

بهبود هزینه مخابره از راه دور در محاسبات کوانتومی توزیع شده

با استفاده از الگوریتم ژنتیک کوانتومی

امیرحریرافان^(۱)، محبوبه هوشمند*^(۲)، سیدعابد حسینی^(۳)

(۱) گروه مهندسی کامپیوتر، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

(۲) گروه مهندسی کامپیوتر، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران*

(۳) گروه مهندسی برق، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۲/۱۸ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۶/۲۹)

چکیده: محاسبات کوانتومی یک روش جدید پردازش اطلاعات و حاصل ترکیب مکانیک کوانتومی، علوم کامپیوتر و نظریه اطلاعات کلاسیک است. یک مدل محاسباتی مشهور محاسبات کوانتومی، مدل مداری کوانتومی است که در آن محاسبات با مدارهای کوانتومی نشان داده می‌شوند. به دلیل پیچیدگی‌های ساخت کامپیوترهای کوانتومی، برای داشتن یک کامپیوتر کوانتومی بزرگ، یک راه حل مناسب، ساختن شبکه‌ای از کامپیوترهای کوانتومی با اندازه محدود است که از طریق یک کانال کوانتومی یا کلاسیک به هم پیوند شده‌اند و می‌توانند رفتار کل سیستم کوانتومی را اجرا کنند. به عبارتی مدل مداری محاسبات کوانتومی می‌تواند به صورت محاسبات کوانتومی توزیع شده گسترش یابد که در آن هر زیرسیستم داده‌های خود را به صورت تقاضا از طریق کانال ارتباطی به قسمت‌های دیگر ارسال می‌کند. یک مکانیسم قابل اعتماد برای چنین ارتباطی با استفاده از مفهوم مخابره از راه دور کوانتومی بین گره‌های یک سیستم کوانتومی توزیع شده صورت می‌گیرد. به حداقل رساندن تعداد مخابرات از راه دور کوانتومی بین گره‌های یک کامپیوتر کوانتومی توزیع شده به عنوان معیاری برای سنجش بهره‌وری آن در نظر گرفته شده است. در یک کار قبلی، یک روش با پیچیدگی‌های کمی برای بهینه‌سازی تعداد مخابرات کوانتومی مورد نیاز بین دو بخش یک سیستم کوانتومی توزیع شده ارائه شده است. در این مقاله، یک الگوریتم ژنتیک کوانتومی برای حل مساله به صورت کاراتری اجرا می‌شود. نتایج با روش قبلی مقایسه شده و نشان داده می‌شود که روش پیشنهادی تقریباً به نتایج یکسان با روش قبلی با یک افزایش سرعت قابل ملاحظه می‌انجامد. همچنین، مقایسه نتایج با الگوریتم ژنتیک کلاسیک، حاکی از برتری الگوریتم ژنتیک کوانتومی است.

واژگان کلیدی: محاسبات کوانتومی توزیع شده، مخابره از راه دور کوانتومی، بهینه‌سازی، الگوریتم‌های ژنتیک کوانتومی

*عهده‌دار مکاتبات:

محبوبه هوشمند

نشانی: گروه مهندسی کامپیوتر، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

تلفن: ۰۹۱۵۱۵۶۷۸۲۴

پست الکترونیکی: houshmand@mshdiau.ac.ir

۱ - مقدمه

محاسبات کوانتومی [۱، ۲]، بدون شک، علمی است که دیر یا زود جایگاه واقعی خود را در دنیای مدرن امروز تثبیت خواهد کرد. بسیاری از شرکت‌های بزرگ هم اکنون مشغول کار بر روی فناوری‌های مبتنی بر محاسبات کوانتومی هستند. محاسبات کوانتومی از قوانین مکانیک کوانتومی برای طراحی کامپیوترهایی استفاده می‌کنند که در حل برخی از مسائل از بهترین الگوریتم‌های کلاسیک بهتر عمل می‌کنند و به سرعت از نتایج نظری به فناوری کوانتومی واقعی رشد یافته است.

یکی از محدودیت‌های اجرای محاسبات کوانتومی ناشی از تعاملات کیوبیت‌ها با محیط است. وقتی تعداد کیوبیت‌ها افزایش می‌یابد، اطلاعات کوانتومی شکننده‌تر و مستعد خطا می‌شوند. از طرف دیگر، کدهای تصحیح خطا نیازمند افزایش تعداد زیادی کیوبیت‌ها برای تبدیل یک کیوبیت فیزیکی به یک کیوبیت منطقی هستند، بنابراین ممکن است تعدادی از کیوبیت‌های منطقی روی یک تراشه کوانتومی جا نگیرند [۱]. برای رفع این مشکل، یک سیستم کوانتومی توزیع شده، راه حلی مناسب است که در آن کیوبیت‌های کمتری در هر گره یا زیر سیستم استفاده می‌شوند. همچنین شبکه‌ای از کامپیوترهای کوانتومی محدود که از طریق یک کانال کوانتومی یا کلاسیک به هم پیوند شده‌اند، می‌تواند رفتار کل سیستم کوانتومی را اجرا کند. این ساختار به عنوان محاسبات کوانتومی توزیع شده معروف است [۱]. اولین پیشنهادها در این مورد توسط گراور [۲] بوهرمن و کلو [۳] و بعدها توسط سیراک و همکارانش در [۴] مطرح گردید.

مدل مداری محاسبات کوانتومی می‌تواند به صورت محاسبات کوانتومی توزیع شده گسترش یابد که در آن هر زیرسیستم داده‌های خود را به صورت تقاضا از طریق کانال ارتباطی به قسمت‌های دیگر ارسال می‌کنند. یک مکانیسم قابل اعتماد برای چنین ارتباطی با استفاده از مفهوم مخابره از راه دور کوانتومی بین گره‌های یک سیستم کوانتومی توزیع شده صورت می‌گیرد [۵، ۶]. به حداقل رساندن تعداد مخابرات از راه دور کوانتومی بین گره‌های یک کامپیوتر کوانتومی توزیع شده به عنوان معیاری برای سنجش بهره‌وری آن در نظر گرفته می‌شود.

در [۷] یک روش برای بهینه‌سازی تعداد مخابره کوانتومی بین دو بخش یک سیستم کوانتومی توزیع شده ارائه شده است که در آن از یک مدار کوانتومی که در ابتدا به دو بخش افزاز شده است شروع می‌کند. در این مقاله، الگوریتم ژنتیک کوانتومی برای حل مساله به صورت کاراکتری اجرا می‌شود. نتایج با روش قبلی مقایسه شده و نشان داده می‌شود که روش این مقاله تقریباً به نتایج یکسان با روش قبلی با یک افزایش سرعت قابل ملاحظه می‌انجامد.

در این مقاله در بخش دوم مفاهیم اولیه و تاریخچه تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش سوم روش پیشنهادی و در بخش چهارم نتایج آمده است. در نهایت در بخش پنجم نتیجه گیری و پیشنهادهایی برای کارهای آینده بیان شده است.

۲ - مفاهیم اولیه

در این بخش، مفاهیم اولیه مطرح شده‌اند.

۲-۱- تاریخچه محاسبات کوانتومی

افزایش روزافزون نیازهای بشر برای پردازش اطلاعات با سرعت بالاتر منجر به ساخت تراشه‌های (پردازنده‌های) سریع‌تر و پیچیده‌تر شده است. برای ایجاد این تراشه‌ها، لازم است که تعداد ترانزیستورهای بیشتری بر روی تراشه قرار گیرد. بر طبق قانون مور^۱، تعداد ترانزیستورهای روی یک تراشه (با مساحت ثابت) تقریباً هر هجده ماه سال، دو برابر خواهد شد [۸]. این رشد نمایی که در سال ۱۹۶۵ پیش‌بینی شده بود تاکنون ادامه داشته است. اگر تکنولوژی طبق قانون مور به جلو رود، اندازه عناصر مداری که بر روی تراشه‌های سیلیکونی تعبیه می‌شود، عاقبت بیشتر از چند اتم نخواهد بود. مشکلی که در اینجا پیش می‌آید این است که در اندازه اتمی، قوانین فیزیکی که بر رفتار اتم‌ها حاکم هستند، قوانین مکانیک کوانتومی هستند، نه قوانین مکانیک کلاسیک. بسیاری از دانشمندان در زمینه‌های مختلف پیشاپیش به فکر رفع این مشکل تا زمان رشد فناوری به حد مورد نظر افتاده‌اند.

یکی از محدودیت‌های پیاده‌سازی کامپیوترهای کوانتومی، ناهمدوسی به دلیل تعامل کیوبیت‌ها با محیطی است که منجر به از بین رفتن وضعیت کیوبیت‌ها می‌شود و هنگامی که تعداد کیوبیتها افزایش می‌یابد، اطلاعات کوانتومی شکننده تر و حساس تر به اشتباهات می‌شود. برای غلبه بر مشکلات ذکر شده، استفاده از گره‌ها یا زیر سیستم‌های توزیع شده در یک سیستم کوانتومی یک راه حل معقول است که در هر گره یا زیرسیستم، کیوبیت‌های کمتر استفاده می‌شود. بنابراین، برای داشتن یک کامپیوتر بزرگ کوانتومی، یک راه حل مناسب برای ساخت یک شبکه از کامپیوترهای کوانتومی محدود است که از طریق یک کانال کوانتومی یا کلاسیک متصل می‌شوند و در مجموع می‌توانند رفتار کل سیستم کوانتومی را اجرا کنند. این ساختار به عنوان کامپیوتر کوانتومی توزیع شده شناخته شده است.

۲-۱- اصول محاسبات کوانتومی

در این بخش، اصول محاسبات کوانتومی و تعریف‌های ریاضی مربوطه مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۲-۱-۱- کیوبیت‌ها

حالات کوانتومی را می‌توان بر حسب بردارها و یا با نمایش معروفتر دیراک^۲ یا برا/کت^۳ نمایش داد. کت‌ها مانند $|x\rangle$ نمایشگر بردارهای ستونی هستند و عموماً برای توصیف حالات کوانتومی به کار می‌روند. حالت برا $\langle x|$ ، نمایشگر ترانهاده مزدوج^۴ $|x\rangle$ است. حالات پایه $|0\rangle$ و $|1\rangle$ را می‌توان به ترتیب به صورت $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ بیان کرد. هر ترکیبی از $|0\rangle$ و $|1\rangle$ ، مانند $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ ، را می‌توان به صورت $\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \in C^2$ (که C نمایش‌دهنده‌ی مجموعه اعداد مختلط است) نشان داد. در نمایش دیراک $\langle \phi|\psi\rangle$ نمایشگر ضرب داخلی^۵ دو بردار $|\psi\rangle$ و $|\phi\rangle$ است. نماد $|\phi\rangle\langle\psi|$ نشان‌دهنده ضرب خارجی^۶ دو بردار $|\psi\rangle$ و $|\phi\rangle$ است.

یک کیوبیت^۷، یک بردار یکه در فضای دو بعدی هیلبرت است که برای این فضا بردارهای پایه مشخص که با نماد $|0\rangle$ و $|1\rangle$ نمایش داده می‌شوند، انتخاب شده‌اند. بردارهای پایه $|0\rangle$ و $|1\rangle$ به ترتیب هم‌تای کوانتومی بیت‌های کلاسیک صفر و یک می‌باشند. بر خلاف بیت‌های کلاسیک، کیوبیت‌ها می‌توانند در هر برهم‌نهی^۸ از $|0\rangle$ و $|1\rangle$ همانند $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ قرار بگیرند که α و β اعداد مختلطی هستند به گونه‌ای

^۱Moore's Law

^۲Dirac

^۳Bra/Ket

^۴Transpose conjugate

^۵Inner product

^۶Outer product

^۷Qubit

^۸Superposition

که $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. اگر چنین ترکیبی نسبت به پایه‌های $|0\rangle$ و $|1\rangle$ (پایه‌های محاسباتی) اندازه‌گیری شوند، آنگاه خروجی کلاسیک صفر با احتمال $|\alpha|^2$ و خروجی کلاسیک یک با احتمال $|\beta|^2$ مشاهده می‌شود. به طور فیزیکی، کیوبیت‌ها می‌توانند در سیستم‌های مکانیک کوانتومی مانند چرخش‌های هسته، دو سطح داخلی یک یون، قطبش‌های فوتون و غیره ذخیره شوند.

یک ثابت n کیوبیتی، یک حالت کوانتومی است که فضای حالت آن فضای هیلبرت 2^n بعدی می‌باشد. با فرض بردارهای پایه $\{|1\rangle, |0\rangle\}$ برای فضای هیلبرت دو بعدی، بردارهای پایه فضای هیلبرت 2^n بعدی مجموعه زیر است:

$$\{|i_1\rangle \otimes |i_2\rangle \otimes \dots \otimes |i_n\rangle; i_1, i_2, \dots, i_n = 0, 1\}$$

و یا به طور معادل:

$$\{|i_1 i_2 \dots i_n\rangle; i_1, i_2, \dots, i_n = 0, 1\}$$

که \otimes نشان‌دهنده ضرب تانسوری^۹ است.

حالت یک ثابت n کیوبیتی را می‌توان به صورت جمع خطی بردارهای پایه نوشت:

$$|\varphi\rangle = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n=0,1} a_{i_1, i_2, \dots, i_n} |i_1 i_2 \dots i_n\rangle, \quad \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n=0,1} |a_{i_1, i_2, \dots, i_n}|^2 = 1$$

برای مثال حالت یک ثابت دو کیوبیتی $|\varphi\rangle$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$|\varphi\rangle = a_{00}|00\rangle + a_{01}|01\rangle + a_{10}|10\rangle + a_{11}|11\rangle$$

$$\sum_{i_1, i_2=0,1} |a_{i_1, i_2}|^2 = 1 \quad \text{که}$$

۲-۱-۲- درهم‌تنیدگی کوانتومی

مفهوم درهم‌تنیدگی کوانتومی [۸] که همتای کلاسیک ندارد یک مفهوم فیزیکی مهم در بسیاری از حوزه‌های محاسبات و اطلاعات کوانتومی می‌باشد. یک حالت کوانتومی چند کیوبیتی $|\varphi\rangle$ درهم‌تنیده است اگر نتوان آن را به صورت ضرب تانسوری $|\varphi\rangle = |\varphi_1\rangle \otimes |\varphi_2\rangle$ نوشت.

برای مثال جفت EPR نشان داده‌شده در زیر یک حالت کوانتومی درهم‌تنیده است:

$$|\varphi\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}} \quad (۱)$$

به عبارت دیگر، کیوبیت‌های تشکیل‌دهنده یک حالت درهم‌تنیده به گونه‌ای با هم ترکیب شده‌اند که حالت کوانتومی یک جزو تشکیل‌دهنده آن را نمی‌توان مستقل از حالت سایر اجزای تشکیل‌دهنده آن توصیف کرد حتی اگر ذرات به صورت فیزیکی از هم دور باشند.

^۹Spin
^{۱۰}Tensor product

۲-۱-۳ - اندازه‌گیری کوانتومی

اندازه‌گیری کوانتومی [۸] با یک مجموعه از بردارهای پایه اندازه‌گیری $\{|a_i\rangle, 0 \leq i \leq m\}$ مشخص می‌شود. عملگرهای اندازه‌گیری^{۱۱} $\{M_i, 0 \leq i \leq m\}$ به صورت $|a_i\rangle\langle a_i|$ تعریف می‌شوند. این عملگرها روی فضای حالت سیستمی که قرار است اندازه‌گیری شود، اعمال می‌شوند. اندیس عملگرها (i) خروجی اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. اگر حالت سیستم کوانتومی قبل از اندازه‌گیری $|\psi\rangle$ فرض شود، احتمال اینکه بعد از اندازه‌گیری نتیجه i به دست آید از رابطه (۲) محاسبه می‌شود.

$$p(i) = \langle \psi | M_i | \psi \rangle \quad (۲)$$

اگر نتیجه i به دست آید، حالت سیستم بعد از اندازه‌گیری نیز به رابطه (۳) جهش^{۱۲} می‌کند.

$$\frac{M_i |\psi\rangle}{\sqrt{\langle \psi | M_i | \psi \rangle}} \quad (۳)$$

عملگرهای اندازه‌گیری، رابطه کامل بودن^{۱۳} را ارضا می‌کنند:

$$\sum_i M_i^\dagger M_i = I$$

رابطه کامل بودن، تضمین می‌کند که مجموع احتمال‌های خروجی‌های مختلف اندازه‌گیری مساوی با یک خواهد بود:

$$1 = \sum_i p(i) = \sum_i \langle \psi | M_i | \psi \rangle = \sum_i \langle \psi | M_i^\dagger M_i | \psi \rangle \quad (۴)$$

قابل ذکر است در رابطه (۴) از ویژگی $M_i^\dagger M_i = M_i^2 = M_i$ استفاده شده است.

۲-۱-۴ - گیت‌های کوانتومی

اعمال کوانتومی را می‌توان با شبکه‌ای از گیت‌ها محقق کرد. هر گیت کوانتومی، یک تبدیل خطی است که با یک ماتریس یکانی^{۱۴} موثر بر روی فضای n کیوبیتی تعریف می‌گردد. یک گیت کوانتومی می‌تواند برای مثال با یک باریکه لیزر^{۱۵} اعمال شود. ماتریس U یکانی است اگر $UU^\dagger = I$ که U^\dagger ترانزپوز مزدوج ماتریس U می‌باشد. چون هر عمل یکانی، معکوس پذیر است، هر گیت کوانتومی نیز معکوس پذیر است. بنابراین اگر خروجی‌های یک گیت کوانتومی را داشته باشیم، می‌توان ورودی‌های متناظر با آن را به دست آورد.

مثال‌هایی از گیت‌های تک کیوبیتی مشهور، اعضای مجموعه پائولی^{۱۶} $P = \{I, X, Y, Z\}$ می‌باشد که از چهار عملگر زیر تشکیل شده است

¹¹Measurement operator

¹²Collapse

¹³Completeness

¹⁴Unitary

¹⁵Laser beam

¹⁶Pauli

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

این ماتریس‌ها، یکانی و هرمیتی هستند.

از جمله گیت‌های تک‌کیوبیتی پرکاربرد دیگر، گیت‌های هادامارد^{۱۷}، H ، گیت فاز^{۱۸}، $Phase$ و گیت T است. ماتریس‌های مربوط به این گیت‌ها در ادامه آورده شده است.

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, Phase = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix},$$

اگر U ، یک گیت تک‌کیوبیتی، با نمایش ماتریسی $U = \begin{bmatrix} u_{00} & u_{01} \\ u_{10} & u_{11} \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه، گیت U کنترل^{۱۹}، گیتی است که بر دو کیوبیت اثر می‌کند به طوری که کیوبیت اول، کیوبیت کنترل و کیوبیت دوم، کیوبیت هدف است. اگر کیوبیت کنترلی برابر $|1\rangle$ باشد، گیت یکانی U بر روی کیوبیت هدف اعمال می‌شود و اگر کیوبیت کنترل، $|0\rangle$ باشد، کیوبیت هدف بدون تغییر باقی می‌ماند. نمایش ماتریسی این گیت به صورت زیر است:

$$Controlled - U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_{00} & u_{01} \\ 0 & 0 & u_{10} & u_{11} \end{bmatrix}$$

یک گیت مشهور دوکیوبیتی، گیت معکوس‌کننده کنترلی^{۲۰}، CNOT است. کیوبیت اول، در نقش کنترل و کیوبیت دوم در نقش هدف است. اگر کیوبیت کنترل $|1\rangle$ باشد، CNOT، کیوبیت هدف را معکوس می‌کند و اگر کیوبیت کنترل $|0\rangle$ باشد، کیوبیت هدف بدون تغییر خارج می‌شود. نمایش ماتریسی گیت CNOT به صورت زیر است.

شکل ۱ نیز نمایش مداری گیت CNOT را نشان می‌دهد.

$$CNOT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



شکل ۱- نمایش مداری گیت CNOT

¹⁷Hadamard gate

¹⁸Phase rotation

¹⁹Controlled- U

²⁰CNOT

۲-۲- مخابره از راه دور کوانتومی

برای انجام یک محاسبات کوانتومی توزیع شده، مکانیسم قابل اطمینان برای ارتباط بین گره های جداگانه یک سیستم کوانتومی توزیعی وجود دارد ارتباطات کوانتومی از راه دور یک چالش فنی برای تحقق فیزیکی ارتباطات کوانتومی است. در این راستا، مخابره از راه دور کوانتومی^{۲۱} یک پروتکل اولیه برای چنین ارتباطی است که با استفاده از کیوبیت های درهم برای توزیع اطلاعات کوانتومی استفاده می شود.

مخابره از راه دور کوانتومی یک عملیات پر هزینه در یک سیستم کوانتومی توزیع شده است وقتی یک کیوبیت به زیر سیستم مقصد منتقل می شود، دیگر نمی تواند در زیر سیستم خود استفاده شود. بنابراین، به حداقل رساندن تعداد مخابره از راه دور کوانتومی در یک سیستم کوانتومی توزیع شده، یک چالش مهم است. در مخابره از راه دور کوانتومی، دو طرف، که به آنها آلیس و باب گفته می شود، یک جفت کیوبیت درهم تنیده، به عنوان مثال $|\beta_{00}\rangle$ را به اشتراک می گذارند. آلیس سعی می کند یک کیوبیت ناشناخته، $|\psi\rangle$ ، را به باب بفرستد. وضعیت کلی سیستم $|\varphi\rangle$ به شرح زیر است:

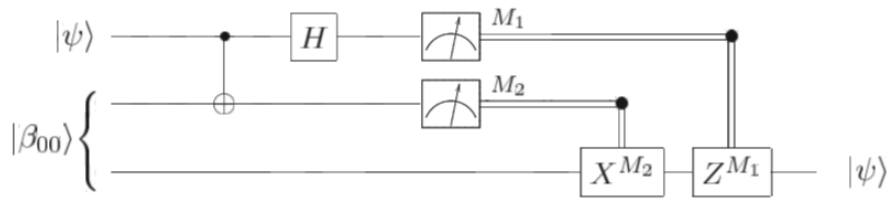
$$|\varphi\rangle = |\psi\rangle \otimes |\beta_{00}\rangle = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \otimes \left(\frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha(|000\rangle + |001\rangle) + \beta(|000\rangle + |111\rangle))$$

دو کیوبیت اول متعلق به آلیس و باب سومین کیوبیت را دارد. آلیس یک گیت CNOT را به دو کیوبیت اول اعمال می کند و سپس یک گیت هادامارد را به اولین کیوبیت اعمال می کند که نتیجه آن:

$$\frac{1}{2}[\alpha(|000\rangle + |001\rangle + |100\rangle + |111\rangle) + \beta(|010\rangle + |001\rangle - |110\rangle)] =$$

$$\frac{1}{2}[|00\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + |01\rangle(\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) + |10\rangle(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle) + |11\rangle(\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle)]$$

سرانجام، آلیس هر دو کیوبیت را که متعلق به او است، اندازه گیری می کند. نتیجه اندازه گیری، یکی از چهار حالت $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ با احتمال برابر $\frac{1}{4}$ است. بسته به نتیجه اندازه گیری آلیس، کیوبیت باب به ترتیب به $|\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \alpha|1\rangle + \beta|0\rangle, \alpha|0\rangle - \beta|1\rangle, \alpha|1\rangle - \beta|0\rangle$ سقوط می کند. آلیس سپس نتایج اندازه گیری خود را با استفاده از دو بیت کلاسیک به باب می فرستد. کیوبیت اولیه آلیس، $|\psi\rangle$ با اندازه گیری اش کاملاً نابود و باعث می شود مخابره از راه دور کوانتومی با قضیه عدم کپی سازگار باشد. سرانجام، باب پس از دریافت دو بیت کلاسیک می تواند با استفاده از اعمال گیت های X, Z, Y وضعیت کیوبیت $|\psi\rangle$ را در دست خود داشته باشد، در صورتیکه بیت های کلاسیک به ترتیب $00, 01, 10, 11$ برای بازسازی وضعیت اولیه آلیس باشند. شکل ۲ مدار مربوط به کل پروتکل مخابره از راه دور را همانطور که در بالا گفته شد نشان می دهد.



شکل ۲- مدار مخابره از راه دور کوانتومی

۲-۳- الگوریتم ژنتیک کوانتومی

الگوریتم ژنتیکی کوانتومی بر مبنای مفاهیم محاسبات کوانتومی پیشنهاد شده است و از مفاهیمی مانند نمایش کیوبیت و برهم‌نهی استفاده می‌کنند. در سال ۱۹۹۶ [۱۳]، نارایانان و مور الگوریتم ژنتیکی الهام گرفته از کوانتوم را پیشنهاد دادند که مبتنی بر مفهوم و اصول محاسبات کوانتومی و محاسبات تکاملی است. در سال ۲۰۰۰، کیم و همکاران [۱۴] الگوریتم ژنتیک کوانتومی^{۲۲} (QGA) را برای حل مساله کوله پشتی ۰ و ۱ ارائه کردند. در مقایسه با الگوریتم ژنتیک سنتی، الگوریتم‌های ژنتیک کوانتومی، مشخصه‌های بهتری را از تنوع و چندسانی جامعه‌ی آماری نسبت به دیگر الگوریتم‌های ژنتیک در اختیار قرار می‌دهد که می‌تواند سرعت همگرایی را بهبود ببخشد و به جواب‌های بهتری بیانجامد.

یک کروموزوم در QGA به طول m را میتوان در قالب رشته ای از کیوبیت‌ها نشان داد:

$$\left[\begin{array}{c|c|c|c} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_m \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_m \end{array} \right] \quad (5)$$

که در آن به ازای $i = 1, 2, \dots, m$ $|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 = 1$ است.

در این الگوریتم، یک جمعیت n تایی از کروموزوم‌های کیوبیتی را که در نسل t -ام تولید می‌شوند، می‌توان به صورت رابطه (۶) نشان داد:

$$Q(t) = \{q_1^t, q_2^t, \dots, q_n^t\} \quad (6)$$

که در آن، هر یک از q_i^t ها، یک کروموزوم کیوبیتی است. شبه کد کلی توصیف‌کننده یک الگوریتم ژنتیکی مبتنی بر محاسبات کوانتومی در شکل ۳ آمده است.

- 1: procedure GQA
- 2: begin
- 3: $t \leftarrow 0$
- 4: initialize $Q(t)$
- 5: make $P(t)$ by observing $Q(t)$ states
- 6: evaluate $P(t)$

²² Quantum genetic algorithm

- 7: store the best solution among $P(t)$
- 8: while (not termination-condition) do
- 9: begin
- 10: $t \leftarrow t + 1$
- 11: make $P(t)$ by observing $Q(t-1)$ states
- 12: evaluate $P(t)$
- 13: update $Q(t)$ using quantum gates $U(t)$
- 14: store the best solution among $P(t)$
- 15: end while
- 16: end procedure

شکل ۳ - شبه کدی از الگوریتم ژنتیک کوانتومی [۱۴]

در اولین گام، و در هنگامیکه $t = 0$ است، تمامی مؤلفه‌های رابطه‌ی ۵ و در نتیجه همه مؤلفه‌های رابطه‌ی (۶) به $\frac{1}{\sqrt{2}}$ مقداردهی اولیه می‌شوند. این مطلب بدان معنی است که احتمال انتخاب ۰ یا ۱ برای هر یک ژن‌ها را یکسان و برابر $\frac{1}{2}$ است و با توجه به این امر، جمعیت اولیه پاسخ‌ها $\text{Pop}(t=0) = \{X_1^0, X_2^0, \dots, X_n^0\}$ که در آن $j=1,2,\dots,m, X_j^0$ رشته‌هایی دودویی مانند (x_1, x_2, \dots, x_m) هستند، به صورتی کاملاً تصادفی و براساس مقادیر موجود در $Q(t)$ ، (بر اساس احتمال $|\alpha_i|^2$ و یا $|\beta_i|^2$) تولید می‌گردند. سپس، هر یک از این پاسخ‌های به دست آمده، مورد ارزیابی قرار گرفته و بهترینشان در $B(t=0)$ ذخیره می‌شود.

در حلقه **While** نشان داده شده در شکل ۳، یک پاسخ و راه‌حل دودویی $\text{Pop}(t)$ با مشاهده‌ی مقادیر احتمالات $Q(t-1)$ ایجاد می‌گردند و روند اجرایی مابقی مراحل تقریباً به همان صورتی است که در بالا بیان شد؛ اما آنچه که این الگوریتم بدان متکی می‌باشد، مرحله‌ی به‌روزرسانی رشته‌های کیوبیتی $Q(t)$ است؛ که در اینجا از یک عملگر دورانی بهره گرفته می‌شود. نحوه عملکرد این عملگر بدین صورت است که برای به‌روزرسانی- i امین کیوبیت در هر کروموزوم کیوبیتی بکار رفته و سبب افزایش یا کاهش مقادیر α_i و β_i در جهت همگرایی به سمت بهینه سراسری می‌گردد.

۳ - مروری بر کارهای گذشته در حوزه محاسبات کوانتومی توزیع شده

تحقق یک کامپیوتر کوانتومی موانع بسیاری دارد. در تعداد کیوبیت‌ها محدودیت‌های تکنولوژیکی وجود دارند که می‌توانند برای ساخت یک دستگاه محاسبات کوانتومی یکپارچه استفاده شوند [۱۵]. این محدودیت‌ها دلایل اصلی ظهور محاسبات کوانتومی توزیع شده هستند. گراور [۲]، کلو و بوهرمن [۳] و بعد سیراک و همکاران [۴] اولین کسانی بودند که مدل توزیع محاسبات کوانتومی توزیع شده را پیشنهاد کردند. در [۲]، گراور یک سیستم کوانتومی توزیع شده را ارائه داد که در آن مقداری ذرات در مکان‌های جدا از هم قرار دارند و هر یک محاسبات خود را انجام می‌دهند و در صورت لزوم اطلاعات مورد نیاز را به ایستگاه پایگاه می‌فرستند. گروور نشان داد که با استفاده از این روش توزیع شده، زمان محاسبه کلی متناسب با تعداد ذرات توزیع شده است.

بیلز و همکاران [۱۶] نشان دادند که یک مدار کوانتومی دلخواه را می‌توان با یک مدار کوانتومی توزیع شده با گره‌هایی که با استفاده از یک نمودار بر مکعب متصل شده اند، تقلید کرد. پیژ [۱۷] یک معماری را برای محاسبات کوانتومی توزیع شده با دو نوع ارتباط که نوع ۱ و نوع دوم نامیده می‌شوند ارائه داد. یک کامپیوتر کوانتومی نوع ۱ از ارتباطات کوانتومی بین زیر سیستم‌ها استفاده می‌کند و کامپیوتر کوانتومی نوع ۲ از ارتباطات کلاسیک بین زیر سیستم‌های رایانه توزیع شده سوء بهره می‌برد. در رایانه‌های کوانتومی نوع ۱، هر کیوبیت می‌تواند با هر تعداد کیوبیت در هم تنیده شود. از طرف دیگر، یک کامپیوتر کوانتومی نوع ۲ شبکه‌ای از سیستم‌های کوانتومی کوچک است و ارتباط بین آنها از طریق کانال‌های ارتباطی کلاسیک انجام می‌شود.

استرلتسوف و همکاران، در مورد هزینه انتقال، سؤال از ارزانه‌ترین روش توزیع مشکلات را مطرح کردند و کمترین هزینه کوانتومی را برای ارسال یک حالت درهم تنیده در مسافت طولانی فراهم کردند [۱۸]. آنها نشان دادند که با توجه به عمومی‌ترین پروتکل توزیع، میزان درهم تنیدگی ارسال شده در کل فرآیند ارتباطات توزیع شده نمی‌تواند از کل هزینه ارسال ذرات جانبی و برگرداندن ذره بزرگتر باشد. هزینه ارتباطات کلاسیک موضوع مطالعه در [۱۹] است. نویسندگان سپس نتیجه گرفتند که در یک انتقال دو مرحله‌ای، هر مرحله نیاز به یک ارتباط واحد و پیوسته کلاسیک دارد و به طور کلی، برای یک حالت خالص N بعدی، $2\log_2 N$ بیتی از ارتباطات کلاسیک برای آمادگی از راه دور مورد نیاز است که متفاوت از انتقال معمول می‌باشد که در آن وضعیت دقیق کیوبیت که در گیرنده فراهم می‌شود، برای فرستنده شناخته شده است. یینگ و فنگ [۲۰] برخی از اصطلاحات یک سیستم محاسبات کوانتومی توزیع شده را ارائه دادند و یک زبان جبری را برای توصیف مدارهای کوانتومی برای محاسبات کوانتومی توزیع شده ارائه دادند.

در [۱]، یک مدل مدار توزیع شده از یک مدار کوانتومی یکپارچه ارائه شده است. در آن مطالعه، عملکرد یک افزایشگر VBE برای بیش از دو گره توزیع شده است. افزایشگر به دو مدار کوانتومی تقریباً مساوی تقسیم شده است و ارتباط بین این گره‌ها با استفاده از انتقال انجام می‌شود. نویسندگان چندین موضوع را راجع به نسخه توزیع شده مدار یکپارچه در نظر نگرفته‌اند. اولین مسئله در مورد پیدا کردن کمترین تعداد کیوبیت‌ها برای انتقال از راه دور است. ایده ارائه شده در این مطالعه برای مدارهای کوچک کار می‌کند، با این حال، برای مدارهای بزرگ کوانتومی پیدا کردن کیوبیت‌ها برای انتقال که منجر به حداقل هزینه کوانتومی می‌شود یک چالش مهم است. همچنین در [۴] نیز نویسندگان مدل ارتباطی بر اساس انتقال از راه دور کوانتومی برای پیاده‌سازی یک نسخه‌ی توزیعی از الگوریتم شور بکار برده‌اند. اما مانند کار انجام شده در [۲۱] روش آنها برای نسبت دهی کیوبیت‌های منطقی به گره‌های توزیعی یک روش فاقد عمومیت می‌باشد. در [۲۲، ۲۳] مسیری به سمت کامپیوترهای کوانتومی مقیاس‌پذیر با استفاده از معماری‌های چندکامپیوتری با حافظه توزیع‌پذیر ارائه شده است.

در مقاله پایه [۷] با دو زیر سیستم کوانتومی ارائه شده، الگوریتمی برای بهینه‌سازی تعداد انتقال‌های کیوبیت مورد نیاز برای ارتباط بین این دو زیر سیستم پیشنهاد شده است. در [۲۴] با استفاده از الگوریتم ژنتیک، زمان اجرای این مقاله بهبود یافته است.

مساله کاهش افزایش‌بندی مدارهای کوانتومی به افزایش‌بندی گرافی در [۲۵] مطرح شده است. نویسندگان یک مدار کوانتومی را به یک ابرگراف نگاشت کردند و سپس از روش‌های موجود افزایش‌بندی گراف برای افزایش مدار کوانتومی استفاده کردند.

البته این نویسندگان هیچ بهینه‌سازی را در خصوص جابجایی گیت‌ها و همچنین جستجوی افرازبندی‌های مختلف برای پیاده‌سازی گیت‌های سراسری انجام نداده و در نتیجه قادر به تولید جواب‌های بهینه نیستند.

در [۲۶] یک روش خودکار مبتنی بر پنجره ارائه شده است. در آن مطالعه، مفاهیم مخابره از راه دور گیت و کیوبیت با یکدیگر ترکیب شده اند تا هزینه ارتباطات را کمینه کنند.

۴ - روش پیشنهادی

۴-۱ تعاریف و مفاهیم اولیه

در این بخش، قبل از شروع مبحث اصلی، پیش فرض و نمادگذاری‌هایی با الهام از [۷] ارائه می‌شود. فرض کنید که یک مدار کوانتومی QC به عنوان ورودی با عرض W ، اندازه S و عمق D با تعاریفی که در ادامه می‌آید موجود است. عرض یک مدار کوانتومی به صورت مجموع تعداد کیوبیت‌ها در مدار تعریف می‌شود. اندازه / عمق یک مدار کوانتومی تعداد کل گیت‌های آن از مجموعه‌ای از گیت‌های کوانتومی جهانی است. عمق یک مدار کوانتومی، تعداد گام‌های اجرای مدار، D است. در هر زمان یک یا چند گیت می‌توانند به صورت موازی اجرا شوند. فرض بر این است که یک ترتیب مناسب از اجرای گیت‌ها وجود دارد که در آن تعداد گام‌های اجرا حداقل است. در هر مرحله، مجموعه‌ای از گیت‌هایی که می‌توانند به صورت موازی انجام شوند، اجرا می‌شوند. بدون از دست دادن کلیت، در روش پیشنهادی، فرض می‌شود در مدار کوانتومی QC دو افراز اولیه هر کدام با اندازه $W/2$ وجود دارد که داده شده است. W یک عدد زوج فرض می‌شود. کیوبیت‌ها از بالا به پایین از یک تا n در هر افراز شماره گذاری می‌شوند که i امین خط مدار از بالا به پایین، i امین کیوبیت یعنی q_i را نشان می‌دهد.

گیت‌ها به ترتیب اجرایشان در QC شماره گذاری می‌شوند و g_i به معنای گیت i ام است که بر اساس یک الگوریتم زمان بندی اجرا می‌شود. برای گیت‌هایی که می‌توانند به صورت موازی اجرا شوند، اولویت اجرای آنها اختیاری است. مجموعه‌ای از تمام گیت‌های مدار توسط G نشان داده شده است.

سه نوع گیت کوانتومی در QC وجود دارد، گیت‌های تک‌کیوبیتی، گیت‌های CNOT محلی و CNOT سراسری که تعاریف و نمایه‌های آنها به شرح زیر است:

- گیت‌های تک‌کیوبیتی به صورت (p, j) game_name_i نشان داده می‌شوند. p نشان دهنده اندیس افرازی است که game_name_i متعلق به آن است و j نشان دهنده اندیس کیوبیتی است که گیت روی آن اعمال می‌شود.
- گیت محلی CNOT گیتی است که کیوبیت‌های کنترل و هدف آن به یک افراز تعلق دارند و به صورت CNOT_i(p_c, j_c, j_t) نشان داده می‌شود. p نشان دهنده اندیس افرازی است که گیت CNOT_i متعلق به آن است. j_c (j_t) نشانگر اندیس کیوبیت کنترل (هدف) در افراز آن است.
- گیت سراسری CNOT گیتی است که کیوبیت‌های کنترل و هدف آن به افرازهای متفاوتی تعلق دارند و به صورت CNOT_i(p_c, j_c, p_t, j_t) نشان داده می‌شود. j_c (j_t) نشانگر اندیس کیوبیت کنترل (هدف) در افرازخانه آن است. افرازی که به آن یک کیوبیت q یک گیت سراسری CNOT تعلق دارد، افراز خانه q نام دارد. p_c (p_t) اندیس افرازی که به آن کنترل (هدف) یک گیت CNOT_i تعلق دارد را مشخص می‌کند.

• تعریف: برای انجام یک گیت CNOT سراسری، باید یک یا دو کیوبیت آن از افراز خانه آن به دیگری منتقل شود. این کیوبیت به عنوان یک کیوبیت مهاجرت یافته نامیده می شود، تا زمانی که به افراز خانه آن منتقل نشود. سپس، روش ارائه شده با استفاده از تابع MIN-TELEPORTATION، کمینه تعداد مخابره از راه دور کوانتومی را برای یک مدار توزیع شده دوبخشی پیدا می کند.

فرض می شود که گیت های محلی و گیت های تک کیوبیتی در همان افراز های محلی خود اجرا می شوند. مجموع کل گیت ها و گیت های سراسری به ترتیب با m_i و m_g نشان داده می شوند. همچنین یک زیرمجموعه از G برای نشان دادن گیت های سراسری با Gd نشان داده می شود.

$Config-Arr$ یک آرایه با اندازه m_g است که عناصر آن نشان می دهند که هر کدام از گیت های سراسری در کدام افراز قرار است اجرا شوند. مقدار 0 (۱) برای عناصر این آرایه نشان می دهد که گیت مذکور قرار است در P_0 (P1) اجرا شود. افزای که هر کدام از گیت های g قرار است در آن بر مبنای آرایه $Config-Arr$ اجرا شوند با $g.l$ نشان داده می شود. از یک مدار کوانتومی QC شروع می شود. روش پیشنهادی، در ابتدا، کیوبیت ها را به دو افراز با اندازه برابر منتسب می کند.

تابع MIN-TELEPORTATION یک QC، یک لیست مرتب از گیت ها، G و $Config-Arr$ را به عنوان ورودی می گیرد و کمترین تعداد مخابره از راه دور مورد نیاز را برای آن پیکربندی برمی گرداند. در هر گام الگوریتم، گیت های عمومی و سراسری که اجرا شده اند، از G و Gd حذف می شوند.

در این تابع، هنگامی که یک کیوبیت از یک گیت سراسری CNOT، temp، به افراز دیگری مخابره می شود، کل مدار جستجو شده و تعداد بیشینه گیت هایی که می توانند بدون نیاز برگشت این کیوبیت به افراز مبدا اجرا شوند، اجرا می شوند. این بدین معنی است که کیوبیت مهاجر، به طور بهینه ای توسط کیوبیت های دیگر استفاده شده است بدون اینکه بخواهد به افراز خود برگردد. تابع MIN-TELEPORTATION یک تابع بازگشتی است که حاوی دو تابع دیگر، NON-EXECUTE و NON-COMMUTE است. هنگامی که یک گیت، $G[i]$ وجود دارد که برای آن تابع NON-EXECUTE (temp, G[i]، FALSE بر می گرداند، احتمالاً گیت های دیگری قبل از $G[i]$ وجود دارند که اجرا نشده اند. در این صورت، $G[i]$ تنها در صورتی می تواند اجرا شود که بتواند با تمام آن گیت ها جابجا شود. جابجایی گیت ها در تابع NON-COMMUTE چک می شود.

در ادامه جزییات این دو تابع آورده شده است.

$NON-EXECUTE(g, g')$: این تابع، دو گیت g و g' را به عنوان ورودی گرفته و اگر نیاز باشد که کیوبیت مهاجر از گیت g به افراز مبدا خود برگردد و سپس گیت g' اجرا شود، TRUE بر می گرداند. در غیر این صورت، FALSE بر می گرداند.

(۱) اگر g یک گیت محلی است که یکی از کیوبیت های آن، مانند گیت مهاجر کیوبیت g است.

(۲) اگر g' یک گیت سراسری است که برچسب آن با g متفاوت است، یعنی $g'.l = g.l$.

(۳) اگر g' یک گیت سراسری است و $g'.l = g.l$ ، ولی یک مخابره از راه دور دیگر برای اجرای g' نیاز است.

$NON-COMMUTE(g, g')$: این تابع دو گیت g و g' را گرفته و اگر دو گیت g و g' با هم جابجا نشوند، TRUE و در غیر این صورت FALSE بر می گرداند.

دو گیت CNOT با هم جابجا نمی‌شوند، اگر اندیس کیوبیت کنترل یک گیت CNOT با اندیس هدف گیت CNOT دیگر یکسان باشد.

اگر یک گیت تک‌کیوبیتی U به کیوبیت کنترل یک گیت CNOT اعمال شود، با انجام محاسبات، آن‌ها در صورتی جابجا می‌شوند که U ساختاری شبیه زیر داشته باشد:

$$U = \begin{bmatrix} u_0 & 0 \\ 0 & u_1 \end{bmatrix}$$

اگر یک گیت تک‌کیوبیتی U به کیوبیت هدف یک گیت CNOT اعمال شود، با انجام محاسبات، آن‌ها در صورتی جابجا می‌شوند که U ساختاری شبیه زیر داشته باشد:

$$U = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 \\ -u_1 & -u_0 \end{bmatrix}$$

در پایان هر اجرای الگوریتم، n_t یکی اضافه می‌شود به این علت که مخا‌بره از راه دور کوانتومی دیگر برای بازگشت کیوبیت مورد نیاز است. این الگوریتم به صورت بازگشتی با گیت‌های موجود جدید فراخوانی می‌شود تا زمانی که گیت دیگر در G باقی نماند و کمینه تعداد مخا‌بره از راه دورهای کوانتومی (n_t) به دست آید.

۴-۲ استفاده از الگوریتم ژنتیک کوانتومی

در روش پیشنهادی، برای یافتن پیکربندی از گیت‌های سراسری با کمترین هزینه مخا‌بره از راه دور کوانتومی، یک کروموزوم در QGA به طول m_g (تعداد گیت‌های سراسری) را در قالب رشته‌ای از کیوبیت‌ها نشان می‌دهیم:

$$\left[\begin{array}{c|c|c|c} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_{m_g} \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_{m_g} \end{array} \right] \quad (1)$$

که در آن به ازای $i = 1, 2, \dots, m_g$ $|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 = 1$ است.

در این الگوریتم، یک جمعیت k تایی از کروموزومهای کیوبیتی را که در نسل t -ام تولید می‌شوند، را به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$Q(t) = \{q_1^t, q_2^t, \dots, q_k^t\} \quad (2)$$

که در آن، هر یک از q_i^t ها، یک کروموزوم کیوبیتی است.

در اولین گام، و در هنگامیکه $t = 0$ است، تمامی مؤلفه‌های رابطه‌ی (۱) در نتیجه همه مؤلفه‌های رابطه‌ی ۲ به $\frac{1}{\sqrt{2}}$ مقداردهی اولیه می‌شوند. این مطلب بدان معنی است که احتمال انتخاب ۰ یا ۱ برای هر یک ژن‌ها را یکسان و برابر $\frac{1}{2}$ است و با توجه به این امر، جمعیت اولیه پاسخ‌ها $\text{Pop}(t=0) = \{X_1^0, X_2^0, \dots, X_n^0\}$ که در آن X_j^0 ، $j = 1, 2, \dots, m_g$ ، رشته‌هایی دودویی مانند $(x_1, x_2, \dots, x_{m_g})$ هستند، به صورتی کاملاً تصادفی و براساس مقادیر موجود در $Q(t)$ ، (بر اساس احتمال $|\alpha_i|^2$ و یا $|\beta_i|^2$) تولید می‌گردند. سپس، هر یک از این پاسخ‌های به دست آمده، مورد ارزیابی قرار گرفته و بهترینشان در $B(t=0)$ ذخیره می‌شود.

در هنگام ارزیابی هر یک از X_j^0 ، i امین ژن به i امین گیت سراسری مرتبط است، در جایی که گیت‌ها از سمت چپ به سمت راست شماره گذاری شده‌اند. اگر یک ژن مربوطه مقدار ۰ (۱) داشته باشد به این منزله است که گیت سراسری مذکور قرار است که در افراز A (B) اجرا شود.

برای مثال، برای شکل ۳-۱، m_g برابر با ۷ است. که اینگونه تفسیر می‌شود که اولین گیت سراسری باید در افراز B اجرا شود، دومین گیت سراسری قرار است که در افراز A اجرا شود و به همین ترتیب. این ساختار کروموزوم پیکربندی گیت‌های سراسری را در مدار توزیع شده مشخص می‌کند. هر پیکربندی می‌تواند یک پاسخ بالقوه به مساله باشد.



شکل ۴- یک مثال از یک جواب

تابع برازش برای این الگوریتم ژنتیک به صورت کمینه تعداد مخابره از راه دور مورد نیاز برای یک پیکربندی داده شده از گیت‌های سراسری، که با کروموزم‌ها نمایش داده می‌شود، از یک سیستم کوانتومی توزیع شده محاسبه می‌شود. این مقدار با تابع MIN-TELEPORTATION (الگوریتم ۱) محاسبه می‌شود. شکل ۵ الگوریتم QGA را برای روش پیشنهادی نشان می‌دهد.

Procedure QGA

```

begin
t ← 0
initialize Q(t)
make P(t) by observing the states of
Q(t)
evaluate P(t)
store the best solutions among P(t)
into B(t)
while (t < 1000) or non improvement of best fitness in 10 generations
than 0.001 do
begin
t ← t+1
make P(t) by observing the states of
Q(t-1)
evaluate P(t)
update Q(t)
store the best solutions among B(t-1)
and P(t) into B(t)
store the best solution b among B(t)
end
end

```

شکل ۵- الگوریتم QGA برای بهبود هزینه مخابره از راه دور کوانتومی

به روزرسانی به شکل الگوریتم آمده در شکل ۶ انجام می‌شود.

Procedure Update (q)

```

begin
i ← 0
while (i < m_g) do
begin
i ← i+1
determine  $\Delta \theta_i$  with the lookup table
obtain  $(\alpha'_i, \beta'_i)$  from the following:

```

```

if (q is located in the first/third quadrant)
then  $[\alpha'_i \ \beta'_i]^T = U(\Delta\theta_i)[\alpha_i \ \beta_i]^T$ 
else  $[\alpha'_i \ \beta'_i]^T = U(-\Delta\theta_i)[\alpha_i \ \beta_i]^T$ 
end

```

شکل ۶- الگوریتم به روز رسانی برای بهبود هزینه مخابره از راه دور کوانتومی

که $U(\Delta\theta_i)$ برای به روز رسانی $\begin{bmatrix} \alpha'_i \\ \beta'_i \end{bmatrix}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \alpha'_i \\ \beta'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta_i) & -\sin(\Delta\theta_i) \\ \sin(\Delta\theta_i) & \cos(\Delta\theta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix}$$

جدول به روز رسانی $\Delta\theta_i$ در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱- جدول به روز رسانی $\Delta\theta_i$ که هزینه به دست آمده از تابع MIN-TELEPORTATION b_i و x_i به ترتیب، i امین بیت‌های بهترین جواب b و جواب دودویی x هستند.

$$\theta_5 = -0.01\pi \qquad \theta_3 = 0.01\pi \qquad \theta_1 = \theta_2 = \theta_4 = \theta_6 = \theta_7 = \theta_8 = 0$$

x_i	b_i	$f(x) \geq f(b)$	$\Delta\theta_i$
0	0	false	θ_1
0	0	true	θ_2
0	1	false	θ_3
0	1	true	θ_4
1	0	false	θ_5
1	0	true	θ_6
1	1	false	θ_7
1	1	true	θ_8

۵ - نتایج و تحلیل

روش پیشنهادی با استفاده از زبان متلب بر روی یک کامپیوتر با رم ۴ گیگ و CPU ۲ گیگاهرتز برای یافتن پیکربندی با تعداد بهینه مخابره از راه دور نوشته شد.

برای اجرای الگوریتم پیشنهادی، از برخی توابع از کتابخانه Revlib [۷] که یک منبع برخط در حوزه مدارات کوانتومی و برگشت پذیر است استفاده شد. مدارات محک ابتدا با استفاده از روش‌های سنتز QDS [۲۷] به کتابخانه گیت‌های CNOT و تک کیوبیتی تجزیه شدند.

جدول ۲ مقایسه نتایج تعداد هزینه مخابرات از راه دور کوانتومی و افزایش سرعت را بین روش پیشنهادی و روش مقاله [۷] را نشان می‌دهد. باید توجه شود که برای مدارات کوچک، هنگامی که تعداد کمی گیت‌های سراسری وجود دارد، الگوریتم ژنتیک زمان بیشتری را به علت سرباری که دارد نیاز دارد و در اعمال الگوریتم ژنتیک نفعی نیست. هرچند، زمانی که تعداد گیت‌های سراسری افزایش می‌یابد الگوریتم ژنتیک سود بیشتری را با افزایش سرعت‌های قابل ملاحظه خواهد داشت. هزینه ارتباطات به دست آمده برای روش پیشنهادی و روش مقاله [۷] بر روی مدارات محک (به جز ردیف‌های N.A.) برای هر دو روش به جز مدار alu-primitive (با ۱۸ گیت سراسری) یکسان است هرچند که الگوریتم ژنتیک زمان اجرای بسیار پایین‌تری دارد. یک افزایش سرعت ۷۰/۵۴ برای این مدار محک به دست می‌آید.

برای مواردی در جدول که تعداد گیت‌های سراسری برابر یا بزرگتر از ۳۲ هست، روش مقاله [۷] نمی‌تواند حتی بعد از گذشت ۱۰ روز اجرای پیوسته به جواب برسد که به صورت ستون‌های N.A. در جدول مشخص شده است در حالی که روش پیشنهادی می‌تواند در حداکثر چهار روز برای تقریباً تمام مدارات محک به جواب خوبی برسد. زمان اجرای روش پیشنهادی در مواردی که تعداد گیت‌های سراسری در مدارات محک بیشترند، عمدتاً به نتایج بهتری می‌رسد.

جدول ۲- مقایسه نتایج بین روش پیشنهادی و روش مقاله [۷]

مدار	تعداد کیوبیت‌ها	تعداد گیت‌های سراسری	تعداد مخابره از راه دور در روش پیشنهادی	تعداد مخابره از راه دور مقاله [۷]	زمان (ثانیه) روش پیشنهادی [۷]	زمان (ثانیه) [۷]	افزایش سرعت نسبت به [۷]
شکل (۲-۳) [۷]	۴	۵	۴	۴	۴/۰۵	۰/۶۵	-
4gt5-76	۵	۱۱	۱۴	۱۴	۱۸۵/۵۶	۱۱۹۴/۹۲	۶/۴۲
4modulo7	۵	۱۱	۱۰	۱۰	۲۰۲/۲۳	۱۰۱۳/۳۶	۵/۰۱
alu primitive opt	۶	۱۳	۱۰	۱۰	۱۰۷۲/۴۷	۴۸۷۴/۲۴	۴/۵۴
alu primitive	۶	۱۸	۲۰	۱۸	۱۹۸۳/۲۵	۱۵۴۰۲۰/۵۳	۷۷/۶۵
sym9 147.real	۱۲	۵۴	۴۸	N.A.	۲۱۰۲۸/۱۸	N.A.	N.A.
parity 47.real	۱۷	۹	۲	۲	۱۸۵/۳۴	۱۰۲۸/۶۳	۵/۵۴
4-qubit QFT	۴	۸	۸	۸	۱۵۴/۱۲	۸۷۵/۶۲	۵/۶۸
8-qubit QFT	۸	۳۲	۳۸	N.A.	۱۰۴۶۷/۱۳	N.A.	N.A.
16-qubit QFT	۱۶	۱۲۸	۱۳۳	N.A.	۴۱۲۴۵/۱۵	N.A.	N.A.
32-qubit QFT	۳۲	۵۱۲	۵۳۲	N.A.	۱۰۵۵۶۶/۴۵	N.A.	N.A.
64-qubit QFT	۶۴	۲۰۴۸	۲۲۵۰	N.A.	۲۹۱۶۴۵/۵۱	N.A.	N.A.

جدول ۳ نتایج بین روش پیشنهادی و الگوریتم ژنتیک کلاسیک [۲۴] را برای مدارات محک مقایسه می‌کند.

جدول ۳- مقایسه نتایج بین روش پیشنهادی و روش الگوریتم ژنتیک [۲۴]

مدار	تعداد کیوبیت ها	تعداد گیت‌های سراسری	تعداد مخابره از راه دور در روش پیشنهادی	تعداد مخابره از راه دور در [۲۴]	زمان (ثانیه) روش پیشنهادی	زمان روش مقاله (ثانیه) [۲۴]
شکل (۲-۳) [۷]	۴	۵	۴	۴	۴/۰۵	۶/۱۵
4gt5-76	۵	۱۱	۱۴	۱۴	۱۸۵/۵۶	۲۷۵/۸۸
4modulo7	۵	۱۱	۱۰	۱۰	۲۰۲/۲۳	۲۹۲/۲۶
alu primitive opt	۶	۱۳	۱۰	۱۰	۱۰۷۲/۴۷	۱۱۸۲/۵۱
alu primitive	۶	۱۸	۲۰	۲۰	۱۹۸۳/۲۵	۲۱۸۳/۳۱
sym9 147.real	۱۲	۵۴	۴۲	۴۸	۲۱۰۲۸/۱۸	۲۳۳۲۸/۵۷
parity 47.real	۱۷	۹	۲	۲	۱۸۵/۳۴	۲۱۲/۷۸
4-qubit QFT	۴	۸	۸	۸	۱۵۴/۱۲	۱۷۰/۱۳
8-qubit QFT	۸	۳۲	۳۸	۳۸	۱۰۴۶۷/۱۳	۱۰۵۹۷/۴۰
16-qubit QFT	۱۶	۱۲۸	۱۲۸	۱۳۴	۴۱۲۴۵/۱۵	۴۲۳۸۸/۳۴
32-qubit QFT	۳۲	۵۱۲	۵۱۶	۵۳۲	۱۰۵۵۶۶/۴۵	۱۱۸۵۶۶/۸۹
64-qubit QFT	۶۴	۲۰۴۸	۲۱۹۶	۲۲۵۰	۲۹۱۶۴۵/۵۱	۳۶۱۶۴۵/۶۷

همانطور که جدول ۳، نشان می‌دهد، روش پیشنهادی برای تمام مدارات محک در زمان کمتری و به تعداد کمتر یا مساوی تعداد مخابره از راه دور کوانتومی به جواب رسیده است که حاکی از کارایی روش الگوریتم ژنتیک کوانتومی نسبت به الگوریتم ژنتیک کلاسیک است. الگوریتم ژنتیک کوانتومی اکتشاف و استخراج بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک کلاسیک دارد.

۶- جمع بندی و کارهای آتی

محاسبات کوانتومی یک روش جدید پردازش اطلاعات و حاصل ترکیب مکانیک کوانتومی، علوم کامپیوتر و نظریه اطلاعات کلاسیک است. یک مدل محاسباتی مشهور محاسبات کوانتومی، مدل مداری کوانتومی است که در آن محاسبات با مدارهای کوانتومی نشان داده می‌شوند. به دلیل پیچیدگی‌های ساخت کامپیوترهای کوانتومی، برای داشتن یک کامپیوتر کوانتومی بزرگ، یک راه حل مناسب، ساختن

شبکه ای از کامپیوترهای کوانتومی با اندازه محدود است که از طریق یک کانال کوانتومی یا کلاسیک به هم پیوند شده اند و می توانند رفتار کل سیستم کوانتومی را اجرا کنند. به عبارتی مدل مداری محاسبات کوانتومی می تواند به صورت محاسبات کوانتومی توزیع شده گسترش یابد که در آن هر زیرسیستم داده های خود را به صورت تقاضا از طریق کانال ارتباطی به قسمت های دیگر ارسال می کند. یک مکانیسم قابل اعتماد برای چنین ارتباطی با استفاده از مفهوم مخابره از راه دور کوانتومی بین گره های یک سیستم کوانتومی توزیع شده است. به حداقل رساندن تعداد مخابرات از راه دور کوانتومی بین گره های یک کامپیوتر کوانتومی توزیع شده به عنوان معیاری برای سنجش بهره وری آن در نظر گرفته شده است. در یک کار مشابه قبلی، یک روش برای بهینه سازی تعداد مخابرات کوانتومی بین دو بخش یک سیستم کوانتومی توزیع شده ارائه شده است. در این مقاله، یک الگوریتم ژنتیک کوانتومی برای حل مساله به صورت کاراکنتری اجرا شد. نتایج با روش قبلی مقایسه شده و نشان داده شد که روش این مقاله تقریباً به نتایج یکسان با روش قبلی با یک افزایش سرعت قابل ملاحظه می انجامد. همچنین، مقایسه نتایج با الگوریتم ژنتیک کلاسیک، حاکی از برتری الگوریتم ژنتیک کوانتومی در رسیدن به جواب بهتر و در زمان کمتر است. به عنوان کارهای آینده پیشنهاد می شود روش پیشنهادی برای تعداد افزای بیش از دو تعمیم یابد. هم چنین پیشنهاد می شود فاز افزابندی اولیه و بهینه سازی هزینه تعداد مخابره از راه دور کوانتومی در مدار کوانتومی توزیع شده باهم دیده شود نه به صورت بخش جداگانه که در این صورت می توان به جواب بهتری رسید.

- [۱] R. Van Meter, T. D. Ladd, A. G. Fowler, and Y. Yamamoto, "Distributed quantum computation architecture using semiconductor nanophotonics," *International Journal of Quantum Information*, vol. 8, pp. 295-323, 2010.
- [۲] L. K. Grover, "Quantum telecomputation," *arXiv preprint quant-ph/9704012*, 1997.
- [۳] R. Cleve and H. Buhrman, "Substituting quantum entanglement for communication," *Physical Review A*, vol. 56, p. 1201, 1997.
- [۴] J. Cirac, A. Ekert, S. Huelga, and C. Macchiavello, "Distributed quantum computation over noisy channels," *Physical Review A*, vol. 59, p. 4249, 1999.
- [۵] M. Bashar, M. Chowdhury, R. Islam, M. Rahman, and S. Das, "A Review and Prospects of Quantum Teleportation," in *2009 International Conference on Computer and Automation Engineering*, 2009, pp. 213-217.
- [۶] D. Gottesman and I. Chuang, "Quantum teleportation as a universal computational primitive," *Nature*, pp. 390-393, 1999.
- [۷] M. Zomorodi-Moghadam, M. Houshmand, and M. Houshmand, "Optimizing Teleportation Cost in Distributed Quantum Circuits," *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 57, pp. 848-861, 2018.
- [۸] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, 10th Anniversary ed.: Cambridge University Press, 2010.
- [۹] R. P. Feynman, "Simulating physics with computers.," *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 21, pp. 467-488, 1982.
- [۱۰] D. Deutsch, "Quantum Theory, the Church-Turing Principle and the Universal Quantum Computer," in *Proceedings of the Royal Society London A*, 1985, pp. 9.۱۱۷-۷.
- [۱۱] P. W. Shor, "Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer," *SIAM review*, vol. 41, pp. 303-332, 1999.
- [۱۲] L. K. Grover, "A fast quantum mechanical algorithm for database search," presented at the ACM symposium on theory of computing, 1996.
- [۱۳] A. Narayanan and M. Moore, "Quantum-inspired genetic algorithms," in *Proceedings of IEEE international conference on evolutionary computation*, 1996, pp. 61-66.
- [۱۴] K.-H. Han and J.-H. Kim, "Genetic quantum algorithm and its application to combinatorial optimization problem," in *Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation. CEC00 (Cat. No. 00TH8512)*, 2000, pp. 1354-1360.
- [۱۵] M. Whitney, N. Isailovic, Y. Patel, and J. Kubiawicz, "Automated generation of layout and control for quantum circuits," in *Proceedings of the 4th international conference on Computing frontiers*, 2007, pp. 83-94.

- [۱۶] R. Beals, S. Brierley, O. Gray, A. W. Harrow, S. Kutin, N. Linden, D. Shepherd, and M. Stather" Efficient distributed quantum computing," *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 469, p. 20120686, 2013.
- [۱۷] J. Yepez, "Type-II quantum computers," *International Journal of Modern Physics C*, vol. 12, pp. 1273-1284, 2001.
- [۱۸] A. Streltsov, H. Kampermann, and D. Bruß, "Quantum cost for sending entanglement," *Physical review letters*, vol. 108, p. 250501, 2012.
- [۱۹] H.-K. Lo, "Classical-communication cost in distributed quantum-information processing: a generalization of quantum-communication complexity," *Physical Review A*, vol. 62, p. 012313, 2000.
- [۲۰] M. Ying and Y. Feng, "An algebraic language for distributed quantum computing," *IEEE Transactions on Computers*, vol. 58, pp. 728-743, 2009.
- [۲۱] D. E. Deutsch, "Quantum computational networks," *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 425, pp. 73-90, 1989.
- [۲۲] R. Van Meter and S. J. Devitt, "The path to scalable distributed quantum computing," *Computer*, vol. 49, pp. 31-42, 2016.
- [۲۳] R. Van Meter, "Distributed quantum computing systems: Technology to quantum circuits," in *2017 Symposium on VLSI Technology*, 2017, pp. T184-T185.
- [۲۴] M. Houshmand, Z. Mohammadi, M. Zomorodi-Moghadam, and M. Houshmand, "An Evolutionary Approach to Optimizing Teleportation Cost in Distributed Quantum Computation," *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 59, pp. 1-15, 2020.
- [۲۵] P. Andrés-Martínez and C. Heunen, "Automated distribution of quantum circuits via hypergraph partitioning," *Physical Review A*, vol. 100, p. 032308, 2019.
- [۲۶] E. Nikahd, N. Mohammadzadeh, M. Sedighi, and M. Saheb Zamani. "Automated window- based partitioning of quantum circuits." *Physica Scripta*, vol 96, no. 3, 2021.
- [۲۷] V. V. Shende, S. S. Bullock, and I. L. Markov, "Synthesis of quantum-logic circuits," *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 25, pp. 1000-1010, 2006.