
- \* Figlewski, S. (1997). Forecasting volatility. *Financial Markets, Institutions and Instruments*, 6, 1-88.
- \* Gatheral, J., Jaisson, T., & Rosenbaum, M. (2018). Volatility is rough. *Quantitative Finance*, 18(6), 933-949.
- \* Glosten, L., Jagannathan, R., & Runkle, D. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, 48(5), 1779-1801.

- \* Jacquier, E., Polson, N., & Rossi, P. (1994). Bayesian analysis of stochastic volatility models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, 371-417.
- \* Kastner, G., Fruhwirth-Schnatter, S., & Lopes, H. (2017). Efficient Bayesian inference for multivariate factor stochastic volatility models. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 26(4), 905-917.
- \* Kim, J., Jung, H., & Qin, L. (2016). Linear time-varying regression with a DCC-GARCH model for volatility. *Applied Economics*, 48(17), 1573-1582.
- \* Kim, J., Park, Y., & Ryu, D. (2017). Stochastic volatility of the futures prices of emission allowances: A Bayesian approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 465, 714-724.
- \* Kim, S., Shephard, N., & Chib, S. (1998). Stochastic volatility: likelihood inference and comparison with ARCH models. *The Review of Economic Studies*, 65(3), 361-393.
- \* Klein, T., & Walther, T. (2016). Oil price volatility forecast with mixture memory GARCH. *Energy Economics*, 58, 46-58.
- \* Kristjanpoller, W., & Minutolo, M. (2016). Forecasting volatility of oil price using an Artificial Neural Network-GARCH model. *Expert Systems With Applications*, 65, 233-241.
- \* Lin, L., Liu, K., & Sloan, A. (2000). A noisy Monte Carlo algorithm. *Physical Review D*, 61. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.61.074505>
- \* Nelson, D. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, 59(2), 347-370.
- \* Patton, A., & Sheppard, K. (2015). Good volatility, bad volatility: signed jumps and the persistence of volatility. *Review of Economics and Statistics*, 97(3), 683-697.
- \* Pinho, F., & Couto, R. (2017). Comparing volatility forecasting models during the global financial crisis. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 46(7), 5257-5270.
- \* Pinho, F., Franco, G., & Silva, R. (2016). Modeling volatility using state space models with heavy tailed distributions. *Mathematics and Computers in Simulation*, 119, 108-127.
- \* Pitt, M. K., Shephard, N. (1999). Filtering via simulation: Auxiliary particle filters. *Journal of the American statistical Association*, 94(446), 590-599.
- \* Ravenzwaaij, D., Cassey, P., & Brown, S. (2018). A simple introduction to Markov Chain Monte-Carlo sampling. *Download PDF Psychonomic Bulletin & Review*, 25(1), 143-154.
- \* Roberts, G., & Rosenthal, S. (2009). Examples of Adaptive MCMC. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 18(2), 349-367.
- \* Salimans, T., Kingma, D., & Welling, M. (2015). Markov Chain Monte Carlo and variational inference: bridging the gap. *JMLR Workshop and Conference Proceedings*, 37, 1218-1226.
- \* Sentana, E. (1995). Quadratic ARCH models: A potential reinterpretation of ARCH models as second-order Taylor approximations. Unpublished paper (London School of Economics).
- \* Swan, Mitra (2020), Downside risk measurement in regime switching stochastic volatility, *Journal of Computational and Applied Mathematics* (2020), doi: <https://doi.org/10.1016/j.cam.2020.112845>
- \* Takaishi T. (2009) An Adaptive Markov Chain Monte Carlo Method for GARCH Model. In: Zhou J. (eds) *Complex Sciences. Complex 2009. Lecture Notes of the Institute for Computer Sciences, Social Informatics and Telecommunications Engineering*, vol 5. Springer, Berlin, Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-02469-6\\_22](https://doi.org/10.1007/978-3-642-02469-6_22)
- \* Taylor, S. J., (1982). Financial returns modelled by the product of two stochastic. Processes a study of daily sugar prices 1961-75, In Anderson, O. O., *Time series Analysis: Theory and practice* (1, 203-226, North-Holland: Amsterdam).

- \* Trucios, C., & Hotta, L. (2016). Bootstrap prediction in univariate volatility models with leverage effect. *Mathematics and Computers in Simulation*, 120, 91-103.
- \* Virbickaite, A., Ausín, M.C., & Galeano, P. (2020). Copula stochastic volatility in oil returns: Approximate Bayesian computation with volatility prediction. *Energy Economics*, 92, 104961.
- \* Yao, Y., Zhai, J., Cao, Y., Ding, X., Liu, Y., & Luo, Y. (2017). Data analytics enhanced component volatility model. *Expert Systems With Applications*, 84, 232-241.

## **Latent Volatility Modeling and Bayesian Analysis of stochastic Volatility of Intraday Data of Tehran Stock Exchange Index Based on Markov Monte Carlo Chain**

**Saeed Shahriyari**

Department of Financial Engineering, Rasht Branch, Islamic Azad University, Rasht, Iran

**Peyman Imanzade**

Department of Accounting, Talesh Branch, Islamic Azad University, Talesh, Iran  
(Corresponding Author)

**Mehdi Khoshnoud**

Department of Accounting, Rudsar and Amlash Branch, Islamic Azad University, Rudsar, Iran

### **Abstract**

In this study, latent volatility modeling and Bayesian analysis of stochastic Volatility of intraday data of Tehran Stock Exchange index based on Markov Monte Carlo chain in uncertainty conditions (downward crisis of stock market index) have been developed. The method of the current research is a correlational description. For this purpose, at first, the distribution of the logarithm of the squared return as a measure of the realized volatilities was simulated using the stochastic Volatility model to obtain the latent volatilities, and then by using the hybrid MCMC-Copula model, the parameters affecting the stochastic Volatilities were identified and estimated in the training phase. Finally, using the results obtained from the training phase, in the test phase, the comparison of Copula and GARCH models was done. The results showed that the Copula Gumble, Galambos, Joe, Clayton and Frank provide similar and lower MSE and RMSE indices than the GARCH base model, and therefore the model based on Gumble's copula provides the possibility of serial dependence in the latent volatility process. The findings of the current research can be useful for financial and investment companies for portfolio management and portfolio management in different conditions of market volatilities in order to achieve the investor's goals and increase the value of the portfolio.

**Keywords:** GARCH, stochastic volatility, Markov chain Monte Carlo