فصلنامه علمی پژوهشی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
سال ششم، شماره هجدهم
تابستان ۱۳۹۲

رویکردی جدید برای تخمین پارامتر حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی مالی

سیدمحمد سیدحسینی[۱]
مسعود باباخانی[۲]
سیدمحمد هاشمی‌نژاد[۳]
سیدبابک ابراهیمی[۴]

تاریخ دریافت: ۹۱/۶/۱۲ تاریخ پذیرش: ۹۱/۱۲/۲۰

چکیده

هنگامی که مشاهدات گذشته با آینده دور همبستگی بالایی داشته و رابطه آن‌ها غیرقابل چشم‌پوشی است سری زمانی موردمطالعه دارای ویژگی حافظه بلندمدت است. سنجش وجود حافظه بلندمدت در یک سری زمانی کاربردهای فراوانی در حوزه‌های مختلف مالی دارا می‌باشد و روش‌های مختلفی برای تخمین آن شکل گرفته است که هر یک از این روش‌ها از نواقصی برخوردار می‌باشد. رویکر بوتسترپ که در این مقاله برای محاسبه پارامتر حافظه بلندمدت به کار گرفته شد تقریب خوبی برای توزیع نمونه‌گیری در راستای تخمین پارامتر حافظه را شکل می‌دهد. این رویکرد با محدودیت‌های کمتری مواجه است و قادر است بخش عظیمی از مشکلات روش‌های گذشته را مرتفع نماید. در این پژوهش از داده‌های روزانه شاخص قیمت بورس اوراق بهادار ایران (تهران) در در بازه زمانی دسامبر ۲۰۰۶ الی ژوئن ۲۰۱۰ برای برآورد پارامتر حافظه بلندمدت استفاده شد و نتایج حاصل نشان‌دهنده بهبود تخمین پارامتر حافظه بلندمدت بود.

واژه‌های کلیدی: حافظه بلندمدت، سری زمانی، بوتسترپ.

۱- استاد دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران (seyedhosseini@iust.ac.ir)
۲- استادیار دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران (m.babakhani@iust.ac.ir)
۳- مدیر توسعه فرهنگ سرمایه‌گذاری بورس اوراق بهادار تهران (hasheminejad@tse.ir)
۴- دانشجوی دکتری مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران (مسئول مکاتبات) (b_ebrahimi@iust.ac.ir)

۱- مقدمه

بررسی مطالعات گذشته نشان می‌دهد که دیدگاه غالب در توصیف رفتار بازارهای مالی این بوده که بسیاری از سری‌های زمانی مبتنی بر داده‌های اقتصادی، به خصوص سری‌های بازارهای پولی و مالی، از فرآیندی تصادفی پیروی می‌کنند و در نتیجه تغییرات آن‌ها قابل پیش‌بینی نیست. وجود حافظه بلندمدت در بازارهای مالی، شکل ضعیف فرضیه کارایی بازار را نقض کرده، همچنین در مدل‌های خطی قیمت‌گذاری تردید ایجاد می‌کند و بیانگر آن است که در قیمت‌گذاری باید از مدل‌های غیرخطی استفاده کرد(بارکولاس و بوام، ۲۰۰۰). اکثر سری‌های زمانی مالی، نامانا[۱] هستند، اگرچه نیاز نیست که چندین تفاضل[۲] از آن گرفته شود، ولی الزاما گرفتن اولین تفاضل و سپس استفاده از یک مدل ARMA، بهترین روش ممکن نیست. در تجزیه و تحلیل باکس- جنکینز[۳] فرض بر این است که اگر سری زمانی نامانا باشد، اولین تفاضل‌گیری از آن تا زمانی که اجزای فصلی وجود نداشته باشند، باعث می‌گردد که سری زمانی رفتار قابل قبولی داشته باشد. همچنین امید می‌رود که تفاضل‌گیری به سرعت خودهمبستگی‌ها[۴] را محو کرده و رفتار سری زمانی فاقد الگو شود، که در این صورت می‌توان آن را با یک مدل مانای ARMA که قابلیت وارونه‌شوندگی[۵] دارد به خوبی تشریح نمود. البته واضح است که همواره چنین حالتی رخ نمی‌دهد، هنگامی که از تفاضل‌گیری استفاده می‌کنیم احتمال از دست رفتن بخشی از اطلاعات مهم موجود در سری زمانی وجود دارد اما اگر از یک سری بیش از حد لازم تفاضل‌گیری[۶] شود، رفتار واریانس سری تحت تاثیر قرار خواهد گرفت. در یک سری نامانا داده‌ها تمایل به پراکندگی دارند و خودهمبستگی نمونه به کندی محو می‌شود. دوره‌نگار[۷] به طور کامل تحت تاثیر اجزایی قرار دارد که دارای فراوانی کمی هستند. با گرفتن اولین تفاضل ملاحظه می‌شود که خودهمبستگی‌ها باسرعت بیشتری محو می‌شوند، ولی به نظر می‌رسد که همچنان الگوهای روند وجود دارند. با بررسی دوره‌نگار در می‌یابیم که بیشتر در حول فراوانی صفر متمرکز شده است. این امر نشان می‌دهد که سری دارای الگوی شبیه به نقشه‌های زمانی می‌باشد. هنگامی که برای بار دوم اقدام به تفاضل‌گیری می‌کنیم، مشاهده می‌شود که سری $\Delta^2 x$ تقریبا فاقد الگوی رفتاری می‌شود و تقریبا هیچ قدرتی حول فراوانی صفر وجود ندارد، این بدین معناست که اجزایی که دارای فراوانی کمی هستند نه تنها تضعیف شده‌اند، بلکه به طور کامل از بین رفته‌اند و از آن‌ها صرف‌نظرشده است. این امر باعث می‌شود که پیش‌بینی بلندمدت بسیار سخت شود. قدرت طیفی کمی که در اطراف فراوانی صفر مشاهده می‌شود حاکی از آن است که $\Delta^2 x$ فاقد قابلیت وارونه شوندگی است. تمامی این موارد حاکی از این است که داده‌ها بیش از اندازه مورد تفاضل‌گیری قرار گرفته‌اند. بنابراین مطلوب است تعداد تفاضل‌گیری (d) بین ۱ و ۲ باشد. مورد دیگری که ناکارآمدی مدل‌های ARMA برای برخی از سری‌های زمانی مانا را مشخص ساخته و استفاده از مدل‌های حافظه بلندمدت را پیش از پیش ضروری می‌سازد، نقض قضیه حدمرکزی است. اگر $x_0,\dots,x_{n-1}$ متغیرهای تصادفی مستقلی بوده و دارای توزیع یکسان (iid) و واریانس متناهی باشند، آنگاه میانگین نمونه ($\overline{x}$) مجانبا نرمال بوده و واریانس آن متناسب با $\frac{1}{n}$ خواهد بود. استنباط‌های استاندارد

آماری (فاصله اطمینان، آزمون‌های فرض و غیره) برای میانگین μ، بر اساس همین قضیه شکل می‌گیرند. حتی اگر متغیرها (iid) هم نباشند، درصورتی که اتوکواریانس‌ها به سرعت محو شوند، قضیه حد مرکزی برقرار خواهد بود. بررسی‌هایی که بر روی فرآیندهای ARMA معکوس‌پذیر و مانا صورت پذیرفته، نشان می‌دهد که در این فرآیندها اتوکواریانس به سرعت و به طور نمایی (تصاعدی) به سمت صفر محو می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که اگرچه سری‌های زمانی مشاهده شده ظاهرا مانا هستند ولی به دلیل این که واریانس $\bar{x}$ با سرعتی کمتر از $\frac{1}{n}$ به سمت صفر حرکت می‌کند، قضیه حدمرکزی نقض می‌شود. به طورمعمول نمودار لگاریتم واریانس $\bar{x}$ و لگاریتمn، خطی بوده و دارای شیبی بین ۰ و ۱- است. مثالی مشهور در این باره، محدوده سالانه سطح آب رودخانه نیل است که واریانس آن تقریبا با سرعت n^{-2} کاهش می‌یابد. مندلبروت و والیس (۱۹۶۹) رفتار مشابهی را در تعداد زیادی از سری‌های زمانی ژئوفیزیک مانند بارندگی، فرکانس‌های زلزله و لکه‌های خورشیدی ملاحظه نمودند. در واقع اگر واریانس $\bar{x}$ با نسبتی کمتر از $\frac{1}{n}$ به سمت صفر حرکت کند، استنباطی که از اندازه میانگین (μ) خواهیم داشت اشتباه (غیرمحافظه‌کارانه[8]) خواهد بود. با انجام مطالعات تجربی بیشتر بر روی این پدیده مشخص شد که اگرچه خود همبستگی‌ها به تنهایی بزرگ نیستند ولی هنگامی که با هم همراه می‌شوند –حتی در صورت وجود وقفه‌های بزرگ– می‌توانند فرضیه‌هایی که برای برقراری قضیه حدمرکزی موردنیاز هستند را نقض کنند(محمودی و همکاران، ۲۰۱۰). تجزیه و تحلیل‌های نظری نشان می‌دهد که اگر اتوکواریانس با سرعت کمی به سمت صفر محو شود، قضیه حدمرکزی نقض می‌شود. فرض کنید که برای (d) غیرصفر و متعلق به بازه $(-0.5,0.5)$ داریم $c \approx kr^{2d-1}$ در این حالت همبستگی غیر قابل اغماضی حتی میان گذشته و آینده وجود خواهد داشت. می‌توان نشان داد که این شرایط معادل تعریفی است که در ادامه از سری‌های زمانی دارای حافظه بلندمدت ارائه خواهیم داد.

از آن‌جا که حافظه بلندمدت موجب وابستگی بازده دارایی با بازده‌های قبلی (دوره t و t-k) می‌شود، نشان دهنده وجود پارامتری قابل پیش‌بینی در دینامیک سری زمانی است. وجود این ویژگی دلیلی بر رد شکل ضعیف فرضیه کارائی بازار است. این مساله به ویژه در مدل‌سازی خطی حادتر است. ضعف روش‌های خطی در پیش‌بینی درازمدت و تشخیص الگوهای موجود در داده‌های سری زمانی غیرخطی مشخص، سبب شده است تا در اقتصادسنجی کاربردی با استفاده از روش‌های غیرخطی به حل این مساله بپردازند که در این روش‌ها نیز تخمین پارامتر حافظه از اهمیت بالایی برخوردار است چراکه سنجش وجود حافظه بلندمدت در یک سری زمانی کاربردهای فراوانی در حوزه‌های مختلف مالی دارا می‌باشد و هدف این پژوهش ارائه روش جدید برای تخمین پارامتر غیرخطی حافظه بلندمدت در سری های زمانی مالی است که نواقص روش‌های پیشین را نداشته و بتواند هنگامی که از داده‌های پرتناوب استفاده می‌شود، نتایج بهتری ایجاد نماید.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

مدل‌های حافظه بلندمدت در ابتدا با عنوان یکپارچگی کسری[9] توسط گرنجر و جویکس (۱۹۸۰) به ادبیات اقتصادسنجی معرفی شدند ولی یکی از اولین کسانی که مدل‌های حافظه بلندمدت را برای سری‌های زمانی پیشنهاد نمود، دکتر کاکس بود، وی هنگامی که در صنعت پارچه مشغول به کار بود از این مدل‌ها برای تشریح تغییرات قطر نخ استفاده نمود[۱۰]. این مدل‌ها توسط کولموگروف[10] ابداع شدند و به دلیل ارتباطی که با فراکتال‌ها داشتند توسط مندلبروت عمومیت یافتند. حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی را می‌توان به صورت خودهمبستگی بین وقفه‌های طولانی، بیش از صدها دوره زمانی، تعریف کرد(تولوی،۲۰۰۳). مدل‌های حافظه‌بلندمدت نشان‌دهنده ساختار غیرخطی بازارهای سرمایه است و در نتیجه نشان می‌دهد که الگوهای خطی در توصیف ماهیت واقعی این بازارها ناکارامد هستند. ساختار غیرخطی بازار سرمایه موجب می‌شود تا پیش‌بینی آن مشکل شود (جین، ۲۰۰۷). خود همبستگی‌های یک سری انباشته I(1) و I(2) در وقفه‌های طولانی نیز به شکل ماندگاری باقی می‌ماند. یک سری زمانی دارای حافظه بلندمدت را می‌توان با تابع خود همبستگی(ACF) آن که با نرخ هیپربولیک (شبه هذلولی) کاهش می-یابد، مشخص کرد. نرخ کاهشی هیپربولیک بسیار کندتر و آهسته‌تر از نرخ کاهشی تابع خودهمبستگی سری زمانی‌ای است که حافظه‌ی کوتاه‌مدت دارد و بطور معمول با نرخی نمایی به میرایی رفته و مقادیر بالای خود همبستگی تنها بعد از چند وقفه از بین می‌رود. برخی فرایندها رفتاری بین این دو مورد را نشان می‌دهند(کشاورزحداد و همکاران،۱۳۹۰). آنها به وضوح نامانا هستند؛ با این وجود، زمانی که از آنها تفاضل‌گیری می‌شود، این ویژگی را دارند که به طور یک در میان همبستگی‌های مثبت و منفی نشان دهند. اما داده‌هایی که از آنها تفاضل‌گیری نشده است، در وقفه‌های بسیار دور هم خود همبستگی‌های معناداری نشان می‌دهند (گرین، ۲۰۰۳). این فرآیندها، فرآیندهای با حافظه بلندمدت نامیده می‌شود و یکی از رایج‌ترین روش‌ها برای اندازه‌گیری و سنجش حافظه بازارها، براورد پارامتر انباشتگی کسری[11] (d) در آنها می‌باشد. در بیان‌های مختلف ادبیات اقتصادسنجی، اگر سری زمانی $\{Y_t\}$ با توابع خود همبستگی ρ_j در وقفهJ، را داشته باشیم؛ مطابق نظر مک لئود و هیپل (۱۹۷۸)، فرآیند دارای حافظه بلندمدت خواهد بود، اگر :

$$\lim \sum_{j=-n}^{n} \left|\rho_j\right| = \infty \qquad (۱)$$

حافظه بلندمدت را می‌توان با تصریح میرایی هیپربولیک اتوکوواریانس‌ها به شکل رابطه(۲) نیز تعریف نمود(ویلفردو، ۲۰۰۷):

$$c(h) \approx k(h).r^{2d-1} \qquad (۲)$$

وقتی که $h \to \infty$. d پارامتر حافظه بلندمدت و $k(h)$ یک تابع با تغییر آهسته است. به منظور اثبات این موضوع از ارتباط میان دوره‌نگار $I(\omega)$ و اتوکواریانس‌های نمونه $(\hat{c}_r)$ به شکل رابطه (۳) استفاده می‌کنیم:

$$I(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{|r|<n} \hat{c}_r e^{(ir\omega)} \qquad (۳)$$

بنابراین اگر فراوانی صفر باشد داریم :

$$I(0) = \frac{1}{2\pi n} \left| \sum_{t=0}^{n\;1} x_t \right|^2 = \frac{n}{2\pi} \bar{x}^2 = \frac{1}{2\pi} \sum_{|r|<n} \hat{c}_r \qquad (۴)$$

برای ساده‌تر شدن موضوع فرض می‌کنیم که $E[x_t]=0$، در این صورت رابطه به شکل ساده شده (۷) قابل بازنویسی است؛

بنابراین زمانی که $k(h)=2k\int_0^1(1-h)h^{2d-1}dh$ ثابت باشد، $Var\bar{x}\approx k(h).n^{2d-1}$ می‌باشد که هم‌ارز با رابطه (۲) می‌باشد. در صورتی که $d>0$ باشد، اتوکواریانس‌ها به قدری آرام به سمت صفر محو می‌شوند که جمع‌پذیر نخواهند بود، به عنوان مثال $\sum_r |c_r| = \infty$ و واریانس $\bar{x}$ نیز با سرعتی کمتر از $\frac{1}{n}$ به سمت صفر محو می‌شود. اگر $d<0$ باشد اتوکواریانس‌ها جمع‌پذیر خواهند بود ؛ $\sum_r |c_r| < \infty$؛ ولی همچنان آهسته‌تر از نرخ نمایی که توسط فرآیندهای ARMA مانای معکوس‌پذیر به دست می‌آید به سمت صفر محو می‌شوند. بر این اساس چنان‌چه بخواهیم هم مانایی سری را داشته باشیم و هم دچار مشکلات ناشی از بیش تفاضل‌گیری نشویم لازم است تفاضل‌گیری کسری انجام دهیم. اگر d پارامتر تفاضل‌گیری کسری باشد، سری زمانی غیرپایای x_t را که در رابطه (۸) نمایش داده شده است را با روش زیر می‌توان مانا نمود.

که در آن L عملگر وقفه و ε_t سری زمانی مانا شده است. بسط مک لورن $(1-L)^d$ به صورت رابطه (۹) می‌باشد:

برای هر عدد واقعی $d>-1$، عبارت (۹) را می‌توان بر اساس یک تابع فوق هندسی به شکل رابطه (۱۰) نوشت.

اگر $d=0$ باشد سری مانا بوده و تابع خود همبستگی آن به سرعت به صفر میل خواهد کرد. چنانچه $d=1$ باشد سری تحت بررسی گام تصادفی خواهد بود و مقدار تابع خود همبستگی آن یک بوده و با اولین تفاضل‌گیری پایا می‌شود. اما اگر عامل تفاضل‌گیری d عددی غیرصحیح باشد، هر کدام از عناصر سری تفاضل‌گیری کسری شده w_t در واقع مجموع وزنی عناصر سری اولیه یعنی x_t خواهد بود. مثلاً، iامین عنصر سری تفاضل‌گیری کسری شده نه فقط با x_i و x_{i-1} تعیین می‌شود بلکه تحت تاثیر تمامی مقادیر قبل از i سری x قرار خواهد داشت. این ویژگی همان ویژگی حافظه‌ی بلندمدت سری است. از نظر تئوری، ویژگی حافظه بلندمدت ویژگی‌ای است که اثر آن برای مدت طولانی باقی می‌ماند، هر چند که اثر مقادیر جاری بزرگ‌تر از مقادیر گذشته است. با توجه به همین ویژگی است که می‌توان برای مقدار تابع گاما سطح آستانه‌ای در نظر گرفت تا چنان‌چه مقدار تابع از آن کمتر شد، آن را صفر در نظر گیرد(پترز، ۱۹۹۹). حالت‌های مختلف یک سری زمانی دارای حافظه بلندمدت در جدول(۱) آورده شده است.

$$Var\,\bar{x} = E(\bar{x}^2) = \frac{1}{n}\sum_{|r|<n} E[\hat{c}_r] = \frac{1}{n}\sum_{|r|<n}(1-\frac{|r|}{n})c_r \approx \quad (۵)$$

$$\frac{2k}{n}\sum_{r=1}^{n-1}(1-\frac{r}{n})r^{2d-1}.\frac{n^{2d-1}}{n^{2d-1}} = n^{2d-1}\times\frac{2k}{n}\sum_{r=1}^{n-1}(1-\frac{r}{n})(\frac{r}{n})^{2d-1} \approx \quad (۶)$$

$$n^{2d-1}\times 2k\int_0^1(1-h)h^{2d-1}dh \quad (۷)$$

$$(1-L)^d x_t = \varepsilon_t \quad (۸)$$

$$(1-L)^{d}=1-dL+\frac{d(d-1)}{2!}L^{2}-\frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^{3}+\ldots \quad (۹)$$

$$(1-L)^{d}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(k+1)\Gamma(-d)}L^{k} \quad (۱۰)$$

جدول(۱) : سری زمانی تحت شرایط مختلف برای پارامتر حافظه‌بلندمدت (لو،۱۹۹۱) و (محمودی و همکاران، ۲۰۱۰) و (سوول، ۱۹۹۹)

حالات مختلف	بازه مورد بررسی	ویژگی سری زمانی در بازه مورد بررسی
۱	۰.۵ Ùd < ۱	حافظه بلندمدت، نامانا، معکوس‌پذیر، برگشت به میانگین، واریانس نامحدود
۲	۰ Ùd < ۰.۵	حافظه بلندمدت، مانا، معکوس‌پذیر، واریانس محدود
۳	$d=۰$	حافظه کوتاه‌مدت، مانا، معکوس‌پذیر، واریانس محدود و مستقل از زمان، قابل مدل-سازی با ARMA
۴	$-0.5\leq d<0$	حافظه میان‌مدت، مانا، معکوس‌پذیر، کوواریانس‌ها جمع‌پذیر، ناماندگار
۵	$-1\leq d<-0.5$	حافظه میان‌مدت، مانا، معکوس ناپذیر، کوواریانس‌ها جمع‌پذیر

در نظر بگیرید که سری زمانی x_t را به صورت رابطه (۸) مدل‌سازی نماییم، در این شکل مدل‌سازی $\varepsilon_t \sim N(0,\sigma^2)$ بوده و نوفه سفید است. اگر $d=۰$ باشد سری x_t حافظه‌کوتاه‌مدت دارد بدین معنا که همبستگی‌های بین مشاهدات متوالی به سرعت به صفر گراییده و سری به سمت میانگین ثابت خود بازگشت می‌کند. واریانس این سری نیز محدود و مستقل از زمان می‌باشد و می‌توان با مدل ARMA آن را مدل‌سازی نمود. اگر $d=۱$ باشد، سری مربوطه دارای ریشه واحد است و میانگین، واریانس و کوواریانس آن نامانا هستند. چراکه واریانس این سری نامحدود و وابسته به زمان بوده و اثر شوک-های وارده بر آن در طول زمان انباشته شده و سری به سمت میانگین ثابت خود بازگشت نمی-کند(عرفانی، ۱۳۸۷). مدل‌سازی این سری مستلزم آن است که ابتدا تفاضل‌گیری مرتبه اول انجام گیرد و سپس بر اساس مدل ARIMA مدل‌سازی صورت پذیرد. اگر $0\leq d<1$ باشد، سری زمانی دارای حافظه بلندمدت است. در این صورت این سری هم ممکن است ویژگی سری مانا را داشته و هم ویژگی سری نامانا را داشته باشد. اگر $0\leq d<0.5$ باشد واریانس سری محدود و مانا است. کوواریانس آن نیز مانا بوده و لذا، سری به طور کلی مانا است. اگر $0.5\leq d<1$ باشد، واریانس آن نامحدود و نامانا است. کوواریانس آن نیز نامانا و سری نامانا خواهد بود. ویژگی برگشت به میانگین در این حالت بر وجود مکانیزم‌های که در افق‌های زمانی بلندمدت عمل می‌نماید، دلالت دارد. چرا که رفتار برگشت به میانگین بر این ایده تمرکز دارد که تغییر به وجود آمده، در افق‌های بلندمدت، با تغییرات با علامت مخالف دنبال خواهد شد. اگر این ویژگی در یک سری زمانی وجود داشته باشد، آنگاه می‌توان در آن بازار به صورت دائم خریداری و یا فروش استقراضی کرده و بازده مثبت دست یافت و این امکان‌پذیر نیست. همچنین از دیدگاه استراتژی‌های سرمایه‌گذاری، استراتژی مومنتوم نیز در چنین

بازاری درست می‌باشد و این منطقی نیست. چرا که این استراتژی برای افق‌های بلندمدت جواب نمی‌دهد.

۳- روش‌های تخمین پارامتر حافظه بلندمدت

در اکثر آزمون‌هایی که به سنجش حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی می‌پردازد، فرضیه صفر عدم وجود حافظه بلندمدت و فرضیه مقابل وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی می‌باشد. لذا، چنانچه آماره آزمون اختلاف معناداری از صفر نداشته باشد، فرضیه صفر یعنی عدم وجود حافظه بلندمدت را نمی‌توان رد کرد(کشاورزحداد و همکاران، ۱۳۹۰). در ادامه به معرفی پنج روش رایج در ادبیات اقتصادسنجی که برای سنجش حافظه بلندمدت بودن یک سری زمانی بکارگرفته می‌شود، می‌پردازیم.

۳-۱- آماره (R/S)

یکی از آزمون‌های تشخیص حافظه بلندمدت، آزمون دامنه مقیاس‌بندی شده[11]، یا به شکل ساده آماره R/S می‌باشد که برای اولین بار توسط هارست (۱۹۵۱) ارائه و سپس توسط مندلبروت (۱۹۷۲ و ۱۹۷۵) بازتعریف شد. آمارهR/S امکان محاسبه پارامتر H را فراهم می‌سازد و این پارامتر شدت وابستگی بلندمدت در یک سری زمانی را می‌سنجد (پیلار، ۲۰۰۰). برای مجموعه معینی از مشاهدات $(Y_t, t \geq 0)$ با میانگین $\overline{Y}_n$ و واریانس نمونه‌ای S_n^2 برای دوره n، آماره R/S را می‌توان به صورت رابطه (۱۱) تعریف نمود؛

برای هر n متفاوت یک $R/S(n)$ متفاوت وجود دارد. بعد از آن‌که برای nهای مختلف، $R/S(n)$ محاسبه شد، مقدار پارامتر H با برآورد شیب معادله رگرسیونی (۱۲) با روش حداقل مربعات معمولی محاسبه می‌شود.

اگر پارامتر H، که به عنوان ضریب در معادله (۱۲) منظور گردیده بین $0.5 \leq H \leq 1$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت سری زمانی دارای حافظه بلندمدت است. در یک بیان کلی پیترز (۱۹۹۹) رابطه H و d را به شکل تقریبی $H=0.5+d$ معرفی می‌نماید (پترز، ۱۹۹۹).

۳-۲- آماره R/S تعدیل‌شده

آماره R/S در حالتی که با حافظه کوتاه‌مدت و ناهمسانی واریانس مواجه هستیم، استوار[12] نیست (لو، ۱۹۹۱). او به منظور نشان‌دادن وابستگی‌های ناشی از حافظه کوتاه‌مدت در سری زمانی y_t، به ازای $t = 1,2,\ldots,n$، آماره R/S تعدیل یافته را به شکل رابطه (۱۳) معرفی نمود.

$$R/S(n) = \frac{\left[Max\sum_{t=1}^{k}(y_t - \bar{y}_n) - Min\sum_{t=1}^{k}(y_t - \bar{y}_n) \right]}{S(n)} \qquad 1 \leq k \leq n \tag{۱۱}$$

$$\log R/S(n) = \log C + H \log n \tag{۱۲}$$

$$\widetilde{Q}_t = \frac{1}{\hat{\sigma}_n(q)} \left[\max_{1\leq k\leq n} \sum_{t=1}^{k} (y_t - \overline{y}_n) - \min_{1\leq k\leq n} \sum_{t=1}^{k} (y_t - \overline{y}_n) \right] \tag{۱۳}$$

$$\hat{\sigma}_n^2(q) = \hat{\sigma}_y^2(q) + \frac{2}{n}\sum_{j=1}^{q} w_j(q)\left[\sum_{i=j+1}^{n}(y_i - \bar{y}_n)(y_{i-j} - \bar{y}_n)\right] = \hat{\sigma}_n^2(q) \equiv \hat{\sigma}_y^2(q) + 2\sum_{j=1}^{q} w_j(q)\hat{\gamma}_j \qquad (۱۴)$$

$$w_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1} \qquad q < n \qquad (۱۵)$$

$$k_n \equiv \left(\frac{3n}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{2\hat{\rho}}{1-\hat{\rho}^2}\right)^{\frac{2}{3}} \qquad (۱۶)$$

لو به جای انحراف استاندارد نمونه‌ای $S(n)$ در مخرج کسر رابطه (۱۱)، یک برآوردکننده سازگار از ریشه دوم تخمین واریانس بلندمدت مشاهدات را به شکل رابطه (۱۴) قرار می‌دهد.

که در آن معادله γتابع اتوکواریانس و q مرتبه وقفه است و ضابطه آماری خاصی برای آن وجود ندارد. $w_j(q)$ نیز به شکل رابطه (۱۵) تعریف می‌شود.

ارزش بهنیه q در معادلـه (۱۳) بـرای محاسـبه $\widetilde{\mathrm{Q}}_{\mathrm{t}}$ باید به دقت انتخاب شود. لو مقـدار $q = [k_n]$ را پیشنهاد داد به طوری که:

$[k_n]$بیانگر زیان تجمعی بزرگتر یا مساوی k_n است و $\hat{\rho}$ ضریب خودهمبستگی ساده درجه اول مشاهدات است. اگر فرآیند برای گشتاور چهارم مناسب باشد و دارای وابستگی حافظه کوتاه‌مدت باشد، در این حالت نیز $\widetilde{Q}_t$ بهV(دامنه پل براونی[۱۳]) هم‌گرا خواهد بود و $V_n \equiv \frac{Q_n}{\sqrt{n}}$به طور مجانبی منجر به توزیع متغیر تصادفی مطابق معادله (۱۷) می‌شود.

درصورتی‌که y_t حافظه کوتاه‌مدت داشته باشد ولی حافظه بلندمدت نداشته باشد، این نتیجه این امکان را فراهم می کند تا محدودیت‌هایی که سطح اطمینان بر فرض صفر تحمیل می‌کند که سری زمانی‌ای که دارای حافظه کوتاه‌مدت است را پیدا کنیم(اسولوزار و همکاران، ۲۰۰۷). برای $q = ۰$ مقدار آماره R/Sتعدیل‌شده که در معادله(۱۳) نشان داده شده است، همان آماره R/S است. در حالت کلی نیز بعد از محاسبه $\widetilde{Q}_t$ برای nهای مختلف، پارامتر H از طریق برآورد رابطه $\log(\widetilde{Q}_t) = \log C + H \log n$ به روش حداقل مربعات محاسبه می‌شود.

۳-۳- روش GPH تست

این روش یک روبکرد نیمه پارامتریک را برای آزمون حافظه بلندمدت پیشنهاد می‌کند(گوک، پورتر و هوداک، ۱۹۸۳) در این روش چگالی طیفی فرآیند انباشته جزئی y_t به شکل رابطه (۱۸) ارائه می‌شود.

$$Fv(\upsilon) = 1 + 2\sum_{k=1}^{\infty}(1 - 4k^2\upsilon^2)e^{-2(k\upsilon)^2} \qquad (۱۷)$$

$$\mathrm{f}(\omega) = [۴\sin^{۲}(\frac{\omega}{۲})]^{-\mathrm{d}}\,\mathrm{f}_{\mathrm{u}}(\omega) \qquad (۱۸)$$

$$\mathrm{t}_{\mathrm{d}=.} = \hat{\mathrm{d}}\,.\,(\frac{\pi^{۲}}{۶\sum_{\mathrm{t}=۱}^{\mathrm{n}_{\mathrm{f}}}(\mathrm{U}_{\mathrm{t}} - \overline{\mathrm{U}})^{۲}})^{-۱/۲} \qquad (۱۹)$$

که ω فرکانس فوریه است و $f_u(\omega)$ چگالی طیفی متناسب با u_t است. گوک، پورتر و هوداک با استفاده از تخمین دوره‌نگار $f(\omega_t)$ نشان دادند، تخمین حداقل مربعات $\hat{d}$ با استفاده از رگرسیون در نمونه‌های بزرگ توزیع نرمال دارد. آماره تعریف‌شده برای بررسی وجود اثر حافظه‌بلندمدت به گونه‌ای است که در آن $U_t = \ln[۴\sin^۲(\frac{\omega_j}{۲})]$ و $\overline{U}$ میانگین نمونه U_t، $t = ۱,...,n_f$ است. تحت فرض صفر عدم وجود حافظه بلندمدت (d=0)، آماره t عبارت است از:

که دارای توزیع نرمال استاندارد است. چگالی طیفی ارائه شده در رابطه (۱۸) را که از دوره‌نگار نمونه حاصل شده است را می‌توان به شکل ساده‌تر (۲۰) در قالب رگرسیون طیفی بازنویسی نمود.

(۲۰)

$$\ln I(\omega_\lambda) = \beta_0 + \beta_1 \ln[4\sin^2 \frac{\omega_\lambda}{2}] + \varepsilon$$
$$\lambda = 1,..., \frac{n-1}{2}$$

با استفاده از روش حداقل مربعات، در معادله (۱۹)، $-\hat{\beta}_1$ برآورد پارامتر حافظه بلندمدت(d)، $\omega_t = \frac{2\pi\lambda}{n}$ فرکانس فوریه و $I(\omega_\lambda)$ دوره‌نگار نمونه در فرکانس‌های مختلف است. فرض اصلی این نوع برآورد یکسان در نظرگرفتن چگالی طیفی فرآیند ARFIMA(p,d,q) و فرآیند ARFIMA(0,d,0) است(بهاردویچ و سوانسون، ۲۰۰۴).

۳-۴- تحلیل نوسانات روند زدایی شده(DFA)

به دلیل تاثیرپذیری داده‌های مالی از متغیرهای مختلف اقتصادی، نمی‌توان همیشه به طور مستقیم از داده‌های اصلی برای بررسی و تحلیل‌های مالی بهره گرفت. چراکه غالبا این نتایج تحت تاثیر روندها هستند و ماهیت سری زمانی مورد بررسی به خوبی مورد رصد قرار نمی‌گیرد. روش تحلیل نوسانات روند زدایی شده قادر است همبستگی‌های بلندمدت را در سری‌های زمانی غیرمانا شناسایی نموده و از تحلیل‌های بعضا کاذب که ناشی از ماهیت نامانای سری مورد مطالعه است جلوگیری نماید (پنگ و همکاران،۱۹۹۵). استفاده از این روش در مطالعات مختلفی مورد توجه قرار گرفت که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به پژوهش‌های، عرفانی(۱۳۸۷) و نوروززاده و همکاران(۲۰۰۵) اشاره کرد. در هر یک از این مطالعات کاربرد این روش بر روی سری‌های زمانی مختلف مورد بررسی قرار گرفت. چارچوب بکارگیری این روش به این شکل می‌باشد که ابتدا مجموع تفاضل از میانگین سری زمانی مورد مطالعه را به دست آورده و سپس سری را به n بازه تقسیم کرده و برای هر بازه یک خط حداقل مربعات برازش می‌کنیم. سپس شاخص نوسانات روند زدایی شده $F(n)$ را محاسبه نموده و این کار را برای بازه‌های زمانی مختلف تکرار می‌کنیم تا رابطه‌ای بین $F(n) \approx n^\alpha$ به دست می‌آید. اگر پارامتر $\alpha > ۰.۵$ باشد، توصیف‌کننده ویژگی حافظه بلندمدت در سری زمانی مورد مطالعه است.

۳-۵- برآورد حداکثر راستنمایی

مدل‌سازی ARFIMA و استفاده از روش حداکثر راستنمایی، قادر به مدل‌سازی حافظه بلندمدت و دینامیک کوتاه‌مدت سری‌های زمانی مانا می‌باشد. رویکرد سنتی برای مدل‌سازی سری‌های زمانی I(d) استفاده از یک مدل ARIMA می‌باشد:

$$\phi(L)(1-L)^d(y_t - \mu) = \theta(L)\varepsilon_t \qquad (۲۱)$$

که در آن $\phi(L)$ و $\theta(L)$ چندجمله‌ای‌های وقفه به صورت روابط (۲۲) می‌باشند:

$$\phi(L) = 1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i L^i$$
$$\theta(L) = 1 - \sum_{i=1}^{p} \theta_j L^j \qquad (۲۲)$$

در حالتی که ریشه‌ها خارج از دایره واحد هستند و همچنین فرض شده است که ε_i متغیر تصادفی i.i.d با توزیع نرمال و با میانگین صفر و واریانس σ^2 می‌باشد. به این مدل عموما $ARIMA(p,d,q)$ گفته می‌گردد. در صورتی‌که d به جای عدد صحیح مثبت، عدد حقیقی باشد، مدل ARIMA به مدل ARFIMA تبدیل خواهد شد. برای مدل ARFIMA مانا با $-\frac{1}{2} < d < \frac{1}{2}$، سوول (۱۹۹۲) نشان داد که چگونه می‌توان به طور دقیق برآورد حداکثر راستنمایی (MLE) را محاسبه نمود(سوول، ۱۹۹۲).

برای بسیاری از سری‌های زمانی اقتصادی و مالی، داده‌ها عموما بین محدوده‌ای که مانایی و نامانایی از یکدیگر جدا می‌شوند، قرار می‌گیرند. در نتیجه لازم است قبل از برآورد مدل ARFIMA مانا، تصمیم گرفته شود که آیا لازم است از سری زمانی اولیه تفاضل بگیریم یا خیر؛ در استنباط پارامترهای مجهول مدل ARFIMA این جنبه در خصوص d درنظر گرفته نمی‌شود. استفاده از روش حداکثر راستنمایی از تمامی اطلاعات کوتاه‌مدت و بلندمدت سری زمانی استفاده کرده و امکان محاسبه تمامی پارامترهای مدل را برقرار می‌سازد. لیکن این روش فرض مانایی را تحمیل کرده، در نتیجه برای فرآیندهای نامانا ($d \geq 0.5$) قابل اعتماد نیست. در نتیجه، لزوما برآورد درستی به دست نمی‌دهد.

۳-۶- روش Wavelet

روش موجک به عنوان تقریبی از روش حداکثر درستنمایی برای برآورد دقیق‌تر پارامتر حافظه بلندمدت قابل استفاده است. جنسن (۱۹۹۹) و جنسن(۲۰۰۰)، نشان داد که با استفاده از روش حداقل مربعات با تجزیه موجک می‌توان پارامتر حافظه را برآورد کرد. تبدیلات موجک امکان ترکیب اطلاعات زمان و فرکانس را بر خلاف تحلیل‌های سنتی سری‌های زمانی که بر روش‌هایی اتکا دارند که در برگیرنده قلمرو زمان یا فرکانس است، فراهم می‌آورد(جنسن، ۱۹۹۹ و ۲۰۰۰).

۴- روش‌شناسی پژوهش

در ادامه ابتدا به معرفی اجمالی روش بوت استرپ پرداخته و در بخش(۴-۲) چارچوب الگوریتم بوت‌استرپ بلوکی غلتان که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است، تشریح می‌گردد.

۴-۱- معرفی روش بوت استرپ

رویکرد بوت‌استرپ توسط افرون(۱۹۷۹)، به عنوان یک روش بازنمونه‌گیری در علم آمار مطرح گردید. کاربرد روش بوت‌استرپ طی سال‌های اخیر در ادبیات مالی افزایش یافته است. ارزش روش بوت‌استرپ زمانی بارزتر می‌گردد که مطالعه سری‌-های زمانی مالی نشان می‌دهد که توزیع بازدهی سهام از توزیع نرمال پیروی نمی‌کند. در این حالت آزمون‌های فرض کلاسیک که بر پایه مفروضات قوی پارامتریک بنا شده‌اند برای تخمین فواصل اطمینان، مناسب نمی‌باشد. همچنین هنگامی که ضرایب رگرسیون یا دیگر آماره‌ها به وسیله داده‌های نمونه محاسبه می‌شوند، توزیع تخمین‌ها اغلب بر

پایه تقریب مجانبی[14] یا دیگر فرضیات تئوریک[15] است(هال، ۱۹۹۴). انحراف استاندارد و فواصل اطمینان از این توزیع تقریبی مشتق شده و جهت برآوردها و فاصله اطمینان بکارگرفته می‌شوند. با این وجود اگر انحراف استاندارد یا فاصله اطمینان نادرست باشند، اطمینان خیلی‌زیاد یا خیلی‌کم بر روی برآوردها حادث می‌شود. مخصوصا این عمل هنگامی می‌تواند رخ دهد که فرضیات پایه‌ای - از قبیل توزیع این برآوردها- در دست نباشد. برای این که جواب تا حد امکان معتبر بدست آوریم باید از یک تکنیک آماری، با صرف‌نظر کردن از تابع چگالی احتمال استفاده کرد. به زبان دیگر این تکنیک نباید هیچ‌گونه فرضی در مورد داده‌های توزیع در نظر بگیرد. روش بوت‌استرپ جهت کمک به حل این مسائل توسط درک توزیع این نمونه‌ها، توسعه یافته است. در بوت‌استرپ، اطلاعات نمونه بعنوان جمعیت تلقی شده است. تحت شرایط مشخص، بوت‌استرپ دقت و صحت بالاتری نسبت به تقریب تئوری[16] دارد(افرون و تیبشیرانی، ۱۹۹۳). همچنین روش بوت‌استرپ قابلیت تخمین اندازه، تغییرپذیری و اریبی را دارد و می‌توان در حالت‌های پارامتریک و ناپارامتریک استفاده شود. چنانچه نمونه بوت‌استرپ از یک توزیع تجربی به تصویرکشیده شود، مانند این است که همزمان که n به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، از یک توزیع که به سمت توزیع واقعی میل می‌کند، ترسیم شده باشند. اکثر آمارهای آزمون در اقتصادسنجی در واقع پایه‌ای و محوری[17] محسوب نمی‌شوند. اگر یک آماره آزمون توزیع مجانبی شناخته‌شده‌ای داشته باشد، همانند آماره‌های t و F به طور قطع مجانبی محوری خواهد بود. حتی اگر از یک توزیع مجانبی شناخته شده پیروی نکند، یک آماره آزمون ممکن است به طور مجانبی محوری باشد(داویدسون و مک‌کینون، ۲۰۰۴).

۴-۲- چارچوب الگوریتم بوت‌استرپ بلوکی غلتان

روش بوت‌استرپ جایگزین ارزشمندی برای آزمون‌های نمونه‌ای بزرگ است که بر مبنای تئوری مجانبی قرار دارد. یک مزیت این روش زمانی است که توزیع انحراف قابل توجهی از توزیع مجانبی خود دارند. مزیت دیگر این روش این است که خطاهای آزمون‌های بوت‌استرپ و آزمون‌های مجانبی با افزایش تعداد نمونه کاهش می‌یابد اما سرعت کاهش آن‌ها تحت آزمون بوت‌استرپ بیشتر است(نظری و فرزانگان، ۱۳۹۰). قدم‌های اصلی روش بوت‌استرپ بلوکی غلتان را می‌توان به صورت زیر توضیح داد. شرایطی در نظر بگیرید که عدد تصادفی از سایز نمونه‌ها (n) از داده‌ها با توزیع احتمال نامشخصی بدست آمده باشد(افرون و تیبشیرانی، ۱۹۹۳).

قدم اول: ساختن یک توزیع احتمال تجربی Ω، از نمونه‌ها با قراردادن احتمال $\frac{1}{n}$ برای هر عضو x_1 ، x_2،...، x_n از نمونه اصلی که باعث می‌شود هر عضو نمونه اصلی احتمال یکسانی برای انتخاب شدن داشته باشد. این تابع یک توزیع تجربی از نمونه‌ها است که برآورد "حداکثر درست نمایی" ناپارامتریک از توزیع جمعیت است.

قدم دوم: بر طبق تابع توزیع تجربی Ω، نمونه‌های تصادفی با اندازه (n) را با جایگذاری بیرون می‌کشیم، این "دوباره نمونه" است. استخراج این نمونه‌ها مستلزم داشتن یک مولد انتخاب تصادفی

برای انتخاب یک عدد تصادفی از ۱ تا n است. همچنین در این پژوهش از بلوک همپوشان همانند شکل(۱) استفاده شده است.

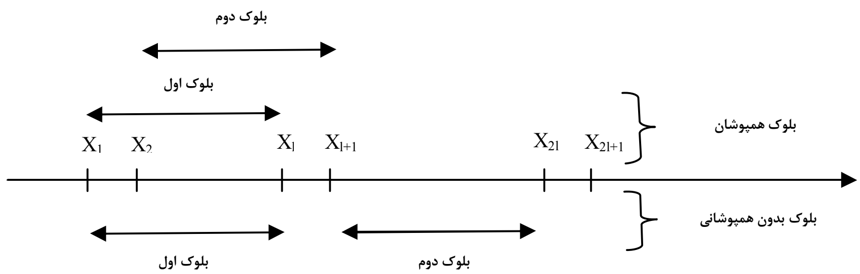
قدم سوم: آماره موردنظر (Γ) را حساب می‌کنیم و برای این دوباره نمونه حاصل را Γ^* می‌نامیم.

انتخاب بلوک غلتان تکرار شده و فرآیند محاسبه آماره (Γ) مجددا تکرار می‌شود و این فرآیند ادامه می‌یابد.

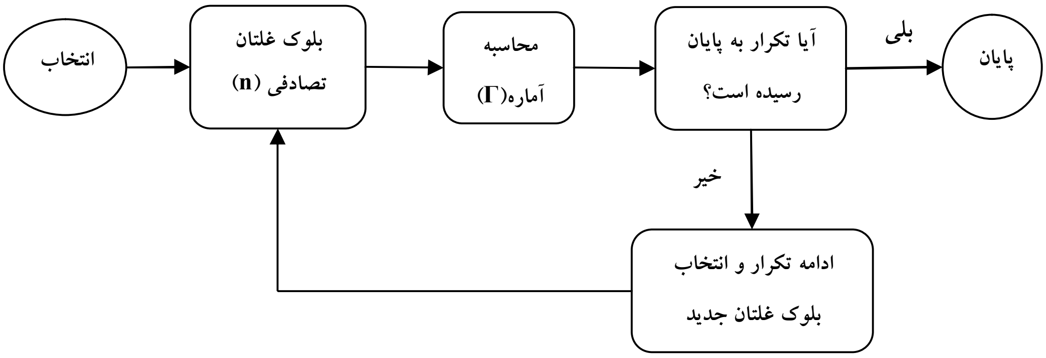
قدم چهارم: مراحل دوم و سوم را b بار تکرار می‌کنیم، که b عدد بزرگی است. اندازه عملیb به تستی که رو داده‌ها انجام می‌شود بستگی دارد. وقتی تخمین برای بازده اطمینان در حدود Γ موردنظر می‌باشد،b حداقل برابر ۱۰۰۰ است.

قدم پنجم: هیستوگرام تواتر نسبی مربوطه به Γ^* را با قرار دادن احتمال $\frac{1}{b}$ برای هر نقطه می‌سازیم، Γ_1^* ، Γ_2^* ، . . . ، Γ_b^* این توزیع بدست آمده یک تخمین بوت‌استرپ از توزیع نمونه‌گیری توزیع Γ است که این توزیع را می‌توان برای استنتاج درباره پارامتر موردنظر استفاده کرد.

با ایجاد هر نمونه جدید که به آن نمونه‌برداری مجدد می‌گویند، شاهد آن هستیم که برخی از داده‌ها بیش از یک‌بار انتخاب شده و برخی دیگر اصلا انتخاب نشده‌اند. بنابراین نمونه‌های جدید نوعا متفاوت از نمونه‌های قبلی است. از نمونه‌های جدید جهت برآورد پارامترهای موردنظر استفاده می‌شود.



شکل(۱) : بلوک غلتان با همپوشانی و بدون همپوشانی



شکل (۲): حرکت بلوک غلتان و محاسبه آماره (Γ)

بوت‌استرپ کاربردهای دیگری هم دارد. این روش بدون در نظرگرفتن این که آیا فرمولی برای تابع توزیع وجود دارد یا نه ما را قادر می‌سازد، فاصله اطمینان پارامتر موردنظر را محاسبه کنیم. مثلا اگر پارامتر موردنظر ما واریانس باشد، می‌توانیم واریانس هرکدام از نمونه‌های جدید را استخراج کرده و سپس بر اساس این واریانس‌ها، فاصله اطمینان را ایجاد نماییم. به عنوان مثال، اگر هزار نمونه جدید داشته باشیم، هزار برآورد از واریانس خواهیم داشت. برای محاسبه فاصله اطمینان در سطح اطمینان ۹۰٪، ابتدا برآوردهای حاصل از نمونه‌برداری مجدد را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، سپس جایگاه مقادیری را تعیین می‌کنیم که ابتدا و انتهای فاصله اطمینان بر روی آن قرار می‌گیرد. بدیهی است که روش بوت‌استرپ نسبت به روش‌های سنتی جهت محاسبه فاصله اطمینان با مفروضات و محدودیت‌های کمتری مواجه است.

۵- نتایج پژوهش

۵-۱- معرفی شاخص‌های مورد مطالعه

در تحقیق جاری، از داده‌های روزانه شاخص قیمت بورس اوراق بهادار ایران (تهران) در برآورد پارامتر حافظه بلندمدت استفاده می‌شود. بازه زمانی مورد تحقیق نیز برای داده‌های روزانه از دسامبر ۲۰۰۶ الی ژوئن ۲۰۱۰ در نظر گرفته شده است. در شاخص کل بورس تهران تمامی سهام پذیرفته شده، گنجانده شده و به هر شرکت به‌اندازه نسبت تعداد سهامی که دارد، وزن داده شده است. نحوه محاسبه آن به صورت زیر است:

$$TEPIX=\frac{\sum_{i=1}^{n}P_{it}Q_{it}}{\sum_{i=1}^{n}P_{i}Q_{i}}\times 100$$

در این رابطه، P_{it} قیمت سهام شرکت i ام در زمان t و Q_{it}، تعداد سهام شرکت i ام در زمان t است. همچنین، P_i و Q_i به‌ترتیب نشان دهنده قیمت و تعداد سهام شرکت i ام در اولین دوره پذیرش در بورس می‌باشد.

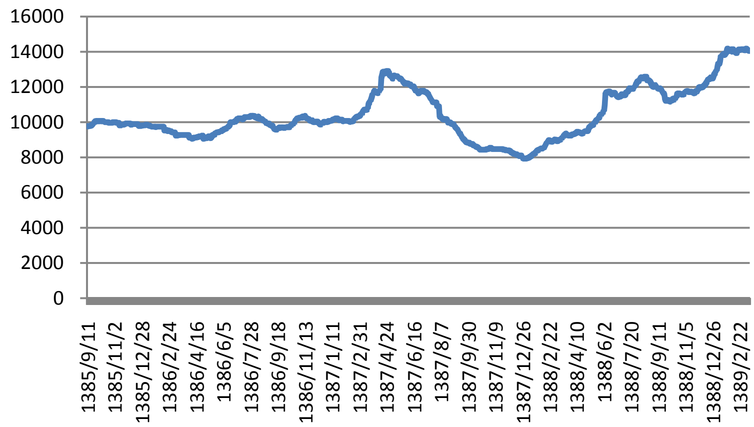
۵-۲- ویژگی‌های آماری داده‌ها (بازده شاخص در نظر گرفته شده است)

قبل از بکارگیری الگوریتم بوت استرپ بلوکی غلتان باید ویژگی‌های آماری توزیع داده‌ها را بررسی کرد. بدین منظور ویژگی‌های آماری توزیع بازده شاخص مورد بررسی در جدول شماره (۱) آورده شده است.

در شکل(۳)، شاخص قیمت بورس اوراق بهادار ایران (تهران) نمایش داده شده است.

جدول(۱) : ویژگی‌های آماری توزیع بازده شاخص‌ها

شاخص	میانگین	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی
بورس ایران (تهران)	۰.۰۰۰۴۲۴	۰.۰۰۵۶۵۸	۰.۵۵۳۹۹۵	۲۸.۵۵۹۵۸



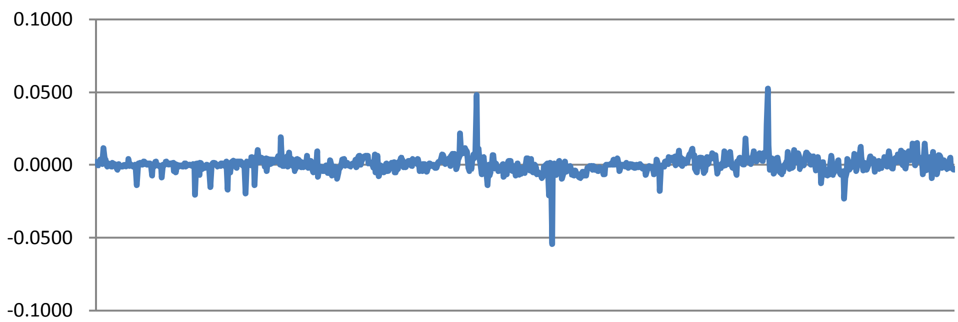
شکل(۳) : شاخص قیمت بازار سهام تهران

بازدهی شاخص قیمت بورس اوراق بهادار ایران (تهران)نیز در شکل(۴) نمایش داده شده است. میانگین بازدهی روزانه شاخص کل بورس تهران در دوره مورد مطالعه برابر ۰.۰۰۰۴۲۴ و انحراف معیار آن ۰.۰۰۵۶۵۸ بوده است. این توزیع دارای چولگی ۰.۵۵۳۹۵ است که به معنای چولگی به راست است. همچنین کشیدگی آن ۲۸.۵۵۹۵۸ است که خیلی بیشتر از کشیدگی تابع چگالی نرمال است. لذا منحنی آن دارای دنباله پهن و قله بلند می‌باشد.

آزمون نرمال بودن توزیع بازده‌ها نشان می‌دهد که توزیع آنها نرمال نیست. آماره جارک-برا۵۷ که برای آزمون نرمال بودن مورد استفاده قرار می‌گیرد، نیز گویای همین مطلب است. آماره جارک-برا برای بازده لگاریتمی شاخص‌های مورد بررسی، بورس تهران برابر با ۲۳۲۳۵، می‌باشد.

۵-۳- تخمین پارامتر حافظه بلندمدت

برای بررسی حافظه بلندمدت در سری زمانی شاخص قیمت بورس اوراق بهادار ایران از آزمون GPH، آماره R/S و آماره DFA استفاده شده است. در هر سه روش فرضیه صفر عدم وجود حافظه بلندمدت و فرض مقابل وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی می‌باشد. لذا، چنانچه آماره آزمون اختلاف معناداری از صفر نداشته باشد، فرض صفر یعنی عدم وجود حافظه بلندمدت را نمی‌توان رد کرد. نتایج بکارگیری هر یک از سه آزمون در جدول (۲) ارائه شده است.



شکل(۴): بازدهی شاخص قیمت بازار سهام تهران

جدول(۲): نتایج تست وجود حافظه بلندمدت از سه روش مختلف

نتایج سنجش وجود حافظه بلندمدت به صورت کلاسیک				سطح‌معناداری	
شاخص مورد آزمون(بازده)	مقدار پارامتر حافظه بلندمدت و آماره آزمون			٪۹۵	٪۹۹
	R/S	GPH	DFA		
شاخص قیمت بورس ایران	۰/۴۸۶d= ۲.۰۸۷۸*	۰/۵۲۶۷d= **۳.۶۸۱۶	۰/۴۹۸۲d= **۴.۰۹۳۵	*	**
نتایج سنجش وجود حافظه بلندمدت با رویکرد بوتسترپ				**سطح‌معناداری**	
شاخص مورد آزمون(بازده)	مقدار پارامتر حافظه بلندمدت و آماره آزمون			٪۹۵	٪۹۹
	boot-R/S	boot-GPH	Boot-DFA		
شاخص قیمت بورس ایران	۰/۴۰۱d= ۶.۲۳۴**	۰/۴۷۰۱d= **۴.۱۸۰	۰/۵۱۰۶d= **۳.۰۰۸	*	**

بر اساس نتایج ارائه شده، وجود حافظه بلندمدت در بازده شاخص قیمت بورس بر اساس روش‌های GPH و DFA در سطح اطمینان ۹۹٪ تایید می‌شود. آماره R/S وجود حافظه بلندمدت را در سطح ۹۵٪ تایید می‌نماید. با بکارگیری رویکرد بوتسترپ و بلوک غلتان همپوشان، توزیع تجربی با استفاده از ۸۵۲ مشاهده اولیه شکل گرفت. بدین صورت که مشاهدات در دسته‌های nتایی به صورت تصادفی طبقه‌بندی شده و بلوک همپوشان به صورت غلتان و با توجه به چارچوب مطرح شده در شکل (۲) پیش رفت و در هر مرحله آماره موردنظر محاسبه شد. نتایج حاصل یک تخمین بوت‌استرپ از توزیع نمونه‌گیری توزیع آماره موردنظر است که این توزیع برای استنتاج درباره پارامتر موردنظر استفاده گردید. نتایج حاصل نشان‌دهنده آن بود که هر سه روش در سطح اطمینان ۹۹٪ وجود حافظه بلندمدت را در سری زمانی تایید کردند. با بکارگیری رویکرد بوتسترپ حتی آماره R/S نیز در سطح ۹۹٪ اطمینان وجود حافظه بلندمدت را تایید نمود. البته روش‌های R/S و GPH تست هر دو مقدار پارامتر حافظه بلندمدت را در بازه ۰ < d < ۰.۵ محاسبه نمودند که نشان‌دهنده این است که سری زمانی مورد مطالعه مانا، معکوس‌پذیر و دارای واریانس محدود است. آماره آزمون DFA مقدار d=۰/۵۱۰۶ را محاسبه نموده که نشان‌دهنده این است که سری مورد مطالعه نامانا و دارای واریانس نامحدود بوده و در عین حال معکوس‌پذیر و دارای ویژگی برگشت به میانگین است.

۴-۵- مقایسه و تحلیل نتایج

پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه روش‌های مختلف سنجش حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی نشان می‌دهد که آماره R/S تعدیل‌شده در زمینه‌ی تعیین دقیق فرآیندهای دارای حافظه بلندمدت ضعیف است. در حقیقت این آماره ممکن است یک سری زمانی را که دارای حافظه بلندمدت نیست، حافظه‌ی بلند نشان دهد (نوروززاده و رحمانی، ۲۰۰۵). علاوه بر این، با وجودی که آماره R/S تعدیل‌شده نسبت به سری‌های زمانی که فقط حافظه بلندمدت دارند، مقاوم است، اما قادر به تمایز بین حافظه کوتاه‌مدت و بلندمدت زمانی که به طور هم-

زمان در یک سری زمانی وجود دارند، نیست. همچنین این تحلیل نسبت به ناهمسانی واریانس نیز مقاوم نیست(جین، ۲۰۰۷). رویکرد بوت‌استرپ نسبت به روش‌های سنتی جهت محاسبه فاصله اطمینان با مفروضات و محدودیت‌های کمتری مواجه است و قادر است بخش عظیمی از مشکلات روش‌های فوق‌الذکر را مرتفع نماید.

براورد حداکثر درستنمایی نیز با وجودی که از تمامی اطلاعات کوتاه‌مدت و بلندمدت سری زمانی استفاده کرده و امکان محاسبه تمامی پارامترهای مدل را برقرار می‌سازد، لیکن فرض مانایی را تحمیل کرده و در نتیجه برای فرآیندهای نامانا $(d \geq ۰/۵)$ قابل اعتماد نیست. البته استفاده از برآورد حداقل مربعات غیرخطی[۲](NLS) از آنجا که هیچ گونه پیش فرضی در زمینه مانایی فرآیند ندارد، میتواند دقیق تر از EML باشد. روش GPHتست نیز در بسیاری از موارد نتایج تورش داری را به همراه دارد. در این میان روشWavelet به دلیل لحاظ نکردن محدودیت‌هایی مانند مانایی و در نظرگرفتن عبارت-های حافظه‌کوتاه‌مدت در کنار حافظه بلندمدت نسبت به سایر روش‌ها اعتبار بالاتری دارند. همچنین این روش نسبت به وجود عبارت‌های (p,q) ARMAدر سری زمانی نیز حساس نمی‌باشد. با این وجو بکارگیری این تکنیک مشکلات محاسباتی خاص خود را به همراه دارد.

۶- نتیجه‌گیری و بحث

حافظه بلندمدت موجب وابستگی غیرخطی در گشتاور اول توزیع بازده می‌گرد و در دینامیک سری زمانی پارامتری را تولید می‌نماید که قابلیت پیش‌بینی دارد. رویکر بوتسترپ که در این مقاله برای محاسبه پارامتر حافظه بلندمدت به کار گرفته شد بر این ایده استوار است که اگر نمونه، تقریب خوبی برای جمعیت است پس روش بوتسترپ یک تقریب خوبی برای توزیع نمونه‌گیری از پارامتر حافظه را تهیه خواهد کرد. توجیه ادراکی از رویه بوتسترپ به این حقیقت تکیه دارد که اولا؛ نمونه تابع توزیع تجربی(EDF) یک تخمین از تابع توزیع جمعیت (PDF) است و ثانیا روش نمونه‌گیری تصادفی با اجزای تصادفی از مدل اصلی اجرا می‌شود. توجیه فرضی برای این همانندی بر دو سطح مجانبی پایه-گزاری شده است.

سطح اول : همین طور که اندازه نمونه اصل (n) به اندازه جمعیت نزدیک می‌شود تابع توزیع تجربی به توزیع واقعی نزدیک می‌شود. این کار یک درک شهودی ایجاد می‌کند که در آن همین‌طور که اندازه نمونه اضافه می‌شود نمونه اطلاعات بیشتر و بیشتری در مورد پارامتر حافظه سری زمانی را شامل می‌شود تا آن که با تمام مشاهدات برابر می‌شود. سطح دوم : اگر اندازه نمونه اصلی به اندازه کافی بزرگ باشد همین‌طور که عدد b از دوباره نمونه‌ها به بی‌نهایت افزایش پیدا می‌کند تخمین بوتسترپ از توزیع نمونه‌ای به توزیع نمونه‌ای از آماره اصلیΓ نزدیکتر می‌شود. اگر چه اثبات ریاضی سازگاری توجیه مهمی است اما معیار عملی بودن نیز باید مورد توجه قرار بگیرد. این که اعداد b و n چقدر باید بزرگ باشد که یک نتیجه راضی‌کننده مهیا کند. این یک سوال تجربی است که به آماره مورد تخمین و دقت موردنظر بستگی دارد.

فهرست منابع

۱) کشاورزحداد، غلامرضا.، ابراهیمی، سیدبابک و اکبر جعفر عبدی، (۱۳۹۰). "بررسی سرایت تلاطم میان بازدهی سهام صنعت سیمان و صنایع مرتبط با آن در ایران" فصلنامه پژوهش-های اقتصادی ایران، سال شانزدهم(شماره۴۷)، تهران، ایران.

۲) علیرضا عرفانی، (۱۳۸۷). "بررسی حافظه بلندبودن شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران" پژوهشنامه علوم اقتصادی، سال هشتم (شماره ۲۸) ، تهران، ایران.

۳) نظری، محسن و الهام فرزانگان، (۱۳۹۰). "بی قاعدگی‌های دوره‌ای در بازدهی سهام عادی بوری اوراق بهادار تهران(روش بازنمونه‌گیری بوت استراپ ناپارامتریک" نشریه تحقیقات مالی، دوره۱۳، شماره۳۱، تهران، ایران.

4) Barkoulas, J.T., Baum, C.F., and Travlos, N., (2000). "Long Memory in the Greek Stock Market", Applied Financial Economics 10, pp.177-184.
5) Bhardwaj, G., & Swanson, N. R. (2004)."An Empirical Investigation of the Usefulness of ARFIMA Models for Predicting Macroeconomic and Financial Time Series". Journal of Econometrics ,Vol.131(1-2), pp.539-578 .
6) Conrad J., Kaul G. (1989). Mean Reversion in Short-Horizon Expected Returns, the Review of financial studies, Vol. 2, No. 2, pp. 225-240.
7) Davidson Russell, MacKinnon James. G, (2004). "Econometric Theory and Methods". Oxford University Press.
8) Efron, B. & Tibshirani, R. J. (1993). "An introduction to the Bootstrap", London, Chapmann & Hall.
9) Geweke, J., & Porter-Hudak, S. (1983). "The estimation and application of long memory time series models". Journal of Time Series Analysis, pp.221-238.
10) Granger, C. W. J. and Joyeux, R. (1980)," An Introduction to Long Memory time Series Models and Fractional difference", Journal of Time Series Analysis 1, pp.15-29.
11) Grau-Carles, Pilar (2000). "Empirical Evidence of Long-Range Correlations inStock Returns", Physica A 287, pp.396-404.
12) Green, William H., (2003). "Econometric Analysis", Fifth Edition, New Jersey: Prentice Hall.
13) Hall peter (1994)." Methodology and Theory for Bootstrap". Australian National University, Handbook of Econometrics, IV, Elsevier Science.
14) Jensen, M.J., (1999), "Using Wavelets to Obtain a Consistent Ordinary Least Squares Estimator of the Long Memory Parameter", Journal of Forecasting, Vol.18, pp.17-32.
15) Jensen, M.J., (2000), "An Alternative Maximum Likelihood Estimator of Long Memory Processes Using Compactly Supported Wavelets", Journal of Economic Dynamics and Control, Vol.24, No.3, pp.361-387.
16) Lo, A. (1991)."Long term memory in stock market prices". Econometrica, Vol.59, No.5, pp.1279-1313.
17) Mahmoudi, Vahid., Mohammadi, Shapour & Hasti. Chitsazan, (2010). "A Study of Long Memory Trend for International Oil Markets", Journal of Research in Economic Modeling, Vol.1, No.1, pp.29-49.
18) Norouzzadeh. P & B. Rahmani, (2005). "Application of Multi fractal Measures to Tehran Price Index", Physica A, No.356, pp.609-627.
19) Palma, Wilfredo, (2007)," Long-Memory Time Series, Theory and Methods", New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
20) Peng C. K., S. Havlin, H. E. Stanley, A. L. Goldberger. (1995), "Quantification of Scaling Exponent and Crossover Phenomena in Non stationary heartbeat time series", Chaos, No.5, pp.82-87.
21) Peters. E. E. (199۹)." fractal market analysis", Wiley- New York.
22) Poon S. H., W. J. Granger C. (2003). "Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review", Journal of Economic Literature, Vol.41, No.2, pp. 478–539.
23) Rachev Svetlozar T., Mittnik Stefan, Fabozzi Frank J., Focardi Serjio M., Jasic Teo. (2007). "Financial Econometrics from Basics to Advanced Modeling

Techniques Financial Econometrics: From Basics to Advanced Modeling Techniques". The FRANK J. FABOZZI Series. John Wiley & Sons, Inc.

24) Sowell, F. (1992). Maximum Likelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models. Journal of Econometrics, Vol.53, issue.1-3, pp.165-188.
25) Tolvi, Jussi, (2003), "Long Memory and Outliers in Stock Market Returns", Applied Financial Economics, Vol.13 (7), pp.495-502.
26) Xiu Jin & Yao Jin, (2007). "Empirical Study of ARFIMA model based on fractional differencing", Physica A- 377.
27) Zivot, Eric and Wang, Jiahui(2003). "Modelling Financial Time Series with S-PLUS", New York: Springer-Verlag, ISBN 0-387-95549-6.