دوره چهاردهم، بهار و تابستان ۱۴۰۰

مجله فناوری اطلاعات در طراحی مهندسی

Information Technology in Engineering Design

http://ited.sinaweb.net

طراحی کنترل‌کنندهٔ بهینهٔ فازی سلسله مراتبی برای کنترل انرژی همیلتون سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته با جاذب‌های مخفی

گلاره امیری زاده[۱] مهدی یعقوبی*[۲] حمیدرضا کبروی[۳]

(۱)گروه مهندسی برق، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

(۲)گروه مهندسی برق، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران*

(۳)گروه مهندسی پزشکی، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱/۲۲ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۴/۱۴)

چکیده

در این مقاله یک کنترل‌کنندهٔ بهینهٔ فازی سلسله مراتبی به منظور کنترل انرژی همیلتون برای سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته با جاذب‌های مخفی پیشنهاد شده‌است. برای وادارکردن سیستم آشوبی تحت کنترل به ردگیری سطح مطلوب انرژی همیلتون، کنترل‌کنندهٔ فازی طراحی و با الگوریتم انبوه ذرات بهینه‌سازی شده‌است. در عمل، لازم است سیستم در هر موقعیت خاص، در یک سطح انرژی مطلوب قرار گیرد. رویکردهای کنترل فازی کنونی، به دلیل نیاز به تنظیم مجدد کنترل‌کننده، متناسب با هر سطح انرژی، بهینه نیستند. در این مقاله، یک طرح سلسله مراتبی جدید طرح‌ریزی شده‌است، که در آن، کنترل‌کنندهٔ فازی سطح پایین برای تعدادی از سطوح مورد نظر تنظیم‌شده و با در نظر گرفتن سطح انرژی مطلوب، یک سیستم فازی سطح بالاتر برای تنظیم بهینهٔ پارامترهای کنترل‌کنندهٔ فازی طراحی شده‌است. جهت بررسی عملکرد، طرح کنترل بهینهٔ فازی سلسله مراتبی پیشنهادی، روی سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته اعمال می‌شود. نتایج شبیه‌سازی‌های صورت گرفته، کارایی روش پیشنهادی را نمایش داده‌است.

کلمات کلیدی: انرژی همیلتون، کنترل‌کنندهٔ فازی سلسله مراتبی، سیستم آشوبگون لورنز تعمیم‌یافته، جاذب‌های مخفی

*عهده‌دار مکاتبات:

مهدی یعقوبی

نشانی: گروه مهندسی برق، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

پست الکترونیکی: yaghoobi@mshdiau.ac.ir

۱. مقدمه

کنترل آشوب به آشوب از مباحث مورد توجه پژوهشگران بوده‌است. در طول چند سال گذشته، چندین راهکار کنترلی برای کنترل آشوب پیشنهاد شده‌است، اما توسعهٔ یک راهکار کنترلی که قادر به تبدیل آشوب به آشوب باشد، هم‌چنان چالش برانگیز است. در این مقاله، ما یک راهکار کنترلی پیشنهاد می‌کنیم که مبتنی بر ترکیب پس‌خورد انرژی همیلتون [۱] و فازی سلسله مراتبی، برای تبدیل دینامیک آشوب نامطلوب به دینامیک آشوب مطلوب است. ثابت شده‌است که احتمال تبدیل یک دینامیک آشوب به دینامیک آشوب دیگر به وسیلهٔ تنظیم آنلاین بهره پس‌خورد انرژی وجود دارد [1]. کنترل آشوب به آشوب [۲] در بسیاری از کاربردهای عملی مهم است؛ به عنوان مثال، در مورد کنترل سیستم‌های بیولوژیکی [4]، که در آن حالت‌های سیستم برخی دوشاخگی‌ها را بر اثر تشنج‌های صرعی تجربه می‌کنند[6] ,[5]. علاوه براین، تشنج‌های صرعی موجب برخی تغییرات در حوزهٔ جذب پیام الکتروانسفالوگرافی [۳] (EEG) می‌شوند [7]. از یک سو، اهرابی و کبروی [۴] مدعی شدند که با مطلوب کردن دینامیک آشوبگون سیستم، چنین بیماری‌هایی قابل معالجه خواهند بود [1]؛ از سوی دیگر، از آن‌جا که تغییرات در حوزهٔ جذب در فضای حالت را می‌توان با تابع انرژی همیلتون نشان داد، استراتژی‌های کنترل پس‌خورد که مبتنی بر انرژی سیستم هستند، می‌توانند در کنترل آشوب به آشوب استفاده شوند.

برای اینکه دینامیک یک سیستم آشوب دارای رفتاری مطلوب باشد، باید آن را دچار آشفتگی هدفمند کرد. ورودی اغتشاش خارجی که در این موارد «سیگنال کنترل» نامیده می‌شود، باید به طور دقیق محاسبه شود. بسیاری از محققان بعد از روش معروف اُجی وای [۵]، [8]، که یک تکنیک گسسته است که اغتشاشات کوچک را در مجاورت مدار مورد نظر، هنگامی که مسیر از یک سطح خاص مانند یک مقطع پوانکاره عبور می‌کند، در نظر می‌گیرند[9]؛ طرح‌های کنترلی‌ای برای دینامیک‌های آشوب معرفی کرده‌اند. بسیاری از روش‌های موثر برای کنترل آشوب توسعه یافته‌اند (به عنوان مثال،[10]، [19]–[12] ,[24]–[20] ,[11]) با این حال، دینامیک‌های آشوب اغلب پیچیده بوده و یافتن کنترل‌کنندهٔ مناسب برای آن‌ها کاری دشوار است. سال‌هاست که سیستم‌های فازی به عنوان کنترل‌کنندهٔ بدون مدل استاندارد، در کنترل سیستم‌های دینامیکی آشوبگون به‌کار می‌روند [25]. در سال‌های اخیر، محققین روش‌های جدید بسیاری را به منظور به‌کارگیری طرح‌های فازی در کنترل آشوب از مطالعات اولیه [27]–[25] گرفته تا ترکیبات منطق فازی با کنترل‌کننده‌های سنتی [28] و مدل‌سازی مبتنی بر مدل فازی تاکاگی سوگنو کانگ [۶] سیستم‌های آشوبی [33]–[29] هم‌چنین طرح‌های کنترل فازی ابداعی [34] معرفی کرده‌اند.

---

[1] Hamilton
[2] Chaos to Chaos Control
[3] Electroencephalography
[4] Ahrabi and Kobravi
[5] Ott Grebogi Yorke (OGY)
[6] Takagi-Sugeno-Kang

با این حال، کنترل‌کننده‌های فازی چندین پارامتر تنظیمی – بایستی از پیش تعریف شده باشد – دارند که در برخی موارد تعیین آن‌ها آسان نیست. به همین دلیل، محققان برای تنظیم پارامترها، الگوریتم‌هایی را بر مبنای بهینه‌سازی تکاملی پیشنهاد داده‌اند. به عنوان مثال کنترل سیستم استنتاج فازی برنامه‌ریزی ژنتیکی [1] (GPFIS) معرفی شده، که از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی پارامترها بهره گرفته است [36] ,[35].

پژوهش‌گر برای ارتقا در بحث کنترل جاذب به دنبال شاخصی بود که آن شاخص کمی بتواند الگوی جاذب را توصیف کند و بدین جهت، انرژی همیلتون به عنوان کاندیدا معرفی شده‌است. تابع انرژی همیلتون [2] (HEF) که آن را «سیستم همیلتونی» نیز می‌نامند، شکلی از تغییرات دینامیکی انرژی سیستم در طول زمان است [1]. از آن‌جا که بررسی تحلیلی انرژی سیستم‌های دینامیکی، حوزهٔ تحقیقاتی گسترده‌ای است، تابع انرژی همیلتون توانسته توجه محققان بسیاری را به خود جلب کند [3] ,[2]. یکی از کاربردهای مهم تحلیل انرژی همیلتونی کنترل آشوب است، که طی آن می‌توان رفتارهای آشوبناک را به کمک پس‌خورد منفی مبتنی بر انرژی همیلتونی کنترل نموده و کاهش داد [2].

در این پژوهش، یک کاربرد کارا از یک ساختار فازی سلسله مراتبی [3] مبتنی بر الگوریتم انبوه ذرات [4]، برای کنترل آشوب بر پایهٔ پس‌خورد انرژی همیلتون، ارائه شده‌است. یکی از مزیت‌های متمایز کنترل‌کنندهٔ بهینهٔ پیشنهادی، توانایی استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر جمعیت، در حالت آفلاین و تنها برای چند مورد محدود است. کنترل آشوب در این مورد با کمک ساختار سلسله مراتبی ممکن شده‌است؛ که در آن هم‌زمان با اجرای آنلاین یک سیستم فازی مرتبهٔ بالاتر، پارامترهای کنترل‌کنندهٔ فازی مرتبهٔ پایین را نیز تعیین می‌کند. مهم‌ترین دستاوردهای این پژوهش را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد: ۱– استفاده از بهینه‌سازی آفلاین در کنترل سیستم‌های دینامیکی آشوبی نامشخص؛ ۲– معرفی ساختار فازی سلسله مراتبی براساس پارامترهای به‌دست آمده از الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات؛ ۳– ساده‌سازی ساختار کنترل‌کننده با در نظر گرفتن ملاحظات عملی و با این فرض که سطح انرژی همیلتون مطلوب در کوتاه مدت تقریباً ثابت است؛ و ۴– تجزیه و تحلیل سطح انرژی همیلتونی در سیستم حلقه‌بسته.

در بخش بعدی، سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته، که به عنوان مطالعه موردی در این مقاله در نظر گرفته شده‌است، به تفصیل معرفی می‌شود. در بخش سوم، انرژی همیلتون سیستم معرفی و محاسبه می‌شود. در ادامه در بخش چهارم، ساختار کنترل‌کنندهٔ انرژی همیلتون پیشنهاد و بررسی می‌شود. سپس در بخش پنجم، ساختار پیشنهادی کنترل‌کنندهٔ فازی سلسله مراتبی معرفی و تشریح می‌شود. بخش ششم، به بررسی شبیه‌سازی‌های انجام شده، اختصاص دارد. و به‌طور اخص در بخش هفتم، به بررسی سطح انرژی

[1] Genetic Programming Fuzzy Inference System
[2] Hamilton Energy Function
[3] Hierarchical Fuzzy Controller
[4] Particle Swarm Algorithm

همیلتون سیستم آشوبگون کنترل‌شده حلقه‌بسته می‌پردازیم و در نهایت، در بخش هشتم، به بیان نتایج پژوهش حاضر پرداخته شد. توضیح این‌که مشتق سیگنال‌های کنترل‌کننده در پیوست الف به صورت فرمول ارائه شد.

۲. سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته (GCLS):

معادلات دینامیکی سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته [۱] (GCLS) کلی [37] را، که مشتقی است از سیستم رابینوویچ [۲] [38]، می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} \dot{x} = -a(x-y) - byz \\ \dot{y} = cx - y - xz \\ \dot{z} = -dz + xy \end{cases} \tag{۱}$$

که در این معادله x, y و z متغیرهای حالت هستند، و a, b, c و d پارامترهای ثابت در سیستم هستند. سیستم دینامیکی آشوبگون فوق، دارای یک جاذب مخفی در حالت اولیه‌اش است [37]. درنتیجه، عملکرد سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته، با توجه به پارامترهایش و مقادیر اولیهٔ متغیرهای حالت متفاوت خواهد بود. برای رسیدن به ویژگی‌های آشوب، در این‌جا فرض براین است که سیستم مبتنی بر معادلهٔ (۱) سیستمی اتلافی بوده و همان‌طور که در زیر نشان داده‌شده، مستلزم این است که $-\alpha - 1 - d < 0$ باشد [37]:

$$\nabla V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{d\dot{z}}{dz} = -\alpha - 1 - d \tag{۲}$$

۳. انرژی همیلتونِ سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته:

به منظور یافتن تابع انرژی همیلتون در سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته، سیستم دینامیکی مستقل با معادلهٔ (۱) را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\dot{X} = f(X) \tag{۳}$$

که در آن، $X \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت است، n بُعد فضایی حالت و $F(X)$ یک معادلهٔ ریاضیاتی نَرم است. درنتیجه، با توجه به قضیهٔ بنیادین محاسبهٔ برداری، مدل هلمهولتز [۳] سیستم با معادلهٔ (۳) با معادلهٔ (۴) قابل بیان خواهد بود، [39] ,[3]. این مدل نمایش سیستم، درحقیقت سیستم اولیه را به یک میدان برداری پایستار $f_c(x)$، و یک میدان برداری اتلافی $f_d(x)$ تجزیه می‌کند [41] ,[40].

[1] Generalized Chaotic Lorenz System
[2] Rabinovich
[3] Helmholtz

$$f(X) = f_c(X) + f_d(X) \tag{۴}$$

در حوزه مسائل انرژی، با توجه به قضیهٔ لیوویل[1]، تابع انرژی همیلتون را، که معادل است با $H(x, y, z)$، می‌توان برای سیستم با معادلهٔ (۱) به شکل تجزیه با معادلهٔ (۴) و با در نظر گرفتن معادلات زیر محاسبه کرد [2]:

$$\begin{cases} \nabla H^T f_c(X) = 0 \\ \dot{H} = \nabla H^T f_d(X) \end{cases} \tag{۵}$$

که در آن، $f_c(x)$ و $f_d(x)$، برای سیستم با معادلهٔ (۱)، از طریق معادلهٔ زیر به دست می‌آیند:

$$f_c(X) = \begin{pmatrix} ay - byz \\ cx - xz \\ xy \end{pmatrix}, f_d(X) = \begin{pmatrix} -\alpha x \\ -y \\ -dz \end{pmatrix} \tag{۶}$$

با توجه به معادله‌های (۵) و (۶) داریم:

$$(ay - byz)\frac{\partial H}{\partial x} + (cx - xz)\frac{\partial H}{\partial y} + xy\frac{\partial H}{\partial z} = 0 \tag{۷}$$

$$(-ax)\frac{\partial H}{\partial x} + (-y)\frac{\partial H}{\partial y} + (-dz)\frac{\partial H}{\partial z} = \dot{H} \tag{۸}$$

از آن‌جا که، $\dot{H} = \frac{\partial H}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial H}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial H}{\partial z}\dot{z}$ است، با حل معادلهٔ (۷) و (۸)، می‌توانیم تابع انرژی همیلتون و مشتق مرتبه اول آن را به روش‌های زیر بدست آوریم:

$$H = \frac{1}{2}[x^2 - \frac{a}{c}y^2 + \left(b - \frac{a}{c}\right)z^2] \tag{۹}$$

$$\dot{H} = -ax^2 + \frac{a}{c}y^2 - d\left(b - \frac{a}{c}\right)z^2 = \nabla H^T f_d(X) \tag{۱۰}$$

۴. کنترل انرژی همیلتون سیستم لورنز آشوبگون:

سیستم‌های دینامیکی آشوبگون خاصی وجود دارند که دارای جاذب‌های پنهان هستند. در این نوع از سیستم‌های آشوبگون، نقاط تعادل در محدودهٔ وسیعی، به‌جز نقاط بی‌نهایت، قابل انتخاب هستند. سیستم‌های بیولوژیکی، شیمیایی و فیزیکی ممکن است

[1] Liouville's theorem

رفتارهای آشوبگونی را نشان دهند که می‌تواند ویژگی‌های دینامیکی پیچیده‌ای را در این سیستم‌ها بوجود آورند. انرژی مهم‌ترین مسئله برای نوسانات مداوم در هر سیستم دینامیکی است. یک راه جدید برای کنترل نوسانات متناوب آشوبگون در سیستم دینامیکی از طریق پس‌خورد انرژی ایجاد شده‌است. این روش‌های کنترل پس‌خورد انرژی می‌توانند برای کنترل سیستم‌های آشوبگون و آشوبگون-پیچیده [۱] قابل اجرا باشد.

روش پیشنهادی، کنترل مبتنی بر انرژی، بر این واقعیت استوار است که کنترل انرژی می‌تواند روشی مؤثر برای کنترل رفتارهای آشوبگون و نوسانی باشد. تابع انرژی همیلتون روشی محکم برای نشان‌دادن رابطهٔ فضای‌حالت با انرژی سیستم است. به عنوان مثال، سوختن و نوسان، باعث کاهش انرژی همیلتون می‌شود. علاوه بر این، هر چه تعداد طومار جاذب‌ها [۲] بیشتر باشد، انرژی همیلتون کمتر است.

بنابراین، کنترل انرژی همیلتون به کمک کنترل‌کنندهٔ پس‌خورد می‌تواند فضای فاز را تقویت و در نتیجه سیستم آشوبگون را کنترل کند [2] ,[1]. در مرجع [1]، پتانسیل کنترل‌کننده‌های فازی برای ایجاد تغییرات در رفتار دینامیکی سیستم‌های آشوبگون نشان داده شده‌است. با این‌حال، هنوز سوال «چگونه کنترل‌کننده را تنظیم کنیم؟» بی‌پاسخ مانده است.

هدف اصلی این پژوهش توسعهٔ (طراحی) یک کنترل‌کنندهٔ فازی سلسله مراتبی مبتنی بر انرژی همیلتون برای سیستم‌های آشوبگون است. چالش اصلی، ارائهٔ یک راهبرد برای تنظیم پارامترهای فازی است، به‌طوری که انرژی همیلتون سیستم، یک مقدار مرجع را که به عنوان سطح انرژی همیلتون مطلوب [۳](DHEL) نامیده می‌شود، ردگیری کند. در این‌جا، راهبرد بهینه‌سازی و تنظیم کنترل‌کنندهٔ فازی بر اساس بهینه‌سازی آفلاین (به کمک الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات) و سپس طراحی تنظیم‌کنندهٔ سلسله مراتبی آنلاین پیشنهاد شده‌است. علاوه بر این، در مرجع [1]، ردیابی سطح انرژی مطلوب در نظر گرفته نشده‌است. در این پژوهش، ردگیری سطح مطلوب، با تعریف تابع هزینه بر اساس خطای ردیابی و به حداقل رساندن آن در هنگام بهینه‌سازی، مورد توجه قرار گرفته‌است. کنترل‌کنندهٔ پیشنهادی می‌تواند در سیستم‌های عملی در کنترل آشوب و آشوب-پیچیده بسیار مفید باشد.

فرض ۱:

با توجه به ملاحظات عملی، انرژی همیلتون مورد نیاز معمولاً تغییر چندانی نمی‌کند. درنتیجه، مسیر مرجع در این مطالعه، به صورت سطوح متوالی ایجاد می‌شود، که سطح انرژی مورد نیاز را نشان می‌دهند. برای اینکه سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته را به ردگیری این مسیر مطلوب مجبور کنیم، سیگنال کنترل، $u(t)$، به صورت زیر به سیستم اعمال می‌شود.

[۱] Hyperchaotic systems
[۲] The scroll number of attractors
[3] Desired Hamilton Energy Level

$$\begin{cases} \dot{x} = -a(x-y) - byz + u \\ \dot{y} = cx - y - xz \\ \dot{z} = -dz + xy \end{cases} \quad (۱۱)$$

سیگنال کنترل از طریق یک کنترل‌کنندهٔ فازی سلسله مراتبی ایجاد می‌شود که در ادامه توضیح بیشتری در مورد آن داده شده‌است.

۵. کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی

دراین بخش، طرح پیشنهادی را توضیح می‌دهیم. در ابتدا، یک کنترل‌کنندهٔ فازی برای کنترل نقطهٔ تنظیم طراحی و فرمول آن تشریح شده‌است. در ادامه، پارامترهای کنترل‌کننده تعریف و با استفاده از الگوریتم انبوه ذرات بهینه‌سازی می‌شوند. این کار برای مقادیر مختلف سطوح انرژی مطلوب تکرار شده و پارامترهای بهینهٔ به‌دست‌آمده ذخیره می‌شوند. درنهایت، یک طرح فازی سلسله مراتبی پیشنهاد شده‌است، که در آن، سیستم فازی سطح بالا، پارامترهای کنترل‌کنندهٔ فازی سطح پایین را با توجه به سطح انرژی مورد نظر و پارامترهای بهینهٔ به‌دست‌آمده در مرحله قبل، تنظیم می‌کند.

۵.۱. طراحی کنترل‌کنندهٔ فازی سطح پایین:

در این‌جا، از یک کنترل‌کنندهٔ فازی برای تعیین سیگنال کنترل استفاده می‌شود.

نکتهٔ ۱: حداقل یک سیگنال کنترل ایده‌آل حقیقی و محدود، U^*، وجود دارد، که با اعمال آن به سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته، این سیستم به سطح انرژی مطلوب میل کند.

فرض ۲:

با توجه به اینکه سیستم استنتاج فازی یک تقریب‌گر عمومی است، مجموعه‌ای از پارامترها را می‌توان به نحوی تعیین کرد که خروجی کنترل‌کنندهٔ فازی، u_f، بتواند سیگنال کنترل ایده‌آل، U^*، را با دقت دلخواه تقریب بزند.

مفهوم کنترل فازی، خود شامل پنج مرحله است؛ فازی سازی[1]، ارتباطات فازی[2]، استنتاج فازی[3]، تجمیع فازی[4] و نافازی‌سازی[5]. همان‌طور که در ادامه نیز توضیح داده خواهدشد، پایگاه قوانین کنترل‌کنندهٔ فازی پیشنهادی به شکل زیر قابل طراحی است:

[1] Fuzzification
[2] Fuzzy-relation
[3] Fuzzy-implication
[4] Fuzzy-aggregation
[5] Defuzzification

$$\begin{cases} \text{اگر } \left(E_h \text{ معادل } \mu_h^1\right) \text{ و } \left(E_d \text{ معادل } \mu_d^1\right) \text{ یعنی } (u = C_1) \\ \vdots \\ \text{اگر } \left(E_h \text{ معادل } \mu_h^i\right) \text{ و } \left(E_d \text{ معادل } \mu_d^j\right) \text{ یعنی } (u = C_l) \\ \vdots \\ \text{اگر } \left(E_h \text{ معادل } \mu_h^{m1}\right) \text{ و } \left(E_d \text{ معادل } \mu_d^{m2}\right) \text{ یعنی } (u = C_m) \end{cases} \quad (۱۲)$$

که در آن μ_h^i، $\forall i = 1, \cdots, m1$ و μ_d^i، $\forall j = 1, \dots, m2$ توابع عضویت ورودی اول و دوم هستند، که $E_h = H_d - H(x,y,z)$ و $E_d = \dot{H}_d - \dot{H}(x,y,z)$ است. توجه کنید که $H_d, H(x,y,z), \dot{H}_d$ و $\dot{H}(x,y,z)$ به ترتیب سطوح انرژی همیلتون مطلوب و اندازه‌گیری شده و مشتقات مرتبهٔ اول آن‌ها هستند. $C_l \in \mathbb{R}, \forall l = 1, \dots, m$ ضرایب ثابت خروجی قوانین فازی هستند، که تالی نیز نامیده می‌شوند، و به‌صورت یک بردار $C \triangleq [C_1, \dots, C_m]^T$ نمایش داده می‌شوند. در حالیکه، $m = (m1 \times m2)$ تعداد قوانین فازی را نشان می‌دهد. از آن‌جا که در این پژوهش، فرض براین است که H_d یک سطح ثابت است، درنتیجه، $\dot{H}_d = 0$ خواهد بود و لذا $E_d = -\dot{H}(x,y,z)$ است. بدون دورشدن از کلیت و براساس آزمون و خطا، $m1 = m2 = 5$ در نظر گرفته شده‌است. پایگاه قوانین ارائه شده در رابطهٔ (۱۲) را در شکل ۱ نشان داده‌ایم.

$E_d \backslash E_h$	μ_h^1	μ_h^2	μ_h^3	μ_h^4	μ_h^5
μ_d^1	C^1	C^2	C^3	C^4	C^5
μ_d^2	C^6	C^7	C^8	C^9	C^{10}
μ_d^3	C^{11}	C^{12}	C^{13}	C^{14}	C^{15}
μ_d^4	C^{16}	C^{17}	C^{18}	C^{19}	C^{20}
μ_d^5	C^{21}	C^{22}	C^{23}	C^{24}	C^{25}

شکل ۱: تقسیم‌بندی فضای ورودی

۵.۱.۱. فازی‌سازی و توابع عضویت:

فازی‌سازی، که فرآیند تخصیص یک مقدار عضویت مشخص به هر متغیر ورودی است، معمولاً با تعریف توابع عضویت[۱] (MF) انجام می‌شود. در این‌جا، برای افراز فضای ورودی از توابع عضویت مثلثی استفاده می‌شود. برای ساده‌تر شدن کار، تعداد افرازها در فضای ورودی با توابع عضویت کامل و سازگار مشخص شده‌است. همچنین پارامترهای توابع عضویت فضای ورودی به عنوان

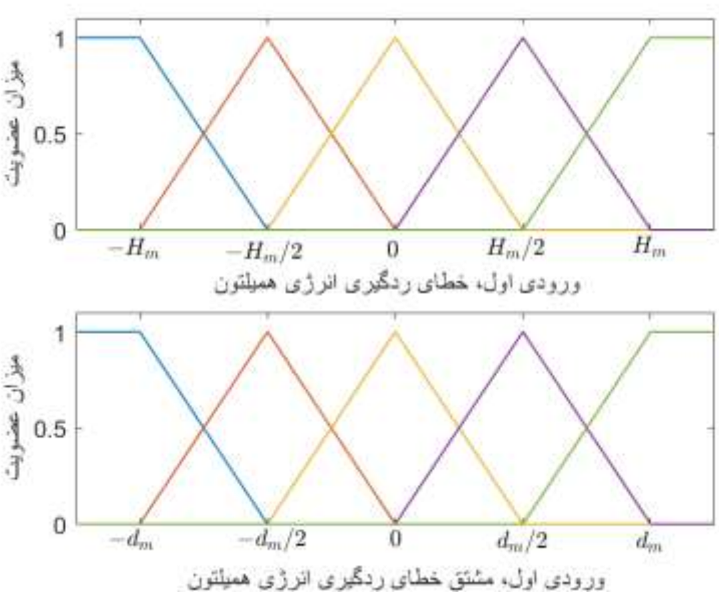
[1] Membership Function

پارامتر طراحی درنظرگرفته شده‌اند. پس نیازی به بهینه‌سازی در این بخش نیست. شکل ۲، افراز فضای ورودی، که از طریق توابع عضویت برای متغیرهای ورودی انجام شده را نشان می‌دهد. درحالی که H_m، و d_m به ترتیب آستانهٔ اشباع تابع انرژی همیلتون و مشتق اول آن هستند. این مقادیر آستانه با توجه به پارامترهای سطح انرژی مطلوب همیلتون و سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته تحت کنترل، تعیین شده‌اند.

با درنظر گرفتن j اُمین تابع عضویت مثلثی مربوط به قانون l اُم و متغیر ورودی i اُم، معادلهٔ (۱۳) از طریق سه پارامتر که در سه رأس مثلث قرار دارند، شکل می‌گیرد؛ که در سمت چپ a_l^*، در مرکز a_c^*، و در سمت راست a_r^* قرار دارند.

$$\mu_i^l(E_i) = \begin{cases} 0 \ E_i < a_l^* \\ (E_i - a_l^*)/(a_c^* - a_l^*) \ a_l^* \leq E_i < a_c^* \\ (E_i - a_r^*)/(a_c^* - a_r^*) \ a_c^* \leq E_i < a_r^* \\ 0 \ a_l^* \leq E_i \end{cases} \quad (۱۳)$$

که در آن E_i ورودی متغیر i اُم است (بین $E_1 = E_h$ و $E_2 = E_d$).



شکل ۲. توابع عضویت‌های متغیرهای ورودی

۲.۱.۵. روابط فازی، عملگرها و بخش مقدم قوانین:

رابطهٔ فازی، که به معنای به‌دست آوردن سطح آتش مقدم هر قانون فازی از طریق اعمال عملگرهای فازی برعبارت‌های ورودی فازی می‌باشد، شامل انتخاب عملگرهاست. در این‌جا، «عملگر ضرب» به‌صورت زیر به کار گرفته می‌شود:

$$\widehat{w}_l = \prod_{i=1}^{n} \mu_i^l(E_i), \forall l = 1, \dots, m \qquad (۱۴)$$

۳.۱.۵. پیامد فازی و سطح آتش قوانین:

پیامد فازی به معنای اعمال مقدار مقدم (که سطح آتش شدن قانون نیز نامیده می‌شود) به قسمت تالی قانون است. برای انجام چنین کاری، در این پژوهش، از ضرب حسابی ساده استفاده شد.

$$D_l = C_l \widehat{w}_l, \forall l = 1, \dots, m \qquad (۱۵)$$

۴.۱.۵. تجمیع فازی و جمع تالی قوانین:

تجمیع فازی عبارت است از جمع کردن نتایج قوانین و تولید یک خروجی فازی. در این‌جا، تجمیع فازی به‌صورت یک جمع ساده پیاده‌سازی شده‌است.

$$A_f = \sum_{l=1}^{m} D_l = C_1 \widehat{w}_1 + \cdots + C_m \widehat{w}_m \qquad (۱۶)$$

۵.۱.۵. نافازی‌سازی و محاسبات خروجی:

نافازی‌سازی یعنی تبدیل خروجی فازی به یک مقدار عددی مشخص. اما این مرحله در سیستم‌های فازی ممدانی [1] یک فرآیند ساده نیست. که از یک موتور استنتاج فازی تاکاگی، سوگنو، کانگ با مرتبهٔ فازی صفر استفاده شده است. که در آن بخش تالی هر قانون، یک عدد ثابت است و لذا فرایند فازی‌سازی به یک محاسبهٔ تعیین میانگین وزنی ساده تقلیل پیدا می‌کند.

$$u_f = \frac{\sum_{l=1}^{m} C_l \widehat{w}_l}{\sum_{l=1}^{m} \widehat{w}_l} = \sum_{l=1}^{m} C_l w_l = C^T W \qquad (۱۷)$$

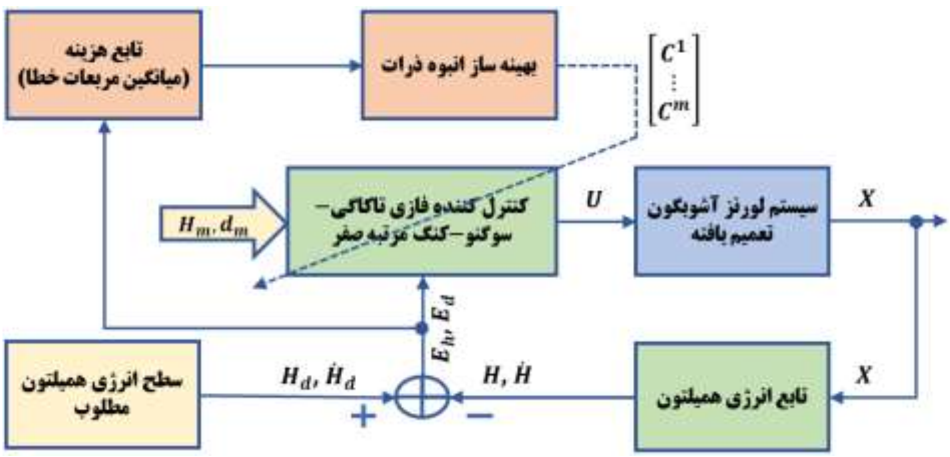
درحالی که، $w_k \triangleq \widehat{w}_k / \sum_{l=1}^{m} \widehat{w}_l , \forall k = 1, \dots, m$، و $W \triangleq [w_1, \dots, w_m]^T$ است.

[1] Mamdani

۲.۵. بهینه‌سازی کنترل‌کننده فازی:

طبق طرح کنترل فازی که در بالا به آن اشاره شد، فرآیند طراحی کنترل‌کننده، شامل تعیین آستانه‌ها (H_m و d_m) براساس اطلاعات تابع انرژی همیلتون مطلوب، تعیین پارامترهای سیستم، و بهینه‌سازی بردار ضرایب تالی (C) است. بدین منظور از یک الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات برای یافتن پارامترهای بهینه استفاده می‌شود. دیاگرام بهینه‌سازی کنترل‌کننده در شکل ۳ نشان داده شده‌است.

شکل ۳. دیاگرام بهینه‌سازی ضرایب کنترل‌کنندۀ فازی به کمک الگوریتم انبوه ذرات

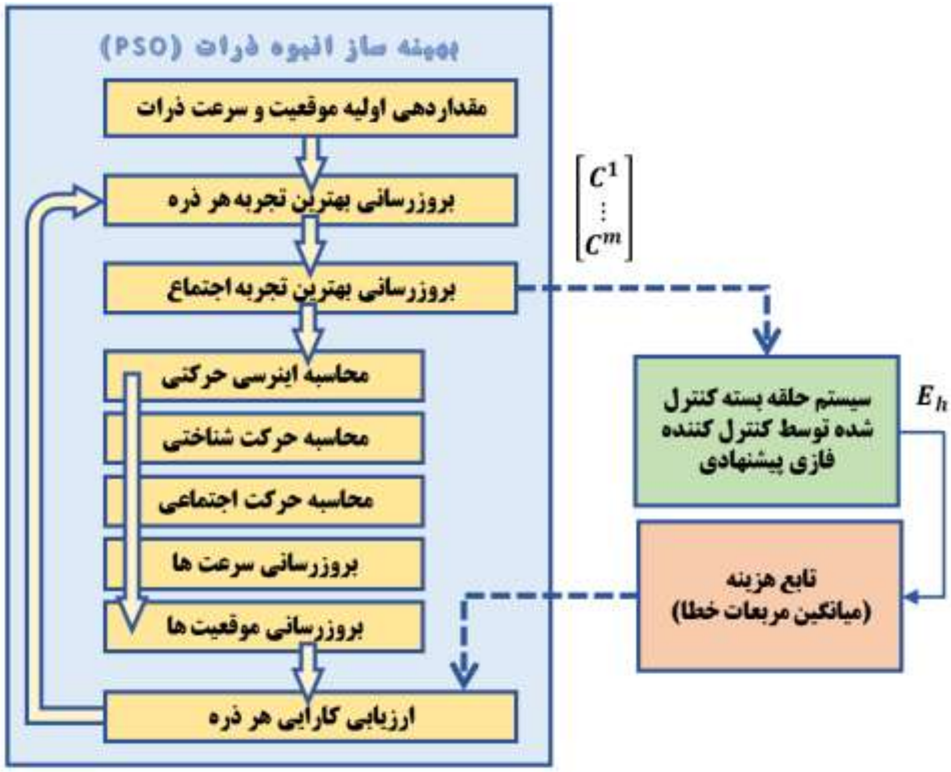


در نتیجه، مسالۀ بهینه‌سازی را می‌توان به‌صورت زیر فرموله کرد:

$$C^* = \arg\min\left(J = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(H_d - H(i))^2\right) \qquad (۱۸)$$

که در آن، N نشان‌دهندۀ تعداد نمونه‌ها و J تابع هزینه است که به معنای میانگین مربعات خطای ردگیری مسیر سطح انرژی همیلتون مطلوب است. برای حل این مساله کمینه‌سازی، از یک الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات استفاده می‌شود که در آن هر یک از راه حل‌های عددی ممکن برای مسالۀ بهینه‌سازی به‌صورت یک ذره نشان داده می‌شوند. ساختار الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات به‌طور خلاصه در شکل ۴ نشان داده شده است. که در آن، ابتدا یک مجموعه راه‌حل‌های تصادفی به نام ذرات تولید می‌شود، هر ذره دارای مشخصه موقعیت و سرعت می‌باشد، که به‌صورت تصادفی مقداردهی اولیه شده‌اند. سپس، برای هر ذره بهترین تجربه محاسبه و براساس آن بهترین تجربه‌ی جمعی نیز محاسبه می‌شود. پس از آن سه مفهوم بوجود می‌آیند: ۱- حرکت دارای اینرسی که به نوعی سرعت قبلی حرکت ذره را حفظ می‌کند، ۲- حرکت شناختی که با توجه به گرایش به بهترین تجربۀ فردی شکل می‌گیرد، و ۳- حرکت اجتماعی که با توجه به بهترین تجربۀ کل جمع شکل گرفته است. در نهایت، مجموع این سه حرکت، بردار سرعت جدید هر ذره را به وجود می‌آورد، که با توجه به آن موقعیت جدید ذره در گام بعد تعیین می‌شود. با توجه به موقعیت جدید هر ذره،

کارایی آن در کنترل‌کنندهٔ مذکور و ایجاد خطای ردگیری حلقه بسته ارزیابی می‌شود. در نهایت، بهترین تجارب فردی و اجتماعی به‌روزرسانی می‌شوند.



شکل ۴. مراحل الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات

۳.۵. طراحی سیستم فازی سطح بالا برای تعیین بهره کنترل‌کننده فازی سطح پایین:

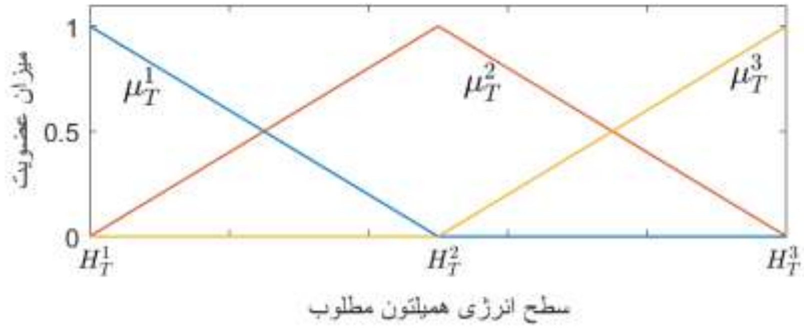
کنترل‌کننده فازی برای چند سطح از انرژی ثابت تخصیص داده شده است، اما سطح انرژی همیلتون مطلوب می‌تواند با توجه به سطوح تخصیص داده شده، متفاوت باشد. اینجا یک سیستم فازی سطح بالا پیشنهاد شده تا ضرایب تالی کنترل‌کنندهٔ فازی، C، را به‌صورت تطبیقی با توجه به سطح انرژی همیلتون مطلوب تنظیم کند. در ابتدا، طبق آنچه در بخش قبل انجام شد، بهینه‌سازی کنترل‌کنندهٔ فازی مجموعه‌ای از جفت پارامترهای بهینه را که به‌صورت معادلهٔ زیر نمایش داده می‌شوند، تولید کرده است:

$$CPOP: H_T^i \to C^{*i}, \forall i = 1, \dots, n \quad (۱۹)$$

که در آن، H_T^i معادل است با سطح انرژی همیلتون مطلوب i اُم، که در فرآیند آموزش استفاده شده است، و C^{*i} معادل است با i^{th} پارامترهای نتیجهٔ بهینه که برای H_T^i به‌دست آمده است. این جفت پارامترهای بهینه، به‌سادگی به عنوان جفت‌های مقدم–تالی، به منظور طراحی سیستم فازی سطح بالا در نظر گرفته می‌شود. درنتیجه، قوانین این سیستم فازی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

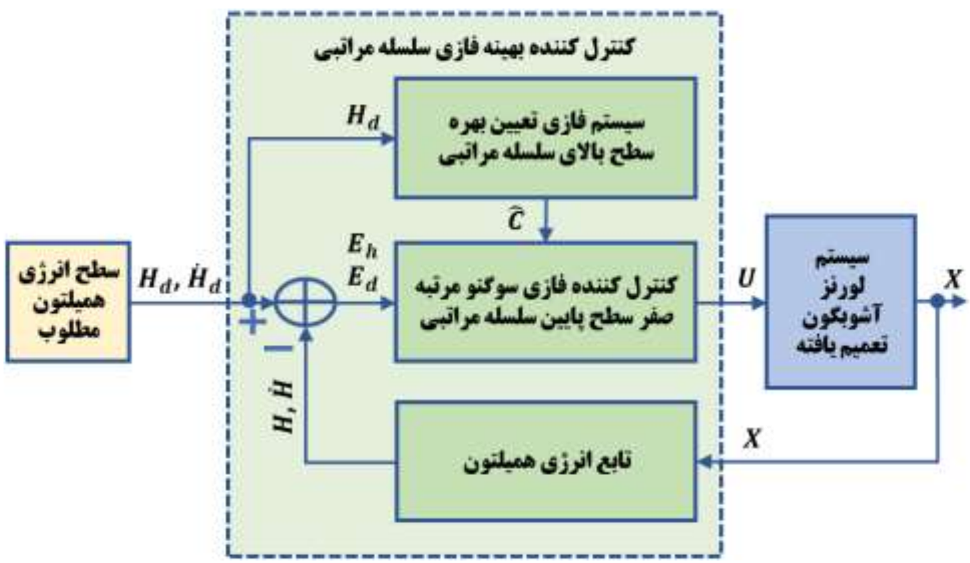
$$if\left(H_d \ is \ \mu_T^i\right) \ then \ (\hat{C} = C^{*i}) \tag{۲۰}$$

همان‌طور که در شکل ۵ نشان داده شده، $\hat{C}$ پارامترهای تالی کنترل‌کننده فازی است که توسط سیستم فازی سطح بالا پیشنهاد شده، و μ_T^i معادل تابع عضویت مثلثی i اُم است که برای H_T^i طراحی شده‌است.



شکل ۵. تابع پیشنهادی برای سیستم فازی سطح بالا

دیاگرام کنترل‌کنندۀ بهینۀ فازی سلسله مراتبی پیشنهادی در شکل ۶ نشان داده شده‌است.

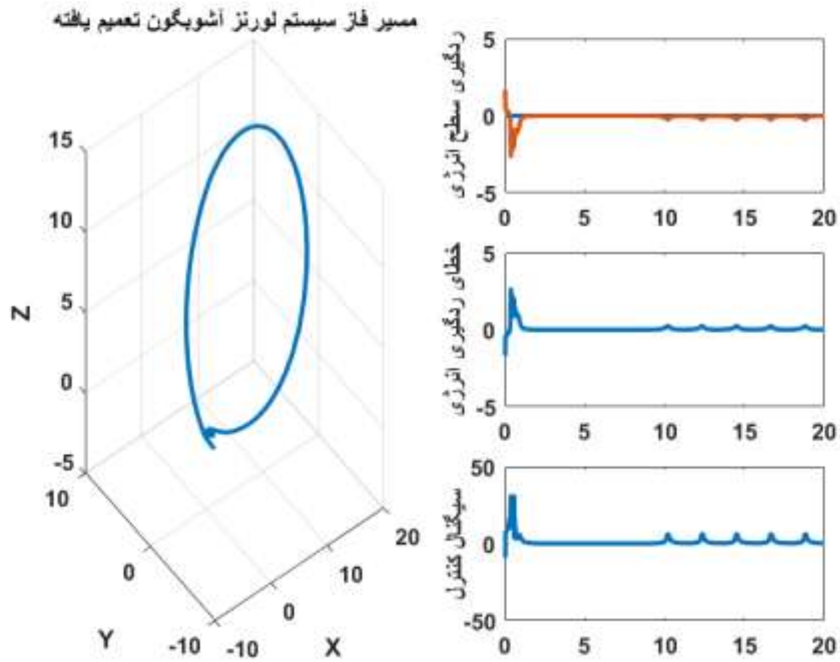


شکل ۶. دیاگرام طرح کنترل فازی سلسله مراتبی پیشنهادشده

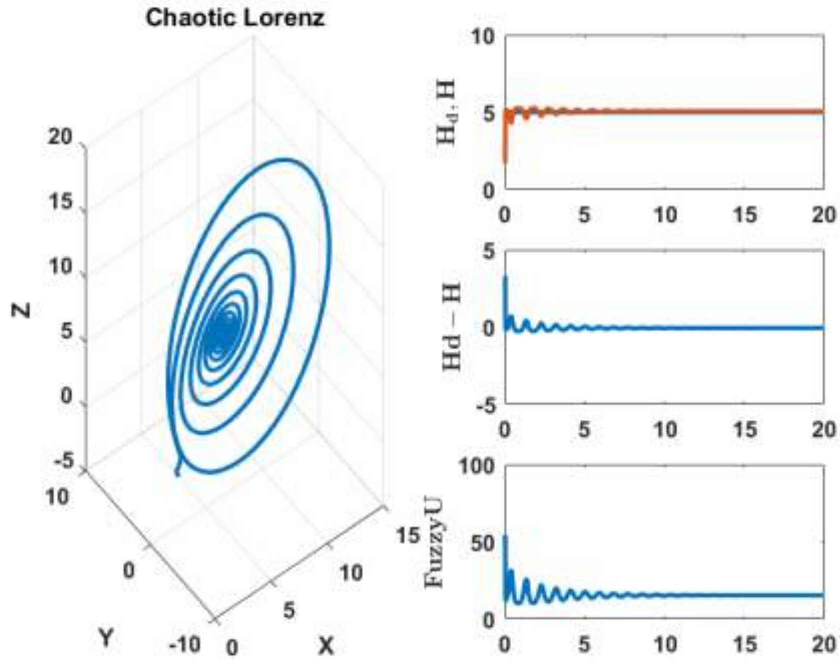
لازم به ذکر است، خروجی سیستم فازی سطح بالا که به صورت «ماتریس C» نشان داده شده، در حقیقت یک درون‌یابی فازی بین راهکارهای بهینۀ آموزش داده شده‌است. لذا، این راه‌حل‌ها در حقیقت راه‌حل‌های شبه‌بهینه برای ماتریس‌های تالی کنترل‌کنندۀ فازی سطح پایین هستند. اما، در کاربردهای عملی به عنوان تقریب مناسب C^* بهینه درنظر گرفته می‌شوند.

۶. شبیه‌سازی و نتایج آن:

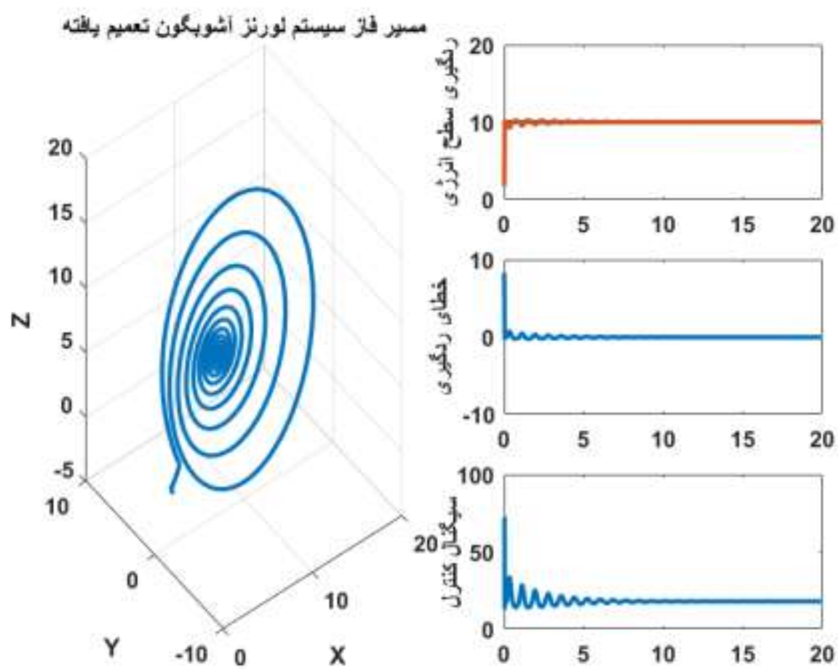
در این بخش، از کنترل‌کنندۀ بهینۀ فازی سلسله مراتبی پیشنهادشده برای کنترل سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته با پارامترهایی مانند $a = 2.98, b = -0.438, c = 6.8, d = 1$ استفاده می‌کنیم. این پارامترها می‌توانند شرایط اتلافی بودن را برآورده کنند، یعنی سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته مذکور عملکرد آشوبی را نشان خواهد داد. برای سهولت بیشتر و بدون دورشدن از کلیت، شرایط اولیۀ سیستم روی $x(0) = 3.8, y(0) = 2.1, z(0) = -3.1$ تنظیم شده‌است. درنتیجه، انرژی همیلتون اولیه معادل است با $H(0) = \frac{1}{2}[x(0)^2 - \frac{a}{c}y(0)^2 + \left(b - \frac{a}{c}\right)z(0)^2] = 2.0434$، و مشتق مرتبۀ اول آن معادل است با $\dot{H}(0) = \nabla H(0)^T f_d\big(X(0)\big) = -32.6780$. توجه داشته باشید که انرژی همیلتون وابسته به پارامترها و شرایط اولیه است. روند آموزش برای یک تعداد سطوح انرژی مطلوب دلخواه انتخابی، مثلا $n = 3$، انجام می‌شود، به عنوان نمونه، در این پژوهش، از $H_T \in \{0,5,10\}$ استفاده شده‌است. نتایج آموزش و عملکرد ردگیری آن بعد از آموزش، برای سطوح H_T در شکل‌های ۷، ۸ و ۹ نشان داده شده‌است.



شکل ۷. کارایی ردگیری در $H_T = 0$ بعد از آموزش

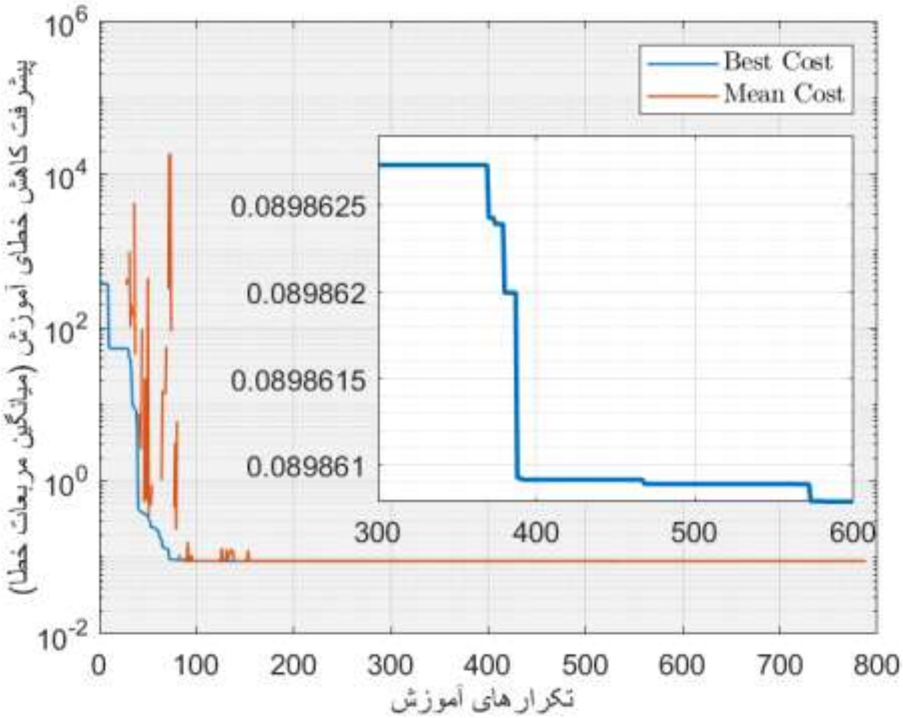


شکل ۸. کارایی ردگیری در $H_T = 5$ بعد از آموزش



شکل ۹. کارایی ردگیری در $H_T = 10$ بعد از آموزش

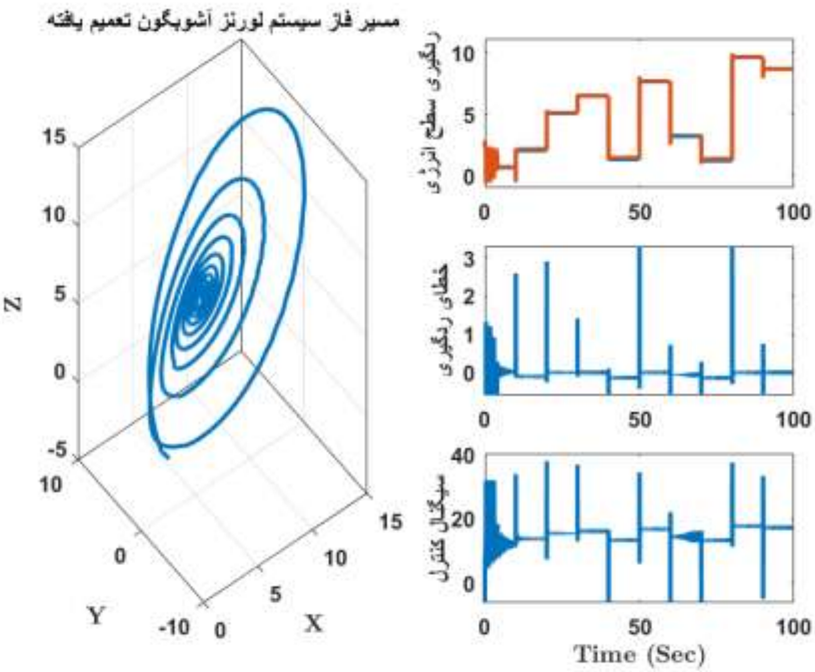
به‌علاوه، با استفاده از بهینه‌ساز معروف الگوریتم انبوه ذرات، به منظور کاهش خطای ردگیری انرژی همیلتون، پارامترهای کنترل‌کننده را تنظیم کرده‌ایم. مراحل پیشرفت کارایی کنترل کننده در طول گام‌های متوالی آموزش در شکل ۱۰ نشان داده شده‌است. برای بهتر دیده شدن، محور عمودی منحنی به‌صورت لگاریتمی رسم شده‌است، هم‌چنین، قسمتی بزرگ‌نمایی شده است تا روند پیشرفت گام‌های ۳۰۰ تا ۸۰۰ را با وضوح بیشتری نشان می‌دهد.



شکل ۱۰. پیشرفت روند آموزش

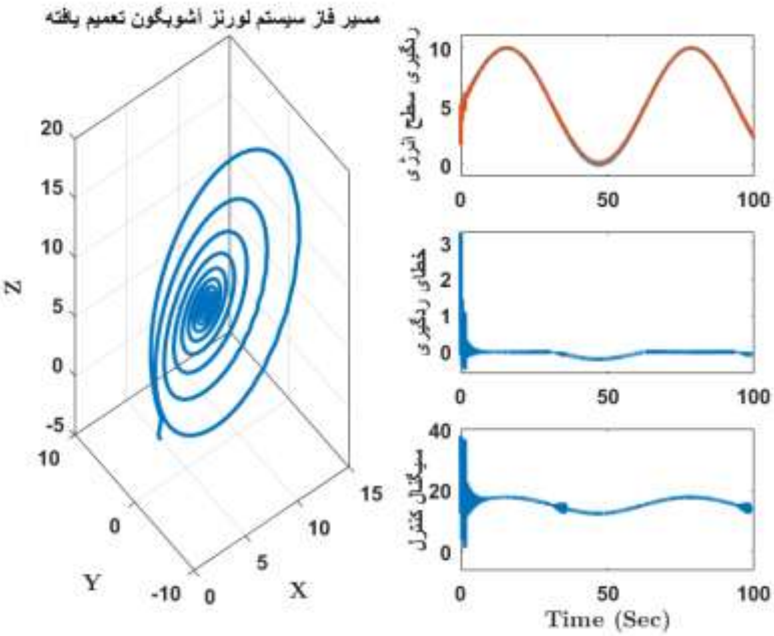
پس از فرآیند آموزش، می‌توان از کنترل‌کننده فازی برای کنترل سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته استفاده کرد، اما از آن‌جا که آموزش برای تعداد معدودی سطح انرژی همیلتون مطلوب انجام شده، کنترل‌کننده برای استفاده در هر سطح انرژی مطلوب دلخواهی آماده نیست. درنتیجه، یک سیستم فازی سطح بالای جدید به‌صورت یک سیستم سلسله مراتبی ارائه شد، که با توجه به سطح انرژی همیلتون مطلوب و مجموعه پارامترهای بهینهٔ به‌دست‌آمده از آموزش، پارامترهای کنترل‌کنندهٔ فازی سطح پایین را تنظیم می‌کند. این موضوع، در شکل ۶ به تفصیل نشان داده شده‌است.

در شبیه‌سازی‌های این پژوهش، دو رویکرد متفاوت برای سطح انرژی همیلتون مطلوب جهت ردگیری تعیین شده‌است. اول شیوه‌ای که وظیفه‌اش ردگیری سطح دلخواه ثابت است و دوم روندی که مسیر تغییر مداوم سطح انرژی همیلتون مطلوب را ردگیری می‌کند. کارکرد ردیابی کنترل‌کنندهٔ پیشنهادی برای رویکرد اول در شکل ۱۱ نشان داده شده‌است.



شکل ۱۱. کارایی ردگیری رویکرد اول، سطوح مطلوب متوالی، بعد از آموزش

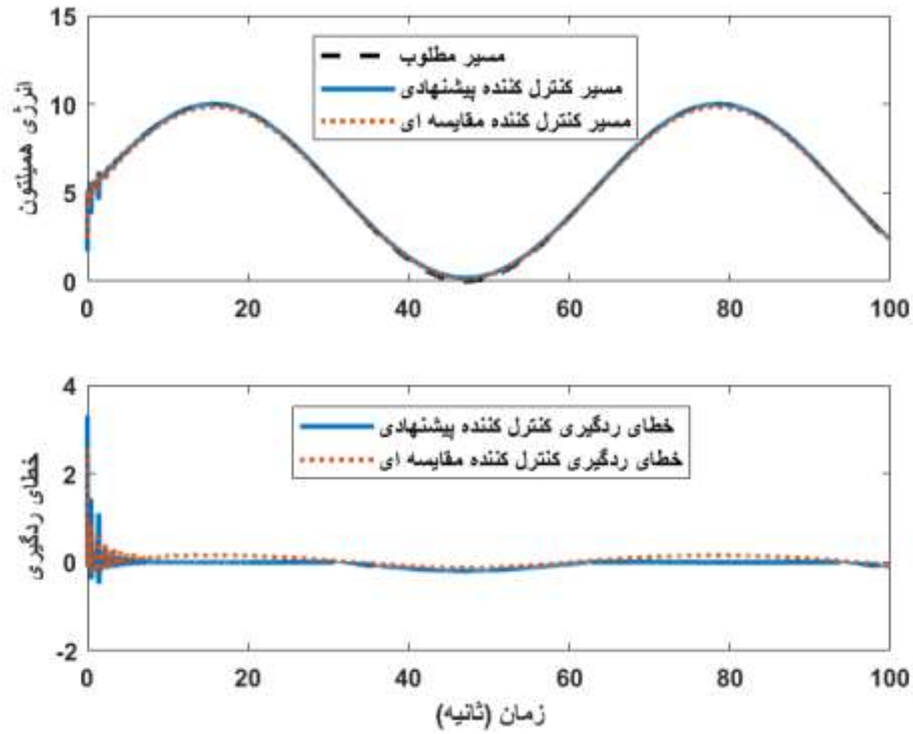
علاوه براین، در رویکرد دوم، توانایی کنترل‌کنندهٔ پیشنهادی از طریق عملکرد ردگیری یک سیگنال پیوسته، که در شکل ۱۲ نشان داده شده، مورد بررسی قرار می‌گیرد.



شکل ۱۲. کارایی ردگیری در رویکرد دوم، مسیر مطلوب پیوسته، بعد از آموزش

۷. تجزیه و تحلیل مقایسه‌ای:

برای توضیح عملکرد کنترل‌کنندهٔ پیشنهادی در مقایسه با روش کنترلی مشابه، یعنی کنترل‌کنندهٔ پس‌خورد ثابت مبتنی بر انرژی همیلتون، ارائه شده در مرجع [1]، شبیه‌سازی‌هایی انجام شده که نتایج آن‌ها در جدول ۱ و شکل ۱۳ ارائه شده‌است. قابل توجه است که رابطهٔ کنترل‌کننده‌ی مقایسه‌ای به‌صورت $U = E_d + K_f E_d$ می‌باشد، که در آن، K_f پس‌خورد ایجادشده از طریق سیستم فازی تاکاگی سوگنو کانگ است. در این‌جا، برای کنترل‌کننده‌ی مقایسه‌ای نیز، از بهینه‌سازی انبوه ذرات برای یافتن بهترین راه‌حل به‌منظور تعیین ضریب پس‌خورد، K_f، استفاده می‌کنیم، به‌نحوی که خطای ردیابی انرژی تا حد ممکن کاهش پیدا کند.



شکل ۱۳. مقایسهٔ عملکرد ردیابی

جدول ۱. معیارهای عددی در شبیه‌سازی‌های مقایسه‌ای انجام شده

	میانگین مربعات خطا	میانگین قدرمطلق خطا	حداکثر قدرمطلق خطا
روش پیشنهادی	۰/۰۱۰۷	۰/۰۵۲۱	۳/۳۱۲۱
روش مقایسه شده	۰/۶۴۵۱	۰/۷۹۵۶	۳/۳۱۳۳

همان‌طور که در جدول ۱ آمده، روش پیشنهادی در تمام معیارهای ارزیابی شده نسبت به رویکرد مقایسه‌شده دارای برتری است.

۸. بررسی سیستم حلقه‌بسته:

همان‌طور که در شکل ۶ نیز نشان داده‌شد، سیستم حلقه بسته شامل سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته، تابع انرژی همیلتون، و کنترل‌کنندهٔ فازی سطح پایین است. توجه داشته باشید که به دلیل ثابت بودن سطح انرژی مطلوب همیلتون برای مدت طولانی، C نیز به عنوان خروجی سیستم فازی سطح بالا هم‌زمان ثابت می‌ماند و این یعنی سیستم فازی سطح بالا می‌تواند از تجزیه و تحلیل حلقهٔ کنترل خارج شود.

توجه کنید که انرژی همیلتون یک تابع هموار است که می‌تواند برای هر سیستم دینامیکی خودمختاری تعریف شود. یک سیستم حلقه بستهٔ خودمختار نامیده می‌شود، اگر سیگنال کنترل تنها تابعی از متغیرهای حالت باشد، لذا می‌توان آن را به شکل $\dot{X} = f\big(X,u(X)\big) = f(X)$ نمایش داد.

لم ۱: با در نظر گرفتن اینکه سطوح انرژی همیلتون مطلوب سطوحی ثابت و یا با تغییرات آهسته هستند (رجوع کنید به فرض ۱)، لذا سیگنال کنترل، u_f، فقط تابعی از متغیرهای حالت است و درنتیجه، سیستم حلقهٔ بسته یک سیستم دینامیکی خودمختار است. پس، با توجه به اینکه در سیستم حلقهٔ بسته، سیگنال کنترل براساس تحلیل پایداری ردگیری انرژی همیلتون طراحی شده است، می‌توان سیگنال کنترل را به عنوان تابعی از انرژی همیلتون در نظر گرفت. در نتیجه سیستم حلقهٔ بسته آشوبگون لورنز تعمیم‌یافته، معادلهٔ ۱۱، را می‌توان با یک درجهٔ افزایش (به کمک سیگنال کنترل) به‌صورت یک سیستم دینامیکی خودگردان درنظر گرفت و معادلات دینامیکی آن را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} \dot{x} = -ax + ay - byz + u_f \\ \dot{y} = cx - y - xz \\ \dot{z} = -dz + xy \\ \dot{u}_f = \Gamma(x,y,z)u_f \end{cases} \tag{۲۱}$$

در حالی که u_f، که با کنترل‌کنندهٔ فازی به‌دست آمده، در معادلهٔ (۱۷) توضیح داده شده و $\Gamma(x,y,z)$ یک تابع هموار روی متغیرهای حالت است.

اثبات: مشتق مرتبه اول سیگنال کنترل در پیوست A محاسبه شده و ثابت شده است که معادلهٔ به‌دست آمده را می‌توان به‌صورت ضرب سیگنال کنترل و یک تابع هموار بر متغیرهای حالت، $\Gamma(x,y,z)$، بازنویسی کرد، که در معادلهٔ $A.13$ معرفی شده‌است.

۱.۸. انرژی همیلتونِ سیستم حلقه بسته:

خطای ردیابی سطح انرژی همیلتون مطلوب، E_h، آخرین خروجی سیستم حلقه بستهٔ سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته است. این‌جا، خطای ردیابی تابع انرژی همیلتون حلقه‌بسته[1] (CLHEF) مفهومی معنادار است. درنتیجه، تابع انرژی همیلتون سیستم حلقه بسته، معادلهٔ (۲۱)، براساس قضایای هلمهولتز و لیوویل تعریف می‌شود. میدان‌های برداری پایستار و اتلافی به‌صورت زیر پیشنهاد می‌شوند. توجه کنید که این میدان‌ها و تابع انرژی همیلتون مربوطه منحصر به‌فرد نیستند.

[1] Close Loop Hamilton Energy Function

$$f_c(X)=\begin{pmatrix} ay-byz+u_f \\ cx-xz \\ xy \\ -x \end{pmatrix}, f_d(X)=\begin{pmatrix} -az \\ -y \\ -dz \\ \Gamma u_f+x \end{pmatrix} \tag{۲۲}$$

طبق معادلهٔ ۲۲، بردار گرادیان تابع انرژی همیلتون حلقه بسته به روش زیر به دست می‌آید:

$$\nabla H_{cl}^T=\left[x, \quad -\frac{a}{c}y, \quad \left(b-\frac{a}{c}\right)z, \quad u_f\right] \tag{۲۳}$$

درنتیجه،

$$H_{cl}=\frac{1}{2}\left(x^2-\frac{a}{c}y^2+\left(b-\frac{a}{c}\right)z^2+u_f^2\right) \tag{۲۴}$$

و مشتق مرتبهٔ اول آن معادل است با:

$$\begin{gathered}\dot{H}_{cl}=\nabla H_{cl}^T f_d= \\ -ax^2+\frac{a}{c}y^2-d\left(b-\frac{a}{c}\right)z^2+\Gamma u_f^2+xu_f\end{gathered} \tag{۲۵}$$

تابع انرژی همیلتون حلقه بسته‌ای که در معادلهٔ ۲۴ داریم، تابع انرژی همیلتون کل سیستم حلقهٔ بسته در حضور کنترل‌کنندهٔ فازی پیشنهادی است.

۹. نتیجه‌گیری:

هدف اصلی این مقاله، تبدیل آشوب به آشوب است. یعنی میل کردن دینامیک یک سیستم با آشوب موجود (نامطلوب) به سمت دینامیک سیستم با آشوب مطلوب مورد بررسی قرار گرفته است. مفهوم دینامیک به معنای الگوی جاذب است. با توجه به اینکه در سیستم‌های آشوبگون با تغییر شرایط اولیه رفتار سیستم تغییر می‌کند و بی‌نهایت مسیر مطلوب بوجود می‌آید که ممکن است مسیر مطلوب مورد نظر در این میان وجود نداشته باشد از این‌رو، در چنین سیستم‌هایی نمی‌توان مسیر مطلوب [۱] تعریف کرد، در این کار پیشنهاد شده‌است که دینامیک مطلوب [۲] تعریف شود. به تعبیر دیگر دینامیک مطلوب در الگوی جاذب در نظر گرفته شده‌است، که معرف نحوه تغییرات انرژی درونی این سیستم‌ها است، یک کاندید مناسب برای نمایش دینامیک، انرژی است و برای توصیف کمیت انرژی، یکی از رویکردهای شناخته شده استفاده از تابع انرژی همیلتون است.

[1] desired trajectory
[2] desired dynamic

در این مقاله، مدلی از کنترل‌کننده بهینۀ فازی سلسله مراتبی پیشنهاد شد که برای کنترل انرژی همیلتون سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته با جاذب‌های مخفی مناسب است. کنترل‌کننده فازی، که به کمک یک الگوریتم انبوه ذرات بهینه شد، برای کنترل سیستم به منظور ردگیری سطح مطلوب انرژی همیلتون استفاده شد. سیستم فازی سطح بالا نیز برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده فازی باتوجه به مقدار انرژی مطلوب، به کار گرفته شد. از مزایای قابل توجه این طرح پیشنهادی، استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی آفلاین در کنترل‌کننده‌های فازی به‌صورت برخط و زمان واقعی است. برای تحلیل عملکرد طرح پیشنهادی، از آن به منظور کنترل سطح انرژی همیلتون در یک سیستم لورنز آشوبگون تعمیم‌یافته استفاده کردیم. این شبیه‌سازی‌ها عملکرد صحیح کنترل‌کنندۀ سلسله مراتبی پیشنهادی را تأیید کردند. علاوه براین، سیگنال کنترل فازی پیشنهادی فرموله و بعد اولین مشتق آن محاسبه شد. همچنین، پس از طراحی کنترل‌کننده فازی، سیستم حلقه بسته به عنوان سیستم دینامیکی خودمختار استخراج و تابع انرژی همیلتون دوباره برای سیستم حلقه بسته محاسبه شد.

مهم‌ترین وجه تمایز این پژوهش با دیگر تلاش‌های پژوهشی در این است که در هیچ یک از کارهایی که تاکنون در مورد کنترل سیستم‌های آشوبگون انجام شده‌است. کنترل دینامیک یا کنترل الگوی جاذب[1] مطرح نشده‌است. و از این منظر به سیستم‌های آشوبگون توجهی نشده‌است. لذا مقایسه مستقیمی با کارهای دیگر نمی‌توان داشت. تنها می‌توان این کار را با مرجع [1] که دارای رویکرد مشابه‌ای است، مقایسه نمود. که در بخش ۷ به این موضوع پرداخته شده‌است.

در مطالعات آتی، بهینه‌ساز تطبیقی آنلاین مبتنی بر پایداری برای کنترل‌کنندۀ پیشنهادی بدون استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌ساز مبتنی بر جمعیت بررسی خواهد شد. همین‌طور، نقش سیستم فازی مرتبۀ بالا در طرح سلسله مراتبی سیستم‌های فازی در انرژی همیلتون و پایداری سیستم مورد مطالعه قرار خواهند گرفت.

مراجع

[1] A. Reza Ahrabi and H. R. Kobravi, “A chaos to chaos control approach for controlling the chaotic dynamical systems using Hamilton energy feedback and fuzzy-logic system,” Chaos, vol. 29, no. 7, 2019, doi: 10.1063/1.5087876.

[2] J. Ma, F. Wu, W. Jin, P. Zhou, and T. Hayat, “Calculation of Hamilton energy and control of dynamical systems with different types of attractors,” Chaos, vol. 27, no. 5, 2017, doi: 10.1063/1.4983469.

[3] C. Sarasola, F. J. Torrealdea, A. d’Anjou, A. Moujahid, and M. Graña, “Energy balance in feedback synchronization of chaotic systems,” Phys. Rev. E - Stat. Physics, Plasmas, Fluids, Relat. Interdiscip. Top., vol. 69, no. 1, p. 12, 2004, doi: 10.1103/PhysRevE.69.011606.

[4] H. R. Kobravi and A. Erfanian, “A decentralized adaptive robust method for chaos control,”

[1] control of attractor pattern

Chaos, vol. 19, no. 3, 2009, doi: 10.1063/1.3183806.

[5] S. Lashkari, A. Sheikhani, M. R. Hashemi Golpayegan, A. Moghimi, and H. R. Kobravi, “Topological feature extraction of nonlinear signals and trajectories and its application in EEG signals classification,” Turkish J. Electr. Eng. Comput. Sci., vol. 26, no. 3, pp. 1329–1342, 2018, doi: 10.3906/elk-1708-59.

[6] K. Lehnertz and C. E. Elger, “Spatio-temporal dynamics of the primary epileptogenic area in temporal lobe epilepsy characterized by neuronal complexity loss,” Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol., vol. 95, no. 2, pp. 108–117, 1995, doi: 10.1016/0013-4694(95)00071-6.

[7] K. Lehnertz and C. E. Elger, “Can epileptic seizures be predicted? evidence from nonlinear time series analysis of brain electrical activity,” Phys. Rev. Lett., vol. 80, no. 22, pp. 5019–5022, 1998, doi: 10.1103/PhysRevLett.80.5019.

[8] E. E. N. Macau and C. Grebogi, “Controlling Chaos,” Handb. Chaos Control Second Ed., vol. 64, pp. 1–28, 2008, doi: 10.1002/9783527622313.ch1.

[9] A. S. de Paula and M. A. Savi, “A multiparameter chaos control method based on OGY approach,” Chaos, Solitons and Fractals, vol. 40, no. 3, pp. 1376–1390, 2009, doi: 10.1016/j.chaos.2007.09.056.

[10] G. Chen and A. L. Fradkov, “Chaos Control and Synchronization Bibliographies (1987-2001),” available via WWW http//www. ee. cityu. edu. hk/-gchen/chaos-papers. html, 2022.

[11] J. Lu, R. Wei, X. Wang, and Z. Wang, “Backstepping control of discrete-time chaotic systems with application to the Henon system,” IEEE Trans. Circuits Syst. I Fundam. Theory Appl., vol. 48, no. 11, pp. 1359–1363, 2001, doi: 10.1109/81.964429.

[12] S. Yamamoto, T. Hino, and T. Ushio, “Dynamic delayed feedback controllers for chaotic discrete-time systems,” IEEE Trans. Circuits Syst. I Fundam. Theory Appl., vol. 48, no. 6, pp. 785–789, 2001.

[13] X. Yu, G. Chen, Y. Xia, Y. Song, and Z. Cao, “An invariant-manifold-based method for chaos control,” IEEE Trans. Circuits Syst. I Fundam. Theory Appl., vol. 48, no. 8, pp. 930–937, 2001, doi: 10.1109/81.940183.

[14] S. C. Sinha, J. T. Henrichs, and B. Ravindra, “A general approach in the design of active controllers for nonlinear systems exhibiting chaos,” Int. J. Bifurcat. Chaos, vol. 10, no. 1, pp. 165–178, 2000, doi: 10.1142/S0218127400000104.

[15] H. Richter and K. J. Reinschke, “Local control of chaotic systems - A Lyapunov approach,” Int. J. Bifurcat. Chaos, vol. 8, no. 7, pp. 1565–1573, 1998, doi: 10.1142/S0218127498001212.

[16] A. L. Fradkov and A. Y. Pogromsky, Introduction to Control of Oscillations and Chaos, vol. 35. World Scientific, 1998.

[17] Z. GALIAS, “New Method for Stabilization of Unstable Periodic Orbits in Chaotic

Systems," Int. J. Bifurc. Chaos, vol. 05, no. 01, pp. 281–295, 1995, doi: 10.1142/s0218127495000247.

[18] C. C. Fuh and P. C. Tung, "Controlling chaos using differential geometric method," Phys. Rev. Lett., vol. 75, no. 16, pp. 2952–2955, 1995, doi: 10.1103/PhysRevLett.75.2952.

[19] J. Alvarez-Gallegos, "Nonlinear regulation of a Lorenz system by feedback linearization techniques," Dyn. Control, vol. 4, no. 3, pp. 277–298, 1994, doi: 10.1007/BF01985075.

[20] M. J. Ogorzalek, "Taming chaos. II. control," IEEE Trans. Circuits Syst. I Fundam. Theory Appl., vol. 40, no. 10, pp. 700–706, 1993.

[21] G. CHEN and X. DONG, "From Chaos To Order — Perspectives and Methodologies in Controlling Chaotic Nonlinear Dynamical Systems," Int. J. Bifurc. Chaos, vol. 03, no. 06, pp. 1363–1409, 1993, doi: 10.1142/s0218127493001112.

[22] K. Pyragas, "Continuous control of chaos by self-controlling feedback," Phys. Lett. A, vol. 170, no. 6, pp. 421–428, 1992, doi: 10.1016/0375-9601(92)90745-8.

[23] T. L. Vincent and J. Yu, "Control of a chaotic system," Dyn. Control, vol. 1, no. 1, pp. 35–52, 1991, doi: 10.1007/BF02169423.

[24] X. Chen, Guanrong and Dong, From Chaos to Order Methodologies, Perspectives and Applications, vol. 24. World Scientific, 1998.

[25] O. Calvo and J. H. E. Cartwright, "Fuzzy control of chaos," Int. J. Bifurcat. Chaos, vol. 8, no. 8, pp. 1743–1747, 1998, doi: 10.1142/S0218127498001443.

[26] N. Vasegh and F. Khellat, "Takagi-Sugeno fuzzy modeling and chaos control of partial differential systems," Chaos, vol. 23, no. 4, 2013, doi: 10.1063/1.4823993.

[27] A. M. Harb and I. A. Smadi, "On fuzzy control of chaotic systems," JVC/Journal Vib. Control, vol. 10, no. 7, pp. 979–993, 2004, doi: 10.1177/1077546304041541.

[28] A. Sarani Ali Abadi and S. Balochian, "Chaos control of the power system via sliding mode based on fuzzy supervisor," Int. J. Intell. Comput. Cybern., vol. 10, no. 1, pp. 68–79, 2017, doi: 10.1108/IJICC-09-2016-0034.

[29] N. Vasegh and V. J. Majd, "Fuzzy model-based adaptive synchronization of time-delayed chaotic systems," Chaos, Solitons & Fractals, vol. 40, no. 3, pp. 1484–1492, 2009.

[30] H. O. Wang and K. Tanaka, "Fuzzy modeling and control of chaotic systems," in Studies in Fuzziness and Soft Computing, vol. 187, Springer, 2006, pp. 45–80.

[31] D. Chen, W. Zhao, J. C. Sprott, and X. Ma, "Application of Takagi-Sugeno fuzzy model to a class of chaotic synchronization and anti-synchronization," Nonlinear Dyn., vol. 73, no. 3, pp. 1495–1505, 2013, doi: 10.1007/s11071-013-0880-1.

[32] Z. Li, Fuzzy Chaotic Systems. Springer, 2006.

[33] D. Q. Li, "Hybrid TS fuzzy modelling and simulation for chaotic Lorenz system," Chinese

Phys., vol. 15, no. 11, pp. 2541–2548, 2006, doi: 10.1088/1009-1963/15/11/014.

[34] M. Hamdy, M. Magdy, and S. Helmy, “Control and synchronization for two Chua systems based on intuitionistic fuzzy control scheme: A comparative study,” Trans. Inst. Meas. Control, vol. 43, no. 7, pp. 1650–1667, 2021, doi: 10.1177/0142331220981425.

[35] A. S. Koshiyama, T. Escovedo, M. M. B. R. Vellasco, and R. Tanscheit, “GPFIS-Control: A fuzzy Genetic model for Control tasks,” in IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2014, pp. 1953–1959, doi: 10.1109/FUZZ-IEEE.2014.6891733.

[36] M. Ghaemi, M. R. Akbarzadeh-T., and M. Jalaeian-F., “Optimal design of adaptive interval type-2 fuzzy sliding mode control using Genetic algorithm,” in Proceedings - 2011 2nd International Conference on Control, Instrumentation and Automation, ICCIA 2011, 2011, pp. 626–631, doi: 10.1109/ICCIAutom.2011.6356731.

[37] A. Xin-lei and Z. Li, “Dynamics analysis and Hamilton energy control of a generalized Lorenz system with hidden attractor,” Nonlinear Dyn., vol. 94, no. 4, pp. 2995–3010, 2018, doi: 10.1007/s11071-018-4539-9.

[38] M. I. Rabinovich, “Stochastic self-oscillations and turbulence,” Uspekhi Fiz. Nauk, vol. 125, pp. 123–168, May 1978.

[39] M. F. Danca and N. Kuznetsov, “Hidden chaotic sets in a Hopfield neural system,” Chaos, Solitons and Fractals, vol. 103, pp. 144–150, 2017, doi: 10.1016/j.chaos.2017.06.002.

[40] D. H. Kobe, “Helmholtz’s theorem revisited,” Am. J. Phys., vol. 54, no. 6, pp. 552–554, 1986, doi: 10.1119/1.14562.

[41] X. L. Zhou, “On Helmholtz’s theorem and its interpretations,” J. Electromagn. Waves Appl., vol. 21, no. 4, pp. 471–483, 2007, doi: 10.1163/156939307779367314.

پیوست الف (مشتق سیگنال کنترل):

در اینجا مشتق مرتبهٔ اول سیگنال کنترل محاسبه می‌شود و نشان داده می‌شود که معادلهٔ به‌دست آمده ضرب سیگنال کنترل در یک تابع نرم بر روی متغیرهای حالت است. مشتق زمانی سیگنال کنترل، معادله (۱۷)، است به‌صورت زیر بدست آمده‌است:

$$\dot{u}_f = \frac{d}{dt}u_f = C^T\frac{d}{dt}W = C^T\left[\frac{d}{dt}w_1.\dots.\frac{d}{dt}w_m\right]^T, \forall k = 1, \dots, m \qquad (A.1)$$

که در آن:

$$\frac{d}{dt}w_k = \frac{(\frac{d}{dt}\widehat{w}_k)(\sum_{l=1}^{m}\widehat{w}_l) - \widehat{w}_k(\sum_{l=1}^{m}\frac{d}{dt}\widehat{w}_l)}{(\sum_{l=1}^{m}\widehat{w}_l)^2}$$
$$= \frac{\frac{d}{dt}\widehat{w}_k}{\sum_{l=1}^{m}\widehat{w}_l} - w_k\frac{\sum_{l=1}^{m}\frac{d}{dt}\widehat{w}_l}{\sum_{l=1}^{m}\widehat{w}_l} = w_k(\frac{\frac{d}{dt}\widehat{w}_k}{\widehat{w}_k} - \frac{\sum_{l=1}^{m}\frac{d}{dt}\widehat{w}_l}{\sum_{l=1}^{m}\widehat{w}_l}) \tag{A.2}$$

که در آن، بر اساس معادله (۱۴) داریم:

$$\frac{d}{dt}\widehat{w}_k = \left(\sum_{j=1}^{n}\frac{d}{dt}u_j^k(E_j)\right)\left(\prod_{i=1.i\neq j}^{n}u_i^k(E_i)\right) \tag{A.3}$$

که در آن، مشتق تابع عضویت استفاده‌شده که در معادله (۱۳) را می‌توان به‌صورت زیر بدست آورد:

$$\frac{d}{dt}\mu_j^k(E_j) = \Upsilon_{k.j}^*\frac{d}{dt}(E_j) \tag{A.4}$$

که در آن،

$$\Upsilon^* \triangleq \begin{cases} 0 & E_j < a_l^* \\ 1/(a_c^* - a_l^x) & a_l^* \leq E_j < a_c^* \\ 1\,/\,(a_c^* - a_r^*) & a_c^* \leq E_j < a_r^* \\ 0 & a_r^* \leq E_j \end{cases} \tag{A.5}$$

که در آن، E_j ورودی j اُم کنترل‌کنندهٔ فازی است که به‌ترتیب، خطای ردیابی DHEL، $E_1 = E_h = H_d - H,$ و مشتق مرتبهٔ اول آن، $E_2 = E_d = \dot{H}_d - \dot{H}$ است.

$$\frac{d}{dt}E_h = -\dot{H} = ax^2 - \frac{a}{c}y^2 + d\left(b - \frac{a}{c}\right)z^2 \tag{A.6}$$

$$\frac{d}{dt}E_d = -\ddot{H} = 2a^2x^2 + 2\frac{a}{c}y^2 - 2(b - \frac{a}{c})d^2z^2 - 2a(1-a)xy$$
$$- 2\left(ab - \frac{a}{c} - bd\frac{a}{c}d\right)xyz \tag{A.7}$$

بر اساس معادلهٔ (۱۴)، $\widehat{w}_k = \mu_1^k(E_h)\mu_2^k(E_d),$ بنابراین، با در نظر گرفتن معادلهٔ $(A.3)$ داریم:

$$\frac{d}{dt} = \widehat{w}_k = \left(\frac{d}{dt}\mu_1^k(E_h)\right)\mu_2^k(E_d) + \mu_1^k(E_h)\left(\frac{d}{dt}\mu_2^k(E_d)\right)$$

$$= -\Upsilon_{k,1}^{*}\dot{H}\mu_2^k(E_d) - \Upsilon_{k,2}^{*}\ddot{H}\mu_1^k(E_h)$$

$$= -\widehat{w}_k\left(\frac{\Upsilon_{k,1}^{*}}{\mu_1^k(E_h)}\dot{H} + \frac{\Upsilon_{k,2}^{*}}{\mu_2^k(E_d)}\ddot{H}\right)$$

$$= -\widehat{w}_k\left(\psi_{k,1}\dot{H} + \psi_{k,2}\ddot{H}\right) \qquad (A.8)$$

جایی که،

$$\psi_{k,i} \triangleq \frac{\Upsilon_{k,i}^{*}}{\mu_i^k(E_i)} \qquad (A.9)$$

با جایگزین کردن (A.8) در (A.2)، رابطهٔ زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{d}{dt}w_k = w_k\left(-\psi_{k,1}\dot{H} - \psi_{k,2}\ddot{H} + \frac{\sum_{l=1}^{m}\left(\widehat{w}_l\left(\psi_{l,1}\dot{H} + \psi_{l,2}\ddot{H}\right)\right)}{\sum_{l=1}^{m}\widehat{w}_l}\right) \qquad (A.10)$$

با جایگزین کردن (A.10) در (A.1) داریم:

$$\frac{d}{dt}u_f = \sum_{l=1}^{m}\left(C_k\frac{d}{dt}w_k\right)$$
$$= \sum_{l=1}^{m}\left(C_k w_k((-\psi_{k,1}\dot{H} - \psi_{k,2}\ddot{H}) + \frac{\sum_{l=1}^{m}\left(C_l w_l\left(\psi_{l,1}\dot{H} + \psi_{l,2}\ddot{H}\right)\right)}{\sum_{l=1}^{m}(C_l w_l)}\right)$$
$$= \sum_{l=1}^{m}(C_l w_l)\,(\sum_{k=1}^{m}\left(C_k w_k((-\psi_{k,1}\dot{H} - \psi_{k,2}\ddot{H})\right.$$
$$\left. + \frac{\sum_{l=1}^{m}\left(C_l w_l\left(\psi_{l,1}\dot{H} + \psi_{l,2}\ddot{H}\right)\right)}{\sum_{l=1}^{m}(C_l w_l)}\right))/\sum_{l=1}^{m}(C_l w_l) \qquad (A.11)$$

که با در نظر گرفتن معادلهٔ (۱۷) می‌توان آن را به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{u}_f = u_f\left(\sum_{k=1}^{m} C_k w_k\left(-\psi_{l,1}\dot{H} - \psi_{l,2}\ddot{H}\right) + \frac{\sum_{l=1}^{m}\left(\widehat{w}_l\left(\psi_{l,1}\dot{H} + \psi_{l,2}\ddot{H}\right)\right)}{\sum_{l=1}^{m}\widehat{w}_l}\right) / \sum_{l=1}^{m}(C_l w_l) \qquad (A.12)$$

که در آن تابع نرم $\Gamma(x.y.z)$ به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$\Gamma(x,y,z) \triangleq \frac{\left(\sum_{k=1}^{m} C_k w_k\left(-\psi_{l,1}\dot{H} - \psi_{l,2}\ddot{H}\right) - \frac{\sum_{l=1}^{m}\ \widehat{w}_l\left(\left(\psi_{l,1}\dot{H} + \psi_{l,2}\ddot{H}\right)\right)}{\sum_{l=1}^{m}\widehat{w}_l}\right)}{\sum_{l=1}^{m}(C_l w_l)} \qquad (A.13)$$

که در آن (A.12) جایگزین شده‌است:

$$\dot{u}_f = \Gamma(x.y.z)u_f \qquad (A.14)$$