

بررسی حافظه بلندمدت و بکارگیری تجزیه موجک جهت بهبود عملکرد پیش‌بینی نوسانات بازار سهام

شمس‌اله شیرین‌بخش^۱

اسماعیل نادری^۲

نادیا گنلی علیخانی^۳

تاریخ پذیرش: ۹۱/۸/۲۰

تاریخ دریافت: ۹۱/۵/۱۵

چکیده

شاخص‌های بازارهای مالی، دارای تناب و تلاطم بسیار زیادی بوده که این امر سبب شکل‌گیری نوع خاصی از نامانایی گشته که به آن نامانایی کسری اطلاق می‌گردد. این ویژگی موجبات شکل‌گیری حافظه بلندمدت در این نوع از سری‌های زمانی را فراهم می‌آورد. از این‌رو، این مطالعه ضمن بررسی وجود ویژگی حافظه بلندمدت در سری بازدهی بورس، به پیش‌بینی نوسانات این شاخص به کمک مدل‌های مبتنی بر حافظه بلندمدت و نیز تجزیه موجک، می‌پردازد. جهت رسیدن به این هدف، از داده‌های سری زمانی روزانه شاخص قیمت و بازده نقدی بورس اوراق بهادار تهران، طی دوره زمانی پنجم فروردین ۱۳۸۸ تا هجدهم اردیبهشت ماه ۱۳۹۱ استفاده شده است. بر پایه نتایج این پژوهش، وجود ویژگی حافظه بلندمدت در این سری مورد تأیید قرار می‌گیرد و بر این اساس بهترین مدل جهت تبیین رفتار نوسانات سری مذکور، مدل غیرخطی ARFIMA(1,2)-FIGARCH(BBM) می‌باشد. همچنین، جهت پیش‌بینی نوسانات شاخص بازدهی بورس، از مدل مذکور بر اساس سطح داده‌ها و نیز داده‌های تجزیه شده، استفاده گردید که بر مبنای معیارهای خطای پیش‌بینی RMSE و MSE، مدل مبتنی بر داده‌های تجزیه شده با تکنیک موجک از نتایج قابل قبول‌تری برخوردار بوده است.

واژه‌های کلیدی: پیش‌بینی، بورس، حافظه بلندمدت، تجزیه موجک، مدل ARFIMA، مدل FIGARCH

۱- دانشیار، عضو هیات علمی دانشگاه الزهرا (س)،

Naderi.Ec@ut.ac.ir

N.G.Alikhani@gmail.com

۲- کارشناس ارشد اقتصاد، دانشگاه تهران، (مسئول مکاتبات)،

۳- کارشناس ارشد اقتصاد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات خوزستان،

۱- مقدمه

خود رگرسیون ناهمسان واریانس شرطی (ARCH^۳) به منظور مدل‌سازی نوسانات بازده استفاده می‌شده است چرا که این مدل‌ها از پایه‌های تئوریک مالی و اقتصادی برخوردار می‌باشند. این درحالی است که این مدل‌ها به ویژه در مطالعاتی که در ایران صورت گرفته است، در مواردی از کارایی کامل همراه نشده است (عرب‌مازار و همکاران، ۱۳۸۸). لذا، در سال‌های اخیر بکارگیری مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی مبتنی بر حافظه‌ی بلندمدت پاسخی مناسب، جهت بر طرف نمودن محدودیت اشاره شده بوده که به همین دلیل کاربردهای فراوانی یافته است (کاسممن و همکاران^۴، ۲۰۰۹؛ آروری و همکاران^۵، ۲۰۱۰؛ کنراد و همکاران، ۲۰۱۱؛ تان و همکاران^۶، ۲۰۱۲).

از سوی دیگر، تکنیک موجک یک سری زمانی نامانا را به دو بخش روند و اجزاء تقسیم نموده، که این امر شرایط مدل‌سازی جداگانه هر یک از بخش‌های یک سری زمانی (روند و اجزاء) را در قالب یک مدل واحد فراهم می‌آورد (لینش و جون^۷، ۲۰۱۰). که این امر سبب بهبود عملکرد مدل‌سازی و نیز پیش‌بینی متغیرهای مختلف (به ویژه در پیش‌بینی سری‌هایی که ساختار پیچیده، آشوبی و کسری گونه دارند، همانند شاخص‌های بازارهای مالی) تبدیل موجک بسیار مؤثر و کارا خواهد بود. چراکه تبدیل موجک، نویزهای با فرکانس بالا را از داده‌ها حذف کرده، در حالیکه روند این نویزها را حفظ می‌نماید و این امر طبعتاً با کاهش مقادیر انحرافات در برآورد مدل‌ها، سبب بهبود مدل‌سازی‌ها و در نتیجه پیش‌بینی‌ها خواهد شد (همايونی و امیری^۸، ۲۰۱۱).

اساساً پیش‌بینی تلاطم یا نوسانات یک دارایی مالی در مدیریت ریسک، ارزش‌گذاری سبد سرمایه، قیمت‌گذاری مشتقات و... دارای کاربردهای فراوانی است. اما از دیدگاه معامله‌گران بازار مشتقات، درک نوسان‌پذیری، پیش‌بینی دقیق آن و حفاظت از دارایی‌های پورتفوی در مقابل هزینه‌هایی که این متغیر به ارزش کل تحمل می‌کند از اهمیت دوچندانی برخوردار می‌باشد. دانستن این واقعیت که معاملات و ابزارهای مشتقه در فضای بازار سرمایه ایران روندی تکاملی به خود گرفته است، بر ضرورت اجرای تحقیقات کاربردی بیشتر در این حوزه می‌افزاید (سعیدی و محمدی، ۱۳۹۰).

به بیانی دیگر، «قیمت یک دارایی تابعی از ریسک یا نوسانات شرطی آن دارایی می‌باشد» (کنراد و همکاران^۹، ۲۰۱۱). لذا، با مدل‌سازی نوسانات قیمت یک دارایی همانند سهام، اولاً کارگزاران می‌توانند میزان نرخ مناسب کارمزد را تعیین نمایند، ثانیاً بخش مدیریت دارایی بنگاه‌ها نیز می‌توانند به پیشگیری ضرر و زیان ناشی از ایجاد نوسانات شدید در بازدهی دارایی‌ها پردازند و در نهایت، این عمل به سرمایه‌گذاران این امکان را می‌دهد تا با بررسی چگونگی اثرگذاری نوسانات دوره‌های آتی، از ضرر و زیان احتمالی ناشی از نوسانات آتی اجتناب نمایند (مون و بروکس^{۱۰}، ۲۰۱۲). در این راستا، بسیاری از تحقیقات در سال‌های اخیر بر این مسئله متمرکز بوده‌اند که مدل‌های سنتی خطی و غیرخطی را جهت دستیابی به برآوردها و پیش‌بینی‌های دقیق‌تر، به نحوی ارتقاء دهند. به طور سنتی از مدل‌های

ازین رو اگر بخواهیم به طور همزمان، هم سری زمانی را مانا نموده و هم دچار مشکل بیش تفاضل‌گیری نشویم، می‌توان از تفاضل‌گیری کسری^{۱۵} استفاده نمود.

آزمون‌های شناسایی حافظه بلندمدت

مهم‌ترین قدم در برآورد یک مدل با ویژگی حافظه بلندمدت بررسی وجود این ویژگی در سری‌های مربوطه است. شناسایی وجود ویژگی حافظه بلندمدت از طریق تکنیک‌هایی نظیر آزمون-های ACF^{۱۶} (به عنوان یک آزمون گرافیکی) و آزمون چگالی طفیل یا آزمون GPH (به عنوان یکی از پرکاربردترین آزمون‌های کمی) و ... امکان‌پذیر می‌باشد. تشریح این آزمون‌ها در بخش تفسیر نتایج ارائه خواهد شد.

مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی

مدل خودرگرسیون ناهمسانی واریانس شرطی (ARCH) که نخستین بار توسط انگل (۱۹۸۲) مطرح شد و بعدها توسط بلرسلو^{۱۷} (۱۹۸۶) تعمیم داده شد، از جمله مدل‌هایی هستند که جهت تبیین نوسانات یک سری بکار می‌روند. پس از آن، انواع مختلف مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی معرفی گردیدند (آروری و همکاران^{۱۸}، ۲۰۱۰). از این‌رو، با توجه به تمرکز این پژوهش بر مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی کسری (FIGARCH)، در ادامه به تشریح این مدل‌ها می‌پردازیم.

مدل ناهمسانی واریانس شرطی همانباشه کسری (FIGARCH)

مدل FIGARCH اولین بار توسط بایلی^{۱۹} و همکاران (۱۹۹۶) مطرح شد. در این یک متغیر

۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

مفهوم حافظه بلندمدت

حافظه بلندمدت، بیانگر یک وابستگی قوی میان مشاهدات دور در یک سری زمانی متنسب می‌باشد. پس از این که در ابتدای کار هرست^۹ (۱۹۵۱) دریافت کرد که سری‌های زمانی ممکن است پدیده‌ی حافظه‌ی بلندمدت را نمایش دهند، از اواسط دهه ۱۹۸۰ متخصصان اقتصادستجوی پس از آنکه به مفاهیمی همچون ریشه واحد و هم انباشتگی در سری‌های زمانی پی بردند، از وجود زیرگونه‌ها و انواع دیگری از نامانایی و پایداری تقریبی آگاه شدند، که بسیاری از فرآیند موجود در بسیاری از سری‌های زمانی مالی و اقتصادی را توجیه می‌کردند (مشیری و مروت، ۱۳۸۵).

اصلًاً مهم‌ترین مشکلی که در اثر وجود متغیرهای نامانا ممکن است ایجاد شود، وجود رگرسیون کاذب است، از سوی دیگر با توجه به اینکه بیشتر سری‌های زمانی اقتصادی و مالی نامانا از نوع DSP^{۱۰} (تفاضل‌مانا^{۱۱}) هستند، برای رفع این مشکل نخست باید مرتبه تفاضل‌گیری هر متغیر را تعیین نمود. اما این کار موجب از دست رفتن بخشی از اطلاعات مهم موجود در گشتاور اول (معادله میانگین^{۱۲}) سری زمانی شده و همچنین در صورتی که عمل تفاضل‌گیری را بیش از حد تکرار نمائیم رفتار گشتاور مرتبه دوم (معادله واریانس^{۱۳}) نیز تحت تأثیر قرار گرفت. به طوری که قبل از دستیابی به مانایی سری زمانی، واریانس سری روندی کاهشی داشته و هنگامی که تفاضل‌گیری بیش از حد انجام شود، واریانس سری مجددًا افزایش خواهد یافت (ایکسو و جین^{۱۴}، ۲۰۰۷).

مهمترین توابع تبدیل موجک گستته عبارتند از: توابع هار^{۲۵}، دابیشر^{۲۶}، سیمیلتس^{۲۷}، کوایفلتس^{۲۸}، میر^{۲۹} می‌باشد و نیز به علت شباهت سری مورد مطالعه در این پژوهش شباهت زیادی به تابع تبدیل دابیشر (db3) داشته و همچنین با عنایت به آنکه در میان انواع توابع تبدیل گستته، تابع تبدیل موجک دابیشر پرکاربردترین آنها می‌باشد، در این پژوهش نیز از این تابع تبدیل استفاده شده است (وادی و اسماعیل، ۲۰۱۱).

پس از معرفی مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی توسط رابرт انگل^{۳۰} (۱۹۸۲) و تعمیم آن توسط تیم بولرسلو^{۳۱} (یکی از شاگردان بر جسته انگل) در سال ۱۹۸۶، مطالعات متعددی بر اساس این مدل‌ها و اقسام مختلف آن، صورت پذیرفت. از جمله مهمترین مطالعاتی که در سال‌های اخیر صورت پذیرفته می‌توان به مطالعه تان و همکاران (۲۰۱۲) اشاره نمود. ایشان به آزمون ویژگی حافظه بلندمدت بازده روزانه سهام بازارهای در حال توسعه به کمک روش‌های ترکیبی موجک و تفاضل‌کسری پرداختند. همچنین، ژو و کانگ^{۳۲} (۲۰۱۱) در مقاله‌ی خود به مقایسه مدل‌های مختلف در پیش‌بینی نوسانات شاخص REIT^{۳۳} پرداختند که در بین همه مدل‌ها، مدل‌های مبتنی بر حافظه بلندمدت بهترین و مدل‌های حافظه بلندمدت مبتنی بر عدم تقارن ضعیفترین عملکرد را در امر پیش‌بینی داشتند. الگیدد^{۳۴} نیز در سال ۲۰۱۱ به بررسی رفتار بازده در بازارهای سهام آفریقا با بکارگیری مدل‌های دارای ویژگی حافظه بلندمدت پرداخته است. همچنین، کیتیکاراساکون و تسه^{۳۵} (۲۰۱۱) با استفاده از مدل‌های ARFIMA-FIGARCH^{۳۶} بازارهای سهام آسیا را که دارای

تفاضل کسری که بین صفر و یک بوده، تعریف شده است. فرم تصریحی آن نیز به صورت $(1-L)^d \Phi(L) \varepsilon_t^2 = \omega + B(L) v_t$ در این معادله، $\Phi(L)$ تابع وقفه‌ی مناسب (q)، $B(L)$ تابع وقفه‌ی مناسب (p)، L اپراتور وقفه و d پارامتر تفاضل کسری می‌باشد. اگر $d = 0$ باشد، مدل FIGARCH به مدل GARCH و اگر $d = 1$ باشد به مدل IGARCH تبدیل می‌شود (کنراد و همکاران، ۲۰۱۱). لازم به ذکر است که در این گونه مدل‌ها، آثار شوک‌های واردۀ نه دیرپا بوده (همانند مدل‌های IGARCH) و نه زودگذر می‌باشد (همانند مدل‌های GARCH) بلکه حد واسطه بین آن دو می‌باشد، یعنی آثار شوک‌های واردۀ با نرخ هیپربولیکی کاهش خواهد یافت.

تجزیه موجک

تجزیه موجک با استفاده از توابع پایه‌ای^{۳۱}، یک سری‌زمانی را به فضای فرکانس برده و سپس سری مذکور در زمان و مقیاس‌های مختلف نشان می‌دهد. بر خلاف تبدیل فوریه که تنها تابع پایه‌ای آن را تابع سینوسی تشکیل می‌دهد، تجزیه موجک دارای توابع پایه‌ای پیوسته و ناپیوسته متفاوتی بوده، اما همه‌ی این توابع دارای انتزی محدود می‌باشند.^{۳۲} این خاصیت موجک‌ها سبب شده است، که این تجزیه، بتواند به بررسی سری‌های نامانا و زودگذر، پردازد. بطور کلی تجزیه‌های موجک را بر اساس طول داده‌ها، می‌توان به دو دسته‌ی «تبدیل موجک پیوسته (CWT)^{۳۳}» و «تبدیل موجک گستته (DWT)^{۳۴}» تقسیم نمود (کریم و همکاران، ۲۰۱۱). با توجه به اینکه سری بازدهی بورس از نوع سری‌های گستته می‌باشد و نیز به علت آنکه

بازدهی سهام تهران را با استفاده از مدل‌های خطی و غیر خطی و طی دوره زمانی ۱۳۷۷ الی ۱۳۸۲ استفاده از روش‌های ARFIMA، ARIMA و GARCH و شبکه عصبی (ANN) مورد تجزیه و تحلیل قرار داده‌اند

توزیع پهن دنباله هستند را تجزیه و تحلیل قرار نمودند.

همچنین، کانگ و همکاران^{۳۸} (۲۰۱۰)، کنراد و همکاران (۲۰۱۱)، ژو و همکاران (۲۰۱۱)، دئو و همکاران (۲۰۱۰)، کاسمن و همکاران (۲۰۰۹)، در تحقیقات خود ابتدا معادله میانگینی با ساختار ARFIMA تخمین زده و پس از تأیید وجود اثرات حافظه بلندمدت در سری مورد بررسی، سعی در مدل‌سازی نوسانات آن به کمک معادلات واریانس شرطی مختلف نمودند.

کشاورزخداد و صمدی (۱۳۸۸) نیز جهت محاسبه‌ی ارزش در معرض خطر در بازار سهام تهران، از مدل‌های خانواده FIGARCH استفاده نموده است. ایشان ضمن تأیید وجود اثرات حافظه بلندمدت در سری بازده بورس، اذعان داشته‌اند که مدل FIGARCH، دارای بهترین عملکرد در بین مدل‌های خانواده GARCH بوده است. عرفانی نیز در سال ۱۳۸۷ به منظور پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادر تهران، با استفاده از داده‌های روزانه شاخص مذکور، ویژگی حافظه بلندمدت را بررسی نمودند. نتایج این تحقیق مؤید این مطلب است که مدل ARFIMA نسبت به مدل ARIMA از قابلیت پیش‌بینی مناسب‌تری برخوردار است. همچنین، مشیری و مروت (۱۳۸۵) پیش‌بینی شاخص کل

۴- نتایج پژوهش

۴-۱- تحلیل توصیفی داده‌ها

با توجه به اهمیت ماهیت داده‌های بکارگرفته شده در هر پژوهش، پیش از انجام مدل‌سازی شاخص مذکور، به بررسی آماره‌های توصیفی در قالب جدول (۱) می‌پردازیم:

جدول (۱): آماره‌های توصیفی سری بازدهی بورس تهران

آماره	سری بازدهی بورس	آماره	سری بازدهی بورس
تعداد مشاهدات	۶۱۶	ADF	-۱۶/۵۸۷(0/000)
Mean	۰/۰۰۱۹۳	Phillips-Perron	-۱۷/۵۱۶۵(0/0001)
S.D	۰/۰۰۷۹۷	ERS	-۱۷/۲۸۸ (-1/۹۴۱۳)
Skewness	۲/۲۶۸۴	Box- Ljung Q(10)	۱۰۸/۸۱(0/000)
Kurtosis	۲۲/۱۷۹۹	McLeod-Li Q ² (10)	۲۴/۲۵۰(0/000)
Jarque- Bra	۹۹۵۳/۹۹(0/000)	ARCH (10)=F(10,2727)	۱/۹۸۳۶(0/033)

منبع: یافته‌های تحقیق



روش‌های کاربردی می‌باشد که در بخش بعد به بررسی آنها پرداخته خواهد شد.

۴-۲-۱- تجزیه و تحلیل حافظه بلندمدت

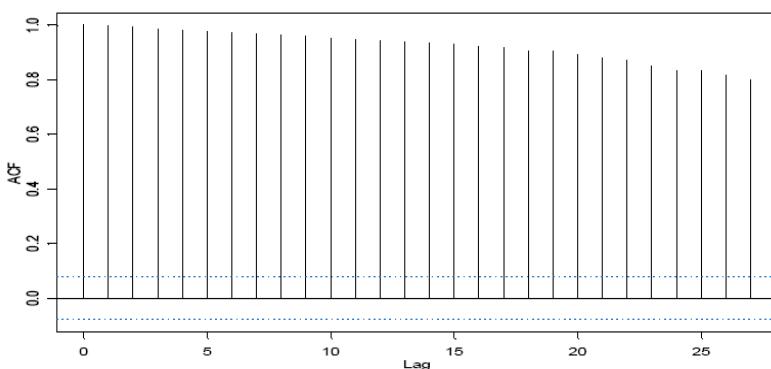
همانطور که از شکل (۱) که در واقع نمودار ACF (که مستخرج از نرم‌افزار S-PLUS می‌باشد) را در بر دارد، مشخص است، سری لگاریتم شانص کل بورس اوراق بهادار تهران، بصورت خیلی آهسته و نه به شکل نمایی کاهش می‌یابد. همانطور که گفته شد، سری‌های دارای چنین نمودار خودهمبستگی، علاوه بر اینکه نامانا هستند، دارای حافظه بلندمدت نیز خواهند بود.

بنابراین، در صورت عدم وجود ویژگی حافظه‌ی بلندمدت، انتظار ما بر آن است که سری مذکور با تفاضل‌گیری (یک مرتبه) مانا شود، اما نتایج حاصل از یک مرتبه تفاضل‌گیری نشان می‌دهد که، سری بازدهی بورس با توجه به آزمون‌های ماناپی ADF و فیلیپس- پرون مانا بوده، در حالی که نتیجه‌ی آزمون KPSS بیانگر ناماپی سری مذکور می‌باشد که نتایج آن در جدول (۲) ارائه شده است. وجود چنین شرایطی ما را بر آن داشت که، به بررسی ویژگی حافظه‌ی بلندمدت در سری بازدهی بورس واداشت.

با مشاهده جدول فوق می‌توان دریافت که، میانگین سری بازدهی بورس تهران در دوره مورد بررسی معادل 0.00193 و انحراف معیار آن برابر 0.00797 می‌باشد، که با مقایسه این دو می‌توان دریافت که، این سری در دوره مورد بررسی دارای نوسانات زیادی می‌باشد. آزمون نرمال بودن توزیع سری مذکور نیز، بیانگر غیرنرمال بودن این سری و نیز، آماره‌ی کشیدگی نشان‌دهنده دنباله پهن بودن آن می‌باشد. با مشاهده آماره‌ی لیانگ- باکس (با ده دوره وقفه)، می‌توان به رد فرضیه صفر این آزمون مبنی بر «عدم وجود خودهمبستگی سریالی میان جملات سری» پی برد. همچنین، آماره‌ی مک- لنود- لی نیز فرضیه صفر (مبنی بر عدم وجود خودهمبستگی سریالی میان مجدد بازده سری) را، رد می‌نماید، که در واقع بیانگر وجود اثرات غیرخطی در این سری و نیز مؤید ناهمسان واریانس بودن سری بازدهی، می‌باشد. گفتنی است که نتایج آزمون آرج_ انگل نیز با نتایج آزمون مک- لنود- لی سازگار بوده و بر فرضیه‌ی ناهمسان بودن واریانس سری بازدهی صحیحه می‌گذارد. و در نهایت، بررسی آماره‌های آزمون ماناپی مطرح شده ADF، ERS^{۴۰}، (Phillips-Perron) دال بر مانا بودن متغیر مذکور می‌باشند.

۴-۲-۲- تحلیل کمی ویژگی حافظه بلندمدت

به طور کلی مهمترین بخش بکارگیری یک مدل مبتنی بر حافظه‌ی بلندمدت، تخمین پارامتر حافظه بلندمدت (d) و در نتیجه حصول اطمینان از برخورداری سری مورد بررسی از این ویژگی می- باشد. روش‌های ACF و GPH از جمله مهمترین



شکل (۱): نمودار ACF سری لگاریتم شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (منبع: یافته‌های تحقیق)

جدول (۲): نتایج مربوط به بررسی مانایی در سری بازدهی بورس اوراق بهادار تهران

نام متغیر	آزمون مانایی	ADF	ERS	فیلیپس-پرون	KPSS
آماره بحرانی	-۰.۵۸۶۹	-۰.۲۸۸۱	-۰.۵۴۳۷	-۰.۵۹۰۴	-۰.۴۶۳۰
آماره محسوباتی در سطح ۰.۵%	-۰.۹۴۱۳	-۰.۹۴۱۳	-۰.۹۴۱۳	-۰.۹۴۱۳	-۰.۹۴۱۳
نتیجه آزمون					Dlted

منبع: یافته‌های تحقیق

نگاشت^{۳۳}، همان پارامتر حافظه بلندمدت را به دست می‌دهد (محمدی و طالب‌لو، ۱۳۸۹). آماره‌ی آزمون GPH، به تخمین پارامتر حافظه‌ی بلندمدت (d) که بر مبنای رگرسیون دوره نگاشت زیر است، محاسبه می‌گردد:

(۱)

$$\ln[I(w_j)] = \beta_0 + \beta_1 \ln \left[4 \sin(w_j / 2) \right] + e_j \quad j = 1, 2, 3, \dots$$

که در آن $w_j = 2\pi j / T$ و $j = 1, 2, \dots, n$. e_j بیانگر پسماندهای مدل بوده و همچنین، w_j به تبدیل فوريه‌ی فرکانس ($n = \sqrt{T}$) اشاره دارد. در نهایت $I(w_j)$ یک دوره نگاشت ساده بوده که به صورت زیر تعریف می‌شود.

۲-۲-۴- تخمین پارامتر حافظه بلندمدت

مدلهای مبتنی بر حافظه‌ی بلندمدت شدیداً به مقدار پارامتر حافظه‌ی بلندمدت و نیز نحوه میرایی توابع خودهمبستگی بستگی دارند. بر این اساس، در این بخش به تخمین پارامتر حافظه‌ی بلندمدت با معیار GPH^{۴۱} به کمک نرم‌افزار OX-METRICS خواهیم پرداخت. به طور کلی آزمون GPH که نخستین بار توسط «گویک و پورتر-هوداک (GPH)، ۱۹۸۳» ارائه گردید، مبتنی بر تحلیل دامنه فرکانس بوده و از تکنیک رگرسیون دوره نگاشت^{۴۲} جهت برآورد آن استفاده شده است که در واقع این تکنیک، ابزاری جهت تمایز بین روندهای کوتاه‌مدت و حافظه بلندمدت فراهم می‌آورد. لازم به ذکر است که شبیه خط رگرسیون حاصل از بکارگیری تکنیک رگرسیون دوره

میانگین^{۴۵})، یعنی مدل ARFIMA می‌پردازیم که فرم کلی آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\varphi(L)(1-L)^d(y_t - \mu_t) = \theta(L)\varepsilon_t \quad (3)$$

$$t = 1, 2, 3, \dots, T$$

که در آن $\phi(L)$ چندجمله‌ای خودهمبستگی، $\theta(L)$ چندجمله‌ای میانگین متحرک، L عملگر وقفه و μ_t میانگین y_t می‌باشد. p و q اعداد صحیح هستند و d پارامتر تفاضل‌گیری می‌باشد. $(1-L)^d$ معرف عملگر تفاضل کسری است. گفتنی است که، در صورتی که مقدار پارامتر تفاضل‌گیری در مدل مذکور برابر واحد باشد، این مدل را مدل ARIMA می‌نامند. اگر $d < 0.5$ باشد کوواریانس مدل ثابت بوده و اگر $d > 0$ باشد دارای ویژگی حافظه بلندمدت خواهد بود (هاسکینگ، ۱۹۸۱). زمانی که $0 < d < 0.5$ باشد تابع خودهمبستگی به صورت هیپربولیکی کاهشی می‌یابد و زمانی که $d < 0$ باشد فرآیند حافظه میان‌مدت (کوتاه‌مدت) پیش می‌آید. فرآیند حافظه میان‌مدت نشان دهنده این مطلب است که، از متغیر مورد بررسی بیش از حد تفاضل‌گیری شده و در این مورد معکوس تابع خودهمبستگی به صورت هیپربولیکی کاهش می‌یابد.

اساساً، روش‌های مختلفی جهت برآورده مدل ARFIMA و پارامتر d وجود دارد که در این پژوهش از روش‌های حداکثر درستنمایی دقیق^{۴۶} (EML)، روش درستنمایی تعديل شده^{۴۷} (MPL) و روش حداقل مربعات غیرخطی^{۴۸} (NLS) استفاده شده است. با توجه به معیار آکائیک به مقایسه انواع مختلف مدل‌های ARFIMA پرداخته شده است.

$$(2) \quad I(w_j) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=1}^T \varepsilon_t e^{-w_j t} \right| \quad j = 1, 2, 3, \dots$$

بنابراین، مقدار آماره‌ی آزمون GPH برابر $\hat{\beta}_1$ – می‌باشد (آروری و همکاران^{۴۹}، ۲۰۱۱). مقدار پارامتر حافظه‌ی بلندمدت بر اساس این آزمون در جدول زیر ارائه گردیده است:

جدول (۴): تخمین مقدار d به کمک آماره‌ی آزمون NLS بر اساس روش GPH

Prob	t-statistic	d-Parameter	معیار سری لگاریتم شاخص کل بورس
۰/۰۰۰	۱۲/۳	۱/۰۴۶۹۵	
۰/۱۴۰۸۸	۳/۱۳	۰/۰۰۲	بازدهی بورس

منبع: یافته‌های تحقیق

همان‌طور که از نتایج جدول فوق پیداست، مقدار پارامتر حافظه‌ی بلندمدت غیر صفر بوده و در نتیجه تأییدی بر وجود ویژگی حافظه‌ی بلندمدت در سطح سری بازدهی بورس می‌باشد. بنابراین، سری بازدهی بورس می‌باشد مجدداً تفاضل‌گیری کسری شده و بر اساس آن مدل‌سازی گردد.

۳-۴- مدل‌سازی بازدهی بورس

با تأیید وجود ویژگی حافظه بلندمدت در سطح سری بازدهی بورس، در این بخش به مدل‌سازی آن به کمک معروف‌ترین و انعطاف‌پذیرترین مدل حافظه بلندمدت (فرم تصریحی معادله

جدول (۴): نتایج تخمین انواع مدل‌های ARFIMA

ARCH-TEST	AIC			مدل
	MPL	NLS	EML	
$F(1,606) = 4/80 (0.002)$	-7/2171	-7/3241	-7/3235	ARFIMA(1,0.14,1)
$F(1,605) = 2/88 (0.04)$	-7/2130	-7/3289	-7/3242	ARFIMA(1,0.14,2)
$F(1,605) = 4/42 (0.03)$	-7/2124	-7/3234	-7/3226	ARFIMA(2,0.14,1)
$F(1,604) = 5/67 (0.01)$	-7/2129	-7/3250	-7/3236	ARFIMA(2,0.14,2)

منبع: یافته‌های تحقیق

جدول (۵): نتایج تخمین انواع مدل‌های ARFIMA-FIGARCH

ARFIMA(2,2)		ARFIMA(2,1)		ARFIMA(1,2)		ARFIMA(1,1)		انواع مدل‌ها
SBC	AIC	SBC	AIC	SBC	AIC	SBC	AIC	
-7/2309	-7/3133	-7/2430	-7/3172	-7/2501	-7/3243	-7/2523	-7/3182	GARCH
-6/8629	-6/9618	-6/8744	-6/9651	-6/8761	-6/9667	-6/8864	-6/9688	EGARCH
-7/2302	-7/3209	-7/2420	-7/3244	-7/2525	-7/3349	-7/2478	-7/3221	GJR-GARCH
-7/2281	-7/3271	-7/2426	-7/3233	-7/2402	-7/3308	-7/2518	-7/3341	APGARCH
-7/2323	-7/3075	-7/2455	-7/3114	-7/2463	-7/3122	-7/2548	-7/3125	IGARCH
-7/2166	-7/3073	-7/2264	-7/3088	-7/2588	-7/3343	-7/2384	-7/3126	FIGARCH (BBM)
-7/2031	-7/2937	-7/2151	-7/2976	-7/2155	-7/2981	-7/2250	-7/2991	FIGARCH (Chang)

منبع: یافته‌های محقق

همانطور که مشاهده می‌شود، کلیه مدل‌های ارائه شده در جدول (۵) بر اساس معادلات میانگین‌های مختلف مبتنی بر حافظه بلندمدت بوده و ترکیبات مختلف آن از سه بخش کلی تشکیل شده است؛ بخش اول (قسمت بالایی جدول) شامل انواع مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی غیر کسری بوده و بخش دوم ترکیب مدل خودرگرسیون ناهمسانی واریانس شرطی با ریشه واحد (IGARCH) و معادلات میانگین‌های مذکور را شامل بوده و در نهایت بخش سوم (قسمت پائینی جدول)، انواع مدل‌های خودرگرسیون ناهمسان واریانس شرطی کسری (FIGARCH) را در بر دارد. با مقایسه مقادیر معیارهای اطلاعات مربوط به انواع مختلف مدل‌های GARCH به

بر اساس نتایج جدول فوق، مدل ARFIMA (1,0.14,2) با توجه به آماره‌ی آکائیک، دارای بهترین عملکرد بوده و نیز، بر اساس آزمون آرج، وجود اثرات ARCH (خود رگرسیون ناهمسان واریانس شرطی) در جملات اخلال این مدل‌ها تأیید گردیده و در نتیجه جهت رفع مشکل ناهمسانی واریانس، می‌توان از خانواده مدل‌های ARCH استفاده کرد. به همین منظور در بخش بعدی، به مدل‌سازی معادله واریانس سری مورد بررسی، به کمک انواع مدل‌های GARCH اعم از معادلات مبتنی بر حافظه بلندمدت (کسری) و نیز مدل‌های غیر کسری می‌پردازیم. نتایج انواع مختلف این تصریح‌ها در جدول (۵) ارائه شده است.



معناداری این ضرایب در جدول (۶) ارائه شده است. همچین آماره‌های مربوط به بررسی وجود ناهمسانی واریانس در اجزاء اخلال این مدل (آماره‌های مربوط به آزمون‌های لیانگ- باکس، مکلثود- لی و آرج) نیز در قسمت زیرین جدول مربوط به تخمین این مدل، ارائه گردیده است.

садگی می‌توان دریافت که، مدل ARFIMA(1,2)-FIGARCH(BBM) دارای کمترین مقدار آماره‌ی اطلاعات‌آکائیک و شوارتز بوده و بنابراین بهترین تصریح جهت تبیین الگوی رفتاری تلاطم موجود در سری بازده‌ی بورس می‌باشد، که ضرایب متغیرهای این مدل به همراه آماره‌های مربوط به

جدول (۶): نتایج تخمین ARFIMA(1,2)-FIGARCH(BBM)

نام متغیر	ضریب	خطای معیار	آماره‌ی t	prob
معادله‌ی میانگین				
C	-0.002	-0.0008	2/56	-0.010
d-ARFIMA	0.018	0.014	12/85	-0.000
AR(1)	0.028	0.073	3/93	-0.000
MA(1)	-0.009	0.008	-12/09	-0.000
MA(2)	-0.011	0.016	-6/47	-0.000
Dum	0.006	0.009	6/16	-0.000
معادله‌ی واریانس				
C	0.94	0.776	2/51	-0.006
d-FIGARCH	0.31	0.031	10/06	-0.000
ARCH	0.056	0.259	2/19	-0.028
GARCH	0.075	0.154	4/85	-0.000
Box- Ljung Q(10)	12.06(0.098)	1891/932	Log likelihood	1891/932
McLeod-Li Q ² (10)	4.87(0.771)	-7/334374	Akaike	-7/334374
ARCH(1)=F(1,718)	0.0031(0.955)	-7/258862	Schwarz	-7/258862

منبع: یافته‌های تحقیق

جست‌وجو نمود. علل ثبت این رکوردها ریشه در عبور اقتصاد جهانی از موج دوم بحران مالی و رکود اقتصاد جهانی، مجموعه سیاستی اعمال شده در سال ۱۳۸۷ (که شامل محورهای حمایت از بازار سرمایه با استفاده از ابزارهایی چون اعطای وام‌های ریالی و ارزی، اعطای تسهیلات به شرکتهای سرمایه گذاری، مشارکت نهادهای مالی در عملیات بازارسازی و بازارگردانی سهام می‌باشد)، واگذاری شرکتهای بزرگ دولتی در قالب سیاست‌های کلی اصل ۴۴ قانون اساسی (همانند

بر اساس جدول فوق ذکر چند نکته ضروری است: نخست اینکه؛ متغیر مجازی معرفی شده در معادله میانگین مدل فوق (Dum)، بیانگر شوک‌های نامتعارف وارد به سری مذکور می‌باشند. اساس انتخاب شوک‌های نامتعارف، بزرگی آنها می‌باشد. به این معنا که، شوک‌هایی را که بیش از چهار برابر انحراف معیار سری بازده بوده‌اند، به عنوان شوک نامتعارف انتخاب نموده شده‌اند. دلایل اقتصادی آن را می‌توان در ثبت رکوردهای جدید شاخص بورس طی سال‌های ۱۳۸۸ و ۱۳۸۹

بهینه تجزیه داده‌ها برابر سطح یک شده است. شکل زیر نمودار تجزیه داده‌ها را تا یک سطح و با تابع داییشز سه (به علت آنکه داده‌های شاخص بورس با نمودار داییشز 3 همخوانی داشتند)، نشان می‌دهد.

با توجه به آنکه داده‌ها را تا یک سطح واشکافی کرده و بر مبنای آن تقریب و جزئیات حاصله را محاسبه نمودیم، شکل فوق نمودار تقریب 49 $\{(1)\}a$ و جزئیات 50 $\{(1)\}d$ سری شاخص بورس را که جهت تجزیه داده‌ها با استفاده از تابع تجزیه موجک گستته داییشز 3 ، به کار گرفته خواهد شد را، نشان می‌دهد که گفتنی است که به کمک آنها می‌توانیم مدل‌سازی‌های مدنظر را انجام دهیم.

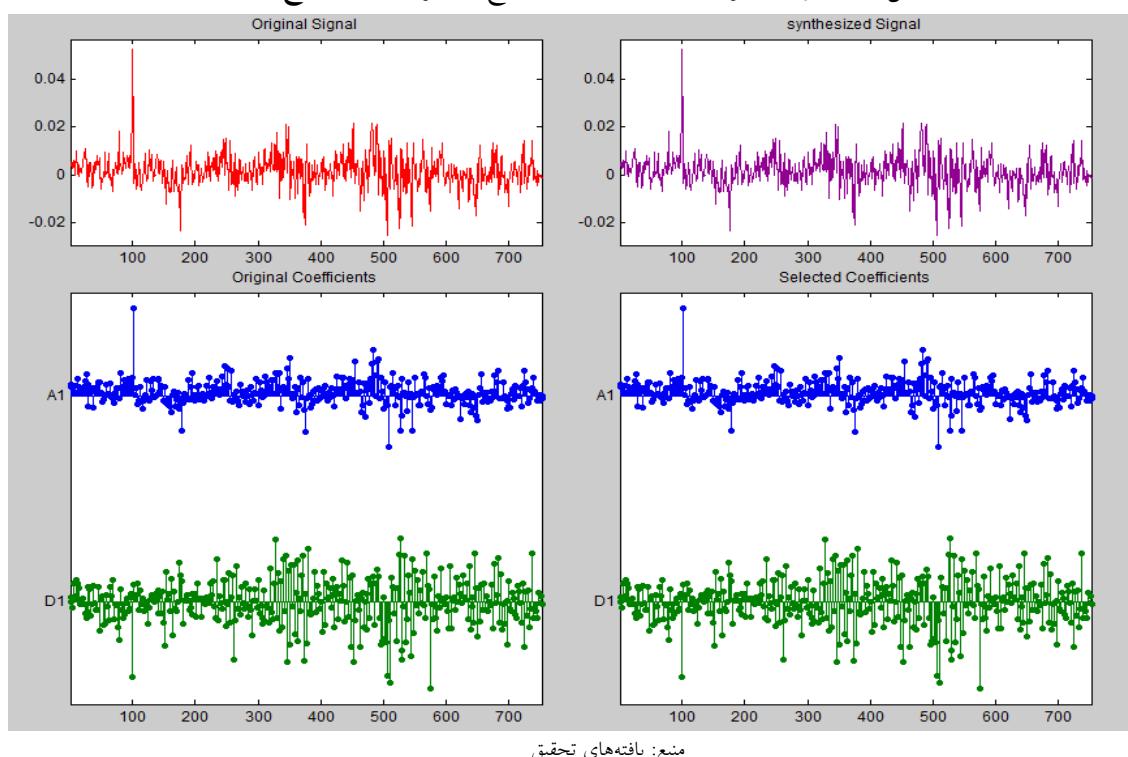
شرکت‌های بیمه‌ای، شرکت مخابرات ایران و ...، داشته است.

همچنین، در مدل مذکور (به جز عرض از مبدأها) کلیه ضرایب این مدل در سطح $\%95$ معنادار می‌باشد. نتایج آزمون لیانگ- باکس نیز، هیچگونه اثری از خودهمیستگی سریالی در اجزاء اخلال این مدل را نشان نمی‌دهد. وجود ناهمسانی واریانس در اجزاء اخلال، نیز بر اساس آزمون مکلئود- لی و آرج، متفقی اعلام شده است.

۴-۴- تجزیه داده‌ها به کمک تکنیک موجک

جهت انتخاب سطح تجزیه داده‌ها، آنها را ابتدا به ۵ سطح تجزیه نموده و سپس به کمک جعبه گرافیکی موجک در نرم‌افزار MATLAB، سطح بهینه را مشخص نمودیم، که بر اساس آن سطح

شکل (۲): نمودار تجزیه داده‌ها با استفاده از تابع داییشز و تا یک سطح



منبع: یافته‌های تحقیق



موشکافانه سری مذکور نشان می‌دهد که وجود ویژگی حافظه بلندمدت در گشتاورهای مراتب اول و دوم بر اساس آزمون ACF و GPH، مورد تأیید قرار گرفت که این امر مؤید آن است که ریسک و بازدهی مورد انتظار را می‌باشد بر مبنای مدل‌های کسری (ARFIMA) و FIGARCH (FIGARCH(1,2)-ARFIMA(BBM)) در غیرخطی مقابله سایر مدل‌های رقیب، اعم از مدل‌های کسری و غیر کسری (بر اساس معیارهای اطلاعات آکائیک و شوارتز) دلالت داشته است.

نکته دیگری که در این مطالعه مورد بررسی قرار گرفت، تحلیل میزان اثربخشی و کارایی بکارگیری تجزیه موجک، در پیش‌بینی نوسانات بازده سری مذکور بوده است. نتایج برآوردهای این پژوهش، ضمن تأیید بهبود عملکرد نتایج پیش‌بینی سطح_متغیرهای مختلف بر پایه تکنیک موجک، مؤید تأثیر قابل توجه بکارگیری این تکنیک حتی در گشتاور مرتبه دوم (نوسانات) سری مذکور بوده است.

۴-۵- پیش‌بینی نوسانات شاخص بازدهی بورس
پس از مدل‌سازی سری بازدهی بورس و نیز تجزیه داده‌ها به دو بخش "تقریب" و "جزئیات"، به مدل‌سازی نوسانات سری‌های حاصل از تجزیه داده‌ها، می‌پردازیم. نتایج این مدل‌سازی‌ها حاکی از آن بود که، معناداری ویژگی حافظه بلندمدت در سری "جزئیات" به شدت افزایش یافته بود و این در حالی است که این امر در مورد سری "تقریب" صادق نبوده است. پس از مدل‌سازی نوسانات بازده بورس در این حالت، بر اساس مقادیر پیش‌بینی بدست آمده کل خطای پیش‌بینی را محاسبه نموده آنرا با نتایج حاصل از مدل‌سازی نوسانات بازده بورس در حالت مبتنی بر داده‌های تجزیه نشده، مقایسه می‌نماییم. بنابراین، جهت پرهیز از اضافه‌گویی، در ادامه تنها به ارائه نتایج حاصل از پیش‌بینی مدل‌های تحقیق در هر دو حالت مذکور می‌پردازیم.

بنابراین، همانطور که نتایج جدول فوق نشان می‌دهد، بکارگیری داده‌های تجزیه شده، تأثیر قابل توجهی بر نتایج پیش‌بینی نوسانات شاخص مذکور داشته که این امر، با نتایج تحقیقات پیشین (که از این تکنیک در مورد مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی نیز استفاده نموده‌اند) نیز سازگاری دارد.

۵- نتیجه‌گیری و بحث

نتایج این مطالعه، میان آن است که، بازده سری شاخص قیمت و بازده نقدی بورس اوراق بهادار تهران، دارای اثرات ناهمسانی واریانس شرطی بوده و لذا در این شرایط بکارگیری خانواده مدل‌های GARCH، از اثربخشی چشم‌گیری برخوردار خواهد بود. از سوی دیگر، بررسی

جدول (۷): نتایج مقایسه مدل‌های تحقیق (منبع: یافته‌های تحقیق)

داده‌های تجزیه شده با موجک			نمره
RMSE	MSE	مدل	
۰/۰۲۳۴	۰/۰۰۰۵۵	ARFIMA-FIGARCH	۱
داده‌های تجزیه نشده			
RMSE	MSE	مدل	
۰/۰۱۵۵	۰/۰۰۰۲۴	ARFIMA-FIGARCH	۲

در محاسبه ارزش در معرض خطر دارایی‌های مالی نیز استفاده نمود.

بر پایه یافته‌های این پژوهش، می‌توان چند پیشنهاد را به شرح زیر بیان نمود:

فهرست منابع

- (۱) سعیدی، حسین و محمدی، شاپور (۱۳۹۰)، "پیش‌بینی نوسانات بازده بازار با استفاده از مدل‌های ترکیبی گارچ- شبکه عصبی"، فصلنامه بورس و اوراق بهادار، سال چهارم، شماره ۱۶، ص ۱۵۳-۱۷۴.
- (۲) عرب‌مازار یزدی، محمد و قاسمی، مهسا (۱۳۸۸)، "قیمت‌گذاری عرضه‌های عمومی اویله: ترکیب شبکه‌های عصبی مصنوعی و الگوریتم ژنتیک"، بررسی‌های حسابداری و حسابرسی، دوره ۱۶، شماره ۰۵۸.
- (۳) عرفانی، علیرضا (۱۳۸۷)، "پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با مدل ARFIMA"، پژوهشنامه علوم انسانی و اجتماعی "علوم اقتصادی"، شماره ۰۲۸.
- (۴) کشاورز حداد، غلامرضا و صمدی، باقر (۱۳۸۸)، "برآورد و پیش‌بینی تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسه دقیقت روش‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر: کاربردی از مدل‌های خانواره FIGARCH"، مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۸۶، صفحات ۲۳۵-۱۹۳.

۱) در مدل‌سازی‌های آتی، توجه به ویژگی حافظه بلندمدت، بیشتر مورد توجه قرار گیرد، چراکه توجه به این ویژگی بدان معناست که تکانه‌های کنونی اگرچه بخشی از آثار خود را در همان دوره یا نهایتاً با چند وقفه خواهد گذاشت، ولی بخش قابل توجی از آثار تکانه‌ی مذکور می‌تواند رفتار سری با این ویژگی را در دوره‌های آتی تحت تأثیر قرار دهد، بنابراین همانطور که در این مطالعه و سایر مطالعات داخلی و خارجی تأیید گردید؛ در نظر گرفتن این ویژگی قاعده‌تاً منجر به بهبود عملکرد مدل‌ها شده و آن را می‌توان به عنوان یک پیشنهاد به سرمایه‌گذاران و تصمیم‌گیران بازارهای مالی و اقتصاد کلان اعلام نمود.

۲) با عنایت به گسترش روش‌های محاسبات کامپیوتری در سال‌های اخیر و بالتابع ترویج استفاده از مدل‌های ترکیبی، توجه به این نکته که "بکارگیری ترکیب روش‌های پیچیده (غیرخطی) و مقوله حافظه بلندمدت می‌تواند نتایج بهتری را در برداشته باشد"، می‌تواند در زمینه‌های مختلف (سایر بازارهای پرتلاطم) تحقیقات آتی، مورد توجه قرار گیرد.

۳) با توجه به جدیدی بودن رویکردهای بکارگرفته شده در این مطالعه، می‌توان از نتایج آن



- Vol.25, IACSIT Press, Singapore, PP. 277-281.
- 15) Hurst, H., (1951), "Long-term storage of reservoirs: an experimental study", Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol. 116, PP. 770 – 799.
- 16) Kang, S.H., Cheong, C., Yoon, S.M., (2010), "Long memory volatility in Chinese stock markets", Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 389, Issue. 7, PP. 1425-1433.
- 17) Karim, S.A.A., Karim, B.A., Ismaeil, M.T., Hasan, M.K., Sulaiman, J., (2011), Application of Wavelet Method in Stock Exchange Problem, Journal of Applied Science, Vol. 11, No. 8, PP 1131-1135.
- 18) Kasman, A., Kasman, S., Torun, E., (2009), "Dual long memory property in returns and volatility: Evidence from the CEE countries' stock markets", Emerging Markets Review, Vol. 10, Issue. 2, PP. 122-139.
- 19) Kittiyakarasakun, J., Tse, Y., (2011), "Modeling the fat tails in Asian stock markets", International Review of Economics and Finance, No. 20, PP. 430–440.
- 20) Lineesh, M.C., John, C.J., (2010), "Analysis of Non-Stationary Time Series using Wavelet Decomposition", Nature and Science, Vol. 8, No. 1, PP. 53-59.
- Lorenz, H.W., (1989), "Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion", New York: Springer- Verlag.
- 21) Mun, M., Brooks, R., (2012), "The roles of news and volatility in stock market correlations during the global financial crisis", Emerging Markets Review, Vol. 13, Issue. 1, PP. 1-7.
- 22) Tan, P.P., Galagedera, D.U.A., Maharaj, E.A., (2012), "A wavelet based investigation of long memory in stock returns", Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 391, Issue. 7, PP. 2330-2341.
- 23) Xiu, J., Jin, Y., (2007), "Empirical Study of ARFIMA Model Based On Fractional Differencing", Physica-A, No. 377, PP. 137-184.
- 24) Zhou, Jian & Kang, Zhixin (2011)," A Comparison of Alternative Forecast Models of REIT Volatility", Journal of Real Estate Finance Economics, PP. 275-294
- (5) مشیری، سعید و مروت، حبیب (۱۳۸۵)، "پیش‌بینی شاخص کل بازدهی سهام تهران با استفاده از مدل‌های خطی و غیرخطی"، فصلنامه پژوهشنامه بازارگانی.
- 6) Alagidede, P., (2011), "Return Behavior in Africa's Emerging Equity Markets", The Quarterly Review of Economics and Finance, No. 51, PP. 133–140.
- 7) Al Wadia, S., Tahir Ismail, M. (2011), Selecting Wavelet Transforms Model in Forecasting Financial Time Series Data Based on ARIMA Model, Applied Mathematical Sciences, Vol. 5, No. 7, PP. 315 – 326.
- 8) Arouri, M., Lahiani, A., Nguyen, D.K., (2010), "Forecasting the Conditional Volatility of Oil Spot and Futures Prices with Structural Breaks and Long Memory Models", International Conference on Economic Modeling, July, (Istanbul, Turkey).
- 9) Baillie, R.T., Bollerslev, T., Mikkelsen, H.O., (1996), "Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", Journal of Econometrics, Vol. 74, PP. 3–30.
- 10) Bollerslev, T., (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", Journal of Econometrics, 31(3), pp. 307-327.
- 11) Conrad, C., Karanasos, M., Zeng, N., (2011), "Multivariate fractionally integrated APARCH modeling of stock market volatility: A multi-country study", Journal of Empirical Finance, Vol. 18, Issue. 1, PP. 147-159.
- 12) Deo, R., Hsieh, M., Hurvich, C.M., (2010), "Long memory in intertrade durations, counts and realized volatility of NYSE stocks", Journal of Statistical Planning and Inference, Vol. 140, Issue. 12, PP. 3715-3733.
- 13) Engle, R. F., (1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation", Econometrica, No. 50, PP. 987–1008.
- 14) Homayouni, N., Amiri, A., (2011), "Stock price prediction using a fusion model of wavelet, fuzzy logic and ANN", International Conference on E-business, Management and Economics, IPEDR

یادداشت‌ها

¹ Conrad & et al.

² Mun & Brooks

³ Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity

⁴ Kasman & et al.

⁵ Arouri & et al.

⁶ Tan & et al.

⁷ Lineesh & John

⁸ Homayouni & Amiri

⁹ Hurst

¹⁰ Differences Stationary Process

¹¹ یعنی با نقضیلگیری می‌توان آنها را به سری‌های مانا تبدیل نمود. بر خلاف سری‌های Trend Stationary (TSP) (یا سری‌های روند مانا که با روندزدایی مانا می‌شوند، Process

¹² Mean Equation

¹³ Variance Equation

¹⁴ Xio & Jin

¹⁵ Fractional Differences

¹⁶ Autocorrelation Function

¹⁷ Borlerslev

¹⁸ Arouri & et al.

¹⁹ Baillie

²⁰ Conrad & et al.

²¹ Basis Function

²² Finite Energy

²³ Continuous Wavelet Transform

²⁴ Discrete Wavelet Transform

²⁵ Haar

²⁶ Daubechies

²⁷ Symmelets

²⁸ Coiflets

²⁹ Meyer

³⁰ Engel

³¹ Borlerslev

³² Zhou & Kang

³³ Tokyo Stock Exchange (REIT Index)

³⁴ Alagidede

³⁵ Kittikarakasakun & Tse

³⁶ Fractional Integration Generalized Auto

Regressive Conditional Heteroskedasticity

³⁷ Auto Regressive Fractional Integration Moving

Average

³⁸ Kang & et al.

³⁹ Tehran Exchange Dividend Price Index

⁴⁰ Elliott-Rothenberg-Stock

⁴¹ Gewek, Porter-Hudak

⁴² Log- Period gram

⁴³ یک نگاشت، رابطه‌ای است ریاضی که یک یا برعی از اعضاء مجموعه دامنه را به یک یا برعی از اعضاء مجموعه برد می‌نگارد.

⁴⁴ Arouri & et al.

⁴⁵ Mean Equation

⁴⁶ Exact Maximum Likelihood

⁴⁷ Modified Profile Likelihood

⁴⁸ Non Linear Least Square

⁴⁹ Approximation

⁵⁰ Details

