

استفاده از روش چند فرکتالی در رتبه بندی کارایی سبد سهام

مهناز دوستی^۱
مرتضی رحمانی^۲

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۳/۱۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۲۴

چکیده

سرمایه گذاران در جهان همواره به دنبال سرمایه گذاری ایمن، در بازار سرمایه کشورها یا سهام شرکت های آن می باشند. به همین جهت یافتن روشی کاربردی و علمی برای شناسایی بهترین فرصت سرمایه گذاری تاثیر بسیار مطلوبی را بر انتخاب یک سرمایه گذار خواهد گذاشت. سهام کارا، سهامی است که اطلاعات موجود در بازار در قیمت آن منعکس و استفاده از قیمت های گذشته سهام در یک بازه زمانی به منظور تجزیه و تحلیل روند و نوسانات آینده سهام، منتهی به نتایج درست و قابل استنادی می شود. در این تحقیق با فرض کارایی ضعیف، یک سبد سهام متشکل از ۱۱ سهام پذیرفته شده در بازار سرمایه ایران مورد بررسی قرار گرفته است. به این مفهوم که از طریق اطلاعات قیمت سهام از سال های ۹۵ الی ۹۹ روند و شدت نوسانات مورد بررسی قرار گرفته است، سهام هایی که دارای شاخص کارایی فرکتالی کمتر و بعد فرکتالی بالاتر و در نتیجه شدت نوسانات منسجم بیشتری باشند رتبه کارایی بالاتری دریافت می کنند زیرا قدرت نقد شوندگی سهام بالاتر رفته و برای سرمایه گذاری ایمن خواهد بود. نتایج این تحقیق با استفاده از روش چند فرکتالی جزئیات دقیق تری از مراحل رتبه بندی سهام کارا در یک سبد سرمایه گذاری را نشان می دهد.

واژه های کلیدی: بازار سهام، گام تصادفی، کارایی، چند فرکتالی، بعد فرکتالی

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه علم و فرهنگ، گروه مهندسی صنایع mahnazdoosti958@gmail.com

۲- عضو هیات علمی دانشگاه علم و فرهنگ، گروه مهندسی صنایع rahmanimr@yahoo.com

۱- مقدمه

مفهوم کارایی ضعیف در بازار سهام نشان می دهد که قیمت سهام منعکس کننده اطلاعات گذشته تا به امروز است و اهمیت رتبه بندی از نظر کارایی، بررسی میزان تاثیر این اطلاعات در قیمت سهام در بازه های زمانی متفاوت است. مثلاً شدت نوسانات منسجم یک سهام هر چقدر بیشتر باشد نشان دهنده قدرت نقد شوندگی بالا یک سهام است. معمولاً رفتار قیمت سهام بصورت گام تصادفی توصیف می شود از آنجایی که قابل پیش بینی بودن قیمت سهام یکی از موضوعات جذاب در بازار سهام است از این رو اثبات اینکه قیمت سهام تصافی نیست و می توان آن را با استفاده از افت و خیز های قیمت سهام (شدت نوسانات) پیش بینی کرد بسیار مورد توجه قرار می گیرد. در فرکتال ها اشکال بزرگ از کنار هم قرار گرفتن تعداد زیادی اشکال کوچک درست مانند شکل اولیه (کلی) ساخته می شوند به همین جهت نظریه آشوب بیان می کند هر کل از جز تشکیل می شود. با استفاده از فرکتال ها می توان نشان داد روند قیمت و شدت نوسانات در یک واحد زمانی کوچک شبیه به نوسانات در یک واحد زمانی بزرگتر است و با دنبال کردن روند و شدت نوسانات مشابه قابل پیش بینی بودن قیمت سهام را محقق می سازد.

۲- مبانی نظری

اهمیت رتبه بندی برای استفاده سرمایه گذاران از اطلاعات گذشته قیمت در بازار سرمایه به منظور انتخاب محل مناسب سرمایه گذاری بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است از طرفی رشد بازار های نوظهور و در حال توسعه و جذاب بودن این بازار ها از نظر سرمایه گذاران و نیاز آن ها به روش های کاربردی و علمی برای انتخاب درست علت تحقیق و مطالعه بسیاری از محققان شده است. ارشد و همکاران^۳ (۲۰۱۶) با توجه به مفهوم کارایی و مطالعاتی که بر روی کشورهای عضو سازمان همکاری اسلامی انجام داده اند، بیان می کنند که پس از بحران جهانی ۲ اخیر توجه به بازار های نوظهور و توسعه یافته به شدت افزایش یافته است. با توجه به حضور بالقوه و پتانسیل جهانی آن اغلب مورد توجه و انتقاد قرار گرفته است، در این مقاله به تجزیه و تحلیل ضریب بازده سهام بازار های سهام اسلامی، رتبه بندی کارایی کشورهای عضو سازمان همکاری اسلامی در

بازار های کوتاه مدت و بلند مدت از سال ۱۹۹۸ تا ۲۰۱۲ پرداخته شده است. در این رتبه بندی بهترین امتیاز به ترکیه برای بازار های کوتاه مدت و عربستان برای بازار های بلند مدت تخصیص داده شده است. تیوار و همکاران^۴ (۲۰۱۷) در مطالعات خود به بررسی کارایی بازار از سال ۲۰۰۰ تا ۲۰۱۵ و مقایسه بازده بازار های کوتاه مدت و بلند مدت و همچنین نوسانات کوچک و بزرگ قبل و پس از بحران جهانی بر اساس فرضیه بازار کارا پرداخته اند. نتایج به اختلاف قابل توجهی بین بازده بازار های بلند مدت و کوتاه مدت اشاره دارد. شهزاد و همکاران (۲۰۱۸) به مقایسه تجربی ۱۲ بازار سهام متعارف و اسلامی (اردن، مالزی، پاکستان، ترکیه، برزیل، روسیه، هند، چین، آفریقای جنوبی، ایالات متحده آمریکا، انگلستان، ژاپن) پرداخته اند. نتایج بدست آمده نشان می دهد بازار های توسعه یافته نسبتاً کار آمد تر هستند و در بین کشورها با بازار سهام اسلامی، ترکیه کار آمد ترین می باشد.

در تحقیق روژن یان و همکاران^۴ (۲۰۲۰) خصوصیات غیر خطی نقد شوندگی برای شناسایی روند و شدت نوسانات توسط روش روند زدایی شده چند فرکتالی بازار فرابورس OTC چین مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است و قدرت نقد شوندگی به عنوان اعتبار معامله برای سرمایه گذاران معرفی شده است بدین معنی که بین شدت نوسانات منسجم با نقدشوندگی بازار رابطه مستقیم وجود دارد. در تحقیق یین و وانگ^۵ (۲۰۲۱) نیاز به آموزش رفتاری و روانی به سرمایه گذاران مطرح شده است و روش روند زدایی شده چند فرکتالی با فرضیه بازار کارآمد به عنوان یک روش موثر برای پیش بینی قیمت بازار، مدیریت ریسک، ارزش گذاری و مدیریت سرمایه در نظر گرفته شده است.

۳- روش شناسی

در تحقیقات ریژوی و همکاران (۲۰۱۴) روش تجزیه و تحلیل نوسانات روند زدایی شده چند فراکتال با استفاده از شکل ضعیف کارایی برای مقایسه هم زمان بازار سهام اسلامی و کشورهای توسعه یافته از طریق رتبه بندی بازده بازار سهام مورد استفاده قرار گرفته است. روش تجزیه و تحلیل نوسانات روند زدایی شده چند فراکتالی در تشخیص رتبه بندی کارایی بازار های سهام بسیار موثر است. در مطالعات گذشته وجود

^۴ - Ruzhen Yan et al

^۵ - Tao Yin & Yiming Wang

^۳ - Arshad et al

^۲ - بحران مالی ۲۰۰۷-۲۰۰۸ ایالات متحده آمریکا

^۴ - Tiwari, A.K., C.T., Allbulesun, S.M., Yoon



است زیرا مطالعه در مورد فرضیه بازار کارا برای مدیران و فعالان بازار سرمایه از اهمیت بالایی برخوردار است و ارزش واقعی شرکت ها و توسعه بازار سهام منوط به تصمیمات آن ها می باشد. در تحقیقات انجام شده در خصوص کارایی با روش روند زدایی شده چند فراکتالی مشاهده می شود که این روش در کنار روش های دیگر مقایسه و یا توسعه داده شده است. شهزاد و همکاران (۲۰۱۸) از روش روندزدایی شده چند فراکتالی برای مقایسه کارایی بازارهای سهام اسلامی و متعارف با استفاده از تخمین نمای هرست پرداخته اند. آدین و همکاران (۲۰۱۸) به مقایسه کارایی بازارهای اسلامی در بازه های کوتاه مدت و میان مدت با استفاده از روش های روندزدایی شده چند فراکتالی و مربع موجک های وابسته^۳ و مقدار ریسک^۴ پرداخته اند. با توجه به بررسی تحقیقات انجام شده در مورد روش روندزدایی شده چند فراکتالی به این نتیجه میرسیم که ریسک و بازده دو عامل مهم در تحلیل بازار های مالی می باشد. ازدستاوردهای مهم در مورد بازده و ریسک به ترتیب می توان گفت باعث ایجاد تغییرات در فروش بازار های کارا و ساختار همبستگی و ماتریس کوواریانس در بازار های مالی می شود. مدل های تحلیل چند فراکتالی در جهت روند زدایی ساختار قیمت سهام و تحلیل صحیح تر در مورد اثرگذاری اتفاقات در ابعاد مختلف بر بازار بنا شده است (ریزوی و همکاران، ۲۰۱۴)، شهزاد و همکاران (۲۰۱۸)، تیوار و همکاران (۲۰۱۷). نیان و فو (۲۰۱۹) به توسعه روش روندزدایی شده چند فراکتالی با در نظر گرفتن خاصیت خود متشابه گسترده در بازه های زمانی متفاوت پرداخته اند و نشان دادند که در بخش های مختلف می توان به تخمین روند با استفاده از خاصیت خود متشابه بودن پرداخت و آن را روش خود متشابه گسترده روند زدایی شده چند فراکتالی^۵ نامیدند. در این روش طول مقیاس داده ها افزایش و عدم اطمینان کاهش یافته است و بی نیاز از محاسبه نمای هرست می باشد. ادعا می شود که این روش فراکتالی را می توان در زمینه های وسیع تر به کار برد. همچنین بای و ژو (۲۰۱۰) بازار سهام چین را در مقیاس ۰.۵ تا ۱ با روش چند فراکتالی بررسی کرده و نشان دادند که بازار چین دارای همبستگی قدرتمندی است. چندفرکتالی یک ماهیت و مشخصه متداول در قیمت شاخص سهام است و در اثر ویژگی های ذاتی و پویایی بازار سهام به وجود می آید. پنگ و همکاران

تفاوت های ساختاری در بازار های نوظهور و اسلامی باعث ناکارآمدی این بازارها شده است، هدف بررسی ورتبه بندی این بازار ها می باشد و مقایسه وضعیت آن نسبت به گذشته است. مطالعات یانگ و همکاران (۲۰۱۶) روش تجزیه و تحلیل نوسانات روند زدایی شده چند فراکتالی را برای بررسی فرضیه کارایی ضعیف نشان داده اند، یکی از این مزیت های چند فراکتالی تجزیه و تحلیل در سری های زمانی است. در مطالعات انجام شده توسط رونقی و نصیر زاده (۲۰۱۶) روش چند فراکتالی به عنوان یک روش مهم برای توضیح پیچیدگی بازار های مالی معرفی شده است. در بازار های مالی شکل ضعیف بازار های کارآمد به این صورت است که قیمت ها باید از رفتار گام تصادفی پیروی کنند و روش فراکتال به عنوان یک مدل غیر خطی مفید برای پیش بینی سری های زمانی بیان شده است. در بررسی دیگری از ریزوی و همکاران (۲۰۱۷) مشاهده می کنیم که این روش به عنوان یک روش جدید و موثر برای تجزیه و تحلیل، کارایی و ادغام بازار های سهام ژاپن مورد استفاده قرار گرفته است. این مطالعه یک دوره ۲۴ ساله می باشد که نتایج افزایش بهره وری^۱ را نشان می دهد. وجود رابطه منفی بین نوسانات و سود آوری، خوشه بندی نوسانات، عدم تقارن در سود و زیان و همبستگی در واریانس منجر به وابستگی خطی و غیر خطی شده است. بنابراین نیاز به پی بردن احتمال همبستگی در یک سری زمانی کاملا مشاهده می شود. استفاده از روش "تجزیه و تحلیل نوسانات روند زدایی شده چند فراکتالی"^۲ موثرترین راه برای شناسایی رفتار وابسته به زمان در دراز مدت و پیامد های آن بر بازار مالی می باشد. در طول چند دهه اخیر روش تجزیه و تحلیل نوسانات روند زدایی شده چند فراکتالی توانایی خود را برای بررسی فرضیه کارایی ضعیف نشان داده است. یکی از مزایای اصلی این روش توانایی آن برای تجزیه و تحلیل چند فراکتالی (حافظه طولانی مدت) در پایداری سری زمانی می باشد. یعنی با این روش می توان وابستگی طولانی مدت سطح پایداری و کارایی را اندازه گیری کرد (شهزاد و همکاران، ۲۰۱۷). تغییرات قیمت سهام معمولا با گام تصادفی توصیف می شود و چون بدون هیچ الگو و محدودیتی تغییر می کند به همین جهت پیش بینی آن ها سخت است و این فرضیه بازار را ناکارآمد معرفی می کند. از این رو مفهوم دستیابی به کارایی بازار موضوع بحث و بررسی علمی قرار گرفته

4 - Value-at-Risk (VaR)

5 - extended self-similarity multifractal de-trended fluctuation analysis (ESS-MF-DFA)

۶-کسب حداکثر سود با ارتقای دانش و آگاهی مدیران.

۷ - multifractal de-trended fluctuation analysis (MF-DFA)

3 - wavelet squared coherence (WTC)



$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[(v-1)s+i] - y_{v(i)}\}^2 \quad (4.3)$$

s به عنوان مقیاس زمانی (تعداد سری زمانی) در نظری می گیریم. برای $v = 1, \dots, N_s$ و رابطه (4.3) برای $v = N_s + 1, \dots, 2N_s$ را خواهیم داشت.

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[N - (v - N_s)s + i] - y_{v(i)}\}^2 \quad (5.3)$$

نکته قابل توجه، به کار بردن درجه های مختلف از y_v به وجود روند ها با درجات متفاوت در سری اولیه مربوط می شود. در واقع تحلیل نوسانات روند زدایی شده با مرتبه های متفاوت، توانایی متفاوتی در حذف روند های موجود در داده ها دارد. گام چهارم: تابع افت و خیز مرتبه q را با متوسط گیری روی کل بلوک ها بصورت رابطه (6.3) محاسبه می کنیم.

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(s, v)]^q \right\}^{\frac{1}{q}} \quad (6.3)$$

q می تواند هر عدد مخالف صفر باشد، در این تحقیق مقدار q برای محاسبه تابع افت و خیز بازه -4 تا 4 در نظر گرفته شده است. برای تجزیه و تحلیل دقیق تر در نمودار جمع شده مربوط به نمای هرست، q بازه -10 تا 10 در نظر گرفته شده است.

گام پنجم: مراحل بالا را برای S های متفاوت تکرار می کنیم و به دنبال تناسب نمایش داده شده توسط رابطه (7,3) هستیم.

$$F_q(s) \cong S^{h(q)} \quad (7,3)$$

$$\ln F_q(s) \cong h(q) \ln S$$

اگر نمودار Log - Log، $F_q(s)$ را بر حسب s با یک خطی به نام $h(q)$ برازش دهیم، شیب خط بیانگر نمایی از هرست تعمیم یافته به ازای q است (میل نیچاک و همکاران (2007)).

3-1- اعتبار سنجی

نمای هرست بدون در نظر گرفتن نوع توزیع، ابزار مفیدی در تشخیص تصادفی یا غیر تصادفی بودن سری زمانی می باشد. از تعمیم نمای هرست، در پیش بینی بسیاری از پدیده هایی

روش تحلیل نوسانات روند زدایی شده را طراحی کرده اند. مزیت این روش این است که همبستگی های بلند را حتی در سری های به ظاهر غیر مانا هم می توان تشخیص داد همچنین منشا دو تفاوت برای خواص چند فرکتالی خود همبستگی بلند مدت و وجود دم های پهن در توزیع (وقوع اتفاقات نادر) می باشد.

مراحل اصلی روش روند زدایی چند فرکتالی

گام اول: فرض می کنیم $x_i, i = 1, \dots, N$ سری زمانی بازده های سهام و سری تجمعی آن به صورت رابطه (1.3) است.

$$Y(i) = \sum_{k=1}^i (x_k - \bar{x}) \quad (1.3)$$

برای حذف روند هایی که از جمع بستن سری حاصل می شود، لازم است که در هر مرحله مقدار متوسط را از داده ها کم نماییم با این وجود کم کردن میانگین لزوما نیاز نیست زیرا با حذف روند، آن ها نیز حذف خواهند شد.

گام دوم: سری جدید $Y(i)$ را به $\text{int}(\frac{N}{S})$ بخش مستقل که هر یک دارای S نقطه می باشد، تقسیم می کنیم. چون اغلب طول سری مضرب صحیحی از مقیاس S نیست، یک بخش کوچک از انتهای سری تجمعی باقی می ماند که برای لحاظ کردن آن ها باید یک بار دیگر از انتهای سری تجمعی آن را به بخش های مستقل با طول یکسان S تقسیم نماییم، بنابراین در کل $2N_s$ قسمت به دست می آوریم.

گام سوم: به کمک روش حداقل مربعات تابع $P_v^m(N)$ را بصورت رابطه (2.3) روی داده های سری تجمعی برازش می کنیم.

$$P_v^m(N) = b_{v0} + b_{v1}N + \dots + b_{v(m-1)}N^{(m-1)} + b_{vm}N^m \quad m = 1, 2, \dots \quad (2.3)$$

در رابطه (3.3) سری انحراف تجمعی را در هر فاصله زمانی که روند زدایی شده است محاسبه می گردد.

$$Y_v^{(i)} = Y(i) - P_v^m(N) \quad (3.3)$$

روند محلی برای تمام $2N_s$ قسمت را از طریق یک چند جمله ای درون یابی، و آن را $y_{v(i)}$ می نامیم، سپس واریانس اختلاف سری تجمعی را محاسبه می کنیم. در این قسمت چند جمله ای در بخش v ام را Y_v نشان می دهیم. اکنون برای هر بخش v رابطه (4.3) را محاسبه می کنیم.

بزرگتر از ۱.۵ و مقدار هرست کوچکتر از ۰.۵ باشد سری زمانی ناپایدار است.

۳-۱-۳. کارایی

بازاری که اطلاعات به سرعت بر قیمت سهام تاثیر می گذارند و قیمت ها خود را با توجه به اطلاعات تعدیل می کنند بازار کارا گفته می شود. در واقع قیمت سهام بازتاب اطلاعاتی است که در بازار وجود دارد. شکل ضعیف کارایی در بازارهای مالی مورد تایید است ریزوی (۲۰۱۷). یعنی تجزیه و تحلیل قیمت های تاریخی در بازه های زمانی مشخص با روش های علمی مختلف نتایج قابل استنادی به همراه دارد، رتبه بندی یکی از این مزیت ها است و منجر به جذب سرمایه خواهد شد.

۴- بحث و بررسی

اطلاعات مربوط به قیمت پایانی سهام ۱۱ شرکت پذیرفته شده در بورس ایران که بصورت روزانه و از سال ۹۵ الی ۹۹ جمع آوری شده است امکان رتبه بندی بهینه توسط روش روند زدایی شده چند فرکتالی را ایجاد می کند. نتایج بدست آمده توسط نرم افزار R نشان می دهند که سرمایه گذاران با سنجش نمودارهای شدت نوسانات با صرف کمترین زمان با تخمین روند نمودار در آینده می توانند سبد سهام کارا تشکیل دهند. همچنین برای بررسی جزئیات دقیق تر مقادیر مربوط به تابع افت و خیز اطلاعات دقیق تری در اختیار سرمایه گذاران قرار می دهد. اطلاعات به منظور بررسی دقیق تر به صورت روزانه جمع آوری شده است و جدول (1,4) وضعیت نرمالیتی، کشیدگی و چولگی به منظور بررسی دم های توزیع (وجود دمهای پهن در توزیع) جمع آوری شده است.

نمودار (1,4) مربوط به مقایسه سری زمانی تجمیع شده سبد سهام می باشد، روند صعودی در تمام سهام ها مشاهده می شود و ناشی از تاثیر هیجان موجود در بازار روی قیمت سهام است و مربوط به اواخر فصل بهار و تابستان سال ۹۹ می باشد.

که رفتار آشب گونه دارند بر اساس اطلاعات تاریخی می توان بهره گرفت. در نمای هرست برای تفسیر مقادیر $h(q)$ مفهوم پایداری^۱ مطرح می شود و مقادیر کمتر از ۰.۵ بیانگر سری زمانی ناپایدار است یعنی حافظه بلند مدت منفی و مقدار ۰.۵ بیانگر سری زمانی مستقل و تصادفی است و مقادیر بین ۰.۵ تا ۱ بیانگر سری زمانی پایدار است و تصادفی نیست یعنی حافظه بلند مدت مثبت است. بطور کلی وقتی $h(q) > 0.5$ باشد سری زمانی دارای حافظه بلند مدت است به این معنی که افت و خیزهای سری در زمان حال با همه افت و خیزهای سری در آینده همبستگی مثبت دارد.

۳-۱-۱. شاخص کارایی فرکتالی

با توجه به اینکه اگر $0 < h(q) < 0.5$ سری زمانی پایدار نیست و $0.5 < h(q) < 1$ سری زمانی دارای همبستگی مثبت است، لذا رابطه (۸.۳) با مشخصه MDM به عنوان یک شاخص کارایی فرکتالی برای رتبه بندی در نظر گرفته می شود.

$$MDM = \frac{1}{2}(|h(-q) - 0.5| + |h(+q) - 0.5|) \quad (8.3)$$

بدین صورت که مقدار ۰.۵ به عنوان مرز همبستگی، $h(-q)$ کمترین شدت نوسانات و $h(+q)$ بیشترین شدت نوسانات در نظر گرفته می شود حال هر چه قدر مقدار MDM نزدیک به صفر باشد وضعیت مطلوب تر خواهد بود.

۳-۱-۲. بعد فرکتالی

حافظه بلند مدت ارتباط مستقیم با ابعاد فراکتالی دارد. همان طور که می دانیم بعد فرکتالی یک خط برابر یک و صفحه برابر دو، از این رو بعد فرکتالی مربوط به یک سری زمانی مقداری بین یک و دو می باشد و توسط رابطه (۹.۳) محاسبه می گردد.

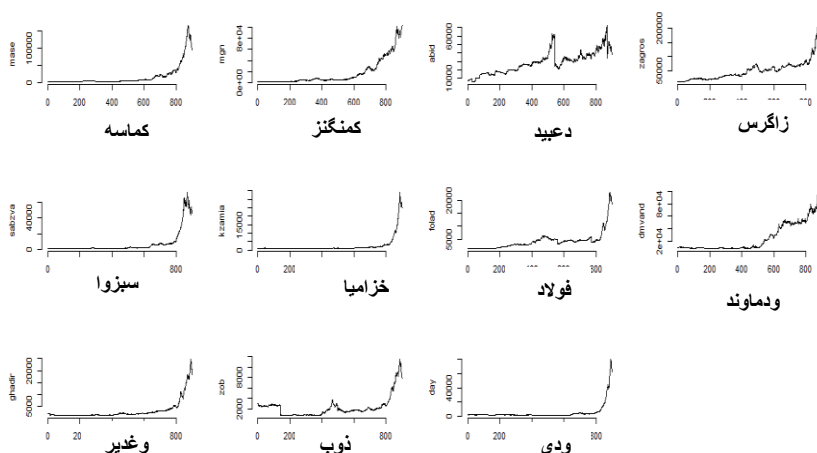
$$D = 2 - h(q) \quad (9.3)$$

نتایج بدین صورت است که اگر ابعاد فراکتالی (D) برابر با ۱.۵ باشد و مقدار هرست برابر ۰.۵ می توان گفت سری زمانی مستقل بوده و دارای روند تصادفی می باشند. اگر ابعاد فراکتالی کوچکتر از ۱.۵ و مقدار هرست بزرگتر از ۰.۵ باشد سری زمانی تصادفی نبوده و دارای حافظه بلند مدت است. اگر ابعاد فراکتالی

^۱ اصطلاح پایدار به این معنا به کار می رود که روند افزایشی در گذشته به معنای روند افزایشی در آینده و تداوم یک الگوی خاص در آینده است. (کرالی و ژانوسی (۲۰۰۵))

جدول (1,4) آمار توصیفی سبب سهام مورد مطالعه

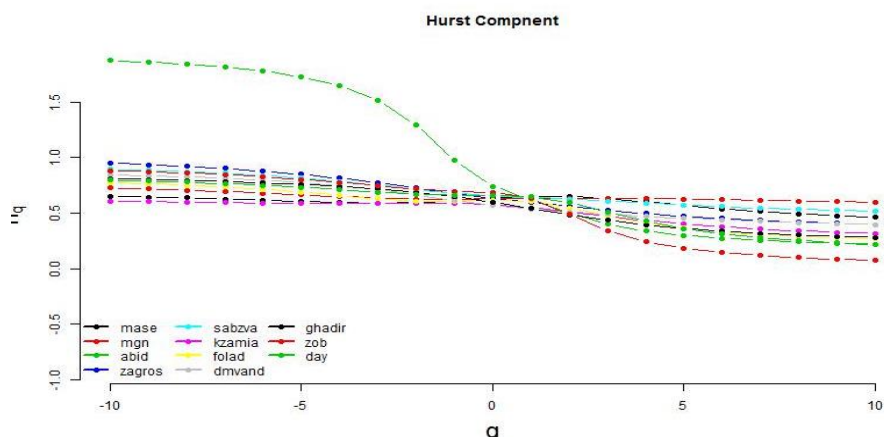
نماد	کشیدگی	جولگی	میانگین	کمترین مقدار	چارک اول	میانه	چارک سوم	بیشترین مقدار
کماسه	۱۲.۰۵	۳.۰۴	۱۶,۶۹۸	۱,۶۵۰	۲,۹۲۴	۴,۶۰۲	۱۷,۳۶۳	۱۶۶,۳۰۰
کمنگنز	۶.۱۰	۱.۹۶	۱۶,۹۲۸	۱,۷۷۸	۲,۹۴۶	۶,۰۳۳	۲۱,۹۹۱	۱۰۲,۹۵۰
دعبید	۳.۰۰	۰.۵۴	۲۸,۴۶۳	۵,۸۰۶	۱۸,۱۰۳	۲۸,۱۵۶	۳۵,۳۰۰	۷۲,۵۱۰
زاگرس	۷.۳۹	۱.۹۳	۵۰,۳۴۵	۸,۶۱۰	۲۱,۰۰۰	۴۶,۲۴۰	۶۵,۰۰۱	۲۰۹,۹۳۰
سبزوا	۱۱.۰۱	۳.۰۰	۶,۸۴۳	۵۵۷	۸۷۶	۱,۴۵۷	۵,۷۸۴	۷۲,۶۴۰
خزامیا	۲۳.۹۲	۴.۵۱	۲,۳۰۱	۶۵۶	۷۶۷	۹۷۲	۱,۳۶۰	۳۴,۱۱۰
فولاد	۱۵.۴۱	۳.۲۰	۴,۱۴۴	۱,۱۷۵	۱,۹۲۸	۳,۸۸۰	۴,۶۷۰	۲۳,۲۷۰
ودماوند	۲.۹۲	۱.۰۷	۲۵,۳۳۵	۷,۱۰۰	۸,۲۷۸	۹,۶۶۵	۴۷,۹۸۹	۹۹,۰۰۰
وغدیر	۱۳.۵۸	۳.۲۵	۳,۰۳۰	۱,۰۳۲	۱,۱۹۹	۱,۷۱۰	۲,۷۹۲	۲۴,۷۸۰
ذوب	۱۰.۳۱	۲.۶۱	۲,۲۵۴	۶۸۸	۸۶۹	۱,۷۹۳	۲,۶۴۴	۱۱,۵۶۶
ودی	۲۵.۸۴	۴.۶۹	۴,۷۰۳	۵۸۰	۱,۵۰۵	۱,۷۴۶	۳,۱۲۰	۸۰,۳۳۰



نمودار (1,4) سری زمانی تجمیع شده سبب سهام مورد مطالعه

جدول (2,4) مربوط به تخمین نمای هرست و با استفاده از تابع ایت و خیزدر بازه (۴,۴-) جمع آوری شده است. به طوری که کمترین نوسان ۴- و بیشترین نوسان ۴ می باشد. باتوجه به مقادیر جدول تقریباً تمام اعداد در بازه وضعیت مطلوب قرار دارند از این رو داده ها دارای حافظه بلند مثبت و غیر تصادفی است. در سطر آخر مقدار شاخص کارایی فرکتالی (MDM) محاسبه شده است که بر این اساس رتبه بندی سبب سهام صورت می گیرد.

به منظور مقایسه وضعیت نمای هرست نمودار (2,4) با دامنه نوسان (۱۰,۱۰-) به صورت نمودار تجمیع شده سبب سهام نمایش داده شده است. با توجه به اینکه وضعیت مطلوب زمانی است که مقدار نمای هرست بین ۰.۵ تا ۱ باشد لذا با توجه به نمودار (2,4) نماد های خزامیا، ودماوند و زاگرس وضعیت مطلوب تری دارند چون مقادیر نمای هرست در بیشترین و کمترین نوسانات نزدیک به وضعیت مطلوب است ولی نماد دعبید در شدت نوسات منفی فاصله زیادی از وضعیت مطلوب دارد. برای بررسی دقیق تر بازه نوسانات را محدودتر می کنیم و مقادیر عددی را مورد بررسی قرار می دهیم.



نمودار (2,4) نمای هرست سبدهای سهام مورد مطالعه

جدول (2,4) مقادیر نمای هرست مربوط به سبدهای سهام مورد مطالعه

q	کماسه	کمنگنز	دعبید	زاگرس	سبزوا	خزامیا	فولاد	ودماوند	وغدیر	ذوب	ودی
-4	۰.۵۹۵۶	۰.۶۴۹۱	۱.۶۵۰۰	۰.۸۱۵۱	۰.۷۸۷۲	۰.۵۸۵۰	۰.۶۵۹۷	۰.۷۴۶۶	۰.۷۳۹۸	۰.۷۷۶۷	۰.۷۱۲۸
-3	۰.۵۹۰۱	۰.۶۲۵۴	۱.۵۱۸۸	۰.۷۷۳۴	۰.۷۵۲۲	۰.۵۸۶۷	۰.۶۲۹۰	۰.۷۱۰۶	۰.۷۱۷۷	۰.۷۴۶۴	۰.۶۸۹۹
-2	۰.۵۹۵۵	۰.۶۲۷۴	۱.۲۹۵۴	۰.۷۲۶۹	۰.۷۱۴۶	۰.۵۸۹۷	۰.۶۰۸۶	۰.۶۶۵۵	۰.۶۸۹۵	۰.۷۱۸۴	۰.۶۷۰۶
-1	۰.۶۱۳۴	۰.۶۲۶۱	۰.۹۷۵۶	۰.۶۷۹۴	۰.۶۸۱۷	۰.۵۸۸۵	۰.۶۰۸۶	۰.۶۱۵۲	۰.۶۵۰۸	۰.۶۹۸۲	۰.۶۶۱۹
۰	۰.۶۳۶۰	۰.۶۲۹۴	۰.۷۴۳۴	۰.۶۳۴۹	۰.۶۵۸۲	۰.۵۷۵۸	۰.۶۱۸۷	۰.۵۶۹۸	۰.۵۹۹۲	۰.۶۸۳۲	۰.۶۶۰۱
۱	۰.۶۵۱۰	۰.۶۳۳۶	۰.۶۱۷۹	۰.۵۹۵۰	۰.۶۴۱۰	۰.۵۴۸۵	۰.۶۰۶۲	۰.۵۳۵۹	۰.۵۴۰۷	۰.۶۳۵۹	۰.۶۴۷۲
۲	۰.۶۵۰۲	۰.۶۲۵۹	۰.۴۹۸۶	۰.۵۵۸۸	۰.۶۲۵۰	۰.۵۱۰۵	۰.۵۴۸۵	۰.۵۱۱۵	۰.۴۸۴۶	۰.۴۹۴۱	۰.۵۹۷۷
۳	۰.۶۳۲۲	۰.۶۲۵۲	۰.۴۰۰۶	۰.۵۲۶۱	۰.۶۰۷۷	۰.۴۶۹۶	۰.۴۷۱۵	۰.۴۹۱۲	۰.۴۳۵۲	۰.۳۳۹۰	۰.۵۱۱۸
۴	۰.۶۰۲۱	۰.۶۲۲۱	۰.۳۳۸۴	۰.۴۹۷۲	۰.۵۸۹۸	۰.۴۳۲۲	۰.۴۰۸۰	۰.۴۷۲۶	۰.۳۹۴۳	۰.۳۴۱۷	۰.۴۲۶۴
MDM	۰.۰۹۸۹	۰.۱۴۰۶	۰.۶۵۵۸	۰.۱۵۹۰	۰.۱۸۸۵	۰.۰۷۶۴	۰.۱۲۵۸	۰.۱۳۷۰	۰.۱۷۲۷	۰.۲۶۷۵	۰.۱۴۳۲

*مقدار MDM با توجه به رابطه (8,3) بر اساس بیشترین و کمترین شدت نوسانات مقادیر جدول (2,4) محاسبه گردیده است.

بیشتر باشد شدت نوسانات هم بیشتر خواهد بود. نمودار (3,4) نمودار روند زدایی شده مرتبه اول سبدهای سهام به منظور مقایسه شدت نوسانات می باشد. با توجه به نمودار تفاوت شدت نوسانات در برخی از سهام ها مانند کاماسه، کمنگنز، زاگرس، دماوند، سبزوا و خزامیا نسبت به دعبید، فولاد، دی، ذوب و غدیر مشهود است و در ترتیب رتبه بندی جدول (4,4) تاثیر گذار است.

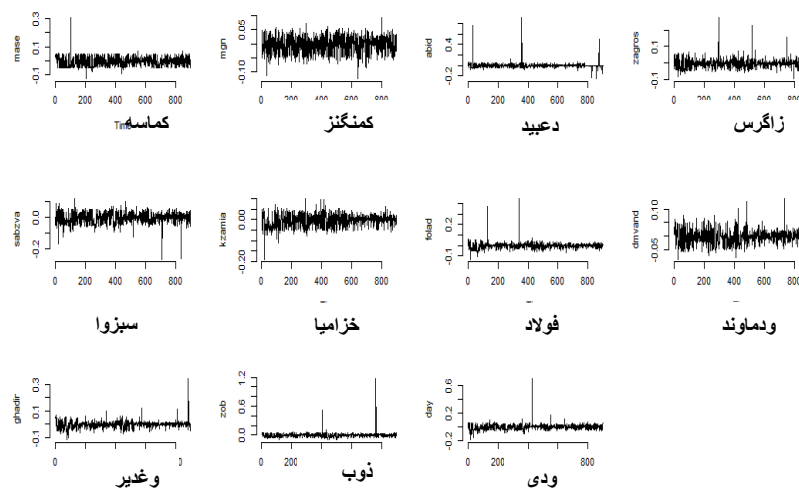
شدت نوسانات منسجم در تشخیص یک سهام کارا بسیار موثر است. بر اساس معیار کارایی و بعد فرکتالی در رتبه بندی جدول (4,4) شاهد نتایج مشابهی هستیم. مثلا نماد دعبید و ذوب در هر دو رتبه بندی پایین ترین رتبه را کسب کردند.

در جدول (3,4) ابعاد فرکتالی مربوط به سبدهای سهام جمع آوری شده است از طرفی وضعیت مطلوب مقادیر کمتر از ۱.۵ می باشد به منظور رتبه بندی مقدار q را صفر در نظر می گیریم (می توان برای مقایسه بیشتر مقادیر دیگری از بازه ۴- تا ۴ در نظر گرفت) برای بررسی شدت نوسانات و رتبه بندی مقادیر نزدیک به ۱.۵ دارای رتبه بالاتری خواهد بود. با توجه به جدول (3,4) بعد فرکتالی مربوط به تمامی سهام ها کمتر از ۱.۵ است و اشاره به سری زمانی پایدار دارد و بر اساس معیار در نظر گرفته شده داده های مربوط به سبدهای سهام تصادفی نبوده و قابل پیش بینی خواهد بود و به ترتیب از بیشترین به کمترین بعد فرکتالی رتبه بندی خواهد شد.

به منظور بررسی ارتباط بین شدت نوسانات و بعد فرکتالی نمودار روند زدایی شده را بررسی می کنیم هر چه بعد فرکتالی

جدول (3,4) مقادیر مربوط به بعد فرکتالی سبدهای سهام مورد مطالعه

q	کماسه	کمنگنز	دعبید	زاگرس	سبزوا	خزامیا	فولاد	ودماوند	وغدیر	ذوب	ودی
-4	۱.۴۰۴۴	۱.۳۵۰۹	۰.۳۵۰۰	۱.۱۸۴۹	۱.۲۱۲۸	۱.۴۱۵۰	۱.۳۴۰۲	۱.۲۵۳۴	۱.۲۶۰۲	۱.۲۲۳۳	۱.۲۸۷۲
-3	۱.۴۰۹۹	۱.۳۶۶۶	۰.۴۸۱۲	۱.۲۲۶۶	۱.۲۴۷۸	۱.۴۱۳۳	۱.۳۷۱۰	۱.۲۸۹۴	۱.۲۸۲۳	۱.۲۵۳۶	۱.۳۱۰۱
-2	۱.۴۰۴۵	۱.۳۷۲۶	۰.۷۰۴۶	۱.۲۷۳۱	۱.۲۸۵۴	۱.۴۱۰۳	۱.۳۹۱۴	۱.۳۳۴۵	۱.۳۱۰۵	۱.۲۸۱۶	۱.۳۲۹۴
-1	۱.۳۸۶۶	۱.۳۷۳۹	۱.۰۲۴۴	۱.۳۲۰۶	۱.۳۱۸۳	۱.۴۱۱۵	۱.۳۹۱۴	۱.۳۸۴۷	۱.۳۴۹۲	۱.۳۰۱۸	۱.۳۳۸۱
0	۱.۳۶۴۰	۱.۳۷۰۶	۱.۲۵۶۶	۱.۳۶۵۱	۱.۳۴۱۸	۱.۴۲۴۲	۱.۳۸۱۳	۱.۴۳۰۲	۱.۴۰۰۸	۱.۳۱۶۸	۱.۳۳۹۹
1	۱.۳۴۹۰	۱.۳۶۶۴	۱.۳۸۲۱	۱.۴۰۵۰	۱.۳۵۹۰	۱.۴۵۱۵	۱.۳۹۳۸	۱.۴۶۴۱	۱.۴۵۹۳	۱.۳۶۴۱	۱.۳۵۲۸
2	۱.۳۴۹۸	۱.۳۶۴۱	۱.۵۰۱۴	۱.۴۴۱۲	۱.۳۷۵۰	۱.۴۸۹۵	۱.۴۵۱۵	۱.۴۸۸۵	۱.۵۱۵۴	۱.۵۰۵۹	۱.۴۰۲۳
3	۱.۳۶۷۸	۱.۳۶۴۸	۱.۵۹۹۴	۱.۴۷۳۹	۱.۳۹۲۳	۱.۵۳۰۴	۱.۵۲۸۵	۱.۵۰۸۸	۱.۵۶۴۸	۱.۶۶۱۰	۱.۴۸۸۲
4	۱.۳۹۷۹	۱.۳۶۷۹	۱.۶۶۱۶	۱.۵۰۲۸	۱.۴۱۰۲	۱.۵۶۷۸	۱.۵۹۲۰	۱.۵۲۷۴	۱.۶۰۵۷	۱.۷۵۸۲	۱.۵۷۳۶



نمودار (3,4) شدت نوسانات روند زدایی شده سبدهای سهام مورد مطالعه

جدول (4,4) رتبه بندی بر اساس کارایی فرکتالی و بعد فرکتالی سبدهای سهام مورد مطالعه

رتبه	معیار کارایی	نماد	رتبه	بعد فرکتالی	نماد
1	0.0764	خزامیا	1	۱.۴۳۰۲	ودماوند
2	0.0989	کماسه	2	۱.۴۲۴۲	خزامیا
3	0.1258	فولاد	3	۱.۴۰۰۸	وغدیر
4	0.1370	ودماوند	4	۱.۳۸۱۳	فولاد
5	0.1406	کمنگنز	5	۱.۳۷۰۶	کمنگنز
6	0.1432	ودی	۶	۱.۳۶۵۱	زاگرس
7	0.1590	زاگرس	۷	۱.۳۶۴	کماسه
8	0.1727	وغدیر	۸	۱.۳۴۱۸	سبزوا
9	0.1885	سبزوا	۹	۱.۳۳۹۹	ودی
10	0.2675	ذوب	۱۰	۱.۳۱۶۸	ذوب
11	0.6558	دعبید	11	۱.۲۵۶۶	دعبید

۴- نتیجه گیری

خاصیت خود تشابهی در پدیده های فراکتالی مانند سری زمانی فراکتالی ضمن بیان وجود نظم در بی نظمی شکلی، می تواند بیانگر رفتارهای مشابه در بازه های زمانی متفاوت باشد برای مثال شدت نوسانات در بازه زمانی یک روز شبیه شدت نوسانات در بازه زمانی یک ساله خواهد بود. یعنی طبق خاصیت فرکتال جز شبیه کل خواهد بود. نتایج مربوط به فرضیات با توجه به تعمیم مدل بلک شولز و توزیع لویی داده های قیمت سهام دارای یک بخش شیب و بخش دیگر نوسانات می باشد که شیب آن توسط روش چند فرکتالی و نوسانات توسط مدل حرکت براونی قابل تخمین خواهد بود. لذا فرض غیر قابل پیش بینی بودن قیمت بازار رد می شود. فرض کارایی ضعیف در بازارهای مالی مورد تایید است. با توجه به نتایج عددی به دست آمده سبد سهام مورد بررسی هر چه شدت نوسانات بیشتر باشد بعد فراکتالی بیشتر و سهام انتخاب شده مطلوب برای سرمایه گذاری است. در این میان برای محاسبه بعد فراکتالی نیاز به محاسبه نمای هرست با استفاده از تابع اف و خیز از طریق روش روند زدایی شده چند فرکتالی می باشد. رتبه بندی سبد سهام، کارایی نماد های خزامیا، و دماوند و کماسه را نشان می دهد از طرفی بررسی نمودار شدت نوسانات، انسجام نوسانات را در این نماد ها نشان می دهد لذا میتوان نتیجه گرفت بدون محاسبه بعد فرکتالی و نمای هرست که ممکن است زمانبر باشد با بررسی نمودار شدت نوسانات روند زدایی شده می توان سهام مطلوب را انتخاب کرد و این کمک شایانی به سرمایه گذاران خواهد بود. به صورت دقیق تر نتایج زیر کسب می گردد.

۱- با مطالعه این تحقیق سرمایه گذار صرفا با مشاهده نمودار روند و شدت نوسانات در بازه زمانی کوچک و بزرگ قادر به پیش بینی روند قیمت و نوسانات در آینده خواهد بود از این رو قادر به تشخیص سهام کارا خواهد بود.

۲- نقد شوندگی در بازار سهام از اهمیت بالایی برخوردار است مقایسه قدرت نقد شوندگی سهام توسط بعد فرکتالی این جذابیت را برای سرمایه گذاران ایجاد می کند یعنی هر چقدر بعد فرکتالی بالاتر باشد میزان نقدشوندگی سهام نیز افزایش می یابد.

۳- اهمیت رتبه بندی در بازار سرمایه آن است که سرمایه گذاران با روش های علمی و آگاهی نسبت به آینده سرمایه گذاری می کنند و از بسیاری از مشکلات بازار سرمایه از قبیل همبستگی طولانی مدت و غیر خطی بودن توسط فرضیه بازار

فرکتال با پیش بینی و دسته بندی نوسانات مصون می ماند زیرا روش موثری برای رتبه بندی بازار سرمایه می باشد.

فهرست منابع

- * [1] ادوین التون، مارتین گروبر، استفن براون و ویلیام گوتزمن، مترجم علی سوری، (۱۳۹۱) نظریه جدید سبد دارایی و تحلیل سرمایه گذاری، انتشارات بانک تجارت.
- * [2] مرتضی رحمانی با همکاری فهیمه صائبی و نرجس علی بخشی، (۱۳۹۳) کاربرد نظریه آشوب و فرکتال در پیش بینی سری های زمانی، پژوهشکده توسعه تکنولوژی.
- * [3] دولو، م، ورزیده، ع، (۱۳۹۹). پیش بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل حرکت براونی هندسی نشریه علمی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار سال سیزدهم، شماره چهل و ششم صفحه ۱۹۳ الی ۲۰۸.
- * [4] Fama, E.F., (1965), The behaviour of stock-market prices, Journal of Business. Vol. 38, pp.34-105.
- * [5] Fama, E.F., (1965), Random walks in stock market prices, Financial Analysts Journal. Vol.21 pp.55-59
- [6] Fama, E.F., (1970), Efficient capital markets: a review of theory and empirical work, Journal of Finance. Vol.25, 383-417.
- * [7] Shahzad, S.J.H., M. Zakaria, S. Ali, N. Raza, (2015), Market efficiency and asymmetric relationship between south asian stock markets: An empirical analysis, Pakistan J. Commer. Soc. Sci. 9 (3), pp. 875-889.
- * [8] Rizvi, S.A.R. S. Arshad, (2014), Investigating the efficiency of East Asian stock markets through booms and busts, Pac. Sci. Rev. 16 (4), pp. 275-279.
- * [9] Lima, E.J.A., B.M., Tabak, (2004) Tests of the random walk hypothesis for equity markets: evidence from China, Hong Kong and Singapore, Appl. Econ. Lett. Vol. 11, pp. 255-258.
- * [10] Wang, J., D. Zhang, J. Zhang, (2015) Mean reversion in stock prices of seven Asian stock markets: Unit root test and stationary test with Fourier functions, Int. Rev. Econ. Finance, vol. 37 pp. 157-164.
- * [11] Rizvi, S.A.R., G. Dewandaru, O.I. Bacha, M. Masih, (2014), An analysis of stock market efficiency: Developed vs Islamic stock markets using MF-DFA, Physica A, vol. 407, pp. 86-99.
- * [12] Ali.S, J.H., Shahzad, N. Raza, Kh.H. Yahyaee, (2018) stock market efficiency: A comparative analysis of Islamic and conventional stock markets, Physica A, vol. 503, pp. 139-153.
- * [13] Shahzad, S.J.H., S.M., Nor, W. Mensi, R.R. Kumar, (2017), Examining the efficiency and interdependence of US credit and stock markets

- * [29] Mensi, W., A.K., Tiwar, S. Min Yoon, (2016) Global financial crisis and weak-form efficiency of Islamic sectoral stock markets: An MF-DFA analysis, *physa*. Vol. 12, pp. 34.
- * [30] Chen, C., Y. Wang, (2017), Understanding the multifractality in profolio excess returns, *physica A*, vol. 466, pp. 346-355.
- * [31] Nian, D., Z. Fu, (2019), Extended self-similarity based multi-fractal detrended fluctuation analysis: A novel multi-fractal quantifying method *Commun Nonlinear Sci Numer Simulate*, vol.67, pp. 568-576.
- * [32] Kantelhardt, Jan.W., (2008), Fractal and Multifractal Time Series, *arxiv:0804.0747v1*.
- * [33] Ian McLeod, A., (2016) Mark, M., Meerschaert, and Farzad sabzikar, *TEMPERED FRACTIONAL TIME SERIES*.
- * [34] Mielniczuk, J., P. Wojdylo, (2007), Estimation of Hurst exponent revisited, *Computational Statistics & Data Analysis* 51, pp. 4510-4525.
- * [35] Ruzhen Yan, Ding Yue, Xudong Chen, Xu Wu, (2020),
- Non-linear characterization and trend identification of liquidity in China's new OTC stock market based on multifractal detrended fluctuation analysis, *Chaos, Solitons and Fractals* 139, 110063
- * [36] Yin, T.; Wang, Y (2021). Market Efficiency and Nonlinear Analysis of Soybean Futures. *Sustainability*, 13, 518. <https://doi.org/10.3390/su13020518>.
- through MF-DFA and MF-DXA approaches, *Physica A*, vol 471., pp. 351–363.
- * [14] Tiwari, A.K., C.T., Allbulesun, S.M., Yoon, (2017), A multifractal detrended fluctuation analysis of financial market. efficiency: Comparison using Dow Jones sector ETF indices, *Physica A*
- * [15] Arshad, S. et al., (2016), Investigating stock market efficiency: A look at OIC member countries, *Research in International Business and Finance*, vol. 36, pp. 402–413.
- * [16] Uddin, G.S., J.A., Hernandez, S.J.H., Shazad, S.M. Yoon, (2018), Time-varying evidence of efficiency, decoupling, and diversification of conventional and Islamic stocks. *International Review of Financial Analysis*, vol. 56, pp. 167–180.
- * [17] Khazali, O.A., E. Bouri, D. Roubaud, T. Zoubi, (2017) The impact of religious practice on stock returns and volatility, *International Review of Financial Analysis*, vol. 52, pp. 172–189.
- * [18] Rounaghi, M.M., F. Nassir Zadeh, (2016) Investigation of market efficiency and Financial Stability between S&P 500 and London Stock Exchange: Monthly and yearly Forecasting of Time Series Stock Returns using ARMA model, Published by Elsevier B.V.
- * [19] Gulich, D., L. Zunino, (2014), A criterion for the determination of optimal scaling ranges in DFA and MF-DFA, *Physica A*, vol. 397, pp. 17–30.
- * [20] Gozbasi, O., I. Kucukkaplan, S. Nazlioglu, (2014), Re-examining the Turkish stock market efficiency: Evidence from nonlinear unit root tests, *Econ. Modell.*, vol. 38, pp. 381-384.
- [21] Neaime, S., (2015), Are emerging MENA stock markets mean reverting? A Monte Carlo simulation, *Finance Res. Lett.* vol. 13, pp. 74–80.
- * [22] Rizvi, S.A.R., S. Arshad, (2015), Investigating the efficiency of East Asian stock markets through booms and busts, *Pac. Sci. Rev.* 16, vol. 4, pp. 275–279.
- * [23] Stošić, D., et al., (2015), Multifractal properties of price change and volume change of
- * stock market indices, *Physica A*, Published by Elsevier B.V.
- [24] Yang, L., Y. Zhu, Y. Wang, (2016), Multifractal characterization of energy stocks in China: A multifractal detrended fluctuation analysis, *Physica A*, vol. 451, pp. 357–365.
- * [25] Zhao, H., S. He, (2016), Analysis of speech signals' characteristics based on MF-DFA with moving overlapping windows, *Physica A*, vol. 442, pp. 343–349.
- * [26] Zhuang, X., Y. Wei, F. Ma, (2015) Multifractality, efficiency analysis of Chinese stock market and its cross- correction with WTI crude oil price, *Physica A*, vol. 430, pp. 101- 113.
- * [27] Bai, M.Y., H.B., Zhu, (2010), power law and multiscaling properties of the Chinese stock market, *physica A*, vol. 389, pp. 1883-1890.
- * [28] Rizvi, S.A., S. Arshad, (2017) Analysis of the efficiency- integration nexus of Japanese stock market, *physica A*, vol. 470, pp. 296-308.



Using multi-fractal method in ranking portfolio efficiency

Mahnaz Doosti¹
Morteza Rahmani²

Abstract

Investors around the world are always looking for safe investments in the capital markets of countries or the stocks of their companies. Therefore, finding a practical and scientific way to identify the best investment opportunity will have a very positive impact on the choice of an investor. An efficient stock is a stock whose price information is reflected in the market and the use of past stock prices over a period of time to analyze future trends and fluctuations in stocks leads to correct and citationable results. In this study, assuming poor performance, a stock portfolio consisting of 11 shares accepted in the Iranian capital market has been examined. In the sense that through the stock price information from 95 to 99 years, the trend and intensity of fluctuations have been examined. Because the liquidity of stocks has increased and it will be safe to invest. The results of this research using multi-fractal method show more detailed details of the efficient stock ranking steps in a portfolio.

Keywords: Stock Market, Random walk, Efficiently, Multi-fractal, Fractal dimension

¹ MSc Student, University of Science and Culture, Department of Industrial Engineering, mahnazdoosti958@gmail.com
² Faculty Member of University of Science and Culture, Department of Industrial Engineering rahmanimr@yahoo.com

