نشریـه علمـی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
سال دوازدهم، شماره چهل‌و سوم
پائیز ۱۳۹۸

مقایسه شبکه عصبی، سیستم فازی عصبی و مدل AR در پیش‌بینی بازده اوراق بهادار و الگوریتم جستجوی موجودات همزیست با ممتیک آن در بهینه‌سازی پرتفوی

سیدمهدی رضایی[۱]
محمود باغجری[۲]
پوریا مظاهری فر[۳]

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۳/۰۸ تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۱/۱۰

چکیده

در این مطالعه، به بررسی و مقایسه عملکرد الگوریتم جستجوی موجودات همزیست و ممتیک جستجوی موجودات همزیست در بدست آوردن مرزکارا مدل میانگین نیم‌واریانس مقید پرداخته می‌شود. و همچنین سه روش AR خطی شبکه عصبی و سیستم فازی عصبی در بدست آوردن بازده مورد انتظار، مورد مقایسه قرار می‌گیرند. در این مطالعه از ۲۳ سهم فعال‌تر بازار استفاده می‌شود که بازده آنها از تاریخ ۹۳/۰۴/۰۱ تا ۹۵/۱۲/۰۱ مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم ممتیک جستجوی موجودات همزیست برخلاف استفاده از زمان بیشتر، توانسته عملکرد بهتری را به نمایش بگذارد و همچنین، مقایسه روش‌های پیش‌بینی بازده مورد انتظار نشان می‌دهد که سیستم فازی عصبی توانسته با خطای کمتری بازده مورد انتظار را پیش‌بینی نماید. در نهایت، با مقایسه مرزکارای پیش‌بینی شده و مرزکارای واقعی، به این نتیجه می‌رسیم که مدل پیش‌بینی مورد نظر در ریسک‌های کمتر پیش‌بینی بهتری انجام داده است که در آن ناحیه می‌توان با اطمینان بیشتری نسبت به تخصیص دارایی‌ها اقدام نمود.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی پرتفوی، الگوریتم جستجوی موجودات همزیست، الگوریتم ممتیک، شبکه‌های عصبی، سیستم فازی عصبی.

۱- کارشناس ارشد مدیریت مالی دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول) smahdisrezaei@gmail.com
۲- دکتری اقتصاد دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران. baghjari2002 @gmail.com
۳- کارشناس ارشد مدیریت مالی دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران. pooriamazaheri1990 @gmail.com

۱- مقدمه

مسئله بهینه‌سازی پرتفوی یکی از مهم‌ترین مسائل در سرمایه‌گذاری می‌باشد. همچنین با توجه به گسترش و پیچیدگی روز افزون بازارهای مالی، روش-های پیش‌بینی یکی از عوامل مهم در سود و زیان سرمایه‌گذاران می‌باشد. یک روش پیش‌بینی مناسب می‌تواند شرایط متلاطم را تا مقدار مطلوبی هموار سازد. مدل میانگین- واریانس مارکوویتز که یکی از بهترین مدل‌ها برای حل مسئله انتخاب پرتفوی محسوب می‌شود، می‌تواند از طریق میانگین بازده دارایی‌ها و انحراف معیار بازده‌ی دارایی‌ها (ریسک) توضیح داده شود.

در مدل میانگین حتی بازده‌های بالاتر از میانگین نیز به عنوان ریسک در نظر گرفته می‌شود، اما از دید سرمایه‌گذاران کسب بازده‌های بالاتر از بازده مورد انتظار نه تنها نامطلوب شمرده نمی‌شود بلکه از آن استقبال هم می‌نمایند. خصوصا در بازارهای پر رونق، سرمایه‌گذاران در جستجوی کسب بازده‌های بالاتر هستند (وینتر، فاما، ۱۹۹۳).

یکی دیگر از فروض مدل میانگین-واریانس مارکوویتز، تبعیت کردن بازده‌ها از توزیع نرمال می-باشد. که در بسیاری از تحقیق‌های صورت گرفته نشان می‌دهد که سری زمانی بازده‌ها دارای دنباله‌های ضخیم و چولگی هستند (راچو، اسمن، ۲۰۰۵). به همین دلیل، استفاده از مدل میانگین- نیم‌واریانس می‌تواند گزینه بهتری باشد.

در شرایط واقعی، عموما محدودیت‌های مسئله، بیشتر از محدودیت‌های مسئله بهینه‌سازی درجه دو می‌باشد. به همین دلیل، دیگر نمی‌توان از روش حل مسائل درجه دو برای حل چنین مسائلی استفاده نمود. در این شرایط، از الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌توان به عنوان یک روش مناسب استفاده نمود. الگوریتم‌های فرا ابتکاری، الگوریتم‌های جستجو محوری هستند که در هر دوره از چرخش الگوریتم، کمی به جواب بهینه نزدیک می‌شوند. این الگوریتم‌ها هیچ تضمینی برای یافتن بهینه سراسری فراهم نمی‌نمایند اما تجربه نشان داده است که آنها در بدست آوردن بهینه سراسری برنامه‌ریزی غیرخطی سخت[1] از عملکرد خوبی برخوردار می‌باشند.

هدف از انجام این مطالعه، مقایسه مدل AR خطی، شبکه عصبی و سیستم فازی عصبی در پیش-بینی بازده مورد انتظار و مقایسه الگوریتم‌های جستجوی موجودات همزیست و الگوریتم ممتیک در حل مسئله بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده مدل میانگین- نیم‌واریانس با محدودیت اوزان سهام و در نهایت، مقایسه پرتفوهای بدست آمده با استفاده نسبت سورتینو می‌باشد.

در ادامه در بخش دوم به مبانی نظری و سپس به الگوریتم‌های مورد مطالعه و مدل AR، شبکه عصبی و سیستم فازی عصبی، در بخش سوم به پیشینه مطالعات، در بخش چهارم به مدل مسئله، در بخش پنجم به تجزیه‌وتحلیل داده‌ها و در نهایت در بخش ششم به نتیجه‌گیری پرداخته می‌شود.

۲- مبانی نظری

یکی از مفروضات تئوری پرتفوی مارکوویتز این است که بازده سهام مورد نظر، از منحنی نرمال تبعیت می‌نماید. اما در شرایط واقعی به این شکل نمی‌باشد. لذا، استفاده از مدل میانگین نیم-واریانس می‌تواند جایگزین خوبی برای این مدل قدیمی‌تر باشد. همچنین زمانی که محدودیت‌ها در مسئله افزایش می‌یابند، دیگر نمی‌توان از مدل کوادراتیک برای حل چنین مسائلی استفاده نمود. الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌توانند این مسائل را به راحتی حل نمایند. این الگوریتم‌ها دارای سه نوع تک عضوی، جمعیت محور و ترکیبی می‌باشند که در این مطالعه دو الگوریتم جمعیت محور و ترکیبی استفاده شده است. نوآوری این مطالعه در استفاده از دو الگوریتم جستجوی موجودات همزیست و الگوریتم ممتیک می‌باشد که در مطالعات پیشین این دو الگوریتم مورد مقایسه قرار نگرفته‌اند، همچنین مقایسه مدل AR، شبکه عصبی و

سیستم فازی عصبی در بدست آوردن بازده مورد انتظار در مطالعات پیشین انجام نگرفته است.

الگوریتم جستجوی موجودات همزیست[۲]

ریشه واژه « symbiosis» یونانی و به معنای زندگی با یکدیگر می‌باشد. دی باری[۳] که یک زیست-شناس بود، این واژه را در سال ۱۸۷۸ در بیان همزیستی دو گونه متفاوت از موجودات استفاده کرد. امروزه واژه همزیستی در توضیح ارتباط دو گونه متفاوت مورد استفاده قرار می‌گیرد. روابط همزیستی معمولا یا به صورت اجباری انجام می‌گیرد به این معنا که، زنده بودن دو موجود بسته به ارتباط داشتن آن دو موجود با یکدیگر می‌باشد و یا به صورت اختیاری، به این صورت که ارتباط نداشتن آنها باعث مرگ آنها نمی‌شود.

بیشتر روابط دیده شده موجود در طبیعت، در سه دسته، رفتار متقابل، رفتار کامنسالیسم و رفتار انگلی تقسیم‌بندی شده‌اند. که در ادامه به آنها پرداخته می-شود. همانطور که در اغلب الگوریتم‌های فرا ابتکاری از الگوهای طبیعی استفاده شده است، این الگوریتم هم از رفتار موجودات در طبیعت استفاده کرده است. الگوریتم جستجوی همزیستی، تعامل میان موجودات را شبیه‌سازی می‌کند به طوریکه موجودات تحت برنامه، همیشه در پی یافتن جفتی مناسب برای خود می‌باشند. این الگوریتم بر اساس رفتار موجودات وابسته به هم در طبیعت طرح‌ریزی شده است. در این الگوریتم از سه حلقه به عنوان سه نوع رفتار از موجودات در طبیعت استفاده شده است. رفتارها به ترتیب زیر است:

۱) رفتار متقابل[۴]
۲) رفتار کامنسالیسم[۵]
۳) رفتار انگلی[۶]

رفتار متقابل از تقابل رفتاری موجودات در طبیعت گرفته شده است. در این الگوریتم رفتار متقابل را می-توان عملکرد زنبور عسل و گرده‌های گل در نظر گرفت به این ترتیب که زنبور عسل با خوردن شهدگل‌ها تولید عسل می‌نماید و همچنین کمک به گرده افشانی گل‌ها می‌کند. این عملگر در این الگوریتم به این صورت می‌باشد:

در الگوریتم SOS ، X_i به صورت یک عضوی از اکوسیستم در می‌آید و به صورت تصادفی یک عضوی به نام X_j از اکوسیستم انتخاب می‌شود. این دو عضو به گونه‌ای با هم ترکیب می‌شوند که مزیت کل اکوسیستم را بالا ببرد. محاسبات مربوطه به صورت زیر انجام می‌شود:

(۱)
$$X_{inew} = X_i + rand(0.1) * (X_{best} - Mutual_Vector * BF_1)$$

(۲)
$$X_{jnew} = X_j + rand(0.1) * (X_{best} - Mutual_Vector * BF_2)$$

(۳)
$$Mutual_Vector = \frac{X_i + X_j}{2}$$

Rand(0,1) در خط اول محاسبات یک ستونی از اعداد تصادفی می‌باشد. نقش BF_1 و BF_2 در محاسبات به این معنی می‌باشد که در طبیعت بعضی از موجودات به یکدیگر فایده می‌رسانند اما اندازه این فایده برای یکی از آن دو بسیار بالا و برای دیگری کم می‌باشد به همین دلیل این اعداد به صورت کاملا تصادفی انتخاب می‌شوند تا به این معنا باشد که فایده برای یک موجود بالا و برای موجود دیگر کم است.

رفتار کامنسالیسم به معنای فایده رساندن موجودی به موجود دیگر است در حالیکه موجود مقابل نه زیانی میرساند و نه فایده‌ای. این رفتار از تقابل رفتاری ماهی .... در مقابل کوسه گرفته شده است به این ترتیب که این ماهی در کنار کوسه قرار می‌گیرد و از ته مانده‌های غذای کوسه تغذیه می‌کند بدون اینکه نیازی به شکار کردن داشته باشد. و در ازای آن نه زیانی به کوسه می‌رساند و نه فایده‌ای برای آن دارد.

در الگوریتم، X_i و X_j به گونه‌ای در محاسبات قرار می‌گیرد که اگر عضو جدید بهتر از اعضای اکوسیستم باشد، تعویض رخ می‌دهد در غیر این صورت هیچ

اتفاقی صورت نمی‌گیرد. محاسبات آن به این صورت است:

$$X_{inew} = X_i + rand(-1.1) * (X_{best} - X_j)$$

این فرمول به این معنی می‌باشد که X_j کمک به موقعیت X_i می‌نماید و موقعیت X_i جدید را در اکوسیستم بهبود می‌دهد.

رفتار انگلی به معنای فایده رساندن یه موجود به موجود دیگر است در حالیکه موجود مقابل به موجود اولی زیان می‌رساند. پشه آنوفل با نیش زدن تخم خود را وارد بدن موجودات دیگر می‌کند و تخم‌ها شروع به رشد کرده و از موجودات میزبان تغذیه می‌کنند و این موضوع می‌تواند به مرگ موجود میزبان بیانجامد.

در الگوریتم به این صورت می‌باشد که یک عضو در اکوسیستم انتخاب می‌شود و یک عضو دیگر در اکوسیستم به عنوان طعمه قرار می‌گیرد. اگر مقدار تابع برازش عضو جدید بهتر از عضو قدیم باشد این عضو قدیم حذف می‌شود و عضو جدید جایگزین آن می‌گردد.

شبه کد الگوریتم

Algorithm *symbiotic organism search (SOS)*
Initialization
Repeat
Mutualism phase
Commensalism phase
Parasitism phase
Until termination criterion is met
End

الگوریتم ممتیک

الگوریتم ممتیک، یک الگوریتم مبتنی بر جمعیت است که برای مسایل بهینه‌سازی پیچیده و بزرگ مورد استفاده قرار می‌گیرد. ایده اصلی این الگوریتم، به کارگیری یک روش جستجوی محلی در درون ساختار الگوریتم ژنتیک برای بهبود کارآیی فرایند تشدید هنگام جستجو است.

جستجوی محلی به کارگرفته شده در الگوریتم ممتیک، می‌تواند ضعف روش‌های تکاملی همچون الگوریتم ژنتیک را در تشدید فرایند جستجو رفع کند. الگوریتم ممتیک در ابتدا، مجموعه‌هایی از جواب‌های اولیه را رمزگذاری می‌کند. آنگاه این الگوریتم میزان مطلوبیت هر یک از جواب‌ها را بر اساس یک تابع برازندگی محاسبه کرده و با استفاده از عملگرهایی چون تقاطع و جهش، جواب‌های جدیدی را تولید می‌کند. در پایان، هر نسل روی مجموعه‌هایی از جواب‌های آن نسل، یک جستجوی محلی با هدف تشدید فرایند جستجو انجام می‌شود تا کیفیت جواب-های بهینه محلی افزایش یابد. در این مطالعه، الگوریتم جستجوی موجودات همزیست به عنوان جستجوی محلی در ساختار الگوریتم ژنتیک به کار رفته است.

مدل AR

در این مطالعه، از مدل AR خطی برای پیش‌بینی سری زمانی استفاده می‌شود که به صورت زیر می‌باشد.

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1 (Y_{t-1} - \delta) + \alpha_2 (Y_{t-2} - \delta) + \ldots + \alpha_p (Y_{t-p} - \delta) + U_t$$

که در آن δ میانگین Yمی‌باشد و به طور کلی، این یک فرآیند خودرگرسیون از مرتبه Pام می‌باشد.

شبکه‌های عصبی

شبکه عصبی مصنوعی یک سامانه پردازشی داده‌ها است که از مغز انسان ایده گرفته و پردازش داده‌ها را به عهده‌ی پردازنده‌های کوچک و بسیار زیادی سپرده که به صورت شبکه‌ای به هم پیوسته و موازی با یکدیگر رفتار می‌کنند تا یک مسئله را حل نمایند. در این شبکه‌ها به کمک دانش برنامه نویسی، ساختار داده‌ای طراحی می‌شود که می‌تواند همانند نورون عمل کند. که به این ساختار داده گره گفته می‌شود. بعد با ایجاد شبکه‌ای بین این گره‌ها و اعمال یک الگوریتم آموزشی به آن، شبکه را آموزش می‌دهند. در این حافظه یا شبکه‌ی عصبی گره‌ها دارای دو حالت فعال (روشن یا ۱) و غیرفعال (خاموش یا ۰) اند و هر یال (سیناپس یا ارتباط بین گره‌ها) دارای یک وزن

می‌باشد. یال‌های با وزن مثبت، موجب تحریک یا فعال کردن گره غیر فعال بعدی می‌شوند و یال‌های با وزن منفی، گره متصل بعدی را غیر فعال یا مهار (در صورتی که فعال بوده باشد) می‌کنند.

سیستم فازی عصبی

مدل‌های فازی عصبی که توسط راگر جانگ[۷] در سال ۱۹۹۳ گسترش یافت، برای تسهیل فرآیند یادگیری و انطباق، منطق فازی را با شبکه‌های عصبی مصنوعی ترکیب می‌نماید که یکی از متداول‌ترین سیستم‌های عصبی فازی، انفیس می‌باشد. انفیس یک سیستم استنتاج فازی از نوع سوگنو است که بر اساس یک سری از داده‌های آموزشی موجود از فرآیند مربوطه قواعد آن بدست آمده و مقادیر بهینه پارامترهای آن تعیین می‌شود و در نهایت خود را با داده‌های آموزشی تطبیق می‌دهد. در واقع، در مدل-های فازی عصبی برای حل مشکل شناسایی پارامترهای سیستم استنتاج فازی، از یک شبکه تطبیقی که حالت تعمیم یافته یک شبکه عصبی پیشرو چند لایه است، استفاده می‌شود. یک شبکه تطبیقی، ساختار پیشرو چند لایه است که رفتار کلی خروجی آن به وسیله مقدار یک مجموعه از پارامترهای قابل اصلاح تعیین می‌گردد. با استفاده از این شبکه عصبی تطبیقی، مشکل اصلی استفاده از سیستم استنتاج فازی که همان به دست آوردن قواعد" اگر-آنگاه " فازی و بهینه‌سازی پارامترهای مدل است برطرف می‌گردد. معمول‌ترین نوع سیستم استنتاج فازی که قابلیت قرارگیری در یک شبکه تطبیقی را دارا است، سیستم فازی تاکاگی- سوگنو است که خروجی آن یک رابطه خطی است و پارامترهای آن را می‌توان با ترکیب روش‌های حداقل مربعات خطا و انتشار خطا به عقب بر اساس کاهش گرادیان برآورد نمود.

۳- پیشینه مطالعه

صلاحی و همکاران[۸] (۲۰۱۴) به بررسی و مقایسه دو الگوریتم حرکت تجمعی ذرات تعدیل شده و الگوریتم جستجوی هارمونیک تعدیل شده در بهینه-سازی پرتفوی با مدل میانگین-واریانس محدود می-پردازند. نتایج حاصل از این الگوریتم‌ها در بهینه‌سازی ۳۱ تا ۲۲۵ دارایی نشان داد که الگوریتم جستجوی هارمونیک تعدیل شده نسبت به الگوریتم حرکت تجمعی ذرات تعدیل شده از سرعت عملکرد بهتری برخوردار بوده است. توبا و بکانین[۹] (۲۰۱۴) در مطالعه‌ای به بررسی و مقایسه الگوریتم ارتقا یافته کرم شب‌تاب و روش‌های فرا ابتکاری هوش جمعی می-پردازند. نتایج مطالعه نشان می‌دهد که گرچه الگوریتم کرم شب‌تاب اصلی نتایج خوبی نشان نمی‌دهد، اما با تعدیل این روش و مقایسه روش جدید با ۵ روش هوش جمعی، روش تعدیل شده نتایج بهتری نسبت به بقیه روش‌ها نشان می‌دهد. چِن[۱۰] (۲۰۱۵) در مطالعه‌ای به بررسی الگوریتم کلونی زنبورهای در بهینه‌سازی پرتفوی می‌پردازد. بازده دارایی‌های ریسکی در این مطالعه، اعداد فازی می‌باشند و مدل این مطالعه، میانگین نیم‌واریانس با محدودیت‌های کاردینال، سقف و کف اوزان سهام و هزینه مبادلات می‌باشد. سپس، الگوریتم مطالعه، به دلیل بهتر شدن عملکرد تعدیل شد. در نهایت، اثربخشی الگوریتم با یک سری مثال عددی مورد آزمایش قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که این الگوریتم توانسته عملکرد بسیار مطلوبی را به دست بیاورد. کمیلی و رافی[۱۱] (۲۰۱۶) در مطالعه‌ای به بررسی الگوریتم خفاش در حل مسئله بهینه‌سازی پرتفوی با محدودیت کاردینال می‌پردازند. در آن مطالعه، آنها از شاخص بازار چهار کشور مختلف استفاده می‌نمایند و در نهایت به این نتیجه می‌رسند که الگوریتم خفاش در حل آن مسئله می‌تواند کارایی خوبی داشته باشد.

حنفی‌زاده و همکاران (۱۳۸۶) در مطالعه‌ای به بررسی و مقایسه توان پیش‌بینی مدل AR و مدل شبکه‌های عصبی در پیش‌بینی نرخ تورم در ۳۰ سال می‌پردازند. نتایج نشان می‌دهد که شبکه عصبی در مقایسه با مدل AR در پیش‌بینی سری‌های زمانی مورد نظر، از عملکرد بهتری برخوردار می‌باشد.

منجمی و همکاران (۱۳۸۸) در مطالعه‌ای به بررسی شبکه عصبی فازی و عصبی مصنوعی در پیش-بینی قیمت سهام پرداختند. نتایج نشان داد که شبکه فازی عصبی به نسبت خیلی بهتر از شبکه عصبی مصنوعی در پیش‌بینی قیمت سهام است.

راعی و محمودی آذر (۱۳۹۳) در مطالعه‌ای به بررسی و مقایسه مدل ARIMA، شبکه عصبی و نویززدایی موجک در پیش‌بینی بازده آتی بازار سهام پرداختند. نتایج حاصل از مطالعه نشان داد که با استفاده از تبدیل موجک در شبکه عصبی داده‌های نویزدار با خطای کمتری پیش‌بینی شدند.

کریمی و همکاران (۱۳۹۳) در مطالعه‌ای به بررسی بهینه‌سازی پرتفویی متشکل از ۳۰ سهم با استفاده از الگوریتم ممتیک می‌پردازد. نتایج حاصل ازآن پژوهش نشان میدهد که الگوریتم ممتیک کارایی خود را در حل مساله انتخاب سبد بهینه مانند سایر مسائل بهینه‌سازی ترکیبی نشان میدهد.

اسلامی بیدگلی و طیبی ثانی (۱۳۹۳) در مطالعه-ای به بررسی بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از الگوریتم ممتیک مورچگان می‌پردازند. نتایج حاصل از بکارگیری الگوریتم، حاکی از آن است که الگوریتم ترکیبی درتمامی حالت‌های مورد بررسی در این تحقیق نتایجی بهتر از نتایج بدست آمده توسط الگوریتم ژنتیک به تنهایی بدست می‌آورد. کریمی و همکاران (۱۳۹۳) در مطالعه‌ای به بررسی بهینه‌سازی پرتفویی متشکل از ۳۰ سهم با استفاده از الگوریتم ممتیک می-پردازد. نتایج حاصل از پژوهش نشان می‌دهد که الگوریتم ممتیک کارایی خود را در حل مساله انتخاب سبد بهینه مانند سایر مسائل بهینه‌سازی ترکیبی نشان میدهد. بیهقی و همکاران (۱۳۹۴) در مطالعه‌ای به بررسی الگوریتم کلونی زنبورها در بهینه‌سازی پرتفوی می‌پردازند. بازده مورد انتظار دارایی‌ها در آن مدل، بازده‌های فازی می‌باشند، همچنین از ریسک نیم-واریانس به عنوان اندازه‌گیر ریسک استفاده شده است. محدودیت مورد استفاده در آن مطالعه محدودیت اوزان و کاردینال می‌باشد و در نهایت به نتیجه می-رسند که الگوریتم کلونی زنبورها نسبت به بقیه الگوریتم‌ها عملکرد بهتری دارد.

۴- مدل مسئله

به دنبال نظریه مارکوویتز، ما می‌توانیم بازده پرتفوی را بر اساس بازده مورد انتظار و ریسک را بر اساس واریانس پرتفوی بدست آوریم. و پرتفوی بهینه پرتفویی است که در یک سطح از بازده، دارای کمترین میزان ریسک باشد. مدل اصلی مارکوویتز به این صورت می‌باشد:

(۱)

$$Min\ \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j \sigma_{i,j}$$

Subject to:

(۲)

$$\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i = R^*$$

(۳)

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1$$

(۴)

$$x_i \geq 0.\ \forall i \in (1.2. \ldots . N)$$

که در سطر (۱)، x_i و x_j میزان وزن دو سهم i و j و همچنین σ نشان دهنده کوواریانس بین دو سهم i و j نیز می‌باشد. در سطر (۲)، R^* *به معنای مقدار بازده-ای مشخص می‌باشد، در سطر (۳)*، مدل بیانگر این است که مجموع وزن کل سهام در پرتفوی باید برابر با یک باشد و سطر (۴)، بیانگر آن است که مقدار وزن هر سهم می‌تواند عددی بین صفر تا یک شود (تا از فروش استقراضی جلوگیری شود).

در مدل مارکوویتز که سال ۱۹۵۲ شکل گرفت از واریانس برای اندازه‌گیری ریسک استفاده شده است. اما در سال ۱۹۵۹ خود مارکوویتز در مقاله‌ای به این موضوع می‌پردازد که استفاده از ریسک نیم‌واریانس برای اندازه‌گیری ریسک می‌تواند معیار بهتری باشد زیرا که بازدهی بالاتر از میانگین نه تنها برای سرمایه-گذاران به عنوان خطر تلقی نمی‌شود، بلکه خوشایند نیز می‌باشد. همچنین برای به دست آوردن مرزکارا

می‌توان از مدل زیر استفاده نمود. در مدل زیر، به جای به دست آوردن یک پرتفوی، مرزکارا به دست می‌آید:

$$Minimize\ \lambda\ (\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j S_{ij}) - (1-\lambda)(\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i)$$

$$Subject\ to:$$
$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1$$
$$x_i \geq 0\ \ (i = 1.2. \ldots . N)$$

در سطر (۱) به دنبال کمینه نمودن تابع هدف می‌باشیم که در این مسئله از نیم‌واریانس(S) به عنوان اندازه‌گیر ریسک استفاده می‌شود. در الگوی فوق λ پارامتری می‌باشد که در فاصله [۰، ۱] تغییر می‌نماید. به طوریکه با قرار دادن λ =۰ کل مقدار ضریب وزنی به بازده اختصاص پیدا می‌کند و بدون توجه به ریسک‌گریزی، پرتفوی دارای بیشترین بازده انتخاب می‌شود و با در نظر گرفتن λ =۱ کل ضریب وزنی به ریسک‌گریزی اختصاص داده می‌شود و پرتفوی دارای کمترین مقدار ریسک انتخاب می‌شود. در فاصله میان این دو پرتفوی هر دو عامل در پرتفوهای ایجاد شده نقش می‌یابند. در سطر (۲) بیان می‌شود که مجموع اوزان سهام مساوی با یک می‌باشد. و در نهایت در قسمت (۳) شرط بزرگتر از صفر بودن وزن هر سهم نیز نشان داده می‌شود (با این شرط فروش استقراضی از بین می‌رود).

در مسئله فوق برای محاسبه نیم‌کوواریانس از رابطه استرادا استفاده می‌شود. استرادا نیم‌کوواریانس تحت مقدار هدف بین دو سهم را به صورت زیر تعریف نموده است:

$$\sum_{ijB} = E\left\{Min\ (R_i - B.0).Min(R_j - B.0)\right\}$$

$$= \left(\frac{1}{T}\right).\sum_{t=1}^{T}[Min(R_{it} - B.0).Min(R_{jt} - B.0)]$$

که در آن B مقدار بازدهی بنچمارک مورد نظر سرمایه‌گذار می‌باشد. اگر به جای مقدار بازدهی مورد هدف (B)، میانگین بازده ($\bar{R}$) در فرمول فوق جایگزین شود، نیم‌کوواریانس تحت میانگین بدست می‌آید.

$$\sum_{ijB} = E\left\{Min\ (R_i - \bar{R}.0).Min(R_j - \bar{R}.0)\right\}$$

$$= \left(\frac{1}{T}\right).\sum_{t=1}^{T}[Min(R_{it} - \bar{R}.0).Min(R_{jt} - \bar{R}.0)]$$

امروزه با پیچیده‌تر شدن بازارهای مالی ممکن است محدودیت‌های بیشتری به مسئله انتخاب پرتفوی اضافه شود. محدودیت‌هایی که به این مدل اضافه شده است محدودیت وزن هر سهم می‌باشد که بنا به نیاز مقدار وزنی که هر سهم دارا می‌باشد می‌تواند میان مقادیر L و U باشد. مدل کامل این مقاله به صورت زیر می‌باشد:

$$Minimize\ \lambda\ (\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j S_{ij}) - (1-\lambda)(\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i)$$

$$Subject\ to:$$
$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1$$
$$L \leq x_i \leq U. i = 1.2. \ldots . N$$
$$x_i \geq 0\ \ (i = 1.2. \ldots . N)$$

تمامی سطرهای مسئله همانند مدل قبلی می‌باشد، با این تفاوت که در این مدل از دو مولفه L و U برای تعیین دامنه وزن هر سهم استفاده شده است. کمترین وزنی که یک سهم می‌تواند داشته باشد مقدار L است که برابر با ۰,۰۲۵ می‌باشد و بیشترین وزنی که یک سهم می‌تواند داشته باشد برابر با U است که مقداری برابر با ۰,۳۵ را دارا می‌باشد.

برای حل دقیق چنین مسائلی الگوریتم‌های موثر و کارایی در برنامه‌ریزی ریاضی وجود ندارد. به همین دلیل، در این مطالعه، از دو الگوریتم جستجو محور فرا ابتکاری جستجوی موجودات همزیست و الگوریتم ممتیک آن استفاده شده است که در نهایت، هدف، بدست آوردن مرزکارا با استفاده از این دو الگوریتم و مقایسه آنها می‌باشد. سپس مدل AR، شبکه عصبی و

سیستم فازی عصبی را در پیش‌بینی بازده مورد انتظار مورد مقایسه قرار می‌دهیم.

شاخص سورتینو

اگر در ارزیابی عملکرد به جای انحراف معیار از معیار ریسک نامطلوب استفاده کنیم، شاخص سورتینو حاصل می‌شود. در واقع اگر x را متغیر بازده پرتفوی، μ میانگین و r حداقل نرخ بازده قابل قبول باشد، آنگاه شاخص سورتینو را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$SOR = \frac{(\mu - r)}{\sigma}$$

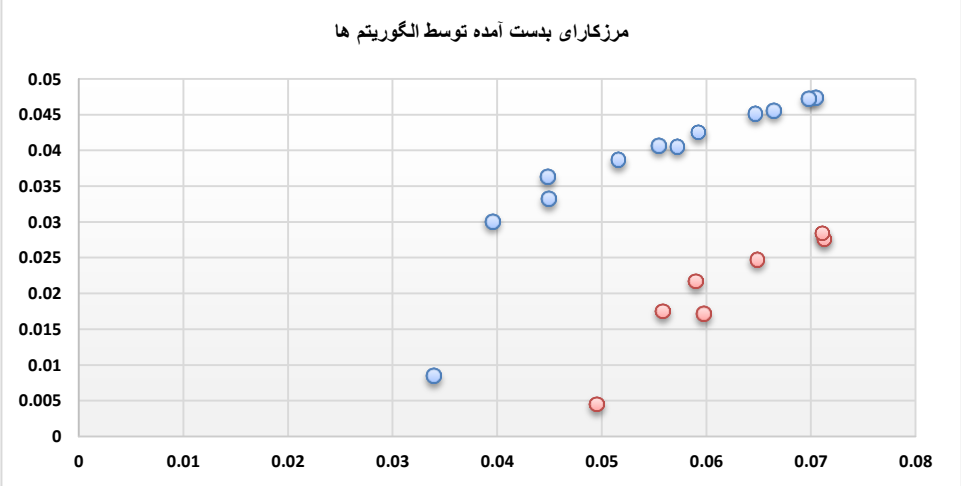
که در این فرمول σ نیم‌انحراف معیار بازده‌ها زیر نرخ هدف می‌باشد (سورتینو و پرایس[۱۲]، ۱۹۹۴).

در این مطالعه، نمونه مورد استفاده ۲۳ شرکتهای فعال‌تر بازار می‌باشند که از قیمت‌های پایانی آنها از تیرماه سال ۹۳ تا تیر ماه سال ۹۵ استفاده شده است.

نرم‌افزار مورد استفاده در این مطالعه نرم‌افزار Matlab و Excel می‌باشد.

۵- داده‌ها و نتایج تجربی

در این مطالعه، با استفاده از الگوریتم جستجوی موجودات همزیست و الگوریتم ممتیک و با استفاده از مدل مورد نظر، تعداد ۲۱ پرتفوی را بدست آوردیم و در نهایت با استفاده از نسبت سورتینو پرتفوهای مورد نظر را بایکدیگر مقایسه کردیم. الگوریتم ممتیک این تعداد پرتفوی را در حدود ۵۶۱,۶۵ ثانیه بدست آورده است و الگوریتم جستجوی موجودات همزیست همین تعداد پرتفوی را در ۲۴۶,۷۴ بدست آورده است. هر دو این الگوریتم‌ها پرتفوی‌های مورد نظر را با دقتی یکسان بدست آورده‌اند. مرزکارای بدست آمده توسط الگوریتم ممتیک به رنگ آبی و مرزکارای بدست آمده توسط الگوریتم جستجوی موجودات همزیست به رنگ قرمز می‌باشد.



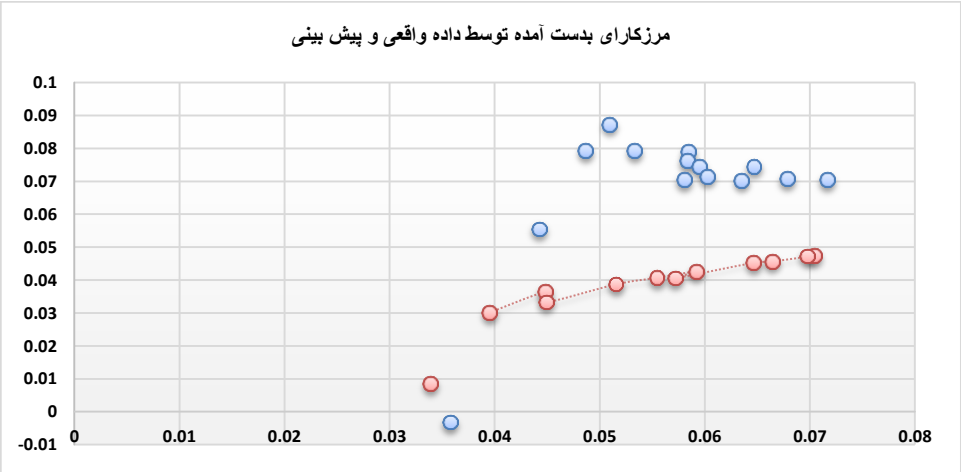
شکل ۱: مرزکارای بدست آمده توسط الگوریتم جستجوی همزیستی و الگوریتم ممتیک

همانطور که ملاحظه می‌نمایید، مدل مسئله با استفاده از دو الگوریتم به دست آمده است. اما این انتظار را داریم که مرزهای بدست آمده نسبت به مدل مارکوویتز بدون محدودیت کوتاه‌تر باشد. یعنی، نتواند پرتفوهایی با ریسک بالا را نشان دهد زیرا محدودیت مدل در این است که وزن هیچ سهمی بیشتر از ۳۵ درصد نشود. حال این پرتفوها را با استفاده از نسبت سورتینو مقایسه می‌نماییم. که بهترین پرتفوی را از هر الگوریتم به صورت زیر نشان می‌دهیم:

جدول ۱: مقایسه بهترین نسبت سورتینو بدست آمده از مرزکارای الگوریتم‌ها

	الگوریتم جستجوی همزیستی	الگوریتم ممتیک
بهترین نسبت سورتینو	۰,۲۳۲	۰,۵۴۳

همانطور که در این جدول نشان داده شده است، الگوریتم ممتیک برخلاف مدت زمان بیشتر، توانسته عملکرد بهتری را نشان دهد. عملکرد دو الگوریتم فوق نمی‌تواند این اطمینان را به ما بدهد که حداقل یکی از آنها توانسته بهینه سراسری را به دست آورد، اما از آنجایی که هدف این مطالعه مقایسه دو الگوریتم می‌باشد، تا همین اندازه که توانستیم تفاوت عملکرد دو الگوریتم را نشان دهیم، کافی می‌باشد. زیراکه در این مطالعه فقط به دنبال مقایسه الگوریتم‌ها می‌باشیم نه پیدا کردن بهینه سراسری. حال، با استفاده از مدل AR، شبکه عصبی و سیستم فازی عصبی به پیش‌بینی بازده مورد انتظار پرداخته می‌شود. در مدل AR به مقایسه معیار RMSE در وقفه‌های ۱ تا ۵ پرداخته شد که در نهایت بهترین (کوچکترین) میانگین مجذور خطا در وقفه ۲ دیده شد. در شبکه عصبی مورد نظر ترکیب ۱ تا ۱۰ نرون و ۱ تا ۳ وقفه مورد مقایسه قرار گرفت که در نهایت بهترین ترکیب نرون و وقفه، در ترکیب ۱۰ نرون و ۲ وقفه دیده شد. در سیستم فازی عصبی نیز سه الگوریتم متفاوت با یکدیگر مورد مقایسه قرار گرفتند که در نهایت روش گرادیان نزولی بهترین الگوریتم برای پیش‌بینی دیده شد. سپس، بهترین مقدار به دست آمده از هر مدل انتخاب شد که به ترتیب در مدل AR کمترین خطای به دست آمده یا (RMSE) برابر با ۰,۰۰۳۳، بهترین (RMSE) به دست آمده از شبکه عصبی ۰,۰۱۹ و بهترین (RMSE) به دست آمده از سیستم فازی عصبی برابر با ۰,۰۰۰۸۹ است. در نهایت، می‌توان به این نتیجه دست یافت که با استفاده از سیستم فازی عصبی می‌توان با خطای کمتری بازده مورد انتظار سهام مورد نظر را پیش‌بینی کرد. سپس با استفاده از سیستم فازی عصبی به پیش‌بینی بازده یک ماه بعد پرداخته شد (یعنی بازده پایان اسفند ماه ۹۵). حال ما دارای دو نوع بازده می‌باشیم (بازده پیش‌بینی شده و بازده واقعی موجود). حال با استفاده از الگوریتم ممتیک به تشکیل مرزکارای بازده‌های پیش‌بینی شده و بازده‌های واقعی پرداخته می‌شود که نتایج آن به صورت زیر می‌باشد:



شکل ۲: مرزکارای بدست آمده از داده‌های پیش‌بینی شده و داده‌های واقعی

مرزکارای قرمز رنگ که با خط به یکدیگر وصل شده‌اند، با استفاده از داده‌های واقعی و مرزکارای آبی رنگ با استفاده از داده‌های پیش‌بینی شده، بدست آمده است. همانطور که ملاحظه می‌نمایید این دو مرزکارایی در نقاط کم‌ریسک بسیار به یکدیگر نزدیک می‌باشند. پس می‌توان نتیجه گرفت که با استفاده این مدل پیش‌بینی می‌توان بر روی پرتفوهای کم ریسک سرمایه‌گذاری نمود تا بتوان با اطمینان بیشتری دارایی‌ها را تخصیص داد.

۶- نتیجه‌گیری

در این مطالعه، با استفاده از الگوریتم جستجوی موجودات همزیست و الگوریتم ممتیک جستجوی موجودات همزیست به بررسی مدل میانگین نیم واریانس مقید پرداخته شد و در نهایت مشخص شد که الگوریتم ممتیک بر خلاف استفاده از زمان بیشتر، توانسته عملکرد بهتری را به نمایش گذارد. سپس با استفاده از مدل AR شبکه عصبی و سیستم فازی عصبی نسبت به پیش‌بینی بازده سهام مورد نظر اقدام شد. مدل AR در وقفه‌های متعددی مورد بررسی قرار گرفت همچنین شبکه عصبی با نرون‌ها و وقفه‌های متعددی نیز مورد بررسی قرار گرفت و سیستم فازی عصبی نیز به همین ترتیب با الگوریتم‌های متفاوت بررسی شد و در نهایت بهترین نتایج به دست آمده از هر روش با یکدیگر مورد مقایسه قرار گرفت که در نهایت، معلوم شد سیستم فازی عصبی توانسته با خطای کمتری بازده سهام مورد نظر را پیش‌بینی نماید. سپس با استفاده از سیستم فازی عصبی به پیش‌بینی بازده یک ماه بعد سهام مورد نظر پرداخته شد و سپس با استفاده از الگوریتم منتخب مطالعه مورد نظر (الگوریتم ممتیک) یک مرزکارا برای بازده-های پیش‌بینی شده بدست آورده شد و با مرزکارای بدست آمده از داده‌های واقعی مورد مقایسه و بررسی قرار گرفت. نتایج حاکی از آن بود که در ریسک کم مرزکارای به دست آمده از داده‌های واقعی و داده‌های پیش‌بینی شده تقریبا در یک محدوده قرار دارند و می‌توان اینطور نتیجه گرفت که در ریسک کم می‌توان با استفاده از سیستم فازی عصبی پیش‌بینی خوبی را نسبت به آینده داشت و می‌توان با اطمینان بیشتری دارایی‌های موجود را تخصیص داد زیراکه این سیستم توانسته در سطح ریسک پایین، مقدار بازده سهام مورد نظر را به خوبی پیش‌بینی نماید. نتیجه این مطالعه در بخش بهینه‌سازی پرتفوی، نتایج به دست آمده از مطالعات دیگر را همانند مطالعه بیدگلی و طیبی ثانی، کریمی و همکاران تایید می‌کند به این معنی که در این مطالعه هم نتیجه بر آن بود که یک الگوریتم ترکیبی مانند الگوریتم ممتیک به کار رفته در این مطالعه از یک الگوریتم مفرد عملکرد بهتری دارد و همچنین طبق مطالعات گذشته در مدل‌های پیش-بینی، مانند مطالعه راعی و محمودی آذر، منجمی و همکاران سیستم فازی عصبی عملکرد بهتری نسبت به بقیه روش‌های پیش‌بینی دیگر در این مطالعه دارد.

فهرست منابع

* اسلامی بیدگلی، غلامرضا؛ وافی ثانی، جلال. (۱۳۸۸). " بهینه‌سازی و بررسی اثر میزان تنوع بر عملکرد پرتفوی با استفاده از الگوریتم مورچگان" فصلنامه بورس اوراق بهادار تهران، ۵، ۵۷-۷۵.
* بیهقی، هدیه؛ عزیززاده؛ آقابابایی، محمدابراهیم. (۱۳۹۴). " بررسی تاثیر بازده های فازی در کارآیی پرتفوی بهینه مقید در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از الگوریتم کلونی زنبور". پایان نامه کارشناسی ارشد.
* راعی، رضا؛ علی بیگی، هدایت. (۱۳۸۹). " بهینه-سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات" تحقیقات مالی، ۲۹، ۴۰-۲۱.
* راعی، رضا؛ محمدی، شاپور؛ علی بیگی، هدایت. (۱۳۸۹). " بهینه‌سازی سبدسهام با رویکرد میانگین- نیم‌واریانس» و با استفاده از روش جستجوی هارمونی" پژوهش‌های مدیریت در ایران، ۳، ۱۲۸-۱۰۵.

* صفوی، علی اکبر؛ پورجعفریان، نرگس؛ صفوی، علی. (۱۳۹۳). " بهینه‌سازی بر پایه الگوریتم‌های فرا ابتکاری". نشر: مهرگان
* فشاری، مجید؛ آقابابایی، ابراهیم، مظاهری فر، پوریا. (۱۳۹۴). " بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از الگوریتم ممتیک و مقایسه آن با الگوریتم‌های تشکیل دهنده" پایان نامه کارشناسی ارشد.
* Bacanin, Tuba, M., & Nebojsa. (2014). Upgraded Firefly Algorithm for Portfolio Optimization Problem. UKSim-AMSS 16th International Conference on Computer Modelling and Simulation.
* Chen, M.-Y., & Prayogo, D. (2014). Symbiotic Organisms Search: A new metaheuristic optimization. Computers and Structures.
* Markowitz, H.M. (1952). Portfolio Selection. Jornal of Finance: 77-91, 1952.
* Markowitz, H.M. (1959). Portfolio Selection: Efficient diversification of investments. John Wiley & Sons.
* Salahi, M., Daemi, M., Lotfi, S., & Jamalian, A. (2014). PSO and Harmony Search Algorithms for Cardinality Constrained Portfolio Optimization Problem. Advanced Modeling and Optimization, 559-573.
* Tsay, R. (2010). Analysis of Financial Time Series. wiley.
* Tuba, M., & Bacanin, N. (2014). Artificial bee colony algorithm hybridized with firefly metaheuristic for cardinality constrained mean-variance portfolio problem. Applied Mathematics & Information Sciences.
* Tuba, M., Brajevic, I., & Jovanovic, R. (2013). Hybrid seeker optimization algorithm for global optimization. Applied Mathematics & Information Sciences, 867-875

یادداشت‌ها

[1]. NP Hard
[2]. Symbiotic Organisms Search Algorithm
[3]. De Bary
[4]. Mutual behavior
[5]. Commensalistic behavior
[6]. Parasitistic behavior
[7]. Rogger Jang
[8]. Salahi & et al.
[9]. Tuba, M., & Bacanin, N
[10]. Chen
[11]. Kamili, H, Raffi
[12]. Sortino & Price