فصلنامه علمی پژوهشی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
سال نهم، شماره سی‌ویکم
پائیز ۱۳۹۵

انتخاب پرتفوی بهینه سهام در شرکت‌های پذیرفته شده‌ی بورس اوراق بهادار تهران به روش ICDE

رویا دارابی[۱]
سیدحسام وقفی[۲]
سیدجواد حبیب زاده[۳]
مهناز آهنگری[٤]

تاریخ دریافت: ۹۳/۹/۲٤ تاریخ پذیرش: ۹٤/۱/۱

چکیده

پرتفوی به ترکیبی از دارایی‌ها گفته می‌شود که توسط یک سرمایه گذار برای سرمایه گذاری تشکیل می‌شود. فرآیند انتخاب سبد سهام یکی از مسائلی است که مورد توجه محققین زیادی بوده است. معیارهای مختلف دخیل در این فرآیند طی زمان دچار تغییر و تحول شده و این وضعیت استفاده از یک ابزار مناسب پشتیبانی از تصمیمات سرمایه گذاری را ضروری می‌سازد. هدف این تحقیق ایجاد مدلی هوشمند جهت انتخاب سبد بهینه سهام با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته می‌باشد. به این منظور، ریسک و بازده مورد انتظار شرکت‌های پذیرفته شده دربورس اوراق بهادار تهران بصورت ماهیانه مورد بررسی قرار گرفته است. نمونه آماری تحقیق شامل داده‌های مالی ۱۰۲ شرکت بورس ایران طی سالهای ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۲ می‌باشد. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که مدل ارائه شده با در نظر گرفتن تعاملات بین ریسک و بازده مورد انتظار می‌تواند منجر به انتخاب سبد بهینه سهام گردد.

واژه‌های کلیدی: سبد سهام، الگوریتم تکامل تفاضلی-ریسک و بازده.

۱- دانشیار حسابداری، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب (نویسنده مسئول)
۲- مربی حسابداری ،دانشگاه پیام نور h.vaghfi2012@gmail.com
۳- کارشناس ارشد حسابداری
٤- دانشجوی دکترای حسابداری دانشگاه علامه طباطبایی

۱- مقدمه

تصمیم گیرندگان حوزه سرمایه گذاری اغلب ناگزیر به انتخاب از میان گزینه‌های مختلف می‌باشند. پیشنهادات گوناگونی در خصوص انجام فعالیتی به دست آن‌ها می‌رسد و آن‌ها بایستی به قدر کافی با اصول مقایسه گزینه‌های مختلف از نظر سودآوری آشنا باشند، تا بتوانند بهترین گزینه را انتخاب نماید (سن جو و همکاران، ۱۳۷۸).

تنوع روش‌های سرمایه گذاری و پیچیدگی تصمیم‌های مزبور در چند دهه اخیر افزایش چشم گیری داشته است. این رشد گسترده نیاز فزاینده‌ای به مدل‌های فراگیر و یکپارچه ایجاد نمود که برای پاسخگویی به این نیاز، مدل سازی مالی از پیوند رویکرد مالی و برنامه ریزی ریاضی به وجود آمده است. این مدل‌ها از پیشرفت‌های برنامه ریزی ریاضی و مباحث مالی به موازات هم استفاده می‌نمایند. سرمایه گذاری در چارچوب سبد سهام، در پرتو اندیشه‌های مارکویتز و شارپ روند تکاملی پیموده و کاربرد برنامه ریزی ریاضی، دقت سرمایه گذاری در سبد سهام را افزایش داده است (آذر و معماریانی، ۱۳۷٦).

بازار سرمایه کشور ما از کارایی لازم برخوردار نیست و برای کسب بازده منطقی نمی‌توان فقط به اطلاعات موجود اکتفا کرد. بنابراین با توجه به گزینه‌های فراوان پیش رو و نیز عدم کارایی بازار، نیاز است مدلی طراحی گردد که برای حداکثر سازی بازده و حداقل کردن ریسک سبد سهام مؤثر واقع شود. تحقیقات و مطالعات بسیاری که در حوزه تعیین سبد سهام بهینه و استفاده از مدل‌های مدرن و در تعامل با یکدیگر انجام گرفته، نشان از اهمیت این موضوع دارد که چگونه می‌توان با مدیریت صحیح سبد سهام، نسبت به تشکیل پربازده ترین سبد سهام اقدام کرد. در چند دهه اخیر اساس تئوری‌های مالی (فرضیه بازار کارا، عقلایی بودن سرمایه گذار و ضریب بتا) از جانب صاحب نظران کنونی مورد تردید واقع شده است. به عبارت دیگر مدل‌های موجود در انتخاب سبد سهام بهینه، از اعتبار کافی برخوردار نمی‌باشند (عباس نژاد، ۱۳۸۰). بنابراین ضرورت دارد مدلی طراحی گردد که نسبت به مدل‌های انتخاب سبد سهام بهینه قبلی دارای اعتبار بوده و در شرایط عدم اطمینان موجود، سرمایه گذاران را در انتخاب سبد بهینه سهام یاری رساند.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در عبارت ساده، پرتفوی به ترکیبی از دارایی‌ها گفته می‌شود که توسط یک سرمایه گذار برای سرمایه گذاری تشکیل می‌شود. این سرمایه گذار می‌تواند یک فرد یا یک نهاد باشد. از نظر تکنیکی یک پرتفوی در برگیرنده مجموعه ای از دارایی های واقعی ومالی سرمایه گذاری شده توسط یک سرمایه گذار می‌باشد. به عبارت دیگر می‌توان گفت پرتفوی، مجموعه دارایی های یک نفر یا یک سازمان است. در این ارتباط مسئله مدیریت پرتفوی مطرح می‌شود که مفهوم آن مطالعه تمام جنبه های پرتفوی می‌باشد. این واژه وسیع در برگیرنده مفاهیم پرتفوی می‌باشد که بخش مهمی‌از مفهوم سرمایه گذاری را تشکیل می‌دهد. در بهینه سازی سبد سهام، مسئله اصلی، انتخاب بهینه دارایی‌ها و اوراق بهاداری است که با مقدار مشخصی سرمایه می‌توان تهیه کرد. در این میان، ریسک سرمایه‌گذاری یکی از مهمترین مسائلی است که سرمایه‌گذار در بورس با آن مواجه است. به طور عموم سرمایه‌گذار به دنبال نگهداری سهامی

است که بازدهی بالا و ریسک پایینی دارند. از طرفی دیگر، نتایج بسیاری از مطالعه‌های سنتی انجام گرفته، نشان دهنـده‌ی وجـود رابطـه مثبـت بـین ریسـک و بازدهی است. از این رو یکی از مهمترین چالش‌های موجود در تشکیل سبد سهام، تعیـین نسـبت یـا وزن بهینه‌ای از سهام موجود در سبد سـهام بـرای کـاهش ریسک است. گفتنی است، مطالعه‌های انجام شده در حوزه‌ی رفتار مالی، نشان می‌دهد که بر خلاف نظریه های سنتی، شخص سرمایه‌گذار ممکن است تصـمیم هـایی اتخـاذ کنـد کـه از لحـاظ اقتصـادی تـوجیهی نداشته باشد. بر اساس نظریه‌ی رفتار مالی، سـرمایه-گذار اولویت‌هایی دارد که باعـث مـی‌شـود ریسـک گریز نباشد، بلکه زیان گریز باشد و بنـابراین حاضـر به تحمل ریسـک بـالا باشـد. همچنـین فـرد ممکـن است، تحت تأثیر اجتماع یا افراد، در تضاد بـا نظریـه های سنتی، تصمیم‌هایی اتخاذ کنـد. بـا قبـول نظریـه سنتی، سرمایه‌گذاری و فرض اساسی ریسک گریزی شخص، چالش تشکیل سبد بهینه سـهام را مـی‌تـوان حل کرد. مارکویتز[1] (۱۹۵۲) با اشاره به این نکته کـه بـا تشـکیل یـک سـبد در سـطح معینـی از بـازدهی، ریسک کمتری را متحمل شد، چـالش گفتـه شـده را حل کرد.

روش‌های متعددی برای تشکیل سبد سهام بهینه به کار رفتـه اسـت.این رویکـرد در چـارچوب سـبد سرمایه گذاری در پرتـو اندیشـه هـای مـارکوویتز و شارپ، روند تکاملی پیمود و کـاربرد ریاضـی دقـت سرمایه گذاران را در انتخاب سبد سهام افـزایش داد. مدل‌های مختلفی بـرای هـدایت سـرمایه گـذاران بـا کمـک برنامـه‌ریـزی ریاضـی ارائـه گردیـده انـد. مارکوویتز (۱۹۵۹-۱۹۵۲) با پیشنهاد مدلی که حداقل کردن واریانس به همراه حداکثر شدن بازده را دنبـال می‌کرد، آغازگر این راه بود و با پیشـنهاد مـرز کـارا، سرمایه گذاران را در پـذیرش ریسـک‌هـای مختلـف یاری نمود. مدل مارکویتز از دو معیار بازده و ریسک به همراه محدودیت بودجه سرمایه گذاری، در قالـب برنامه‌ریزی درجـه دو اسـتفاده نمـوده اسـت. بعـدها (۱۹۹۱-۱۹۵۹) مارکوویتز نیم‌واریـانس را جـایگزین واریانس نمـود. نـیم‌واریـانس در واقـع ارزش مـورد انتظار مجذور انحراف منفـی نتـایج ممکـن از بـازده مورد انتظار را نشان مـی دهـد کـه نشـانگر انحـراف پایین نـرخ بـازده مـورد انتظـار مـی‌باشـد. بنـابراین، واریانس هر انحرافی را از بازده مورد انتظار نشان می دهد، در حالی که نیم‌واریانس تنها انحـراف منفـی و پایین را از بازده مورد انتظار مـورد توجـه قـرار مـی دهد. از این رو، سرمایه گذاران نیم‌واریانس را نسبت به واریانس بیشتر ترجیح می دهند.

کونو و یامازاکی[2] (۱۹۹۱) انحراف مطلق را برای اندازه گیری ریسک و راه حل ساده ای بـرای مسـئله انتخاب پرتفوی با کمک برنامه‌ریزی خطـی پیشـنهاد دادند. در واقع، آنها توانستند مدلی قابل حل از طریق برنامه‌ریزی خطی بـرای بهینـه سـازی سـبد سـرمایه گذاری بر مبنای مقیاس اندازه گیری ریسک به طـور کامل ارائه دهنـد. ایـن مـدل نیـازی بـه کوواریـانس نداشت. از این‌رو، منجر به کاهش زمان حـل مسـئله می شد.. مطالعات آنها حاکی از آن است که انحراف مطلق از میانگین بازده تحت شـرایط خـاص هماننـد واریانس، معیاری برای اندازه گیری ریسک می باشد.

اسپرانزا[3] (۱۹۹۵) مدلی از برنامه‌ریزی مخـتلط را با خصوصیات واقعی مثـل هزینـه هـای معـاملات و حداقل واحد هـای معـاملات ارائـه داد. وی بعـد از طراحی مدل ذکر شده آن را برای بازار سـهام مـیلان ایتالیا به کار گرفت.

پپاریستودولو[4] (۲۰۰٤) بـا نوشـتن مقالـه ای بنـام «پرتفوی های بهینه با استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی

خطی» به بیان مدل‌های برنامه‌ریزی خطی در این زمینه پرداخت و سپس با نمونه های تجربی به مقایسه سبد های سهام بدست آمده از هر مدل پرداخت. نتایج حاصل از کار وی، این امر را مشخص کرد که یک شخص می تواند، کارهای بیشتری از آنچه فکر می کند، با مدل برنامه‌ریزی خطی انجام دهد. او با کنار گذاشتن خصوصیات واقعی مدل اسپرانزا، آن را به یک مدل خطی تبدیل و فواید چنین مدلی را عنوان کرد.

کانداسمی[5] (۲۰۰۸) در پایان نامه خود تحت عنوان «انتخاب پرتفوی تحت سنجه های ریسک گوناگون» مدل‌های برنامه‌ریزی غیرخطی و خطی را برای اندازه گیری ریسک و مسئله انتخاب پرتفوی بیان نمود. وی همچنین، کاربرد برنامه‌ریزی ریاضی در مسائل تک زمانه و چند زمانه انتخاب پرتفوی بهینه همراه با بازده پرتفوی قطعی و احتمالی را بصورت بسیار هنرمندانه نشان داد. انتخاب سبد سهام تحت معیار ریسک نامطلوب در سال های اخیر عمومیت و شهرت بسیاری بدست آورده‌اند. این روش می خواهد این موضوع ساده را بیان کند که سرمایه گذار زمانی از سرمایه گذاری خود راضی است که یک سود پیش بینی نشده را بدست آورد و نه در زمانی که زیان ببیند. همچنین، فیرینگ و لی[6](۱۹۹۶) انتخاب سبد سهام استاندارد با محدودیت احتمالی را بنا کردند. تانگ و همکاران[7](۲۰۰۱) محدودیت احتمالی مسئله انتخاب سبد سهام را فرموله نمودند و مقدار برابر قطعی آن را تخمین زدند. آنها توانستند روشی جدید برای حل مسئله ارائه دهند و نمونه ای از بازار سرمایه مربوط به مدل را به نمایش بگذارند.

جانگ فنگ دینگ و همکاران[8] (۲۰۱۳) در مقاله خود با عنوان "انتخاب پرتفوی سهام بر اساس مدل مارکوویتز" به این نتیجه رسیدند که الگوریتم حرکات ذرات نسبت به الگوریتم ژنتیک از توانایی و عملکرد بهتری در انتخاب پرتفوی سهام برخوردار است. یانگ و همکاران[9] (۲۰۱۳) در مقاله‌ی خود با عنوان " انتخاب یک مدل بهینه سازی چند دوره‌ای پرتفوی با بکاربردن تحلیل فاصله" با استفاده از تئوری تصمیم گیری فازی و روش برنامه نویسی چند هدفه، مدلی ارائه دادند که نسبت به الگوریتم حرکات ذرات بهبود یافته برای نشان دادن پرتفوی بهینه موثرتر می‌باشد.

لیو و لیو[10] (۲۰۱٤) در مقاله خود با عنوان "مزایای محدودیت بر اساس واریانس–دیفرانسیل در بهینه سازی پرتفوی" نشان دادند که بر اساس معیار شارپ مدل بیز توانایی بالایی در انتخاب پرتفوی سهام دارد.

اسلامی‌بیدگلی و طیبی (۱۳۹۳) در تحقیق خود با عنوان "بهینه سازی سبد سرمایه گذاری بر اساس ارزش در معرض ریسک با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان" نشان دادند که الگوریتم ترکیبی مورچگان و ژنتیک در این تحقیق نتایجی بهتر از نتایج بدست آمده توسط الگوریتم ژنتیک به تنهایی دارد.

افشار کاظمی‌و همکاران (۱۳۹۳) در مقاله خود با عنوان "تدوین مدلی جدید برای بهینه سازی پرتفوی بورس با استفاده ازروش مارکوویتز واصلاح آن توسط مدل کسینوس‌ها وحل آن توسط الگوریتم ژنتیک" که با استفاده از داده‌های مالی ۵۰ شرکت برتر در سال ۱۳۸۹ انجام شد، نشان دادند که همیشه پرگونه سازی پرتفوی به نفع سرمایه گذار نمی‌باشد واز یک جایی به بعد بهتر است که متنوع‌سازی را متوقف کنیم.

۳- روش‌شناسی پژوهش

در این مقاله جهت انتخاب سبد بهینه سهام از الگوریتم تکامل تفاضلی (μ+λ) مقید بهبود یافته ((μ+λ)-ICDE) استفاده می‌شود. در زمینه‌های مهندسی و علوم تعدادی زیادی مسائل بهینه‌سازی مقید[۱۲] (COPs) وجود دارند. در حالت کلی یک COPs را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\text{minimize } f(\vec{X}) \qquad (۱)$$

$$\text{subject to } g_i(\vec{X}) \le 0,\ j = 1,...,l$$
$$h_j(\vec{X}) = 0,\ j = l+1,...,p$$

که در آن $\vec{X} = (X_1, X_2, ..., X_n) \in \Omega \subseteq S$ یک بردار تصمیم n بعدی است، $f(\vec{X})$ تابع هدف، $g_i(\vec{X})$ jامین قید نامساوی می‌باشد، $h_i(\vec{X})$ j امین قید مساوی، Ω ناحیه شدنی تعریف شده توسط l قیود نامساوی و $(p-l)$ قیود مساوی است و S فضای جستجوی مستطیلی n بعدی در $\Re$ که توسط قیود مرزی زیر تعریف شده‌اند:

$$L_i \le X_i \le U_i, \quad 1 \le i \le n \qquad (۲)$$

که در آن L_i و U_i به ترتیب کران‌های پایین پایین و بالا برای iامین متغیر تصمیم X_i می‌باشند.

برای COPها اگر $\vec{X} \in \Omega$، $\vec{X}$ یک راه حل شدنی نام دارد و در غیر اینصورت یک راه حل نشدنی است. یک قید نامساوی $g_i(\vec{X})$ $(j \in \{1,...,l\})$ در راه حل $\vec{X} \in \Omega$ به صورت فعال در نظر گرفته می‌شود اگر $g_i(\vec{X}) = 0$ در $\vec{X}$ باشد. همه قیود مساوی $h_i(\vec{X})$ $(j = l+1,..., p)$ در همه راه حل‌های Ω فعال در نظر گرفته می‌شوند.

هنگام حل COPها قیود مساوی معمولا به قیود نامساوی به صورت زیر تبدیل می‌شوند:

$$|h_j(\vec{X})| - \delta \le 0 \qquad (۳)$$

که در آن $(j = l+1,..., p)$ و δ مقدار خطا[۱۳] برای قیود مساوی می‌باشد. در مجموع درجه نقض قیود برای یک راه حل $\vec{X}$ بر روی j امین قید به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$G_j(\vec{X}) = \begin{cases} \max\{0, g_j(\vec{X})\},\ 1 \le j \le l \\ \max\{0, h_j(\vec{X})\},\ l+1 \le j \le p \end{cases} \qquad (٤)$$

به دلیل حضور انواع مختلف قیود، تابع هدف چند مدله وناحیه شدنی مقعر، حل مساله COPs معمولا مشکل می‌باشد. روش‌های بهینه سازی قدیمی‌براحتی در بهینه محلی گیر می‌کنند یا اینکه هزینه محاسباتی بالایی برای حل مساله COPs نیاز دارند. الگوریتم‌های تکاملی[۱۴] (EAs)یک ابزار بهینه سازی قوی است که به راحتی قابل پیاده COPs سازی می‌باشد. به دلیل این مزایا، EAs در دهه گذشته برای حل مساله COPs بسیار مورد توجه قرار گرفتند. در حالیکه تکنیک‌های مدیریت قیود نیز توسعه یافته‌اند. با ترکیب تکنیک‌های مدیریت قیود با EAs، الگوریتم‌های بهینه سازی مقید (COAs) ارائه شده‌اند. در این مقاله، از (μ+λ)-ICDE که توسط Jia و همکارانش در سال ۲۰۱۳ بوجود آمده است برای انتخاب سبد بهینه سهام استفاده شده است. ICDE اصولا شامل یک IDE و یک مدل تبادلی مبتنی بر ذخیره‌سازی[۱۵](ArATM) می‌باشد که IDE به عنوان موتور جستجو و ArATM برای مدیریت قیود به کار گرفته می‌شود. ICDE به صورت زیر کار می‌کند:

مرحله ۱- قرار دادن $t = 0$ و $A = \emptyset$ که t نشان دهنده شماره نسل و A نشان دهنده لیست ذخیره می‌باشد.

مرحله ۲- μ نمونه تصادفی و یکنواخت از فضای جستجو S برای جمعیت اولیه $P_0 = \{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_\mu\}$ تولید می‌شود.

مرحله ۳- محاسبه نقص‌های قید برای همه افراد در P_0. با توجه به تفاوت بین نقص‌های قیود، یک معیار برای محاسبه درجه نقص قید هر یک از افراد در طی تکامل تعیین می‌گردد.

مرحله ٤- محاسبه مقدار تابع $f(\vec{x}_i)$ و درجه نقص $G(\vec{x}_i)$ برای هر فرد در جمعیت P_0.

مرحله ۵- تولید λ فرزند با اجرای IDE بر روی تمامی‌افراد در P_t. این λ فرزند یک جمعیت فرزند Q_t را تشکیل می‌دهند

مرحله ٦- محاسبه مقدار تابع هدف و درجه نقض قید هر یک از افراد در Q_t.

مرحله ۷- ترکیب P_t با Q_t به بدست آوردن جمعیت ترکیبی H_t. (یعنی $H_t = P_t \cup Q_t$)

مرحله ۸- انتخاب μ فرد بالقوه از H_t برایساخت نسل بعدی P_{t+1} توسط ArATM

مرحله ۹- قرار دادن $t = t + 1$.

مرحله ۱۰- در صورتی که شرط خاتمه برقرار نباشد به مرحله ۵ برو و در غیر این صورت متوقف شود و خروجی، بهترین فرد $\vec{x}_{best}$ در P_t می‌باشد.

برای تشکیل پرتفلو (سبد بهینه سهام)، از مدل میانگین- واریانس با محدودیت کاردینال[16] (MVCCPO) در این تحقیق استفاده می‌گردد. که معادله آن به شکل زیر است:

$$\min \quad \lambda \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{ij} - (1-\lambda)\sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i \qquad (۵)$$

$$Subject\ to \quad \sum_{i=1}^{N} z_i = K \qquad (٦)$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \qquad (۷)$$

$$\varepsilon_i z_i \le w_i \le \partial_i z_i, \qquad i = 1, \cdots, N \qquad (۸)$$

$$z_i \in \{0,1\} \qquad i = 1, \cdots, N \qquad (۹)$$

$$0 \le \lambda \le 1 \qquad (۱۰)$$

که در آن N تعداد دارایی‌های مورد نظر برای سرمایه‌گذاری، w_i متغیر تصمیم در مورد سرمایه-گذاری است که نشان دهنده درصد سرمایه‌گذاری برای دارایی i ام است. در رابطه (۵) در حالتی که $\lambda = 0$ باشد بیان کننده امید ریاضی بازده سهام با صرف نظر از ریسک (کوواریانس σ_{ij}) است و راه حل بهینه تنها دارایی‌هایی با حداکثر بازده سهام است، در حالی که اگر $\lambda = 1$ باشد، بیان کننده حداقل ریسک بدون در نظر گرفتن بازده سهام است. مقدار λ می‌تواند $0 \le \lambda \le 1$ باشد و در واقع λ یک پارامتر تنظیم سبد سرمایه‌گذاری سهام (پرتفلوی سهام) است که یک معاوضه بین بازده سهام و ریسک می‌باشد، بنابراین با تغییر مقدار λ می‌توان جواب‌های متفاوتی را بنا به سلیقه سرمایه‌گذار تولید نمود. در فاصله بین ۰ و ۱ سبدهایی در نظر گرفته می‌شود که هر دو فاکتور ریسک و بازده سهام را بهینه می‌نماید. بعلاوه، مقدار σ_{ij} با استفاده از رابطه $\sigma_{ij} = \rho_{ij} s_i s_j$ تعیین می‌گردد که در آن ρ_{ij}

همبستگی[۱۷] بین دارایی i ام و دارایی j ام ($-1 \le \rho_{ij} \le +1$) و s_i و s_j انحراف از معیار در بازده سهام در دارایی i ام است. در رابطه (٦) K تعداد دارایی‌های مجاز در پرتفلو می‌باشد و $z_i \in \{0,1\}$ نشان دهنده حضور یا عدم حضور دارایی i ام در سبد سرمایه‌گذاری است و دقیقاً باید K دارایی در سبد سرمایه‌گذاری قرار گیرد. به رابطه (۷) محدودیت بودجه می‌گویند و این محدودیت تضمین می‌کند که مجموع سرمایه گذاریی روی دارایی‌های انتخاب شده سبد سهام، بیشتر از ۱۰۰٪ نگردد. رابطه (۸) بیانگر این است که درصد سرمایه‌گذاری دارایی‌هایی که در سبد قرار گرفته‌اند ($z_i = 1$) می‌تواند برای دارایی i ام حداقل ε_i و δ_i حداکثر باشد. مقادیر ε_i و δ_i توسط سرمایه‌گذار تعیین می‌گردد، مثلا می‌تواند برای همه دارایی‌ها ثابت باشد یا برای هر دارایی جداگانه تعیین گردد. به زبان ساده‌تر هر کدام از قیود عمل‌های زیر را کنترل می‌کنند.

محدودیت اول– دقیقا k دارایی در سبد سرمایه-گذاری قرار گرفته است.

محدودیت دوم– مجموع وزن سرمایه‌گذاری برابر یک باشد.

محدودیت سوم تا آخر– اگر دارایی در سبد قرار گرفته شده باشد $z_i = 1$ و وزن آن باید بین ε_i و δ_i باشد و اگر دارایی در سبد قرار نگرفته باشد $z_i = 0$ خواهد بود و وزن آن صفر می‌باشد. ما نمایش هیبریدی برای مدل کردن مسئله ۵ تا ۱۰ استفاده نمودیم. در نمایش هیبریدی دو بردار برای تعریف یک سند بهادار (سبد بهینه سهام) مورد استفاده قرار می‌گیرد:

بردار اول (Z): یک بردار با مقادیر حقیقی که مشخص می‌کند که کدام k شرکت در سبد سرمایه-گذاری حضور دارند.

بردار دوم (X): یک بردار با مقادیرحقیقی[۱۸] که برای محاسبه سهم‌های بودجه سرمایه‌گذاری شده در دارایی‌ها استفاده می‌شود.

$$Z = \{z_1, ..., z_n\},\ z_i \in R,\ i = 1, ..., n. \qquad (۱۱)$$

$$W = \{w_1, ..., w_k\},\ 0 \le x_i \le 1,\ i = 1, ..., k \qquad (۱۲)$$

برای کد کردن مسئله و ورود آن به الگوریتم -(μ+λ) ICDE معادلات ۵ تا ۱۲ به صورت زیر تغییر داده شدند.

(۱۳)

$$\min \quad \tilde{\lambda} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} w_i w_j \sigma_{ind(i),ind(j)} - \left(1 - \tilde{\lambda}\right) \sum_{i=1}^{k} w_i \tilde{\mu}_{ind(i)}$$

(١٤)

$$Subject\ to \qquad \sum_{i=1}^{N} s_i = k \qquad (۱۵)$$

$$\sum_{i=1}^{k} w_i = 1 \qquad (۱۶)$$

$$\varepsilon_i s_i \le w_i \le \partial_i s_i, \qquad i = 1, \cdots, k \qquad (۱۷)$$

$$s_i \in \{0,1\} \qquad i = 1, \cdots, N \qquad (۱۸)$$

$$0 \le \tilde{\lambda} \le 1 \qquad (۱۹)$$

$$s_i = \begin{cases} 1 & z_i \in top\ k\ element\ in\ Z \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

که در روابط بالا بردار تصمیم الگوریتم (μ+λ)-ICDE یک بردار با $n+k$ تصمیم است که N تعداد کل شرکت‌ها و k تعداد شرکت‌های موجود در سبد سهام است. بردار تصمیم الگوریتم (μ+λ)-ICDE به صورت X = [Z , W] است که Z و W در روابط ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده‌اند. در واقع $w_i, i = 1, \dots, k$ برای تعیین میزان سرمایه‌گذاری در شرکت iام موجود در سبد سهام k تایی است و بر طبق رابطه ۱۵ باید مجموع w_i ها برابر یک شود و همچنین حداقل و حداکثر سرمایه‌گذاری باید طبق رابطه ۱۶ دارای حداقل و حداکثر باشد که رابطه ۱۵ به عنوان یک قید مساوی به (μ+λ)-ICDE اعمال می‌کنیم و رابطه ۱۶ را به عنوان کران‌های متغیر هر متغیر تصمیم آن به عنوان ورودی کران‌ها در (μ+λ)-ICDE وارد می‌کنیم. در هر بردار تصمیم قسمت Z، k مقدار حقیقی بزرگتر را پیدا کرده و s_iهای نظیر آنها را ۱ و بقیه را صفر می‌کنیم، این کار در رابطه ۱۹ انجام می‌گیرد و با این عمل از قیود ۱۴، ۱۷ و ۱۹ ارضا می‌شوند این قیود در حین فرآیند جستجوی (μ+λ)-ICDE همیشه به صورت یک قید فعال در ناحیه شدنی قرار می‌گیرد و دیگر لازم به وارد کردن این قیود در الگوریتم (μ+λ)-ICDE نیست. پس در مجموع می‌توان گفت که W در بردار تصمیم نشانه میزان سرمایه‌گذاری روی k شرکت موجود در سبد سهام و Z در کنار محاسبه S نشان دهنده نحوه انتخاب و حضور شرکت‌ها در سبد سهام است. پس الگوریتم (μ+λ)-ICDE با تابع هدف ۱۳و تک قید مساوی ۱۵ و دو دو قید نامساوی رابطه ۱۶ با بردار تصمیم X مدل شده است. ضمنا منظور از $ind(.)$ در رابطه ۱۳ ایندکس شرکت انتخابی در سبد سهام است و همچنین به منظور اشتباه نشدن سمبل‌های μ, λ در (μ+λ)-ICDE، در رابطه ۱۳ $\tilde{\lambda}, \tilde{\mu}$ که نشان دهنده میانگین و پارامتر ورودی برای تنظیم بین ریسک و بازده سهام به این صورت نشان داده شده‌اند.

٤- نتایج پژوهش

جامعه‌ی مورد آزمایش در مسئله‌ی حاضر، از بین شرکت‌های پذیرفته شده دربورس اوراق بهادار تهران انتخاب شده است. داده‌های مالی ۱۰۲ شرکت به صورت ماهیانه با متغیر مستقل بازده مورد انتظار از سال ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۲ از نرم افزار ره‌آورد نوین گردآوری گردید. در شبیه سازی، بالاترین تعداد دارایی‌های مجاز در اسناد بهادار ۱۰ در نظر گرفته شد (K = 10). برای وزن‌های سهام w_i حدهای بالا و پایین به ترتیب ۱ و ۱۰۰٪ بودند، یعنی $\varepsilon_i = 0.01, \partial_i = 1, \ i = 1, \dots, k$. اینها پارامترهای محدودیت معمولی استفاده شده در بیشتر مطالعات می‌باشند. همان طور که قبلا بیان شد، از بین شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، ۱۰۲ شرکت انتخاب شدند. اطلاعات مالی پنج ساله (۱۳۸۸ الی ۱۳۹۲) این شرکت ها، اطلاعات ورودی را تشکیل می‌دهند. برای اجرای الگوریتم (μ+λ)- ICDE پارامترهای ورودی الگوریتم (μ+λ)-ICDE در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱- پارامترهای الگوریتمICDE-(μ+λ)در تعیین پرتفلو.

نام	مقدار	توضیحات
μ	۷۰	جمعیت والدین
λ	۲۱۰	جمعیت فرزندان
MAX_FES	۵۰۰۰۰	حداکثر تعداد ارزیابی تابع ارزیاب
δ	۰/۰۰۰۱	مقدار خطا در قیود مساوی tolerance value
r	۰/۶	پارامتر آستانه
ϵ_i	۰/۰۱	کران پایین از پارامترهای بهینه سازی
∂_i	۱	کران بالا از پارامترهای بهینه سازی
N	۱۰۲	تعداد کل شرکت ها
k	۱۰	تعداد شرکت‌های موجود در سبد سهام

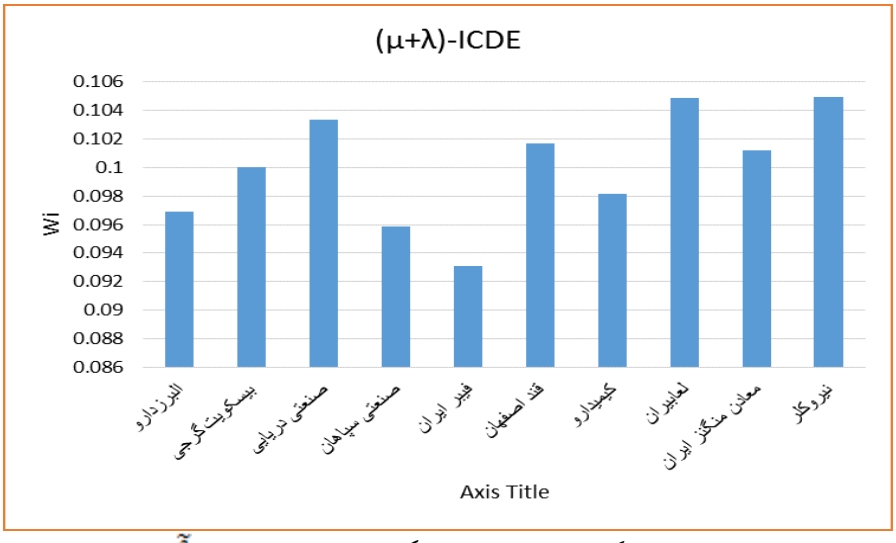
به منظور بکار گیری سلایق مختلف مقدار پارامتر $\tilde{\lambda}$ در سه حالت ۰، ۰/۵ و ۱ مورد بررسی قرار گرفت. در حالتی که $\tilde{\lambda} = 0$ باشد بیان کننده امید ریاضی بازده سهام با صرف نظر از ریسک (کوواریانس σ_{ij}) است و راه حل بهینه تنها دارایی-هایی با حداکثر بازده سهام است، در حالی که اگر $\tilde{\lambda} = 1$ باشد، بیان کننده حداقل ریسک بدون در نظر گرفتن بازده سهام است. مقدار$\tilde{\lambda}$ می‌تواند $0 \leq \tilde{\lambda} \leq 1$ باشد و در واقع $\tilde{\lambda}$ یک پارامتر تنظیم سبد سرمایه‌گذاری سهام (پرتفوی سهام) است که یک معاوضه بین بازده سهام و ریسک می‌باشد، بنابراین با تغییر مقدار $\tilde{\lambda}$ می‌توان جواب‌های متفاوتی را بنا به سلیقه سرمایه‌گذار تولید نمود. با انتخاب پارامترهای جدول ۲و اجرای الگوریتم شرکت‌های انتخاب شده به عنوان k شرکت موجود در سبد سهام در جدول ۲ نشان داده است.

جدول۲- پرتفوی انتخاب شده توسط الگوریتم ICDE-(μ+λ)

شرکت	$\tilde{\lambda}$ برابر ۰			$\tilde{\lambda}$ برابر ۰/۵			$\tilde{\lambda}$ برابر ۱		
	وزن	ریسک	بازده	وزن	ریسک	بازده	وزن	ریسک	بازده
البرزدارو	۰/۰۹۷	۲/۹۰	۰/٤۱						
بیسکویت گرجی	۰/۱۰۰	٦/۱۹	۰/۵۲						
صنعتی دریایی	۰/۱۰۳	۱۱/۳۲	۰/٤٤						
صنعتی سپاهان	۰/۰۹٦	۲/۳۹	۰/٤۳						
فیبر ایران	۰/۰۹۳	۳/۲۱	۰/۳۹						
قند اصفهان	۰/۱۰۲	٦/۱٦	۰/٦۵						
کیمیدارو	۰/۰۹۸	۷/۲٦	۰/٤۵						
لعابیران	۰/۱۰۵	۱/۷٤	۰/٤٦						
معادن منگنز ایران	۰/۱۰۱	٤/۵۵	۰/٤٦						

شرکت	$\tilde{\lambda}$ برابر ۰			$\tilde{\lambda}$ برابر ۰/۵			$\tilde{\lambda}$ برابر ۱		
	وزن	ریسک	بازده	وزن	ریسک	بازده	وزن	ریسک	بازده
نیروکلر	۰/۱۰۵	۰/۷۲	۰/٤۷						
آبادگران				۰/۱۰۲	۰/۰۷	-۰/۰۱	۰/۰۹۸	۰/۲۰	-۰/۰۱
بهنوش				۰/۰۹۸	۰/۹۱	۰/۳۱			
دارو اکسیر				۰/۱۰۳	۰/٤٦	۰/۱٤			
سیمان بهبهان				۰/۱۰۱	۰/٤٤	۰/۲٦			
شیشه دارویی رازی				۰/۱۰۱	۰/۱٦	۰/۲٤	۰/۰۹۸	۰/۲۱	۰/۲۳
فروسیلیس ایران				۰/۱۰۰	۰/۷۲	۰/۳٦	۰/۱۰۳	۰/۱۷	۰/۳۷
فولاد کاویان				۰/۰۹۷	۰/۲۸	۰/۱۱	۰/۱۰۱	۰/۳۸	۰/۱۱
کاشی اصفهان				۰/۰۹۸	۰/۸۹	۰/۲۵	۰/۰۹٤	۰/۷٤	۰/۲٤
لوله و ماشین سازی				۰/۰۹۸	۰/٤٤	۰/۲۹			
نیروترانس				۰/۱۰۲	۰/۹۷	۰/۳۹			
آلومتک							۰/۱۰۵	۰/٤۳	-۰/۰۷
پارس دارو							۰/۰۹۹	۰/۵۱	۰/۲۰
دارو رازک							۰/۰۹۷	۰/٦٦	۰/۲۸
ریخته گری تراکتور							۰/۱۰۳	۰/۷۱	۰/۱٤
سر. نفت							۰/۱۰۲	۰/۵۹	۰/۱٤
مجموع	**۱**	**٤٦/٤**	**٤/٦۷**	**۱**	**۵/۳٤**	**۲/۳۳**	**۱**	**٤/٦۱**	**۱/٦۳**

نتایج مزبور بیانگر توانایی الگوریتم بکارگرفته شده در تعیین سبد بهینه سهام است. مطابق مطالب پیش گفته، مقدار $\tilde{\lambda}$ می‌تواند $0 \leq \tilde{\lambda} \leq 1$ باشد و در واقع $\tilde{\lambda}$ یک پارامتر تنظیم سبد سرمایه‌گذاری سهام (پرتفوی سهام) است. در واقع مقدار $\tilde{\lambda}$ تعامل بین بازده سهام و ریسک می‌باشد. در حالتی که $\tilde{\lambda} = 0$ باشد با صرف نظر از ریسک سهام مختلف، صرفا حداکثر بازده سهام جهت تعیین پرتفوی در نظر گرفته شده است. در چنین شرایطی سهامی وارد پرتفوی می‌شود که بالاترین مقدار بازده را به همراه داشته باشد. در حالی که اگر $\tilde{\lambda} = 1$ باشد، تنها معیار برای تعیین پرتفوی، ریسک سهام بدون در نظر گرفتن بازده آن است. در چنین شرایطی سهامی‌وارد پرتفوی می‌شود که کمترین مقدار ریسک را به همراه داشته باشد. با توجه به موارد مزبور در شرایطی که $\tilde{\lambda} = 0.5$باشد، بازده سهام و ریسک به یک اندازه در تعیین پرتفوی حائز اهمیت می‌باشند. شکل زیر سهم سرمایه‌گذاری هر شرکت را به ازای $\tilde{\lambda}$ برابر ۰ به صورت نموداری نشان می‌دهد.



شکل ۱) سهم سرمایه‌گذاری هر شرکت با الگوریتم (μ+λ)-ICDE با $\tilde{\lambda}$ برابر صفر

۵- نتیجه‌گیری و بحث

در امر سرمایه گذاری سهام، انتخاب سبد بهینه سهام از جمله مهمترین موارد قابل توجه است. در این رابطه ایجاد مدلهایی که بتواند به انتخاب بهترین سبد سهام شود از اهمیت قابل توجه ای برخوردار است. مدلهای مزبور می‌بایست در ایجاد سبد بهینه سهام توانایی لحاظ کردن شخصیت ریسک پذیری اشخاص را نیز داشته باشند. الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته از جمله این مدلها می‌باشد. هدف این تحقیق ایجاد مدلی هوشمند جهت انتخاب سبد بهینه سهام با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته می‌باشد. با توجه به هدف تحقیق، با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته و با در نظر گرفتن ریسک و بازده مورد انتظار ۱۰۲ شرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران طی سالهای ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۲، بهترین سبد سهام با توجه به تعاملات بین ریسک و بازده مشخص گردیده است. نتایج حاصله بیان گر آن است که الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته توانسته است مدلی هوشمند جهت انتخاب ترکیب بهینه سبد سهام فراهم سازد. علاوه بر این، مدل مزبور توانسته است در انتخاب سبد بهینه سهام میزان ریسک پذیری سرمایه گذاران را نیز لحاظ کند.

از این رو بر اساس نتایج تحقیق حاضر، به نظر می‌رسد الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته از توانایی مناسبی جهت تعیین سبد بهینه سهام در پارامتر های متفاوت وبا در نظر گرفتن وضعیت تقبل ریسک سرمایه گذار برخوردار باشد. نتایج بررسی های انجام شده در خصوص تحقیق های پیشین مبین آن است که تاکنون از الگوریتم تکامل تفاضلی مقید بهبود یافته جهت ایجاد مدل بهینه سازی سبد سهام استفاده نشده است. در سایر تحقیق های انجام شده، جانگ فنگ دینگ و همکاران (۲۰۱۳) با استفاده از الگوریتم حرکات ذرات مدلی جهت انتخاب پرتفوی سهام ایجاد نمودند. در تحقیق دیگری، یانگ و همکاران (۲۰۱۳) با استفاده از تئوری تصمیم گیری فازی و روش برنامه نویسی چند هدفه، مدلی ارائه دادند که نسبت به الگوریتم حرکات ذرات بهبود یافته برای نشان دادن پرتفوی بهینه موثرتر بود. لیو و لیو(۲۰۱٤) نیز نشان دادند که

بر اساس معیار شارپ، مـدل بیـز توانـایی بـالایی در انتخاب پرتفوی سهام دارد.

اسلامی‌بیدگلی و طیبی (۱۳۹۳) نیز نشان دادند که الگوریتم ترکیبی مورچگان و ژنتیک نتایجی بهتر از الگوریتم ژنتیک به تنهایی دارد.

برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌گردد سایر الگوریتم‌های هوشمند مورد استفاده قرار گیرد و با مقایسه نتایج بین الگوریتم‌های مختلف الگوریتمی که با لحاظ کردن ریسک، سبد سهامی با بیشترین بازده را برای سرمایه گذاران به ارمغان می‌آورد مشخص گردد. نتایج این تحقیق همچنین می‌تواند مورد استفاده شرکتهای سرمایه گذاری و کارگزاری‌های سهام قرار گیرد.

فهرست منابع

* آذر، عادل، معماریانی، عزیزا...(۱۳۷٦)"برنامه ریزی شولاتکنیکی نوین برای برنامه ریزان"، نشریه علمی دانشگاه شاهد، شماره ۹ و۱۰.
* اسلامی‌بیدگلی، غلامرضا و احسان طیبی ثانی(۱۳۹۳)" بهینه سازی سبدسرمایه گذاری بر اساس ارزش در معرض ریسک " مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار- شماره ۱۸- بهار ۱۳۹۳،صص۱٦۳-۱۸۳
* افشارکاظم، محمدعلی،میرفیض فلاح شمس و مرضیه کارگر(۱۳۹۳)" تدوین مدلی جدید برای بهینه سازی پرتفوی بورس با استفاده ازروش مارکوویتز واصلاح آن توسط مدل کسینوس‌ها وحل آن توسط الگوریتم ژنتیک " مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار- شماره ۱۸- بهار ۱۳۹۳،صص۸۰-۱۰٤
* Feiring, B. R., Lee, S. W. (1996). A chance-constrained approach to stock selection in hong kong. International Journal of Systems Science.vol 27,no1,3341.
* Guang-Feng Deng , Woo-Tsong Lin, Chih-Chung Lo(2013)" Markowitz-based portfolio selection with cardinality constraints using improved particle swarm optimization "Expert Systems with Applications.vol 40 .no 2,pp:4558–4566
* Kandasamy, Hari, (2008), Portfolio Selection Under Unequal Prioritized Downside Risk, Advisor: Kostreva, Michael M., The Degree Doctor of Philosophy Mathematical Sciences, Department of Mathematical Science, Clemson University.
* Konno, H.,Yamazaki, H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to tokyo stock market. Management Science, vol 37.no 5 .519-531.
* Levy,H; Levy, M (2014) "The benefits of differential variance-based constraints in portfolio optimization" European Journal of Operational Research, Volume 234, Issue 2, PP. 372-381
* Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. Journal of Finance, vol 7, no 1 .pp:7-91.
* Markowitz, H. (1959). Portfolio Allocation: E_cient Diversi_cation of Investments, John Wiley & Sons, Inc., New York. A Cowles Foundation Monograph.
* Markowitz, H. (1991). Foundations of portfolio theory. Journal of Finance.vol 46. No 2 . pp :469-477.
* Papahristodoulou, C, Dotzauer, E. (2004). Optimal portfolios using linear programming problems. Journal of the Operations Research Society, vol 55. No 11.pp:1169-1177.
* Speranza, M. Grazia. (1995). A Heuristics Algorithm for A Portfolio Optimization Model Applied To the Milan Stock Market, Computer and Ops Res, vol 5. No4 .pp: 433-441.
* Tang, W., Han, Q., Li, G. (2001). The portfolio selection problems with chance-constrained. In Systems, Man, and Cybernetics IEEE International Conference on, vol 4.no 12.pp: 2674-2679
* Yong, L., Zhang, W, Zhang, P. (2013) "A multi-period portfolio selection optimization model by using interval analysis" Economic Modelling, Volume 33, PP. 113-119