



## بررسی توان پیش‌بینی مدل‌های ARIMA، GARCH، ARIMA و State Space

### به کمک روش شبیه‌سازی مونت کارلو مطالعه موردی: شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران (تپیکس)

فرهاد غفاری<sup>۱</sup> - عقیق فرهادی چشمه مرواری<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۹۴/۱/۱۸ تاریخ پذیرش: ۹۴/۳/۲۶

#### چکیده

هدف اصلی در مقاله حاضر مقایسه دقت پیش‌بینی چهار مدل ARIMA، GARCH، ARIMA و State Space در تخمین و پیش‌بینی شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران (تپیکس) است. برای این منظور، داده‌های روزانه ۱ بهمن سال ۱۳۸۹ تا ۳۰ بهمن سال ۱۳۹۲ به عنوان درون داده و ۱ اسفند ۱۳۹۲ تا ۳۰ اردیبهشت ۱۳۹۳ به عنوان برون داده، استفاده شده‌اند. از طرفی دیگر، برای بررسی بیشتر و افزایش دقت پیش‌بینی مدل‌های مذکور برای شاخص تپیکس در بلندمدت، شبیه‌سازی با روش مونت کارلو برای دو دوره زمانی میان مدت و کوتاه مدت با استفاده از برون داده و نیز برای یک مقایسه کلی با درون داده، صورت پذیرفته؛ سپس دقت پیش‌بینی‌ها با معیار RMSE ارزیابی شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که مدل GARCH در سه دوره زمانی (بلندمدت، میان مدت و کوتاه مدت)، و با استفاده از مقایسه با برون داده، از دقت پیش‌بینی بیشتری نسبت به سایر مدل‌ها برخوردار می‌باشد و در هنگام مقایسه با درون داده، مدل ARIMA مدل مناسب‌تری است.

طبقه بندی JEL: C01، C22، C52، C53، E37

واژگان کلیدی: ARCH، ARIMA، State Space، مونت کارلو، دقت پیش‌بینی

<sup>۱</sup> استادیار، عضو هیئت علمی دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم تحقیقات تهران، ایران (مسئول مکاتبات)

Ghaffari@srbiau.ac.ir, Farhad.ghaffari@yahoo.com

<sup>۲</sup> کارشناس ارشد علوم اقتصادی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم تحقیقات تهران، ایران Ag.Farhadi@gmail.com

## ۱- مقدمه

نشان می‌دهند. پاگان و شوارت (۱۹۹۰) [۱۴] شواهدی مبنی بر اینکه مدل‌های ARIMA، عملکرد بهتری از خود نسبت به مدل‌های غیرخطی و مارکوف سویچینگ دارند، یافتند. با استفاده از مجموعه داده‌های بازارهای ژاپنی و سنگاپوری به ترتیب، تسه (۱۹۹۱) [۱۹] و تسه و تونگ (۱۹۹۲) [۲۰] دریافتند که مدل‌های میانگین متحرک نمایی وزنی، پیش بینی‌های دقیق تری را نسبت به مدل GARCH فراهم می‌کند. جوریون (۱۹۹۵) [۱۰] نیز به همین نتیجه در مورد بازار ارز خارجی رسید؛ در حالی که این مطالعات نشان دادند که توانایی پیش بینی مدل‌های GARCH پایین است. آندرسون و بولراسلو (۱۹۹۷) [۳] یافتند که توانایی پیش بینی با افزایش فرکانس نمونه، مثل داده‌های روزانه، بالاتر رفته و مدل‌های خانواده GARCH عملکرد بهتری از خودشان نشان خواهند داد. وست و کو (۱۹۹۵) [۲۱] دریافتند که نااطمینانی در بازارهای ارز خارجی برای بیشتر از ۵ روز، غیر قابل پیش بینی است. نتایج بدست آمده از تحقیق آنها با نتایج بدست آمده از تحقیقات آندرسون و بولراسلو (۱۹۹۷) [۳] سازگار بود. بروکس و لی (۱۹۹۷) [۵] از انواع مدل‌های ARCH/GARCH به منظور بررسی اطلاعات و تحلیل‌های مالی استرالیا استفاده کردند. نتیجه این بود که مدل‌های ساده‌ای مثل ARCH(۱) برازش خوبی را برای داده‌ها ارائه می‌کرد. دوربین جی. (۲۰۰۴) [۶] یک بررسی عمومی گسترده را بر روی تجزیه و تحلیل رویکرد State Space برای سری زمانی توسط معرفی مدل گاوسی خطی State Space و فیلتر کالمن داشت و تعدیل کننده‌ها نیز توصیف شدند. محسن رفعتی، یداله آذرین فر و رویا محمدزاده (۲۰۱۰) [۱] به منظور انتخاب الگوی مناسب برای پیش بینی سطح زیر کشت، تولید و قیمت چغندر قند در ایران، دقت پیش بینی مدل‌های ARCH، تعدیل نمایی یگانه، تعدیل نمایی دوگانه، هارمونیک، شبکه عصبی و ARIMA را با استفاده از اطلاعات دوره زمانی ۷۸-۱۳۶۲ مورد مقایسه قرار دادند. مدل ARIMA به عنوان مدل برتر در مقایسه با سایر مدل‌ها شناخته شد. اما به منظور پیش بینی سطح زیر کشت چغندر قند، استفاده از شبکه عصبی مناسب‌تر تشخیص داده شد. دنیس س. ماپا، ماژیل ه. مرکادر و کریستین جوی پ. تولنتینو (۲۰۱۰) [۱۱] از مدل State Space برای مشخص کردن واریانس نهفته مدل SV استفاده کردند. سپس عملکرد پیش بینی مدل GARCH و مدل SV توسط برون داده (با استفاده از داده روزانه شاخص ترکیبی سهام فیلیپین (PSEI)) مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان دهنده این بود که پیش بینی با استفاده از مدل SV به طور کلی دارای خطای پیش بینی

برای یافتن درک عمیقی از تغییرات قیمت ها، بازده دارایی ها و مدیریت ریسک، لازم است که طبیعت و نحوه رفتار عنصر نااطمینانی را بشناسیم. دانستن این موضوع برای افرادی که قصد پیش بینی قیمت ها، مخصوصا در بازار های مالی را دارند، الزامی است. شاخص ها ابزارهای سودمندی برای ردیابی روند های بازار هستند. شاخص های بازار سهام معمولا به عنوان یکی از معیار های مهم رونق یا رکود اقتصاد داخلی نیز به کار می روند. درک شاخص و تغییرات آن می تواند به سرمایه گذاران در تصمیمات سرمایه گذاری مناسب تر، یاری رساند. از این رو کارایی شاخص، بخشی از کارایی بازار سهام تلقی می شود. شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران که به آن تپیکس می گویند، شامل پرتفویی فرضی از کلیه سهام پذیرفته شده در بازار سهام است. روش های اقتصاد سنجی زیادی برای پیش بینی در بازار های مالی وجود دارد اما اینکه کدام مناسب تر است نیاز به بررسی دارد. در این پژوهش به بررسی چند روش متفاوت برای پیش بینی شاخص تپیکس پرداخته می شود تا بدانیم کدام یک از بین روش های بررسی شده در این پژوهش، کارآ تر می باشند.

در بخش ۲، مروری کوتاه بر سوابق پژوهش خواهیم داشت. در بخش ۳، به شرح داده ها، تجزیه و تحلیل مدل و ارائه نتایج اصلی مقاله خواهیم پرداخت. در بخش ۴، به بررسی عملکرد مقایسه‌ای مدل‌های مختلف پیش بینی در افق زمانی متفاوت با برون داده و یک مقایسه کلی با درون داده می‌پردازیم و در نهایت در بخش ۵ و ۶، نتایج نهایی حاصل از مقایسه و پیشنهاداتی برای علاقه مندان به این موضوع ارائه شده است.

## ۲. ادبیات موضوع

در سه دهه اخیر، توجه محققان روز به روز بیشتر به پیش بینی در انواع بازار های مالی و غیر مالی با استفاده از مدل های قدرتمند اقتصادسنجی جلب شده است اما برای هر بازار به خصوص، باید مدل مناسب را برای پیش بینی آینده وضعیت آن بازار انتخاب کرد، در این راستا اقتصاد دانان و محققان زیادی دست به مقایسه مدل های مناسب تر برای بازار های مختلف زدند که در ادامه به مرور کوتاهی از دست آورد های آن ها در بیش از دو دهه (۱۹۸۹ تا ۲۰۱۴) اخیر می پردازیم. آکگیرای (۱۹۸۹) [۲]، پاگان و شوارت (۱۹۹۰) [۱۴] و بروکس (۱۹۹۸) [۴] با استفاده از اطلاعات سهام آمریکا نشان دادند که مدل‌های GARCH<sup>۴</sup> عملکرد بهتری را نسبت به سایر مدل‌های رقیب، از خود

به طور گسترده‌ای، مورد استفاده و مقایسه قرار گرفته است و در سال‌های اخیر محققان در بحث پیش‌بینی به استفاده از انواع مدل‌های State Space نیز علاقه مندتر شده‌اند هرچند که در زمینه مقایسه و بررسی این مدل با سایر مدل‌ها زیاد فعال نبودند، مخصوصاً در ایران که مرور سوابق پژوهش نشان دهنده کم‌رنگ‌تر بودن استفاده از مدل State Space و یا مدل‌های جدیدتر و مقایسه آن‌ها با یکدیگر است. همچنین، ادبیات موضوع بیانگر این امر است که، در سری‌های زمانی بازارهای مالی، اثر ناطمینانی وجود دارد که نشان دهنده کارآ بودن خانواده ARCH برای پیش‌بینی می‌باشد. ما، با توجه به سوابق پژوهش و به دلیل کم بودن پژوهش‌های مقایسه‌ای در افق مختلف زمانی برای مدل‌های مختلف تصمیم به پژوهش در این زمینه گرفتیم و بر اساس سوابق پژوهش، مدل محبوب و پرکاربرد ARIMA، مدل ARCH/GARCH به دلیل کارآیی، مدل ARIMA-State Space به عنوان یک مدل ترکیبی و مدل State Space به دلیل ویژگی‌های منحصر به فرد این مدل در شناسایی پارامترهای ناشناخته را با استفاده از روش شبیه سازی مونت کارلو در راستای بالاتر بردن دقت پیش‌بینی به منظور شناسایی دقیق‌ترین مدل برای پیش‌بینی شاخص تپیکس و شناسایی ماهیت رفتاری این شاخص مورد بررسی و آزمون قرار دادیم.

### ۳. شرح داده‌ها و تجزیه و تحلیل مدل‌ها:

در این بخش، به ساختن مدل‌های منتخب در این پژوهش و پیش‌بینی و شبیه‌سازی توسط آن‌ها و با استفاده از روش مونت کارلو پرداخته می‌شود. لازم به ذکر است که برای نشان دادن نحوه کار، از پیش‌بینی بلند مدت و مقایسه با برون داده استفاده شده، برای سایر افق زمانی و نیز برای مقایسه کلی با درون داده نیز همین مراحل طی می‌شود که به دلیل تکراری بودن مراحل از آوردن تصاویر سایر افق زمانی و تصویر مقایسه بر اساس درون داده صرف نظر شده و فقط نتایج نهایی گزارش شده است.

#### ۳-۱- معرفی مدل‌های به کار گرفته شده:

در این قسمت مرور مختصری بر فرمول‌های به کار گرفته شده در این مقاله خواهیم داشت و به طور خلاصه فرمول‌های اساسی محاسبه آن‌ها را بیان می‌کنیم.

۳-۱-۱- مدل (ARMA (p,q): این مدل را می‌توان به صورت ساده، توسط دو معادله زیر نشان داد:

$$Y_t = X_t \gamma + e_t \quad (\text{معادله ۱-})$$

$$e_t = \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j e_{t-j} + u_t \quad (\text{معادله ۲})$$

کمتری در مقایسه با مدل GARCH می‌باشد. محمد کاشیف (۲۰۱۱) [۱۳] به بررسی عملکرد ۳ مدل جایگزین برای پیش‌بینی روزانه نرخ ارز بین بانکی دلار به رویه پاکستان می‌پردازد. مدل‌های ساده ARIMA و مدل‌های پیچیده‌تری مثلاً مدل‌های خانواده GARCH و مدل State Space مورد مقایسه قرار گرفتند. مدل State Space بهترین عملکرد را نسبت به سایر مدل‌های مورد بحث از خود نشان داد. سیتی رزیندار یازیز و همکاران (۲۰۱۱) [۱۸] از اطلاعات روزانه قیمت نفت خام غرب میانه تگزاس (WTI) برای دوره ۲ ژانویه ۱۹۸۹ تا ۳۰ سپتامبر ۲۰۰۹ استفاده کردند و دو مدل ARIMA و GARCH را از نظر دقت پیش‌بینی باهم مقایسه کردند. مدل (۱و۱) GARCH، به عنوان مدل بهتری از نظر دقت پیش‌بینی قیمت‌های نفت خام نسبت به مدل (۱و۲و۱) ARIMA معرفی شد. زیرا توانایی این مدل در به تصویر کشیدن ناطمینانی که به علت وجود واریانس شرطی غیر ثابت به وجود می‌آید، بسیار بیشتر است. خاوییر گارسیا سیکو و روکه مونته‌رو (۲۰۱۱) [۸] روی پیش‌بینی قیمت مس در بازار لندن تحقیق کردند داده‌های مورد استفاده، مربوط به ژانویه ۱۹۷۵ تا ژانویه ۲۰۱۰ می‌باشد. مدل‌های (۲) AR و (۱و۱) GARCH به عنوان مدل‌های مناسب انتخاب شدند و با مدل مارکوف سوییچینگ مقایسه شدند؛ نتیجه اینگونه بود که در مقایسه با برون داده، مدل مارکوف سوییچینگ در تمام افق‌ها، نسبت به مدل AR بهتر است. از سوی دیگر، نمی‌توان به وضوح گفت که از مدل GARCH هم کاملاً بهتر است. لارس فیوا اسکاربوویک (۲۰۱۳) [۷] سه مدل تک متغیره سری زمانی AR، ARIMA و ETS را به منظور یافتن دقیق‌ترین مدل برای پیش‌بینی قیمت خانه در نروژ با استفاده از داده‌های دوره آوریل ۲۰۱۳ تا مارچ ۲۰۱۴ مورد مقایسه قرار داد. پس از تجزیه و تحلیل، مدل ETS به عنوان دقیق‌ترین مدل بین مدل‌های انتخاب شده، معرفی شد. نها ساینی و آنیل کومار میتال (۲۰۱۳) [۱۵] توانایی پیش‌بینی مدل‌های ARMA و ناطمینانی تصادفی (SV) را با استفاده از فرم State Space و فیلتر کالمن مورد ارزیابی قرار دادند. مدل‌ها برای بازار سهام هند به کار گرفته شده‌اند. از داده‌های روزانه شاخص BSE-Sensex برای دوره ۱ ژانویه ۲۰۰۶ تا ۲۲ اوت ۲۰۱۳ استفاده شده است. مدل SV، مدل بهتری نسبت به مدل ARMA در فرم State Space معرفی شده است که برای این مقایسه‌ها از پیش‌بینی ۳۰ روزه استفاده گردید.

مرور ادبیات موضوع بیانگر این است که مدل ARIMA و خانواده ARCH برای پیش‌بینی سری‌های زمانی مختلف

که در آن  $x_{1(t)}$  و  $x_{2(t)}$  و... متغیرهای حالت هستند و  $u_{1t}$  خطای سیستم می‌باشد. همچنین  $y_{1(t)}$  متغیر خروجی و  $e_{1(t)}$  خطای مشاهده شده می‌باشد.

**۳.۱.۱- روش شبیه سازی مونت کارلو:** در آمار، از شبیه سازی مونت کارلو برای فهم بهتر خصوصیات مختلف آماری محاسبه شده از یک نمونه، استفاده می‌شود. کاربرد مستقیم روش مونت کارلو، با استفاده از محاسبه یک سری انتگرال شکل می‌گیرد، به طور مثال انتگرال یک بعدی زیر را در نظر بگیرید:

$$E = \int_a^b f(x) dx \quad (\text{معادله-۱۲})$$

با استفاده از ارزش میانگین محاسبات، انتگرال ذکر شده را می‌توان به صورت زیر تقریب زد:

$$E_N = \frac{(b-a)}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \quad (\text{معادله-۱۳})$$

که در آن، نقاط  $x_i$  به طور کامل توسط محدوده انتگرال گرفته شده، پوشش داده شده است. وقتی که نقاط به سمت تعداد زیادی مثل  $N$  میل کند،  $E_N$  هم به سمت  $E$  میل خواهد کرد.

### ۳.۲- تحلیل داده‌ها:

تمرکز پژوهش حاضر بر روی بازده شاخص اصلی بورس اوراق بهادار تهران (تپیکس) بوده و دربرگیرنده دوره زمانی ۱ بهمن ۱۳۸۹ تا ۳۰ بهمن ۱۳۹۲ می‌باشد که شامل ۷۳۹ مشاهده (به عنوان درون داده) است. همچنین یک برون داده از ۱ اسفند ۱۳۹۲ تا ۳۱ اردیبهشت ۱۳۹۳ برای مقایسه نتیجه پیش بینی با واقعیت، با ۵۹ مشاهده معادل ۳ ماه (بلند مدت)، ۲۰ مشاهده معادل ۱ ماه (میان مدت) و ۵ مشاهده معادل یک هفته (کوتاه مدت) مشاهده در نظر گرفته شده است. داده‌ها به صورت روزانه بوده و بیانگر ارزش شاخص در پایان روز کاری است. (نمودار-۱)

### ۳.۳- بررسی آزمون ریشه واحد (ADF):

در این بخش از آزمون های دیکی-فولر تعمیم یافته و مقادیر بحرانی مک کینون و سه معیار شوارتز، آکاییک و هانان کوپین برای بررسی پایایی سری زمانی مورد نظر، کمک گرفته شد. نتایج تمامی آزمون‌های پایایی بیانگر آن است که در مدل سازی‌ها باید به جای سری شاخص تپیکس و یا لگاریتم سری شاخص تپیکس، از سری تفاضل اول لگاریتم شاخص تپیکس استفاده شود.

که  $X_t$  در آن، متغیرهای توضیحی،  $e_t$  جمله خطا،  $u_t$  نوآوری در نوفه سفید،  $p$  مرتبه جمله AR و  $q$  مرتبه جمله MA هستند. اگر ما داده‌ها  $(Y)$  را با تفاضل داده‌ها  $(y_t = \Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1})$  عوض کنیم، در این صورت مدل ARMA  $(p,q)$  به مدل ARIMA  $(p,d,q)$  تبدیل می‌شود که مدل ARIMA  $(p,d,q)$  برای متغیر  $x$ ، به صورت زیر است:

$$y_t = f(t) + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \dots + \Phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (\text{معادله-۳})$$

**۳.۱.۲- مدل GARCH(p,q):** این مدل با استفاده از فرمول‌های زیر به دست می‌آید:

$$Y_t = X_t \gamma + \varepsilon_t \quad (\text{معادله-۴})$$

$$\varepsilon_t = V_t \sqrt{\sigma_t^2} \quad (\text{معادله-۵})$$

$$\sigma_t^2 = \delta + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (\text{معادله-۶})$$

که  $p$  در آن، مرتبه جمله GARCH است و  $q$  مرتبه جمله ARCH و  $\sigma^2$  است.

**۳.۱.۴- مدل ARIMA-GARCH:** این مدل نیز که یک مدل ترکیبی از مدل های ARIMA و GARCH میباشد به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$\begin{aligned} (\Delta Y_t)^d &= \sum_{i=1}^p \phi_i (\Delta Y_{t-i})^d + \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_t^2) \quad (\text{معادله-۷}) \\ \sigma_t^2 &= \delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \sigma_{t-i}^2 \quad (\text{معادله-۸}) \end{aligned}$$

**۳.۱.۴- فرم عمومی یک مدل State Space که بر اساس فرم ARMA نوشته شده است:** این مدل را میتوان به فرم زیر فرموله کرد:

معادلات حالت:

$$x_{1(t)} = (c_1) x_{1(t-1)} + (c_2) x_{2(t-2)} + \dots +$$

$$(c_3) u_{1(t)} \quad (\text{معادله-۹})$$

$$x_{2(t)} = x_{1(t-1)} \quad (\text{معادله-۱۰})$$

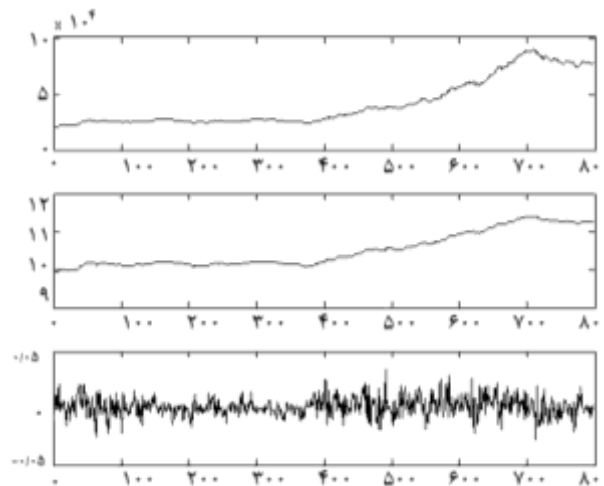
.

.

.

معادله مشاهدات:

$$y_{1(t)} = x_{1(t)} + (c_4) e_{1(t)} \quad (\text{معادله-۱۱})$$



نمودار ۱: شاخص تپیکس، لگاریتم شاخص تپیکس و تفاضل اول لگاریتم شاخص تپیکس

### ۴.۳- بررسی شکست های ساختاری:

بعد از انجام مراحل آزمون پایایی و ایجاد یک سری زمانی پایا، با استفاده از آزمون بای و پرون<sup>۱</sup>، وجود نقاط مشکوک به شکست ساختاری بررسی شد که البته سری زمانی مورد نظر، با توجه به بازه زمانی منتخب، فاقد نقطه شکست ساختاری بود.

۲ و ۵) ARIMA به عنوان مناسب ترین مدل انتخاب گردید، مدل نهایی به صورت زیر می‌باشد:

(معادله-۱۴)

$$y = 0.001 - 1/0.29y_{t-1} - 0.402y_{t-2} + 0.362y_{t-3} + 0.092y_{t-4} + 0.111y_{t-5} + 1.390e_{t-1} + 0.864e_{t-2} + e_t$$

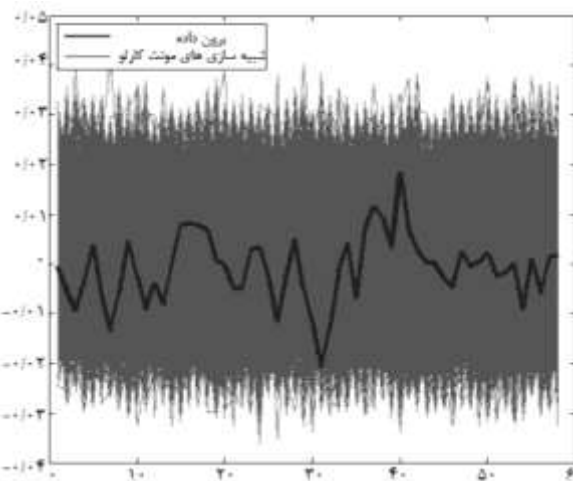
### ۵.۳- برآورد و تصریح مدل ARIMA:

$$y = 0.001 - 1/0.29y_{t-1} - 0.402y_{t-2} + 0.362y_{t-3} + 0.092y_{t-4} + 0.111y_{t-5} + e_t$$

جهت برآورد تصریح مدل و شناسایی فرآیند تولید داده‌ها از نمودار همبستگی نگار<sup>۲</sup> استفاده شده است که با استفاده از معیار های آکاییک، شوارتز و هانان کوبین و با توجه به سایر معیارها از جمله  $R^2$  و  $R^2$  تعدیل شده و انحراف معیار خطاها، و نیز با توجه به اماره  $t$  ضرایب در مدل در نهایت مدل

### ۵.۳-۱- شبیه سازی با مونت کارلو مدل ARIMA:

برای اینکه در هنگام محاسبه RMSE از اطمینان بیشتری نسبت به عدد بدست آمده برخوردار باشیم، لازم است که از روش مونت کارلو استفاده کنیم و پیش بینی ها را بر اساس ۱۰۰۰۰ بار تکرار بدست بیاوریم، که در نمودار ۲، پیش بینی بر اساس مونت کارلو انجام شده که نشان دهنده ثبات پارامتر های پیش بینی کننده در این مدل می باشد و نوسانات هر سیگنال حول نقطه میانگین قابل مشاهده است.



نمودار ۲: شبیه سازی با استفاده از روش مونت کارلو برای مدل ARIMA (مقایسه با برون داده)

### ۳.۶-۱- شبیه سازی با مونت کارلو مدل ARCH:

در نمودار ۳ برون داده و پیش بینی بر اساس مدل ARCH و با استفاده از روش مونت کارلو به نمایش گذاشته شده است. می توان مشاهده کرد که همواره برون داده از ناحیه پیش بینی ها خارج نمی شود که این امر، خود می تواند ما را به این نتیجه برساند که مدل ARCH(۱)، مدل مناسبی بوده و پارامترهای پیش بینی کننده از ثبات برخوردار بودند.

### ۳.۷-۲- آزمون ARIMA-GARCH:

از مدل ARIMA ای که داشتیم استفاده می کنیم و اثر ناهمسانی واریانس مشروط به خودهمبستگی را روی آن نیز بررسی می کنیم، که نتایج نشان دهنده اثر ناهمسانی واریانس مشروط به خودهمبستگی در این مدل می باشد. مدل های ARIMA-GARCH از مدل های ترکیبی هستند که در بعضی موارد توانایی پیش بینی خوبی را از خود نشان می دهند، به همین جهت این مدل را نیز تخمین زدیم و RMSE آن را بررسی کردیم.

### ۳.۷-۱- تصریح مدل GARCH برای مدل ARIMA-GARCH:

همان طور که در جدول ۲، مشاهده می شود، فرض  $H_0$  مبنی بر عدم وجود اثر ناهمسانی واریانس مشروط به خودهمبستگی در سطح اطمینان ۹۹٪ رد می شود، سپس با استفاده از معیارهای آکاییک و شوارتز و هانن کویین مدل ARCH(۱) یا به عبارتی دیگر (۰ و ۱) GARCH به عنوان بهترین مدل از خانواده ARCH، انتخاب می شود.

### ۳.۶-۲- آزمون ناهمسانی واریانس مشروط به

#### خودهمبستگی و تصریح مدل GARCH:

همان طور که انگل<sup>۱</sup> (۱۹۸۲) نیز پیشنهاد کرده است، برای تشخیص وجود یا عدم وجود مدل ARCH و یا GARCH از آزمون تشخیص ناهمسانی واریانس مشروط به خودهمبستگی ضریب لاگرانژ استفاده می کنیم.

جدول ۱: اثر ناهمسانی واریانس مشروط به

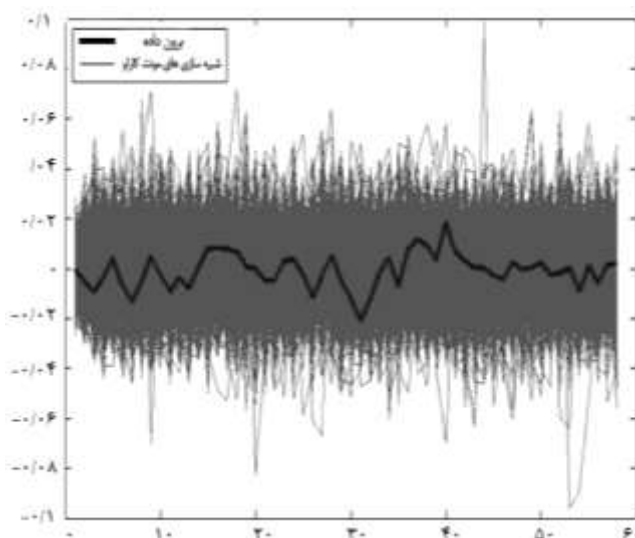
#### خودهمبستگی برای مدل ARCH

آماره F	۱۲/۴۴۸	Prob.F (۵و۷۲۸)	۰/۰۰۰۰
مشاهدات R <sup>۲</sup>	۵۷/۸۱۲	Prob.Chi-Square (۵)	۰/۰۰۰۰

همان طور که در جدول ۱ مشاهده می شود، فرض  $H_0$  مبنی بر عدم وجود اثر ناهمسانی واریانس مشروط به خودهمبستگی در سطح اطمینان ۹۹٪ رد می شود و ما می توانیم از مدل های خانواده ARCH استفاده کنیم، بنابراین در ادامه به منظور تصریح مدل GARCH از معیارهای آکاییک و شوارتز و هانن کویین استفاده کرده و بهترین مدل از خانواده ARCH همان ARCH(۱) یا به عبارتی دیگر (۰ و ۱) GARCH می باشد.

تمامی ضرایب تخمین زده شده در مدل، در سطح ۹۹٪ معنی دار هستند. در نهایت می توان معادله میانگین و واریانس مدل (۰ و ۱) GARCH را به صورت زیر نوشت:

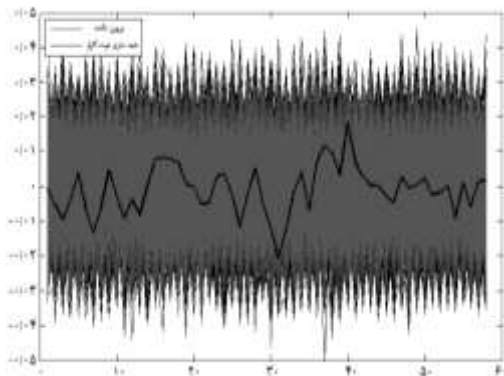
$$\text{GARCH} = \frac{4}{5770} e^{-0.5} + 0.3903 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (\text{معادله-۱۵})$$



نمودار ۳: شبیه سازی با استفاده از روش مونت کارلو برای مدل ARCH (مقایسه با برون داده)

۳.۸-۱- شبیه سازی با مونت کارلو مدل State Space برای بلند مدت:

حال با استفاده از روش مونت کارلو به شبیه سازی پیش بینی‌ها با ۱۰۰۰۰ بار تکرار می‌پردازیم که در نمودار ۵ مشاهده می‌شود که تمامی پیش بینی‌ها به طور متراکم حول یک نقطه میانگین در نوساند و همواره برون داده توسط محدوده پیش بینی شده در بر گرفته شده است که این حاکی از ثبات پارامترهای پیش بینی کننده مدل State Space منتخب می‌باشد.



نمودار ۵: شبیه سازی با استفاده از روش مونت کارلو برای مدل State Space (مقایسه با برون داده)

۴. مقایسه پیش بینی‌ها:

لازم به ذکر است که در پژوهش حاضر قدرت پیش بینی مدل‌ها با مقایسه نتایج پیش بینی‌ها با درون داده و برون داده‌ها توسط معیار RMSE حاصل شده‌اند. همچنین برای بررسی دقیق‌تر موضوع، قدرت پیش بینی مدل‌ها، علاوه بر بازه بلند مدت در دو بازه زمانی میان مدت، کوتاه مدت و یک مقایسه کلی با درون داده نیز بررسی شده است. به طور کلی، هرچه مقادیر برآورد شده معیارهای خطا کمتر باشند، نشان دهنده مدل مناسب‌تر و قدرت پیش بینی مناسب‌تری خواهند بود. مقایسه مدل‌ها از لحاظ قدرت پیش بینی با استفاده از معیار RMSE در بلند مدت در جدول ۳ قابل مشاهده است در این زمینه میانگین RMSE برای هر مدل به ترتیب در ۵۹ مشاهده، ۲۰ مشاهده و ۵ مشاهده پیش بینی شده و در مقایسه با برون داده و نیز تخمین مدل‌ها برای ۷۳۹ روز در یک مقایسه کلی با درون داده نشان داده شده است. با توجه به جدول می‌توان به این نتیجه رسید که مقایسه دقت مدل‌ها از روی یک تک برآورد به تنهایی کافی نمی‌باشد و استفاده از روش مونت کارلو و میانگین گرفتن بین ۱۰۰۰۰ بار تکرار، به RMSE دقیق‌تری می‌انجامد. (این موضوع در جدول ۳ به وضوح قابل مشاهده است.)

جدول ۲: نتایج آزمون اثر ناهمسانی واریانس مشروط به خودهمبستگی (ARIMA-GARCH)

آماره F	۳۷/۲۷۰	Prob.F(۱,۷۳۱)	۰/۰۰۰۰
مشاهدات R <sup>۲</sup>	۳۵/۵۵۹	Prob.Chi-Square(۱)	۰/۰۰۰۰

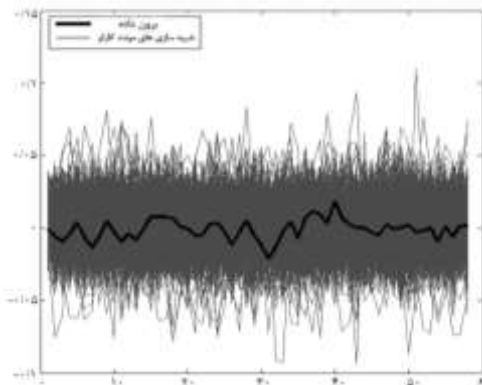
$$y = ۰/۰۰۱ - ۱/۰۹۰y_{t-1} - ۰/۴۷۹y_{t-2} + ۰/۳۷۷y_{t-3} + ۰/۱۰۸۳y_{t-4} + ۰/۰۹۸y_{t-5} + ۱/۴۷۸e_{t-1} + ۰/۹۹۳e_{t-2} + e_t$$

دادن ضرایب، مدل به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{GARCH} = ۴/۴۵e - ۰۰۶ + ۰/۲۸۴e_{t-1}^2 \quad (\text{معادله-۱۶})$$

۳.۷-۲- شبیه سازی با مونت کارلو مدل ARIMA-GARCH:

در نمودار ۴، می‌توان حرکت متراکم حول میانگین پیش بینی‌ها در ۱۰۰۰۰ بار تکرار و همزمان در برگرفتن برون داده توسط ناحیه پیش بینی‌ها را مشاهده کرد که تمام این-ها گویای ثبات پارامترهای پیش بینی کننده مدل ARIMA-GARCH منتخب، می‌باشند.



نمودار ۴: شبیه سازی با استفاده از روش مونت کارلو برای مدل ARIMA-GARCH (مقایسه با برون داده)

۳.۸-۲- تخمین مدل State Space و تصریح آن:

با توجه به مقدار آماره های آکایک و بیزین شوارتز و همچنین با استفاده از سایر معیارها و آزمون‌های تشخیص و تصریح، بهترین مرتبه برای مدل State Space عبارت است از (۲) AR که با قرار دادن ضرایب تخمین زده شده در آن، معادلات به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$X_{1(t)} = -(1/71)X_{1(t-1)} - (0/96)X_{2(t-1)} + (3/33e-07)u_{1(t)}$$

$$X_{2(t)} = X_{1(t-1)}$$

(معادله-۱۸) معادله مشاهدات:

$$Y_{1(t)} = x_{1(t)} + (9/87e-03)e_{1(t)}$$

جدول ۳: کمترین و بیشترین RMSE تک برآوردی و RMSE میانگین برای هر مدل در افق زمانی مختلف

بلند مدت	ماکزیمم	میانگین	مینیمم
ARIMA	۰/۰۱۶۵۲	۰/۰۱۱۲۳	۰/۰۰۷۲۱
GARCH	۰/۰۲۴۳۰	۰/۰۱۰۹۲	۰/۰۰۷۳۵
ARIMA-GARCH	۰/۰۱۹۸۶	۰/۰۱۱۱۵	۰/۰۰۷۳۳
State Space	۰/۰۱۵۷۴	۰/۰۱۲۰۱	۰/۰۰۸۱۶
میان مدت	ماکزیمم	میانگین	مینیمم
ARIMA	۰/۰۱۹۶۴	۰/۰۱۱۱۱	۰/۰۰۴۸۵
GARCH	۰/۰۴۰۵۴	۰/۰۱۰۵۵	۰/۰۰۴۷۳
ARIMA-GARCH	۰/۰۲۲۷۲	۰/۰۱۰۹۶	۰/۰۰۴۳۵
State Space	۰/۰۱۸۷۷	۰/۰۱۱۷۵	۰/۰۰۵۴۸
کوتاه مدت	ماکزیمم	میانگین	مینیمم
ARIMA	۰/۰۳۰۳۵	۰/۰۱۰۸۲	۰/۰۰۰۴۸
GARCH	۰/۰۳۰۷۷	۰/۰۰۹۲۰	۰/۰۰۰۴۷
ARIMA-GARCH	۰/۰۴۳۹۴	۰/۰۱۰۶۰	۰/۰۰۱۲۱
State Space	۰/۰۲۶۰۰	۰/۰۱۰۷۵	۰/۰۰۰۹۶
مقایسه کلی با درون نمونه	ماکزیمم	میانگین	مینیمم
ARIMA	۰/۰۱۳۱۵	۰/۰۱۱۹۸	۰/۰۱۰۷۲
GARCH	۰/۰۱۵۲۷	۰/۰۱۲۲۰	۰/۰۱۰۷۴
ARIMA-GARCH	۰/۰۱۳۷۱	۰/۰۱۲۰۲	۰/۰۱۰۶۸
State Space	۰/۰۱۴۲۷	۰/۰۱۳۱۴	۰/۰۱۲۰۰

جدول ۴: بیشترین و کمترین مقدار میانگین RMSE برای هر مدل در افق های زمانی مختلف

	مینیمم مقدار میانگین معیار RMSE	ماکزیمم مقدار میانگین معیار RMSE
بلند مدت	GARCH = ۰/۰۱۰۹۲	State Space = ۰/۰۱۲۰۱
میان مدت	GARCH = ۰/۰۱۰۵۵	State Space = ۰/۰۱۱۷۵
کوتاه مدت	GARCH = ۰/۰۰۹۲۰	ARIMA = ۰/۰۱۰۸۲
درون داده	ARIMA = ۰/۰۱۱۹۸	State Space = ۰/۰۱۳۱۴

مقایسه دقت تخمین مدل‌ها هنگام استفاده از درون داده‌ها، که این شاید به خاطر عدم رفتار سیستماتیک و دقیق بازار سهام ایران به دلیل ناطمینانی‌های شدیدی که در بازار سهام وجود دارد باشد. همچنین در کوتاه مدت نیز از بین مدل‌های منتخب، مدل ARIMA به عنوان ناکارآمدترین مدل برای پیش بینی شاخص تپیکس تعیین شده که این نیز تاییدی بر حضور پرننگ ناطمینانی‌ها در بازار سهام ایران باشد.

#### ۵. نتیجه گیری:

با توجه به نتایج به دست آمده در جدول ۵ و با توجه به ناطمینانی زیادی که در بازار سهام ایران وجود دارد همواره در تمام افق های زمانی مدل (GARCH(۰ و ۱) بهترین مدل از لحاظ دقت پیش بینی است؛

در نهایت بنا بر نتایج به دست آمده (جدول-۴)، در هر ۳ افق زمانی (بلند مدت، میان مدت و کوتاه مدت) مدل GARCH دارای کمترین RMSE و یا به عبارتی بهترین دقت پیش بینی بوده است که این احتمالاً به دلیل نقش پرننگ عنصر ناطمینانی در بازار سهام ایران می باشد ولی در مقایسه با درون داده، مدل ARIMA مدل مناسب تری می باشد و این می تواند به این دلیل باشد که ما پیش بینی را برای داده‌هایی انجام می‌دهیم که از اطلاعاتشان در مدل سازی‌ها استفاده شده و چون مدل ARIMA نسبت به سایر مدل‌ها، شرایط با ثبات تری را پیش فرض قرار می‌دهد، در هنگام برآورد درون داده هایی که نقشی پرننگ در ایجاد مدل‌ها داشتند، عملکرد بهتری را نسبت به سایر مدل‌ها از خود نشان می دهد و در مورد ناکارآمدترین مدل برای پیش بینی شاخص تپیکس می‌توان به مدل State Space در افق زمانی بلندمدت و میان مدت اشاره کرد و همچنین در



جدول ۵: (از چپ به راست) ترتیب قرارگیری مدل‌ها بر اساس کمترین دقت به بیشترین دقت

مقایسه کلی با درون داده	State Space – GARCH – ARIMA GARCH – ARIMA
افق زمانی بلند مدت	State Space – ARIMA – ARIMA GARCH – GARCH
افق زمانی میان مدت	State Space – ARIMA – ARIMA GARCH – GARCH
افق زمانی کوتاه مدت	ARIMA – State Space – ARIMA GARCH – GARCH

تری اتخاذ کرد اگر که مدل مناسب را بیابیم، وجود مدل‌ها و روش‌های زیاد و متفاوت اقتصادی، فیزیکی، ریاضی و آماری ما را قادر می‌سازد تا بتوانیم بهترین مدل‌ها را برای شرایط محیطی متفاوت انتخاب کنیم و یا ایجاد کنیم. لازم است برای شناخت بهتر انواع بازارها در انواع کشورها و در افق‌های زمانی متفاوت، مناسب‌ترین مدل‌ها برای پیش‌بینی آینده دور یا نزدیک را بیابیم تا مناسب‌ترین تصمیم‌ها و سیاست‌ها اتخاذ شوند.

#### ۶. پیشنهادها:

بر اساس یافته‌های پژوهش حاضر پیشنهاد می‌گردد که اولاً کارگزاران بازار سهام، سرمایه‌گذاران و تحلیلگران مالی فعال در این بازار از مدل‌های پیشرفته‌تر و متدهای نوین اقتصاد سنجی- مالی نیز در تجزیه و تحلیل‌های خود بهره‌گیری نمایند و ثانیاً در حوزه تحلیل‌های تکنیکال، استفاده از مدل‌های اقتصاد سنجی که قابلیت شناسایی و منعکس کردن رفتار سری زمانی مالی را در مدل‌سازی دارند توصیه می‌گردد. پس لازم است ابتدا نسبت به مدل‌های گوناگون شناخت پیدا کرده و سپس به مقایسه و بررسی این مدل‌ها و به کار بستن روش‌های متعدد تخمین دقت پیش‌بینی‌ها بپردازند و مناسب‌ترین و کارآترین مدل را به کار بندند. علاقه‌مندان می‌توانند این مدل‌ها را در بازارهای دیگر و در افق‌های زمانی متفاوت و بازه‌های زمانی مختلف و با مقایسه با مدل‌های جدیدتر مورد بررسی و ارزیابی قرار دهند.

#### ۷. فهرست منابع:

محسن رفعتی، یداله آذرین فر و رویا محمدزاده (۲۰۱۰)، انتخاب الگوی مناسب پیش‌بینی سطح زیر کشت، تولید و قیمت چغندر قند در ایران، نشریه اقتصاد و توسعه کشاورزی (علوم و صنایع کشاورزی)، ۲، ۱۴۹-۱۶۰

Akgiray, V. (1989), Conditional Heteroskedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts, Journal of Business, 62, 55-80.

Andersen, T. & T. Bollerslev, (1997). Answering the Critics: Yes ARCH Models do Provide Good Volatility Forecasts, Kellogg School, Northwestern University. 227

Brooks, C. (1998), Predicting stock index volatility: Can market volume help?, Journal of Forecasting, 17, 59-80.

Brooks R. D. & Lee J. H. (1997), The Stability of ARCH Models Across Australian Financial Futures Markets, Applied Financial Economics, 7, 347-359.

هرچند که مدل ARIMA در تعیین دقت تخمین با درون داده کمترین RMSE را به دست آورد اما با توجه به اینکه در هنگام پیش‌بینی درون داده‌ها، ما قبلاً از همان داده‌ها برای ساختن مدل استفاده کردیم، بنابراین در مورد دقت پیش‌بینی و نتایج حاصل از RMSE بهتر است به نتایج ۳ افق زمانی که با مقایسه با برون داده‌ها که هیچ اثری از آن‌ها در ساخت مدل نبوده است تکیه کنیم؛ یکی از نتایج مهم دیگری که می‌توان ملاحظه کرد حضور پرننگ نااطمینانی‌ها در بازار سهام ایران است دلیل این امر را می‌توان در جوان بودن، در حال توسعه بودن و عدم برقراری رقابت کامل (به معنای عدم دخالت‌ها و یا حمایت‌های دولتی) و همچنین عدم کارایی اطلاعاتی بازار سهام تهران جستجو کرد و این امر می‌تواند از عواملی باشد که از حضور بعضی از سرمایه‌گذاران و نیز از حضور بسیاری از مردم در این بازار جلوگیری کند و شاید به همین دلیل است که مدل‌های سیستماتیکي همچون مدل‌های State Space، بیشترین میزان RMSE و کمترین میزان دقت را از خود نشان دادند. علاوه بر این، از نتایج RMSE به دست آمده برای دوره کوتاه مدت متوجه می‌شویم که پیش‌بینی در کوتاه مدت نسبت به پیش‌بینی در سایر افق‌های زمانی بسیار دقیق‌تر است و حتی نسبت به نتایج حاصله از مقایسه کلی با درون داده نیز کمتر می‌باشد و این یعنی برای بازار سهام ایران که دارای نااطمینانی بالایی می‌باشد، مدل‌ها، در بازه‌های بسیار کوتاه مدت چند روزه بسیار بهتر از دوره‌های طولانی‌تر، قادر به پیش‌بینی می‌باشند. طبیعی است که نمی‌توانیم به طور دقیق افق زمانی بلند مدت را برای بازارهای مالی به صورت یک تک برآورد پیش‌بینی کنیم اما زمانی که از روش شبیه‌سازی مونت کارلو با ۱۰۰۰۰ بار تکرار فرآیندهای محتمل استفاده شود، می‌توان یک فاصله اطمینان برای عملکرد خود را شناسایی کنیم و از ثبات پارامترهای به کار گرفته شده برای یک بازار مشخص، مطمئن شویم. هرچه پیش‌بینی‌های نزدیک‌تر به واقعیت و به عبارت دیگر، دقیق‌تری داشته باشیم، می‌توانیم تصمیم‌های بهتر و سیاست‌گذاری‌های مناسب‌تری داشته باشیم. حتی در شرایط نااطمینانی نیز می‌توان تصمیمات مناسب-

- Volatility, *Journal of Econometrics*, 69, 367-91.
- Durbin. James (2004). “ State space and unobserved component models “. Cambridge University Press.
- Fiva Skarbøvik.Lars (2013), “ Forecasting House Prices in Norway “, Master Thesis, TROMSØ University Business School.
- garcía-cicco. J. & Montero. R. (2011). Modeling Copper Price: A Regime-Switching Approach, Pontifical Catholic University of Argentina, Working Paper
- Hamilton, J. D. 1994, Time Series Analysis, Princeton University Press, Princeton, New Jersey
- Jorion, P. (1995). Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market, *Journal of Finance*, 50, 507-28.
- Mapa.Dennis S., Mercader.Mazhiel H. and Tolentino. Kristine Joy P. (2010), “ GARCH vs. SV in Forecasting Asset Volatility:Do We Need Another Volatility Model? “, 11th National Convention on Statistics (NCS)
- Maskus, K. E. (1990). Exchange rate risk and US trade: A sectoral analysis, *Financial Market Volatility and the Economy*, Federal Reserve Bank of Kansas City.
- Muhammad Kashif, Asghar Ali and Muhammad Aslam (2011), “ Estimation and Forecast of the Models for Stock Market Performance of the Oil & Gas Companies in Pakistan “, *Pakistan Journal of Social Sciences (PJSS)* Vol. 31, No. 2,P: 345-363
- Pagan, A.& Schwert G. W., (1990). Alternative models for conditional stock volatilities, *Journal of Econometrics*, 45, 267-90.
- Saini. Neha & Mittal. Anil Kumar, (2013). Forecasting Volatility in Indian Stock Market using State Space Models, *Journal of Statistical and Econometric Methods*, 3, 1, 115-136
- Sascha M. (2009), *Applications of State Space Models in Finance*, Verlag Göttingen University
- Ser-Huang. Poon & Granger. Clive, (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review , *Journal of Economic Literature*, 41, 2, 478-539.
- Siti Roslindar Yaziz, Maizah Hura Ahmad, Lee Chee Nian and Noryanti Muhammad, (2011), “ A Comparative Study on Box-Jenkins and Garch Models in Forecasting Crude Oil Prices “, *Journal of Applied Sciences*, V. 11, 7, P: 1129-1135
- Tse, Y. K., (1991). Stock return volatility in the Tokyo stock market, Japan and the World Economy, 3, 285-98.
- Tse, Y. K. & Tung, S. H. (1992). Forecasting volatility in the Singapore stock market, *Asia Pacific Journal of Management*, 9, 1-13.
- West, K. D. & D. Cho, (1995), The Predictive Ability of Several Models of Exchange Rate