نشریــه علمــی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
دوره ۱۴ / شماره ۳ (پیاپی ۵۱) / پائیز ۱۴۰۰
صفحه ۸۱ تا ۹۶

ارائه مدلی جهت برآورد ریسک دنباله‌ای با استفاده از مدل‌های ترکیبی ارزش فرین (پارامتریک، نیمه‌پارامتریک و ناپارامتریک)

علی سوری[۱]
بهمن اسماعیلی[۲]
وحید نوبخت[۳]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۰/۰۶ **تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۲/۳۱**

چکیده

بازارهای مالی دائماً در معرض ریسک می‌باشند. پیش‌بینی و محاسبه ریسک یکی از مهم‌ترین موضوعات در حوزه مباحث مالی است. با مرور بحران‌های مالی سال‌های اخیر می‌توان این طور استنباط کرد که یکی از دلایل وقوع این بحران‌ها توجه بیش از حد به داده‌های پرتکرار مرکزی و عدم‌توجه به داده‌های فرین است. به عبارت دیگر در تجزیه‌وتحلیل داده‌های مالی باید به بخش انتهایی توزیع نیز توجه نمود. هدف از این پژوهش، ارائه مدلی جهت برآورد ریسک دنباله‌ای با استفاده از مدل‌های ترکیبی ارزش فرین است. بر همین اساس از چهار مدل تک‌دنباله‌ای و یک مدل دو دنباله‌ای در دو تابع ساده و GARCH استفاده شده است. مدل‌سازی بر مبنای سه دسته داده صورت گرفته است. داده‌های مورد بررسی شامل شاخص کل، شاخص قیمت (هم‌وزن) و شاخص ۵۰ شرکت برتر می‌باشد. دلیل اصلی استفاده از این شاخص‌ها یافتن نتایج حساسیت و عملکرد مدل‌های مختلف بر روی داده‌های اقتصادی بازار سرمایه کشور است. با توجه به نتایج بدست آمده، شبیه‌سازی مدل‌ها با GARCH به طور قابل توجهی عملکرد مدل‌ها را بهبود می‌بخشد و میزان خطای داده‌های شبیه‌سازی شده در مدل‌های مبتنی بر GARCH کاهش می‌یابد. همچنین یافته‌ها حاکی از آن است که مدل‌های دو دنباله‌ای نسبت به مدل‌های تک‌دنباله‌ای از دقت بیشتری برخوردارند.

واژه‌های کلیدی: ریسک دنباله‌ای، ارزش فرین، خوشه‌بندی نوسان.

۱- دکترای تخصصی دانشیار دانشکده اقتصاد،دانشگاه تهران، تهران، ایران. alisouri@ut.ac.ir
۲- دانشجوی دکترای مالی دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه تهران، تهران، ایران .(نویسنده مسئول) bahman.esmaeili@ut.ac.ir
۳- دانشجوی دکترای مالی دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران. v.nobakht@gmail.com

۱- مقدمه

با پیچیده‌تر شدن بازارهای مالی و متلاطم شدن وضعیت اقتصادی در جهان، نیاز به شناسایی، تعریف، اندازه‌گیری و پیش‌بینی ریسک بیش از پیش احساس می‌گردد. در این میان ارزیابی ریسک دارایی‌های مالی به دلیل ماهیت پرریسکی که دارند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. امروزه با پیشرفت دانش مالی و سرمایه‌گذاری، ویژگی‌های داده‌های مالی تا حد زیادی شناسایی شده است. به طور کلی در اغلب پژوهش‌ها مشاهداتی که در مرکز توزیع قرار دارند، به دلیل فراوانی و تراکم بالا، بیشترین تأثیر را در انتخاب مدل‌های آماری مطلوب دارا می‌باشند و داده‌های فرین به دلیل فراوانی کمتر، وزن و اهمیت کمتری در انتخاب مدل آماری مناسب دارند. این همان چیزی است که قضیه حد مرکزی بیان می‌کند. در واقع اغلب توزیع‌ها و مدل‌های آماری با استناد به قضیه حد مرکزی، وزن بیشتری را به داده‌های نزدیک به میانگین می‌دهند. نکته مهمی که باید به آن توجه داشت این است که وقوع اکثر بحران‌های مالی به دلیل توجه بیش از حد به داده‌های پرتکرار مرکزی و عدم‌توجه به داده‌های فرین است (گاورونسکی و زیگلمن[1]، ۲۰۲۰).

پژوهش‌های اخیر حاکی از آن است که داده‌های مالی دارای اثرات اهرمی بوده و از الگوی واریانس خوشه‌ای تبعیت می‌کنند. همچنین بررسی داده‌های مربوط به بازدهی این دارایی‌ها (نظیر سهام) نشان می‌دهد که دنباله مربوط به توزیع بازدهی به صورت دم‌پهن می‌باشد. به عبارت دیگر این فرض رایج که توزیع مشترک بازدهی دارایی‌های مالی، نرمال است دیگر پذیرفته نیست (چادهوری، سن و تن[2]، ۲۰۱۸). درنتیجه ارائه مدلی جهت برآورد ریسک دنباله‌ای[3] با درنظرگرفتن ویژگی‌های خاص دارایی‌های مالی، با ضریب خطای حداقلی، ضروری به نظر می‌رسد. نظریه ارزش فرین[4] اولین بار توسط فیشر[5] در دهه ۱۹۲۰ مطرح و در اواخر دهه ۱۹۹۰ این نظریه به صورت کاربردی در علوم مالی مورد استفاده قرار گرفت. در این پژوهش با استفاده از مدل‌های جدید ترکیبی فرین، تلاش شده است تا مدلی مناسب جهت برآورد ریسک دنباله‌ای ارائه گردد. در همین راستا ابتدا به بیان مبانی نظری و مرور پیشینه پژوهش پرداخته و سپس ضمن تشریح روش تحقیق به تخمین مدل و نتیجه‌گیری پرداخته شده است.

۲- مبانی نظری

ماهیت بازارهای مالی با ریسک عجین شده است. ریسک جزء لاینفک زندگی انسان‌ها و سازمان‌ها است. همه موقعیت‌های تصمیم‌گیری با یک نوع یا طیف متنوعی از ریسک‌ها روبرو می‌باشد. از دیدگاه مالی، کسب بازده، پذیرش ریسک را توجیه کرده اما این موضوع شرایط و مسائل مهم و دقیقی را به همراه می‌آورد (رستمی و نیکنیا، ۱۳۹۲). زیان بالقوه قابل اندازه‌گیری از دست دادن یک ارزش (برای مثال دارایی مالی، سلامت جسمی و غیره) را ریسک می‌نامند که این عدم قطعیت، قابل پیش‌بینی، کنترل و محاسبه نمی‌باشد (آنتون و گنزالس[6]، ۲۰۱۵). لازم به ذکر است که هر نوع سرمایه‌گذاری با عدم قطعیت‌هایی مواجه است که بازده سرمایه‌گذاری را درآینده مخاطره‌آمیز می‌سازد. به عبارت دیگر در موقعیت‌های ریسک، گرایش به ریسک به معنای گرایش کلی افراد نسبت به پذیرش یا اجتناب از آن در تصمیم‌هایی است که به نتایج نامعلوم و همراه با عدم قطعیت می انجامد (قالیباف اصل و همکاران، ۱۳۹۴).

نظریه ارزش فرین نظریه‌ای است که بردم‌های توزیع تمرکز دارد و توزیع مقادیر بسیار بزرگ (بسیار کوچک) را توصیف می‌کند. در حقیقت زمانی که حداکثر یک متغیر تصادفی مدل‌سازی می‌شود، نظریه ارزش فرین همان نقش پایه‌ای را بر عهده دارد که نظریه حد مرکزی در مدل‌سازی مجموع متغیرهای تصادفی ایفا می‌کند. در هر دو حالت، این نظریه‌ها به ترتیب توزیع حدی ماکسیمم‌ها و مجموع متغیرهای تصادفی را تعیین می‌کنند. در ادامه مبانی نظری پژوهش با جزئیات بیشتری بررسی می‌گردد.

- **معیارهای اندازه‌گیری ریسک**

ارزش در معرض ریسک[7](VaR) و ریزش مورد انتظار[8] (ES) دو معیار مهم در ارزیابی ریسک یک پرتفوی سرمایه‌گذاری هستند. VaR حداکثر زیان سرمایه‌گذاری را در یک دوره زمانی معین با سطح اطمینان مشخص، اندازه‌گیری می‌کند اما هیچ اطلاعاتی در خصوص قسمت انتهایی توزیع ارائه نمی‌دهد. ES این نقص VaR را برطرف کرده و آن بخش از ضررهای مورد انتظار که فراتر از آستانه VaR رخ می‌دهد را محاسبه می‌نماید.

[1]. Gavronski & Ziegelmann
[2]. Chaudhuri, Sen, Tan
[3]. Tail Risk
[4]. Extreme Value Theory (EVT)
[5]. Fisher
[6]. Antunes & Gonzalez
[7]. Value at Risk
[8]. Expected Shortfall

در واقع ES میانگین کلیه زیان‌های بزرگتر مساوی VaR را اندازه‌گیری می‌نماید.

- **ارزش در معرض ریسک**

VaR حداکثر زیان یک پرتفوی را در یک بازه زمانی مشخص با یک فاصله اطمینان معین اندازه‌گیری می‌کند. به عنوان مثال اگر VaR یک پرتفوی با احتمال ۹۹ درصد ۱۰۰ میلیون دلار در یک هفته باشد، به معنی این است که فقط ۱ درصد احتمال دارد که ارزش پرتفوی مذکور طی یک هفته بیش از ۱۰۰ میلیون دلار کاهش یابد. از نظر ریاضی، ارزش در معرض ریسک X با سطح اطمینان α ، کوچکترین مقدار x' است به گونه‌ای که احتمال این که $X \geq x'$ باشد کمتر از (α- ۱) است (ارتزر[1] و همکاران، ۱۹۹۹).

رابطه (۱)

$$VaR_{\alpha}(X) = \inf\{x \in R: P(X > x) \leq 1 - \alpha\}$$
$$= \inf\{x \in R: F_x(x) > \alpha\}$$

اگر F_x پیوسته باشد، $VaR_{\alpha}(X)$ برابر با $F_x^{-1}(\alpha)$ و نشانگر مقدار Z ام از توزیع X است. ارزش در معرض ریسک را می‌توان از طریق ارزش تاریخی زیان دارایی‌ها تخمین زد. فرض کنید X $X_{(1)}$، $X_{(2)}$، $X_{(3)}$، ... ، $X_{(n)}$ آماره‌های ترتیبی برای نمونه X_1، X_2، X_3، ... ، X_n از ارزش‌های زیان باشد به گونه‌ای که X_1، X_2، X_3، ... ، X_n به صورت یکسان و مستقل توزیع شده باشند. در این حالت ارزش در معرض ریسک در سطح α به شرح زیر تخمین زده می‌شود:

رابطه (۲)

$$\text{If } X_{(1)} < X_{(2)} < X_{(3)} \ldots < X_n \qquad VaR_{\alpha}(x) = X_n(\alpha)$$

برای حالت پیوسته، معمولاً از روش‌های ناپارامتری برای تخمین VaR استفاده می‌شود. شبیه‌سازی تاریخی[2] (HS) ریسک‌های آینده و گذشته را یکسان در نظر می‌گیرد. در این روش تابع توزیع تجمعی[3] (CDF) بازده دارایی، بدون اینکه فرض خاصی در مورد توزیع بازدهی در نظر گرفته شود، برای دوره‌های گذشته شبیه‌سازی می‌گردد. HS با وزن‌دهی یکسان بازده دارایی در دوره‌های مختلف ، مقادیر VaR فعلی را بر اساس تمام دوره‌های گذشته تخمین می‌زند. به طور کلی HS دو اشکال مهم دارد. این فرض که ریسک‌های آینده و گذشته یکسان است، موجب می‌گردد تا HS در رویارویی باتغییرات سریع بازار با شکست مواجه شود. عوامل مهمی نظیر اعتماد سرمایه‌گذاران، اقتصاد کلان و سیاست‌های نظارتی که بر فعالیت‌های بازار اثرگذارند، به مرور زمان تغییر می‌کنند لذا ریسک‌های یکسانی نخواهند داشت. علاوه بر این داده‌هایی که دورتر از زمان حال هستند، باید اثر کاهشی بر زمان حال داشته باشند. دادن وزن یکسان به بازدهی در طول زمان، قانون اثر کاهشی را نقض می‌کند.

روش شبیه‌سازی مونت کارلو[4] بر اساس ویژگی تصادفی مجموعه داده‌های مالی بنا شده است. با استفاده از شبیه‌سازی تصادفی، مونت کارلو مجموعه‌ای از قیمت‌های احتمالی آتی را بر اساس مدل‌های انتخاب شده تولید می‌کند. این مدل‌ها معمولاً با این فرض که داده‌ها از توزیع خاصی تبعیت می‌کنند، بکار گرفته می‌شوند. به عنوان مثال یک مدل ممکن است فرض کند که داده‌ها دارای توزیع نرمال هستند. البته به ندرت پیش می‌آید که داده‌های واقعی دقیقاً منطبق با توزیع نرمال باشند. استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو می‌تواند موجب تخمین کمتر یا بیشتر از حد ریسک گردد.

اگرچه VaR خط اول دفاع در برابر ریسک‌های مالی را فراهم می‌کند، اما تمامی آن‌ها را برطرف نمی‌نماید و کامل نمی‌باشد. این معیار تمامی انواع ریسک را در یک عدد خلاصه می‌کند و مقدار سرمایه‌ای که مورد زیان قرار می‌گیرد را نشان می‌دهد (آقامحمدی و همکاران، ۱۳۹۸). یک محدودیت مهم سنجه VaR این است که تنها در صورت تخطی در مورد بیشترین زیان سخن می‌گوید. مثلاً بیان می‌دارد در ۹۵ درصد موارد زیان‌ها از مقدار در معرض خطر بیشتر نمی‌شود. اما در مورد رخداد تخطر، انتظار داریم میزان زیان بیشتر از VaR شود و این درحالی است که در مورد زیان‌های فراتر از مقدارش چیزی برای گفتن ندارد. ناکامی ارزش در معرض خطر در احتساب چنین زیان‌هایی مسائل قابل ملاحظه‌ای را پدید می‌آورد. به عنوان مثال، دو موقعیت که دارای VaR یکسانی هستند ممکن است به علت‌هایی که بیان گردید در معرض ریسک‌های بسیار متفاوتی باشند.

بنابراین ارزش در معرض خطر با وجود مقبولیتی که در میان فعالان ریسک پیدا کرده است، به دلیل عدم برخورداری از ویژگی انسجام، یک سنجه تمام عیار نیست. بدین ترتیب

[1]. Artzer
[2]. Historical Simulation (HS)
[3]. Cumulative Distribution Function (CDF)
[4]. Monte Carlo

می‌بایست علاوه بر VaR سنجه‌های دیگری را نیز برای برآورد ریسک، مانند ریزش مورد انتظار مدنظر قرار دهیم. (رهنمای رودپشتی و قندهاری، ۱۳۹۳).

- **ریزش مورد انتظار**

ریزش مورد انتظار (ES) به اندازه‌گیری عملکرد دنباله توزیع کمک می‌کند. ES میانگین زیان پرتفوی است که در یک سطح احتمال معین از آستانه VaR فراتر می‌رود (ریدل[1]، ۲۰۱۳). به زبان ریاضی یعنی:

رابطه (۳)

$$E\left(X\middle|X > VaR_{\alpha}(\mathrm{x})\right)$$

$$ES_{\alpha} = \frac{1}{1-\alpha}\int_{\gamma=\alpha}^{1} VaR_{\gamma}Xd(\gamma)$$

- **مدل‌های سری زمانی**

مدل‌های سری زمانی[2] برای استخراج اطلاعات آماری و تحلیلی از داده‌های سری زمانی ساخته شده‌اند. مدل‌های مختلف ویژگی‌های تصادفی متفاوتی از سری‌ها را نشان می‌دهند. یک طیف گسترده از مدل‌ها را می‌توان با استفاده از سه جزء کلیدی ایجاد کرد: جزء خودرگرسیون[3] (AR)، جزء میانگین متحرک[4] (MA) و جزء یکپارچه‌سازی[5] (I)، که منجر به ایجاد مدل‌های میانگین متحرک خودهمبسته یکپارچه[6](ARIMA) می‌شود. در میان مدل‌های سری زمانی غیرخطی، مدل خودرگرسیونی واریانس ناهمسان شرطی[7] (ARCH)، برای تجزیه‌وتحلیل سری داده‌ها با خوشه نوسانات متغیر با زمان، پیشنهاد شده است.

- **مدل خودرگرسیونی**

یک مدل خودرگرسیونی بیانگر یک فرایند تصادفی برای توصیف وابستگی زمانی متغیر مورد نظر با مقادیر گذشته خود است (هلمن[8]، ۲۰۱۵). به دلیل همبستگی سریالی میان داده های سری زمانی، یک مدل AR می‌تواند با مدل کردن این وابستگی، میانگین شرطی را پیش‌بینی کند. به عبارت دیگر مدل AR نشان می‌دهد که چگونه مشاهدات گذشته بر میانگین شرطی فعلی تأثیر می‌گذارد. شکل ریاضی مدل AR به صورت زیر است:

رابطه (۴)

$$X_t = \emptyset_0 + \sum_{r=1}^{r} \emptyset_i + X_{t-i} + \varepsilon_t$$

ϕ_0 ضریب ثابت، ϕ_i ضرایب مدل و ϵ فرایند نویز سفید است به طوری که $\epsilon \sim iid\ N\ (0, \sigma^2)$.

- **مدل‌های ARCH و GARCH**

در سال ۱۹۸۲ انگل[9] تلاش نمود تا با استفاده از مدل‌های خودرگرسیونی واریانس ناهمسان شرطی (ARCH)، سری‌های زمانی را مدل کند به طوری که نشان‌دهنده خوشه نوسانات متغیر با زمان باشد. مدل‌های AR به توصیف ساختار میانگین شرطی داده‌های سری زمانی، با فرض ثابت بودن واریانس در طول زمان، می‌پردازند. با این حال، در عمل واریانس شرطی ممکن است از مقادیر فعلی و گذشته فرآیند متفاوت باشد. واریانس شرطی خود یک فرایند تصادفی است که غالباً به آن فرایند واریانس شرطی گفته می‌شود (کریر و چانگ[10]، ۲۰۰۸). به عنوان مثال ، واریانس شرطی سهام اغلب پس از یک دوره حرکت شدید قیمت نسبت به یک دوره حرکت ثابت قیمت، بیشتر است. این الگوی نوسانات را خوشه‌بندی نوسان[11] می‌نامند. به طور کلی ، واریانس شرطی بازده دارایی در مالی، به یک معیار اندازه‌گیری ریسک مانند VaR اشاره دارد.

مدل ARCH برای مدل‌سازی واریانس شرطی سری‌های زمانی استفاده می‌شود. فرض کنید سری زمانی r_t نشانگر بازده روزانه دارایی باشد. ARCH (1) نشان می‌دهد که سری زمانی بازده r_t به جزء تصادفی ϵ_t و جزء انحراف معیار استاندارد شرطی $\sigma_{t|t-1}$ تقسیم می‌شود.

رابطه (۵)

$$r_t = \sigma_{t|t-1}\epsilon_t$$
$$\alpha_0 \geq 0$$
$$\alpha_1 \geq 0$$

1. Rydell
2. Time Series Models
3. Autoregressive
4. Moving Average
5. Integration
6. Autoregressive Integrated Moving Average
7. Autoregressive conditional Heteroscedastic
8. Hellman
9. Engle
10. Cryer & Chang
11. Volatility Clustering

واریانس شرطی $\sigma_{t|t-1}$ با ARCH(1) به صورت زیر است:

رابطه (۶)

$$Var(r_t|r_{t-1}) = \sigma_{t|t-1} = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2$$

در حالت کلی مدل ARCH(P) به شکل زیر تعریف می‌شود:

رابطه (۷)

$$\sigma_{t|t-1}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i r_{t-i}^2$$

مدل ARCH واریانس شرطی آینده را بر مبنای بازدهی‌های اخیر پیش‌بینی می‌کند. در عمل، دقت پیش‌بینی با لحاظ کردن تمام واریانس‌های گذشته بهبود می‌یابد. مدل خودرگرسیونی واریانس ناهمسان شرطی تعمیم‌یافته[۱] (GARCH)، در سال ۱۹۸۶ توسط بولرزلو[۲]معرفی شد. شکل کلی این مدل به صورت زیر است:

رابطه (۸)

$$\sigma_{t|t-1}^2 = \alpha_0 + \sum_{i-1}^{p} \alpha_i r_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j|t-j-1}^2$$

$$\alpha_0 \geq 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_j \geq 0$$

- **نظریه ارزش فرین (EVT)**

نظریه ارزش فرین[۳] (EVT) برای تجزیه‌وتحلیل احتمال انحراف شدید از میانه توزیع احتمال استفاده می‌شود و برای توصیف احتمال وقایع نادر یا رفتارهای غیرعادی اجرا شده است (هو[۴]، ۲۰۱۱). ایده اصلی نظریه ارزش فرین، استخراج اطلاعات از قسمت‌های انتهایی توزیع به جای مراکز توزیع است. به طورکلی سه رویکرد برای پیاده سازی EVT وجود دارد: روش‌های پارامتریک، نیمه‌پارامتریک و ناپارامتریک. مهم‌ترین روش‌های پارامتریک عبارتند از: روش حداکثر بلوک[۵] و روش فراتر از آستانه[۶] (POT). رویکرد حداکثر بلوک بر مبنای قضیه فیشر-تیپت-گندنکو[۷] است (فریرا[۸]، ۲۰۱۵). روش فراتر از آستانه بر مبنای نظریه پیکندز-بالکما-دی‌هان[۹] نشان می‌دهد که مشاهداتی که فراتر از حدبالای آستانه باشند تقریباً از توزیع پارتوی تعمیم‌یافته[۱۰] (GPD) پیروی می‌کنند (پیکاندز[۱۱]، ۱۹۷۱).

- **توزیع ارزش فرین تعمیم‌یافته (GEV)**

اگر $X_n \dots X_3, X_2, X_1$ مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع مشترک $F_X(X)$ باشند آن گاه توزیع حداکثر به صورت زیر است:

رابطه (۹)

$$\begin{aligned} M_n = Max\,(X_1, X_2, \dots, X_n) &= P(M_n \leq x) \\ &= P(X_1 \leq x, X_2 \leq x, \dots, X \leq x) \\ &= F^n(x) \end{aligned}$$

در رویکرد حداکثر بلوک، سعی شده است که برای توزیع‌های گامبل[۱۲]، فِرِشه[۱۳] و ویبول[۱۴] به عنوان توزیع‌های مقادیر فرین، ساختار مشخصی ایجاد شود. Ξ نشانگر پهنای دنباله و z متغیر استاندارد به صورت زیر است:

رابطه (۱۰)

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

خانواده فرشه: $(\xi > 0)$

رابطه (۱۱)

$$F(x) = \begin{cases} exp\left[-\left(1+\xi s^{\left(\frac{1}{\xi}\right)}\right)\right] & if\ x > \frac{-1}{\xi} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

خانواده گامبل: $(\xi = 0)$

رابطه (۱۲)

$$F(x) = exp[-\exp(-s)] \quad -\infty < x < \infty$$

خانواده ویبول: $(\xi < 0)$

رابطه (۱۳)

$$F(x) = \begin{cases} exp\left[-\left(1+\xi s^{\left(\frac{1}{\xi}\right)}\right)\right] & if\ x > \frac{-1}{\xi} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

پارامترهای μ، σ و ξ با استفاده از توزیع حداکثر احتمال تخمین زده می‌شوند. با استفاده از روش حداکثر بلوک، سری‌های زمانی به بلوک‌هایی با اندازه یکسان تقسیم می‌شود. برای توصیف هر

1. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic
2. Bollerslev
3. Extreme Value Theory
4. Hu
5. Block Maxima
6. Peaks Over Threshold (POT)
7. Fisher-Tippett-Gnedenko
8. Ferreira
9. Pickands-Balkema-De Haan
10. Generalized Pareto Distribution
11. Pickands
12. Gumbel
13. Frechet
14. Weibull

سه خانواده زیر یک چتر عمومی، می‌توان از توزیع ارزش فرین عمومی[1](GEV) به شکل زیر استفاده کرد:

رابطه (۱۴)

$$G_{\mu,\sigma,\xi} = exp\left[-\left(1+\xi s^{\frac{-1}{\xi}}\right)\right]$$

$$\xi \neq 0 \quad s = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

- **توزیع پارتوی تعمیم‌یافته (GPD)**

در روش فراتر از آستانه (POT)، توزیع شرطی که فراتر از سطح آستانه معین U از توزیع اصلی است، تخمین زده می‌شود. برخلاف روش حداکثر بلوک، روش فراتر از آستانه گویای این است که مقادیر متجاوز از توزیع، به توزیع پارتوی تعمیم‌یافته (GPD) تعلق دارند. همچنین هنگامی که همه داده‌های حدی در دسترس باشند، روش POT کارآمدتر خواهد بود.

اگر $X_1, X_2, X_3 \ldots X_n$ مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع مشترک $F_x(X)$، u سطح آستانه و $X_k - u$ بیانگر سطح تجاوز باشد، در این صورت توزیع شرطی به صورت زیر خواهد بود:

رابطه (۱۵)

$$F_u(x) = P(X-u \leq x | X > u) = \frac{F(x+u)-F(u)}{1-F(u)}$$

بر مبنای نظریه پیکندز-بالکما-دی‌هان هنگامی که u به سمت بی‌نهایت میل کند:

رابطه (۱۶)

$$F_u(x) \approx G(x|u,\sigma_u,\xi)$$

$$G(x|u,\sigma_u,\xi) = \begin{cases} 1-\left[1+\xi\left(\frac{x-u}{\sigma_u}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}} & if\ \xi \neq 0 \\ 1-exp\left[-\frac{x-u}{\sigma_u}\right] & if \xi = 0 \end{cases}$$

$$x > u\,, \sigma_u > 0\,, \left[1+\xi\left(\frac{x-u}{\sigma_u}\right)\right] > 0$$

- **مدل‌های ترکیبی ارزش فرین**

برای تجزیه‌وتحلیل توزیع دنباله، از ترکیبی از GARCH و مدل‌های با ارزش فرین استفاده می‌شود. در مدل‌های سنتی ثابت بودن واریانس جملات اخلال همواره یکی از فروض اصلی به حساب می‌آمد که برای رهایی از این فرض محدودکننده روش جدیدی موسوم به ARCH را (انگل) پایه‌گذاری کرد. یکی از دلایل استفاده از آن وجود خطاهای پیش‌بینی کوچک و بزرگ در خوشه‌های مختلف یک سری می‌باشد. GARCH که مدل خودرگرسیونی واریانس ناهمسانی شرطی تعمیم‌یافته می‌باشد گسترش‌یافته و تعمیم‌یافته مدل ARCH می‌باشد که توسط انگل بیان شد که می‌توان همزمان خودرگرسیونی و میانگین متحرک را با هم در ناهمسانی واریانس در مدل GARCHبکار گرفت.

برای تجزیه‌وتحلیل توزیع دنباله، از ترکیبی از GARCH و مدل‌های با ارزش فرین استفاده می‌شود. مدل‌های سنتی GARCH خوشه‌بندی نوسان را به دست می‌آورند اما از نظر برآورد پهنای دنباله موفق نیستند. روش‌های ارزش فرین مربوط به مدل‌سازی GPD که بر توزیع بالا یا پایین متغیر آستانه‌ای متمرکز است، در برآورد ریسک دنباله مطلوب‌تر بوده، اما موفق به خوشه‌بندی نوسانات نمی‌شود. برای ادغام مزایای دو مدل، مدل‌های ترکیبی را برای ترکیب روش‌ها و مدل‌های GARCH و نظریه ارزش فرین همراه با انتخاب آستانه بهینه‌سازی می‌کنند.

- **مدل‌های ارزش فرین تجمعی**

مدل‌های تجمعی دارای اشکال پارامتریک، نیمه‌پارامتریک و غیرپارامتریک است. مدل‌های اصلی پارامتریک در تحقیق بشرح زیر است:

توزیع کلی در مدل‌های پارامتریک با یک متغیر آستانه به عنوان یک پارامتر مدل در نظر گرفته می‌شود تا مشاهدات زیر آن قرار گیرد و از مدل‌سازی GPD برای قرار دادن مشاهدات بالای آن استفاده می‌شود. این مدل برای تخمین پارامترهای مدل، از جمله پارامتر آستانه، از تمام مشاهدات استفاده می‌کند. برای برآورد توزیع‌های پیشین و پسین از استنباط بیزی استفاده می‌شود. توزیع بهرنز[2] از رابطه زیر بدست می‌آید:

رابطه (۱۷)

$$F\left(x\,|u,\sigma u,\xi,\eta\right) = \begin{cases} H\left(x\,|\eta\right) & if\ x > u \\ H\left(u\,|\eta\right) + \left[1-H\left(x\,|\eta\right)\right] G\left(x\,|u,\sigma u,\xi\right) & if\ x > u \end{cases}$$

[1]. General Extreme Value Distribution

[2]. Behrens

که H(X|η) تابع توزیع تجمعی شـــرطی متغیر X با متغیر آســـتانهای با توزیعهای ویبول، گاما و نرمال اســـت. u متغیر آســـتانه، η متغیر توزیع حاشـــیهای تحت پارامتر u، σ_u و ξ پارامترمقیاس و از توزیع GPD میباشند.

- **مدلهای ترکیبی ناپارامتریک**

مک دونالد[1] (۲۰۱۳) از برآوردگرهای تابع توزیع کرنل جهت برآورد تابع توزیع ارزش نافرین و تابع GPD جهت برآورد دنباله توزیع استفاده نمود. برآوردگرهای ناپارامتریک تابع توزیع کرنل، از کرنلهای متقارن با یک دنباله مطلوب قبل از آستانه پایین به خوبی استفاده میکنند. این برآوردگر توزیع کرنل یک توزیع همانند نرمال را در نظر گرفته و در هر نقطه داده متمرکز شده و بر یک پهنای باند تاکید دارد. اصطلاح شکاف دنباله به بخش بالایی متغیر آستانهای دلالت دارد. تابع توزیعی که مک دونالد بکار برده است به شکل زیر است:

رابطه (۱۸)

$$F\left(x\,|X,\lambda,u,\sigma_u,\xi,\phi(u)\right)=\begin{cases}\left(1-\phi(u)\right)\left(\dfrac{H\left(x\,|X,\lambda\right)}{H\left(u\,|X,\lambda\right)}\right) & if\ x>u\\ \left(1-\phi(u)\right)+\phi(u)\times G\left(x\,|u,\sigma_u,\xi\right) & if\ x>u\end{cases}$$

که H(0|X,λ) تابع توزیع برآوردگر تابع کرنل و λ بعنوان پهنای باند میباشند. با استفاده از روشهای ناپارامتریک جهت برآورد ریسک دنباله، برآورد دنباله مقاومتر از تابع توزیع تجمعی خواهد بود و از منحنی حساسیت برای نشان دادن مقاومت دنباله متناسب با تابع توزیع استفاده میکند.

- **مدلهای ترکیبی نیمهپارامتریک**

در تابع توزیع نیمهپارامتریک ترکیب وزنی از تابع توزیع گاما و GPD به عنوان توزیع دنباله استفاده میشود. با استفاده از آمارههای آکائیک (AIC) و شوارتز(BIC) ، تعداد اجزای گاما برای توزیع عمده تعیین میگردد. در مقایسه با رویکرد بهرنز، مدل نیمهپارامتریک نسبتاً انعطافپذیرتر است. این تابع توزیع به صورت زیر بیان میشود:

رابطه (۱۹)

$$F\left(x\,|u,\sigma u,\xi,\eta\right)=\begin{cases}H\left(x\,|\eta\right) & if\ x>u\\ \left[1-H\left(x\,|\eta\right)\right]G\left(x\,|u,\sigma u,\xi\right) & if x>u\end{cases}$$

که H(X|η) تابع توزیع تجمعی شرطی متغیر X با متغیر آستانهای و H توزیع گاما و G(X|u, σ_u, ξ) و .

- **مراحل مدلهای ترکیبی نظریه ارزش فرین**

دو مرحله جهت استفاده از مدلهای ترکیبی وجود دارد:

۱) از مدل GARCH ، جهت برازش بر دادههای بازدهی استفاده کرده و مقدار $\mu(t+1)$ و $\sigma(t+1)$ را تخمین زده و باقیماندههای مدل GARCH محاسبه میگردد.

۲) با این فرض که باقیماندهها از فرایند نوفه سفید تبعیت میکنند و استفاده از نظریه ارزش فرین به برآورد دنباله $F_Z(Z)$ و دم دادهها میپردازد.

- **فرم عمومی مدلهای ارزش فرین**

برای تعیین بخش دنباله $\Phi_{\boldsymbol{u}}$ در مدلهای ارزش فرین دو رویکرد وجود دارد. رویکرد اول استفاده از توزیع پارامتریک تابع توزیع تجمعی جهت برآورد بخش دنباله توزیع که به آن رویکرد مدل تجمعی توزیع دنباله[2] گویند و رویکرد دیگر، جداسازی بخش دنباله $\Phi_{\boldsymbol{u}}$ و برآورد جداگانه آن است.

- **مدل تجمعی توزیع دنباله**

در مدلهای تجمعی توزیع دنباله مقدار $\Phi_{\boldsymbol{u}}$ بعنوان مقدار دنباله مدل بحساب آمده و اعداد بین صفر تا یک را شامل میشود. H (X|θ) به توزیعهای پارامتریک تجمعی اشاره کرده که شامل گاما، ویبول و نرمال میباشند و G(X|u,σ_u ,ξ) تابع GPD نظریه ارزش فرین به برآورد دنبالهها میپردازد.

- **مدل پارامتریک مبتنی بر رویکرد دنبالهای**

این روش از تابع شرطی جهت برآورد توزیع دنبالهها استفاده میکند. مدلسازی شرطی دنباله بالایی به بخش مازاد بازدهی نیاز داشته تا بتواند مقدارهای غیرشرطی را برآورد کند.

[1]. MacDonald

[2]. BTF

۳- پیشینه تحقیق

کرمکار و پائول[1] (۲۰۱۷)، ریسک بازار ارز را بر مبنای مدل AR-GARCH–EVTمحاسبه نمودند. بر اساس این پژوهش مدل پیشنهادی، می‌تواند با حداقل خطا مدل‌های ارزش در معرض ریسک ساده و شرطی را تخمین بزند.

پارک و کیم[2] (۲۰۱۶)، تخمین‌گر حداقل مربعات غیرخطی موزون برمبنای POT را با هدف برآورد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار مطرح کردند و نشان دادند که عملکرد این تخمین‌گر نسبت به تخمین‌گرهای دیگر در برآورد معیارهای ریسک در سطوح اطمینان بالاتر دقیق‌تر عمل می‌کند.

ایوساک و سریبونچیتا[3] (۲۰۱۶) از نظریه ارزش فرین به منظور تخمین انتهای دنباله ریسک بازار سهام استفاده نمودند. نتایج حاکی از آن است که مدل مورد مطالعه تخمین دقیق‌تری از ارزش در معرض ریسک شرطی در مقایسه با مدل‌های دیگر فراهم می‌کند.

جنسایا و سلکوک[4] (۲۰۰۴) با استفاده از نظریه ارزش فرین به تخمین ارزش در معرض ریسک پرداخته و آن را با با روش‌های واریانس-کواریانس و شبیه‌سازی تاریخی قیاس کرده‌اند. آن‌ها عملکرد نسبی مدل‌های ارزش در معرض ریسک را بر اساس بازدهی روزانه سهام بورس‌های مختلف بررسی کرده‌اند. نتایج این پژوهش حاکی از آن است که استفاده از نظریه ارزش فرین در سطوح اطمینان بالاتر خروجی صحیح‌تری ارائه می‌کند.

نادری نورعینی (۱۳۹۷)، به منظور انتخاب بهترین روش پیش‌بینی زیان های مورد انتظار صندوق‌های سرمایه گذاری، به ارزیابی روش بهینه از بین سه روش پارامتریک، شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی مونت کارلو در سطوح اطمینان متفاوت پرداخته است. در این پژوهش، ابتدا صندوق‌هایی که بیشترین وکمترین ارزش در معرض ریسک را داشتند، تعیین گردیده است. یافته‌ها گویای آن است که در محاسبه ریسک صندوق‌های سرمایه‌گذاری کشور، سطح اطمینان، بااهمیت‌تر از روش محاسباتی ارزش در معرض ریسک است که این همان چیزی است که کمیته بال در سال ۲۰۱۶ به آن اشاره کرده است.

منشادی و عبدالرحیمیان (۱۳۹۶)، برای اندازه‌گیری ریسک بازار، از معیار ارزش در معرض ریسک تفاضلی استفاده کردند. نتایج بیانگر آن است که معیار ارزش در معرض ریسک تفاضلی به درستی می‌توان تأثیر هر سهم را در ریسک پرتفوی، مشخص کند. لطفعلی و همکاران (۱۳۹۶)، با استفاده از روش شبیه‌سازی تاریخی و FIGARCH–EVT ارزش در معرض ریسک شرطی پرتفوی در بازار سهام ایران را محاسبه نمودند. نتیجه این پژوهش حاکی از برتری نسبی روش FIGARCH – EVT نسبت روش شبیه‌سازی تاریخی است.

امیری و همکاران (۱۳۹۶)، به ارائه یک مدل ترکیبی غیرخطی جدید برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی پرداخته‌اند. در همین راستا از مدل ترکیبی بر مبنای نظریه ارزش فرین و روش HWES – EVT که خصوصیت عریض بودن دنباله داده‌ها را نیز لحاظ می‌کند، برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران استفاده گردیده است. یافته‌ها گویای این مطلب است که پاسخ رویکرد ترکیبی مورد مطالعه از دقت بیشتری نسبت به رویکردهای رایج در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی برخوردار است.

حیدری و حداد (۱۳۹۶)، با استفاده از مدل‌های GARCHبه برآورد ارزش در معرض ریسک دارایی‌ها در بورس اوراق بهادار تهران با اتخاذ موقعیت‌های خرید و فروش پرداختند. در این پژوهش با توجه به رفتار نامتقارن بازدهی قیمت‌ها در بازار سهام تهران هنگام خرید یا فروش از توابع توزیع نرمال نامتقارن برای افزایش دقت مدل‌های ارزش در معرض ریسک دارایی‌ها در دو حالت خرید یا فروش استفاده شده است. یافته‌های این پژوهش حاکی از آن است که مدل-های EGARCH و GJRGARCH بر مبنای توابع توزیع نامتقارن از دقت بیشتری برخوردار هستند.

۴- مدل تحقیق و روش برآورد

برای مدل‌سازی پژوهش از سه دسته داده استفاده می‌شود. داده‌های مورد بررسی شامل شاخص کل، شاخص قیمت (هم‌وزن) و شاخص ۵۰ شرکت برتر می‌باشد. دلیل اصلی استفاده از این شاخص‌ها یافتن نتایج حساسیت و عملکرد مدل‌های مختلف بر روی داده‌های اقتصادی بازار سرمایه است. برای مدل‌سازی پژوهش از نرم افزار R و از بخش evmixاستفاده شده است. این پکیج از R به برآورد آستانه‌ای و

[1]. Karmakar & Paul
[2]. Park & Kim
[3]. Ayusuk & Sriboonchitta
[4]. Gencay & Selcuk

مدل‌سازی ارزش فرین علاوه بر کاربردهای دیگر نرم‌افزار افزوده است.

فرضیه‌های پژوهش

فرضیه اول: عملکرد مدل‌های ترکیبی ارزش فرین با روش GARCH نسبت به مدل‌های ترکیبی ارزش فرین بهتر است.
فرضیه دوم: عملکرد مدل‌های ترکیبی ارزش فرین تک دنباله‌ای نسبت به مدل‌های ترکیبی ارزش فرین دو دنباله‌ای بهتر است.

شبیه‌سازی

در این پژوهش دو نوع داده شبیه‌سازی می‌شود تا عملکردهای مختلف مدل‌ها و روش‌ها با یکدیگر مقایسه گردد. نوع اول داده‌ها متغیرهای تصادفی مستقل و توزیع شده یکسان است، که نمایانگر مجموعه‌های ایده‌آل داده‌ای هستند که بر اساس فرض استقلال نظریه ارزش فرین می‌باشد. نوع دوم داده‌ها متغیرهای تصادفی با توزیع باهمبستگی می‌باشند که به مجموعه داده‌های مالی و بیمه در زندگی واقعی با خوشه‌بندی نوسان شبیه‌ترند. در این شبیه‌سازی، برای بررسی تناسب توزیع دم‌ها روش‌های پیشین را گسترش داده و سری‌های مختلف با رفتارهای متقارن و نامتقارن شبیه‌سازی می‌گردد. این سری‌های زمانی دارای سه نوع ویژگی دم پایین و بالا است (هو،۲۰۱۳):

- حالت اول : $\xi>0$ یا دنباله پهن
- حالت دوم: $\xi=0$ یا دنباله نمایی
- حالت سوم: $\xi<0$ یا دنباله کوتاه با دنباله سمت راست متناهی

در مطالعه شبیه‌سازی، ۵۰۰ بار نمونه‌برداری از هر توزیع با اندازه نمونه ۱۰۰۰ را تکرار کرده و در سطوح ۱ درصد، ۵ درصد، ۹۵ درصد و ۹۹ درصد دنباله را تخمین و با مقدار واقعی جهت ارزیابی عملکرد مقایسه گردیده است. جهت تعیین عملکرد هر یک از برآوردکننده‌ها، از ریشه میانگین خطای مربع در تمام ۵۰۰ تکرار هر مدل استفاده شده است که در آن q_z مقدار واقعی یک توزیع و $\hat{q}_z$ مقدار تخمین زده شده می‌باشد.
رابطه (۲۰)

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(q_z - \hat{q}_z)^2}{N}}$$

مدل‌های پژوهش

در این پژوهش از چهار مدل تک‌دنباله‌ای و یک مدل دو دنباله‌ای در دو تابع ساده و GARCH استفاده می‌شود که بشرح ذیل است:

- توزیع نرمال ترکیبیGPD
- توزیع نرمال ترکیبی GPD با روش GARCH
- توزیع ویبول ترکیبیGPD
- توزیع ویبول ترکیبی GPD با روش GARCH
- توزیع برآوردگرکرنل GPD
- توزیع برآوردگرکرنل GPD با روش GARCH
- توزیعGNG: توزیع با دم پایین و دم بالا با استفاده از GPD که مدل عمدتاً دارای توزیع نرمال است (ژاوو[1]،۲۰۱۰).
- توزیعGNG با روش GARCH

شبیه‌سازی متغیرهای تصادفی مستقل

جهت استفاده و تولید اعداد تصادفی در R از شبیه‌سازی اعداد تصادفی مستقل و توزیع شده یکسان استفاده شده است. در این بخش، چهار جامعه آماری را شبیه‌سازی شده است:

- مدل نرمال (0,5): مدل نرمال با میانگین صفر و واریانس ۵
- مدل تی‌استیودنت (5,0): مدل نرمال با میانگین صفر و درجه آزادی ۵
- مدل تی‌استیودنت (5,5): مدل نرمال با میانگین ۵ و درجه آزادی ۵
- مدل ویبول منفی (5,2): مدل نرمال با میانگین ۲ و مقیاس ۵

این توابع شامل کلیه حالت‌های دنباله پهن، نمایی وکوتاه با دنباله راست متناهی می‌باشند.

آمار توصیفی

داده‌های آمار توصیفی بدست آمده از مقدار لگاریتم بازدهی هر یک از شاخص‌های مورد بررسی بشرح جدول شماره یک است.

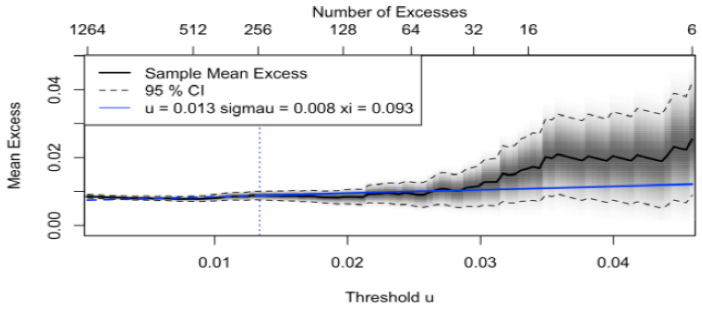
باتوجه به جدول ۱، دو شاخص کل و ۵۰ شرکت برتر دارای چولگی مثبت بوده که اشاره به زیان‌های مکرر جزئی و برخی از زیان‌های شدید دارد. شاخص هم‌وزن چولگی منفی نسبتاً

[1]. Zhao

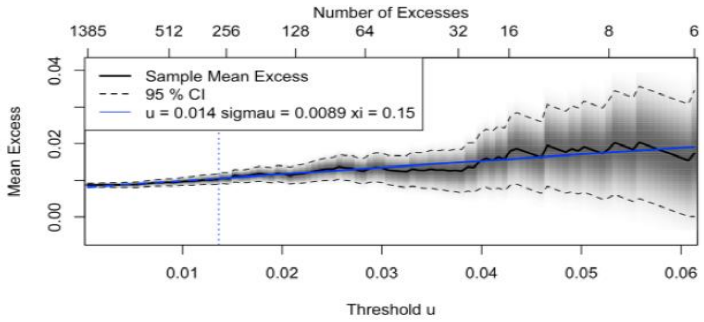
قوی دارد که نشان‌دهنده برخی از سودهای کوچک و سودهای شدید است. هریک از سه مقدار کشیدگی بیش از سه که بیانگر کشیدگی توزیع نرمال است، نشان می‌دهد که توزیع‌های مورد بررسی از توزیع نرمال دم‌سنگین‌تری دارند. شکل‌های ۱، ۲ و ۳ نمودار میانگین باقیمانده‌های شاخص کل، شاخص هم‌وزن و شاخص ۵۰ شرکت برتر را ارائه می‌دهند. آستانه‌ها به ترتیب ۰/۰۱۳ ، ۰/۰۱۴ و ۰/۰۱۸ انتخاب شده‌اند. برای برآورد پارامترهای مدل‌ها از این آستانه‌ها به عنوان مقادیر اولیه استفاده می‌گردد. قدم بعدی استفاده از مدل مناسب برای ارزیابی برآورد توزیع دنباله است.

جدول۱. آمار توصیفی شاخص‌های مورد بررسی تحقیق

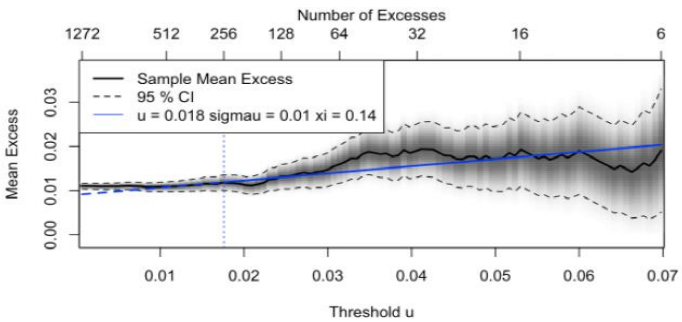
	شاخص کل	شاخص هم‌وزن	شاخص ۵۰ شرکت برتر
میانگین	$-4/92\times10^{-5}$	$-5/27\times10^{-5}$	00054/0
انحراف معیار	01673/0	013777/0	0121646/0
چولگی	07184/0	113319/-0	0391154/0
کشیدگی	08451/4	5207/7	7018/6



شکل۱. نمودار میانگین باقیمانده‌های شاخص کل طی سال‌های ۱۳۹۳تا ۱۳۹۸

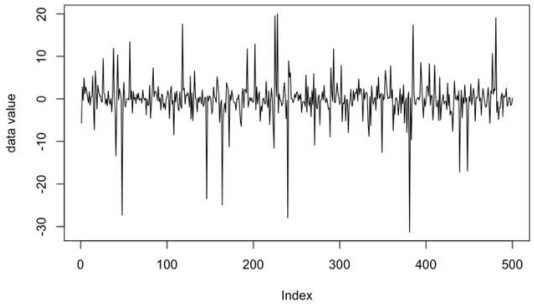


شکل۲. نمودار میانگین باقیمانده‌های شاخص هم‌وزن طی سال‌های ۱۳۹۳تا ۱۳۹۸

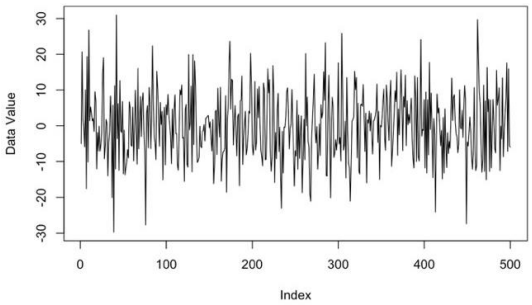


شکل۳. نمودار میانگین باقیمانده‌های شاخص ۵۰ شرکت برتر طی سال‌های ۱۳۹۳تا ۱۳۹۸

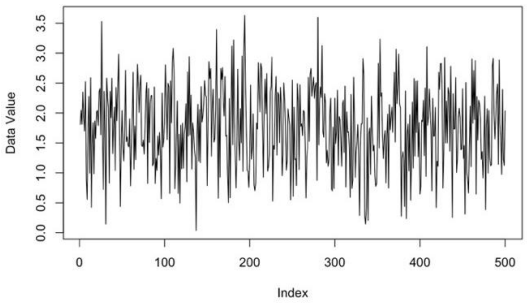
شکل داده‌های شبیه سازی شده جهت مدل سازی مدل‌های ارزش فرین ترکیبی نیز در ذیل آمده است:



شکل۴. داده‌های شبیه‌سازی شده با توزیع تی‌استیودنت (درجه آزادی=۵)



شکل۵. داده‌های شبیه‌سازی شده با توزیع نرمال (میانگین صفر و انحراف معیار۴)



شکل۶. داده‌های شبیه‌سازی شده با توزیع ویبول (شکل ۵ و مقیاس۲)

آزمون مانایی

یک متغیر، وقتی ماناست که میانگین، واریانس و ضرایب خودهمبستگی آن در طول زمان ثابت باقی بماند. برای تشخیص مانایی یک سری زمانی، آزمونهای مختلفی وجود دارد که در پژوهش حاضر از آزمون ADF فیشر استفاده شده است.

جدول۲: آزمون مانایی

متغیر	احتمال آزمون؛	آماره آزمون؛
شاخص کل	۰,۰۰۰۰	۳۸۲,۱۴
شاخص هم وزن	۰,۰۰۰۶	۲۹۱,۶۴
شاخص ۵۰ شرکت برتر	۰,۰۰۰۴۵	۳۰۳,۴۱۶

همانطور که در جدول ارائه شد احتمال آزمون برای تمام متغیرهای پژوهش در سطح کمتر از ۵درصد است، بنابراین آنها در سطح مانا هستند.

آزمون فرضیه‌ها و بررسی عملکرد مدل‌ها

حال به بررسی عملکرد هریک از مدل‌های مورد بررسی و مقایسه شاخص عملکرد مطابق جدول ۳ پرداخته می‌شود.

- **آزمون فرضیه اول**

بر اساس نتایج حاصل از جدول ۳ و ستون مربوط به رتبه فرضیه اول، مدل‌های شبیه‌سازی شده با GARCH به طور قابل توجهی عملکرد مدل‌ها را بهبود می‌بخشد. میزان خطای داده‌های شبیه‌سازی شده در مدل‌های مبتنی بر GARCH کاهش می‌یابد. از آنجا که داده‌های اصلی همبستگی بالایی نسبت به یکدیگر دارند، فرض اصلی نظریه ارزش فرین نقض می‌شود اما مقدار باقی مانده‌های مدل GARCH این مشکل را حل می‌کند. بنابراین تخمین توزیع دنباله‌ها بر اساس باقی‌مانده‌های بدست آمده از GARCH، عملکرد مدل‌ها را بهبود می‌بخشد. نتایج مقایسه برآوردکننده تابع چگالی کرنل GPD و مدل‌های دیگر با GARCH مخلوط شده است. برآوردکننده چگالی کرنل GPD در مقایسه با GNG یا سایر مدل‌های دارای GARCH برتری محسوسی نداشته است. به عبارت دیگر، استفاده از روش GARCH برای شبیه‌سازی داده‌ها می‌تواند در مقایسه با استفاده مستقیم از برآوردگر چگالی کرنلGPD، نتایج بهتری بدست آورد. با این حال، برآوردکننده چگالی کرنل GPD با GARCH در واقع توزیع متقارن مانند توزیع نرمال عملکرد بهتری دارد. برای توزیع نامتقارن مانند توزیع ویبول، مدل‌هایی که توزیع مدل عمده را بهتر توصیف می‌کنند، نتایج بهتری را ارائه می‌دهند. این دوباره اهمیت انتخاب مدل‌های اصلی مناسب را نشان می‌دهد. به طور خلاصه، روش‌های GARCH به طور قابل‌توجهی عملکرد مدل را بهبود می‌بخشد و نتایج بهتری نسبت به مدل GPD چگالی کرنل می‌دهد. برای برآورد تعداد متغیر دنباله، شبیه‌سازی مجموعه داده‌ها توسط GARCH و انتخاب مدل‌های مناسب انبوه می‌تواند پیشرفت

قابل توجهی برای تخمین توزیع دنباله داشته باشد. بنابراین فرضیه اول مبنی بر این که عملکرد مدل‌های ترکیبی ارزش فرین با روش GARCH نسبت به مدل‌های ترکیبی ارزش فرین بهتر است، پذیرفته شده است.

- **آزمون فرضیه دوم**

با توجه به نتایج بدست آمده در خصوص رتبه آزمون فرضیه دوم، مدل‌های دو دنباله‌ای عموماً عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های تک‌دنباله‌ای دارند. بعبارت دیگر مدل‌های دو دنباله‌ای، اخلال‌های غیرانتهایی بیشتری از مدل‌های اصلی را کاهش داده و تخمین دقیق‌تری جهت توزیع دنباله‌ها ارائه می‌دهند. برآوردگرهای کرنل تابع چگالی مدل‌های ترکیبی، از عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های بهینه برخوردار نیستند. اگرچه RMSE توزیع‌های متقارن مانند تی‌استیودنت و نرمال کوچکتراست، اما برای تخمین مقادیر انتهایی در توزیع‌های با دنباله پهن (به ویژه برای تخمین دم پایین)، پیشرفت قابل توجهی نشان نمی‌دهد. برآوردگر توزیع کرنل با GPD بار محاسباتی زیادی بهمراه دارد. یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد که برای شکل نامتقارن توزیع، مدل دو دنباله‌ای نتایج تخمین بهتر یا نزدیکی دارد. همچنین، مدل‌ها با روش GARCH و بدون آن مقایسه شده و نتایج متفاوت هستند. در مورد مدل‌های یک دنباله استفاده از روش GARCH باعث بهبود عملکرد مدل در دنباله پایین می‌شود اما در دنباله بالا این گونه نیست. لذا فرضیه دوم مبنی بر این که عملکرد مدل‌های ترکیبی ارزش فرین تک‌دنباله‌ای نسبت به مدل‌های ترکیبی ارزش فرین دو دنباله‌ای بهتر است، پذیرفته نیست.

جدول۳. نتایج عملکرد مدل‌های شبیه‌سازی در سطوح متفاوت

	RMSE	1%	5%	95%	رتبه آزمون فرض اول	رتبه آزمون فرض دوم
Student(5,5)	Norm GPD	2/796808	1/189241	1/992446	(۲)	(۳)
	Norm GPD GARCH	0/762046	0/355628	0/525017	(۱)	
	GNG	0/009878	0/08823	4/674763	(۲)	(۴)
	GNG GARCH	0/004264	0/018482	0/598189	(۱)	
	Weibull GPD	0/014969	0/038451	1/03153	(۲)	(۱)
	Weibull GPD GARCH	0/004883	0/00891	0/11133	(۱)	
	Kernel GPD	1/756541	0/722093	0/957315	(۲)	(۲)
	Kernel GPD GARCH	0/255086	0/105961	0/143518	(۱)	
Student(0,5)	Norm GPD	188/4381	112/4706	16/63686	(۲)	(۳)
	Norm GPD GARCH	8/706457	3/859469	0/152846	(۱)	
	GNG	1/57E+02	8/11E+00	2/41E+00	(۲)	(۴)
	GNG GARCH	9/58E-01	1/92E+00	1/05E+00	(۱)	
	Weibull GPD	8/61E+01	1/31E+01	1/19E+01	(۲)	(۱)
	Weibull GPD GARCH	0/431739	0/432126	0/149234	(۱)	
	Kernel GPD	2/32E+00	2/76E-01	4/58E-01	(۲)	(۲)
	Kernel GPD GARCH	2/93998	1/87855	0/916736	(۱)	
Norm(0,5)	Norm GPD	1/420847	0/425665	0/537716	(۲)	(۳)
	Norm GPD GARCH	0/220308	0/090078	0/062053	(۱)	
	GNG	1/08E+00	5/74E-01	5/31E-01	(۲)	(۴)
	GNG GARCH	1/16E-01	1/99E-01	7/16E-02	(۱)	
	Weibull GPD	2/23E+01	1/68E+01	3/34E+00	(۲)	(۱)
	Weibull GPD GARCH	0/512225	0/205298	0/088044	(۱)	
	Kernel GPD	1/063729	0/526304	1/248997	(۲)	(۲)
	Kernel GPD GARCH	0/053286	0/085022	0/085789	(۱)	
Weibull(5,2	Norm GPD	2/395203	0/992975	0/875965	(۲)	(۳)
	Norm GPD GARCH	0/522456	0/21542	0/276798	(۱)	
	GNG	4/21E-03	1/90E-02	2/79E+00	(۲)	(۴)

رتبه آزمون فرض دوم	رتبه آزمون فرض اول	95%	5%	1%	RMSE	
	(۱)	5/33E-01	9/27E-03	3/47E-03	GNG GARCH	
(۱)	(۲)	8/90E-01	3/93E-02	7/17E-03	Weibull GPD	
	(۱)	0/157558	0/01413	0/006479	Weibull GPD GARCH	
(۲)	(۲)	4/84E-01	9/23E-01	2/12E+00	Kernel GPD	
	(۱)	0/072835	0/17286	0/391394	Kernel GPD GARCH	

۶- نتیجه‌گیری

بازارهای مالی دائماً در معرض ریسک می‌باشند. پیش‌بینی و محاسبه ریسک یکی از مهم‌ترین موضوعات در حوزه مباحث مالی است، زیرا یکی از مهم‌ترین عواملی که در تعیین قیمت و بازده مورد انتظار دارایی‌ها تأثیرگذار می‌باشد، ریسک دارایی‌هاست. با مرور بحران‌های مالی سال‌های اخیر می‌توان این طور استنباط کرد که یکی از دلایل وقوع این بحران‌ها توجه بیش از حد به داده‌های پرتکرار مرکزی و عدم‌توجه به داده‌های فرین است. به عبارت دیگر در تجزیه و تحلیل داده‌های مالی باید به بخش انتهایی توزیع نیز توجه نمود.

پژوهش حاضر، به ارائه مدلی جهت برآورد ریسک دنباله‌ای با استفاده از مدل‌های ترکیبی ارزش فرین پرداخته است. بر همین اساس از چهار مدل تک‌دنباله‌ای و یک مدل دو دنباله‌ای در دو تابع ساده و GARCH استفاده شده است. برای مدل‌سازی پژوهش از سه دسته داده استفاده می‌شود. داده‌های مورد بررسی شامل شاخص کل، شاخص قیمت (هم‌وزن) و شاخص ۵۰ شرکت برتر می‌باشد. دلیل اصلی استفاده از این شاخص‌ها یافتن نتایج حساسیت و عملکرد مدل‌های مختلف بر روی داده‌های اقتصادی بازار سرمایه کشور است. با توجه به نتایج بدست آمده، شبیه‌سازی مدل‌ها با GARCH به طور قابل توجهی عملکرد مدل‌ها را بهبود می‌بخشد و میزان خطای داده‌های شبیه‌سازی شده در مدل‌های مبتنی بر GARCH کاهش می‌یابد. بنابراین فرضیه اول مبنی بر این که عملکرد مدل‌های ترکیبی ارزش فرین با روش GARCH نسبت به مدل‌های ترکیبی ارزش فرین بهتر است، پذیرفته شده است. همچنین یافته‌ها حاکی از آن است که مدل‌های دو دنباله‌ای نسبت به مدل‌های تک‌دنباله‌ای از دقت بیشتری برخوردارند. بعبارت دیگر مدل‌های دو دنباله‌ای، اخلال‌های غیرانتهایی بیشتری از مدل‌های اصلی را کاهش داده و تخمین صحیح‌تری ارائه می‌دهند. لذا فرضیه دوم مبنی بر این که عملکرد مدل‌های ترکیبی ارزش فرین تک‌دنباله‌ای نسبت به مدل‌های ترکیبی ارزش فرین دو دنباله‌ای بهتر است، پذیرفته نیست.

فهرست منابع

* آقامحمدی، احمد؛ اوحدی، فریدون؛ صیقلی، محسن؛ بنی مهد، بهمن، (۱۳۹۸). برآورد ریسک سرمایه‌گذاری در یک پرتفوی ارز دیجیتال و بهینه‌سازی آن با استفاده از روش ارزش در معرض خطر، فصل‌نامه علمی پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، ۴۷، ۳۰-۱۷.
* رستمی، علی؛ نیکنیا، نرگس، (۱۳۹۲). تأثیر متنوع‌سازی پرتفوی بر ارزش در معرض ریسک در بورس اوراق بهادار تهران، فصل‌نامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری، ۶ ،۸۸-۸۳.
* رهنمای رودپشتی، فریدون؛ قندهاری، شراره، (۱۳۹۴). برآورد ارزش در معرض خطر مبتنی بر محدودیت بر ارزیابی عملکرد مدیریت پرتفوی فعال در بورس اوراق بهادار تهران. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار (مدیریت پرتفوی)، ۶(۲۴)، ۱۱۳-۹۱.
* قالیباف اصل، حسن؛ گورداداش مهربانی، نازیال؛ دهقان نیری، لیلا (۱۳۹۴). بررسی رابطه میان ریسک‌گریزی مدیران و عملکرد نهادهای مالی در بازار سرمایه (مطالعه موردی صندوق‌های مشترک سرمایه‌گذاری)، راهبرد مدیریت مالی، ۳ (۱۰)، ۲۳-۱.
* Antunes, R., Gonzalez, V. (2015). A Production Model for Construction: A Theoretical Framework. Buildings, 5(1), 209-228.
* Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1999). Coherent Measures of Risk. Mathematical Finance.
* Ayusuk, A. and Sriboonchitta, S., (2016) Copula Based Volatility Models and Extreme Value Theory for Portfolio Simulation with an Application to Asian Stock Markets. In Causal Inference in Econometrics, 14(2), 279-293.
* Behrens, C. N., H. F. Lopes, and D. Gamerman (2004). Bayesian analysis of extreme events with threshold estimation. Statistical Modelling.
* Cryer, Kung-Sik. And Jonathan D. Cryer (2008). Time Series Analysis with Application in R (Second Edition). Springer Texts in Statistics. 287-392.
* Dehghan Manshadi, Samaneh, Abdolrahimian, Mohammad Hossein, (2017), Application of Differential Risk Value (IVaR), in calculating

* Rydell, S. (2013). The use of extreme value theory and time series analysis to estimate risk measures for extreme events, Umea University. 3-13.
* Zhao, X., C. J. Scarrott, L. Oxley, and M. Reale (2010). Extreme value modeling for forecasting market crisis impacts. Applied Financial Economics 20(1-2).

investment portfolio risk using the previous and last approach, Strategic Management Thought, Year 11, Fall and Winter 2017, No. 2. (In Persian)
* Ferreira, Ana and Haan De Laurens (2015). On the Block Maxima Method in Extreme
* Fisher, R. A., & Tippett, L. H. (1928). Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. Proceeding of Cambridge Philosophical Society, 24, 180-190.
* Gencay, R., & Selcuk, F. (2004). Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets. International Journal of Forecasting, 20(2), 287-303.
* Heidari, Hadi, Keshavarz, Gholamreza, (2017), Ranking of Parametric Value at Risk Models by Considering the Shareholder Trading Position (Application of Asymmetric Distribution Functions in Family Models (GARCH), Quarterly Journal of Economic Research, Volume: 17, Issue: 66. (In Persian)
* Hellman, Alexandra (2015). Estimating value at Risk – an Extreme Value Approach. Stockholms University.
* Hu, Yang (2013). Extreme Value Mixture Modelling with Simulation Study and Applications in Finance and Insurance.
* Karmakar, M., & Paul, S. (2016). Intraday risk management in International stock markets: A conditional EVT approach. International Review of Financial Analysis, 44, 34-55.
* Kausik Chaudhuri, Rituparna Sen, Zheng Tan, Testing extreme dependence in financial time series, Economic Modelling, Volume 73, 2018, Pages 378-394, ISSN 0264-9993.
* Lotfalipour, Mohammad Reza, Nosrati, Mahdieh, Ghadiri Moghadam, Abolfazl, Filsarai, Mehdi. (2017). Measuring the value at risk of portfolio conditional risk by FIGARCH - EVT method in Tehran Stock Exchange. 8 (31), 281-295. (In Persian)
* MacDonald, A. E., C. J. Scarrott, D. S. Lee, B. Darlow, M. Reale, and G. Russell (2011). A flexible extreme value mixture model. Computational Statistics and Data Analysis.
* Naderi Noor Aini, Mohammad Mehdi, (2018), Selection of the optimal method of calculating the value at risk of investment funds, asset management and financing, Volume 6, Number1- Consecutive Issue 20, Spring 2018, pp -159-180. (In Persian)
* Park, M.H. and Kim, J.H. (2016). Estimating extreme tail risk measures with generalized Pareto distribution. Computational Statistics and Data Analysis, 98, 91–104.
* Pedro Gerhardt Gavronski, Flavio A. Ziegelmann, Measuring systemic risk via GAS models and extreme value theory: Revisiting the 2007 financial crisis, Finance Research Letters, 2020, 101498, ISSN 1544-6123.
* Pickands, J. (1971). The two-dimensional Poisson process and extremal processes. Journal of Applied Probability 8(4).

Journal of Financial Knowledge of Securities Analysis
Vol. 14 / No. 51 , Autumn 2021

Abstract

Providing a model for tail risk estimation using extreme Value mixture models (Parametric, semi-parametric and non-parametric)

Ali Souri[1]
Bahman,Esmaeili[2]
Vahid Nobakht[3]

Abstract

Financial market participants are constantly exposed to uncertainty and investment risk. Predicting and calculating risk is one of the most important issues in the field of financial issues. Reviewing the financial crises of recent years, it can be inferred that one of the reasons for these crises is the excessive attention to the repetitive central data and the lack of attention to the extreme data. In other words, in the analysis of financial data, the end part of the distribution should also be considered. The purpose of this study is to provide a model for tail risk estimation using extreme value mixture models. Accordingly, four one-tailed models and one two-tailed model in two simple functions and GARCH have been used. Modeling is based on three categories of data. The studied data include total index, price index (homogeneous) and index of top 50 companies. According to the obtained results, simulation of models with GARCH significantly improves the performance of models and reduces the error rate of simulated data in GARCH-based models. The findings also indicate that two-tailed models are more accurate than one-tailed models.

Keywords: Tail Risk, Extreme Value, Volatility Clustering

1- Associate Professor, Department of Economics, Tehran University, Tehran.Iran,
2- Corresponding Author),Ph.D. student, Department of Finance, Accounting and Management Faculty of Tehran University, Tehran.Iran.
Email:bahman.esmaeili@ut.ac.ir
3- Ph.D. student, Department of Finance, Accounting and Management Faculty of Allameh Tabatabai University, Tehran.Iran.