

یک رویکرد ترکیبی فرا ابتکاری برای بهینه سازی مسائل چند پاسخی در چارچوب تابع مطلوبیت

رسول نورالسنا^۱، آرش ربانی^۲

چکیده

بسیاری از آزمایش‌های طراحی شده نیازمند بهینه سازی همزمان چند پاسخ می باشند. یک رویکرد معمول، استفاده از تابع مطلوبیت همراه با یک الگوریتم بهینه سازی، برای یافتن مقادیری از فاکتورهای کنترل که بیشترین مطلوبیت را ایجاد می کنند. هنگامی که ابعاد مسئله با بیشتر شدن تعداد فاکتورها و متغیرهای پاسخ، بزرگ تر می شود، الگوریتم‌های بهینه سازی مرسوم، در یافتن جواب‌های بهینه یا نزدیک بهینه در زمان قابل قبول عاجز خواهند بود. برای این موارد رویکرد دیگر، استفاده از روش‌های جستجوی فرا ابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک و یا ترکیب این الگوریتم با یک جستجوگر محلی می باشد. در این تحقیق یک متدولوژی جدید برای بهینه سازی مسائل چند پاسخی ارائه شده است که از تابع مطلوبیت و یک الگوریتم ممیتیک (الگوریتم ترکیبی ژنتیک) برای بهینه سازی مسایل چند پاسخی، استفاده می کند. پس از معرفی الگوریتم جدید، مثال‌های عددی متعددی شبیه سازی و توسط آن حل شده و عملکرد آن با بهترین روش‌های موجود در ادبیات موضوع مقایسه شده است. نتایج بررسی نشان می دهند که روش ترکیبی پیشنهادی برای مسایل با ابعاد بالا، نسبت به الگوریتم‌های بهینه سازی مرسوم بسیار بهتر عمل می کند.

واژگان کلیدی: مسایل چند پاسخی، تابع مطلوبیت، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم ممیتیک، جستجوی

محلی، روش هوک و جیو

مقدمه

ناشی از آنها بر روی متغیر خروجی (پاسخ) فرایند، صورت می گیرد. پس از شناسایی آثار تاثیر گذار معنادار بر متغیر پاسخ و ارائه مدل‌های پیش بینی پاسخ (مدلهای مختلف رگرسیون) بحث بهینه سازی متغیر پاسخ مطرح می گردد به گونه ای که تغییرات در متغیر پاسخ کم و مقدار متغیر پاسخ نزدیک به مقدار اسمی خود باشد.

طراحی آزمایش‌ها (DOE) مجموعه‌ای از آزمایش‌هاست که با هدف ایجاد تغییرات هدفمند در متغیرهای ورودی یک فرایند به منظور بررسی تاثیرات

۱- استاد دانشکده مهندسی صنایع؛ دانشگاه علم و صنعت ایران
rassoul@iust.ac.ir

۲- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع؛ دانشگاه علم و صنعت ایران
arashrabbani@yahoo.com

گونه ای تعیین شوند که حداقل پاسخها در حد قابل قبولی قرار گیرند [۲]. به طور کلی تمامی مسایل چند پاسخی^۴ شامل سه مرحله می باشند [۱]، [۳].

- جمع آوری داده ها (طراحی آزمایشها) شامل: بیان مسأله، انتخاب عوامل و سطوح، انتخاب متغیر پاسخ، انتخاب طرح آزمایش
- ایجاد مدل جهت بیان رابطه بین متغیرهای ورودی و متغیرهای پاسخ
- بهینه سازی

علی‌رغم آنکه در مسایل واقعی نیازمند تحلیل بیش از یک متغیر پاسخ هستیم، بسیاری تلاش‌های صورت گرفته در روش سطح پاسخ، بر بهینه سازی مسایل تک پاسخی تاکید دارند و به نسبت، تعداد کمتری از بررسی‌های انجام گرفته، در زمینه حل مسائل آماری چند پاسخی می‌باشند.

بهینه سازی در فرایندهای چند پاسخی بر خلاف فرایندهای تک پاسخی^۵ مشکل است چرا که تنظیم پارامترهای ورودی به گونه‌ای که تمامی متغیرهای پاسخ بهینه گردند بسیار مشکل و برخی حالات غیر ممکن است. در این گونه مسایل هدف، یافتن نقطه است که به ازای آن تمامی پاسخها تا حد امکان به مقدار بهینه خود نزدیک گردند. به طور کلی تلاش‌هایی که در زمینه مسایل چند پاسخی انجام گرفته را می‌توان به سه دسته تقسیم بندی نمود.

در روش اول، ابتدا برای هر کدام از متغیرهای پاسخ، مدل سطح پاسخ مناسبی ساخته می‌شود. آنگاه منحنی‌های تراز مربوط به پاسخ‌های مختلف روی هم قرار می‌گیرد و آزمایشگر با بررسی نمودار منحنی‌های تراز، نواحی عملیاتی مطلوب را شناسایی می‌کند [۱]. «لیند و همکاران»^۶ (1960) و «مونتگمری»^۷ و «می یر»^۷ (۲۰۰۲) از این رویکرد در بهینه سازی مسایل استفاده

برای این منظور، روش سطح پاسخ (*RSM*)^۱ معرفی می‌گردد که شامل مجموعه ای از تکنیک‌های ریاضی و آماریست که به آزمایشگر کمک می‌کند تا متغیرهای ورودی را به گونه‌ای تعیین نماید که پاسخ فرایند، بهینه گردد. در اغلب مسائل *RSM*، فرم روابط بین متغیر پاسخ و متغیرهای مستقل ناشناخته است. بنابراین اولین قدم در *RSM*، یافتن یک تقریب مناسب برای پاسخها می‌باشد. به طور معمول یک «چند جمله‌ای» مرتبه پایین برای این منظور به‌کار گرفته می‌شود. چنانچه انحناء در سیستم وجود داشته باشد، از «چند جمله‌ای» با درجه بالاتر و عموماً درجه دو استفاده می‌شود. سپس به کمک روش «تندترین شیب»^۲ یا «کندترین شیب»^۳ بهترین مجموعه از ورودی‌ها برای پاسخ تعیین می‌شود [۱]. بسیاری از تلاش‌هایی که در روش سطح پاسخ انجام شده، بر مسائلی تاکید داشته‌اند که در آنها بهینه نمودن، تنها یک پاسخ مدنظر است. و معمولاً *RSM* هنگامی که بهینه سازی یک پاسخ مورد نظر باشد، خوب عمل می‌کند. هر چند این روش حتی زمانی که هدف، بهینه سازی مسأله‌ای با چندین متغیر پاسخ باشد، کاربرد دارد. در بسیاری از مسایل سطح پاسخ مانند فرایندهای شیمیایی، مسأله شامل بررسی و بهینه نمودن همزمان چندین متغیر پاسخ می‌باشد. در این گونه مسایل هدف یافتن سطوحی از متغیرهای ورودی است که به ازای آنها، به طور همزمان تمامی پاسخها بهینه گردند. البته راه حل بهینه در اکثر مواقع به علت تعارضات موجود در بین اهداف وجود نخواهد داشت. به عبارت دیگر نمی‌توان مجموعه‌ای از متغیرهای ورودی را یافت که نحوی که تمامی پاسخها به ازای آنها بهینه گردند. لیکن در این گونه موارد سعی می‌شود متغیرهای ورودی به

4 Multi Response
5 Single Response
6 Lind et al
7 Myers & Montgomery

1 Response Surface Methodology
2 Steepest ascent
3 Steepest descent

هدف استفاده از روشي براي تركيب پاسخ هاي مختلف و تبديل آنها به يك پاسخ تک مقداري و سپس استفاده از يك روش عددي براي بهينه سازي تابع پاسخ تركيبی می باشد.

«هارينگتون»^{۱۴} (۱۹۶۵) نخستين بار براي ادغام پاسخ ها، از مفهوم تابع مطلوبيت^{۱۵} استفاده نمود [۱۲]. از آنجايي که توابع پيشنهادي هارينگتون انعطاف پذيري کافي را نداشتند، «سويچ» و «درينگر»^{۱۶} (۱۹۸۰)، شکل ديگري از توابع مطلوبيت را معرفي نمودند که انعطاف پذيري بيشتري نسبت به مدل قبلي داشت [۱۳]. «خوري» و «کونلون»^{۱۷} (۱۹۸۱)، از توابع رگرسيون چند جمله اي براي بهينه سازي مسائل چند پاسخي استفاده نمودند [۱۴]. «موننگمري» و «دل کاستيلو» (۱۹۹۶) تابع مطلوبيت اصلاح شده اي را ارائه نمودند که در تمامي نقاط مشتق پذير بوده و مي توان براي بهينه نمودن آن از روش هاي بر پايه گراديان استفاده نمود [۱۵]. «لئون»^{۱۸} (۱۹۹۶) براي بهينه نمودن همزمان فرايند هاي چند پاسخي، از رويکرد تابع هزينه استفاده نمود [۱۶]. «مي يري» و «وينينگ»^{۱۹} (۱۹۹۰) اولين بار براي مسائل تک پاسخي به بررسي توام ميانگين و واريانس پاسخ ها، پرداختند [۱۷]. ايشان پس از برآزش مدل رگرسيوني براي ميانگين و واريانس هر کدام از پاسخ ها، هر دو تاثير مکان و پراکندي مشاهدات را در فاز بهينه سازي مورد توجه قرار دادند. «کيم» و «لين»^{۲۰} (۲۰۰۴) اين رويکرد را براي مسائل چند پاسخي توسعه دادند [۶]. «چنگ»^{۲۱} (۲۰۰۴) براي تقريبن روابط بين متغيرهاي ورودی و پاسخ ها، از يك سيستم فازی-عصبی که یک ساختار استنتاج فازی با قابليت يادگيري شبکه های عصبی را دارا می باشد، استفاده نمود در ادامه با تعريف

نمودند [۴]، [۵]. اين روش هنگامي که تعداد متغيرهاي فرايند کم باشد (حداکثر دو)، بسيار خوب عمل می کند و با افزايش ابعاد مسأله (اکثر مسائل چند پاسخي چنين حالي دارند) کارايي روش بشدت پايين می آيد. از طرفي در اين روش پس از شناسايي نواحي محدود به منحنی ترازهاي تمام پاسخ ها، به ناحیه ای خواهيم رسيد که در آن تمامی پاسخ ها ارضاء می شوند اما جواب بهينه را شناسايي نمی کند [۱]، [۶]

در رويکرد دوم که هدف آن ساده سازي مسأله است، مهمترين پاسخ شناسايي شده و از ديگر پاسخ ها صرف نظر می شود و يا به عنوان محدوديت هاي مدل در مسأله آورده می شوند. روش هايی که در اين دسته قرار می گيرند، عموماً منجر به راه حل هاي غير واقعي می گردند. از طرفي ممکن است کران محدوديت ها به گونه ای تعريف گردد که ناحیه شدنی مسئله از بين برود. در نهايت تعيين اينکه کدام پاسخ بايد در تابع هدف قرار گيرد نيز خود مشکل بزرگی است [۱]، [۳]، [۷]. «کارتري» و «می يري»^۸ (۱۹۷۳) براي يك مسأله دو پاسخي با تعريف ضريب «لاگرانژ» براي تابع دوم و مشتق گيري از تابع به دست آمده به بررسي وضعيت نقطه حاصل، از لحاظ بييشينه و يا کمينه نمودن تابع اوليه پرداختند [۸]. «موننگمري» و «دل کاستيلو»^۹ (۱۹۹۳) براي حل يك مسأله دو پاسخي از روش «گراديان» نزولي تعميم يافته (GRG)^۱ استفاده نمودند [۵]. «کويلو کويلو»^{۱۱} (۲۰۰۰) نيز رويکردی که به روش محدوديت- ϵ معروف است و بر کمينه نمودن يك پاسخ و قرار دادن ديگر اهداف با تعريف سطوح قابل قبول ϵ_i ، به عنوان کران محدوديت ها تاکيد دارد، ارائه نمود [۹]. روش پيشنهادي «بيومونت» و «هارتمن»^{۱۲} (۱۹۶۸) و «سواين» و «بيلز»^{۱۳} (۱۹۸۰) نيز در اين دسته قرار می گيرد [۱۰]، [۱۱] در رويکرد سوم،

14 Harrington
15 Desirability Function
16 Derringer & Suich
17 Khuri & Conlon
18 Leon
19 Myers & Vining
20 Kim & Lin
21 Cheng

8 Mayer & Carter
9 Montgomery & Del Castillo
10 Generalized Reduced Gradient
11 Coello Coello
12 Hartmann & Beaumont
13 Biles & Swain

ژنتیک و روش هوک و جیو) برای حل مسایل چند پاسخی با رویکرد تابع مطلوبیت ارایه گردیده است. در جدول ۱ تعدادی از روش‌های بهینه سازی مورد استفاده در ادبیات موضوع برای بهینه سازی تابع مطلوبیت آورده شده است.

الگوریتم ترکیبی پیشنهادی

در رویکرد تابع مطلوبیت هدف تعیین مقادیر متغیرهای ورودی به گونه‌ای است که به ازای آنها اولاً همگی پاسخ‌ها، مطلوبیتی بیشتر از صفر داشته باشند و دوم اینکه، مطلوبیت کلی بیشینه باشد. چنانچه سطح پاسخ مربوط به تابع مطلوبیت کلی، خوش رفتار باشد، روش‌های معمول در بهینه سازی مسایل غیر خطی مانند سیمپلکس نلدر-مید (۱۹۶۵)^{۲۴} و روش‌های بر پایه گرادیان مانند گرادیان نزولی تعمیم یافته (GRG) را می‌توان در فاز بهینه سازی به کار گرفت. در صورتی که تعداد متغیرهای ورودی فرایند افزایش باید سطح پاسخ تابع مطلوبیت کلی بشدت غیر خطی می‌گردد. از اینرو رویکردهای معمول و حتی فراابتکاری در یافتن جواب‌های بهینه یا نزدیک بهینه در زمان قابل قبول عاجز خواهند بود. ترکیب قابلیت‌های الگوریتم‌های جستجو می‌تواند عملکرد آنها را به طرز چشمگیری بهبود دهد. استفاده از جستجوگرهای محلی^{۲۵} در داخل الگوریتم ژنتیک منجر به ایجاد الگوریتم‌هایی به نام الگوریتم‌های ممتیک^{۲۶} (الگوریتم ترکیبی ژنتیک) گردیده و مسائل زیادی با این رویکرد حل شده و نشان داده شده الگوریتم‌های ممتیک در پیدا کردن جواب بهینه نسبت به الگوریتم‌های دیگر سریع تر بوده و در به دست آوردن جواب‌های بسیاری از مسایل بهینه سازی دقیق تر می‌باشد [۲۲] و [۲۳]. از آنجایی که اغلب مواقع، میزان عملکرد الگوریتم‌های مختلف براساس زمان اجرای آنها سنجیده می‌شود بنابراین در انجام و اعمال

تابع تعلق فازی برای هر کدام از پاسخ‌ها، برای تعیین مقادیر بهینه متغیرهای ورودی از روش بیشینه سازی «زیمرن» (ماکزیمم کردن حداقل درجه تعلق هر کدام از پاسخ‌ها) استفاده نمود. [۷]. پیگناتیلو و همکاران^{۲۲} (۲۰۰۴) برای بهینه سازی فرایندهای چند پاسخی از روش تابع مطلوبیت و رویکرد الگوریتم ژنتیک (GA²³) استفاده نمودند. ایشان برای بهبود عملکرد در تعیین تابع مطلوبیت تغییراتی ایجاد و تابعی ارایه نمودند که سرعت بیشتری در یافتن جواب‌های شدنی دارد. در ادامه به تنظیم پارامترهای الگوریتم به نحوی که در برابر فاکتورهای پیچیدگی مسأله بهترین عملکرد را داشته باشند پرداختند [۱۸]. نیایکی و پسندیده (۲۰۰۶) نیز برای بهینه سازی فرایندهای چند پاسخی از متدولوژی تابع مطلوبیت و رویکرد الگوریتم ژنتیک استفاده نمودند و براساس معیار کمترین خطا ایشان ۴ روش برای حل مسئله و تعیین بهترین کروموزوم‌ها برای نسل‌های بعدی، ارائه دادند [۳].

رویکرد تابع مطلوبیت یکی از پرکاربردترین روش‌های مدل نمودن مسایل چند پاسخی در طراحی آزمایش‌ها می‌باشد. چنانچه پیچیدگی مسأله با افزایش ابعاد مسأله بیشتر گردد، رویکردهای معمول و حتی فراابتکاری در یافتن جواب‌های بهینه یا نزدیک بهینه در زمان قابل قبول عاجز خواهند بود. در این شرایط روش‌های بهینه سازی مرسوم و روش‌های جستجوی مستقیم ممکن است تنها جوابهای محلی را شناسایی کنند و یا حتی در یافتن جواب موجه عاجز باشند. در چنین حالاتی یکی از گزینه‌ها، استفاده از دستورالعمل‌های جستجوی هیورستیک مانند الگوریتم ژنتیک، شبیه سازی تبرید یا جستجوی ممنوع و ... می‌باشد. ادغام پروسیجرهای جستجو با جستجوگرهای محلی، توانایی آنها را در یافتن نقطه‌ی بهینه کلی افزایش می‌دهد. در این تحقیق یک الگوریتم ترکیبی (الگوریتم

24 Nelder-Mead

25 Local Search

26 Memetic

22 Pignatiello et al

23 Genetic Algorithm

كلي الگوريتم ممتيك پيشنهادي در شكل (۱) آمده است. در اين روش جستجوگر محلي «هوك» و «جيو» براي يافتن جواب‌هاي اوليه مناسب (بهينه هاي محلي) براي تشكيل جمعيت اوليه الگوريتم ژنتيك، مورد استفاده قرار مي‌گيرد. در ادامه به كمك الگوريتم ژنتيك، فرايند بهينه سازي ادامه مي‌يابد. در هر نسل نيز، جهت صرفه جويي در زمان اجرائي الگوريتم، بر روي درصدي از بهترين فرزند توليد شده، الگوريتم «هوك و جيو» اجرا مي‌گردد. فرايند بهينه سازي توسط الگوريتم ژنتيك تا رسيدن به معيار توقف ادامه مي‌يابد. در زير به مفاهيمي كه در اين رويكرد مورد استفاده قرار مي‌گيرند اشاره مي‌شود.

جستجوي محلي در داخل الگوريتم ژنتيك بايد اين مسأله لحاظ گردد. تعدادي از مسائل مهم و كليدي كه ممكن است در الگوريتم‌هاي تركيبی رخ دهند، عبارتند از: - كجا و چه موقعي لازم است كه جستجوي محلي در داخل سيكل تكاملی به وقوع بپيوندد؟ - چه جستجوگر محلي براي مسأله مورد نظر مناسب مي‌باشد. - كداميك از جواب‌ها و فرزندان در جامعه بايد به وسيله جستجوي محلي بهبود يابند و فرايند انتخاب آنها چگونه است؟ چه مقدار از CPU بايد به جستجوي محلي تخصيص داده شود؟ در ادامه به ذكر آنها پرداخته خواهد شد. شمای

جدول ۱- تعدادي از الگوريتم‌هاي مورد استفاده براي بهينه سازي تابع مطلوبيت

شماره	الگوريتم مورد استفاده در فاز بهينه سازي	مرجع
۱	GRG	[15]
۲	Hook & Jeeves GA with local search	[13]
۳		[7]
۴	GA	[20],[19],[3],[18]
۵	VEGA	[۲۱]

- ۱- تعيين اندازه جامعه اوليه
- ۲- توليد جامعه اوليه (انتخاب متغيرهاي تصادفي موجه اوليه X_{ii})
- ۳- اجرائي روش جستجوي محلي هوك و جيو بر روي تك تك اعضاي جامعه اوليه و محاسبه مقدار تابع برازش (تابع مطلوبيت كلي، D) تا رسيدن به معيار توقف (رسيدن معيار گام حرکت در طول مولفه‌ها به مقدار مشخص شده)
- ۴- ثبت بهترين مقدار به دست آمده براي تابع مطلوبيت كلي و متغيرهاي ورودی آن
- ۵- تکرار مراحل زير تا رسيدن معيار توقف (زمان لازم براي S تکرار روش هوك و جيو)
 - اعمال عملگر تقاطع جهت توليد فرزندان
 - اعمال عملگر جهش براي توليد فرزندان
 - محاسبه مقدار تابع مطلوبيت كلي جواب‌هاي توليد شده و متغيرهاي مربوط به هر كدام از آنها
 - انجام الگوريتم جستجوي محلي هوك بر روي فرزندان توليد شده تا رسيدن به معيار توقف (رسيدن معيار گام حرکت در طول مولفه‌ها به مقدار مشخص شده)
 - انتخاب والدين جهت نسل بعدي
- ۶- : نمايش بهترين جواب و خروجی برنامه

شكل ۱: اسكلت اصلي الگوريتم تركيبی ممتيك پيشنهادي

۲-۱- تابع مطلوبیت

رویکرد تابع مطلوبیت یکی از پر کاربردترین روشهایی است که در صنعت جهت بهینه سازی مسائل چند پاسخی مورد استفاده قرار می گیرد. این روش اولین بار توسط هارینگتون (۱۹۶۵) ارائه گردید. ایده این روش بر ترکیب پاسخها در قالب یک مسئله تک پاسخی و بهینه نمودن تابع بدست آمده استوار است [۱۲]. به عبارت دیگر کیفیت یک محصول که دارای مشخصه های کیفیتی متعددی است، کاملاً غیر قابل قبول است چنانچه یکی از مشخصه ها خارج از محدوده های مطلوب و مورد نظر باشد. این روش به هر مجموعه از پاسخها امتیازی می دهد و فاکتورهای ورودی را به گونه ای تنظیم می کند که امتیاز کل را بیشینه نماید [۳]. برای تعریف رویکرد تابع مطلوبیت، فرض کنید هر کدام از k متغیر پاسخ به P متغیر مستقل از طریق رابطه (۱) وابسته باشند.

$$y_i = f(x_1, x_2, \dots, x_p) + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (1)$$

که y_i ، i امین پاسخ و f_i رابطه بین i امین پاسخ و متغیرهای مستقل x_1, x_2, \dots, x_p را نشان می دهد. و ε_i جمله خطا با $E(\varepsilon_i) = 0$ و $\text{var}(\varepsilon_i) = \sigma_i^2$ می باشد.

تابع مطلوبیت، $d_i(y_i)$ ، مقداری بین ۰ و ۱ به هر مقدار متغیر پاسخ y_i نسبت می دهد. مقدار $d_i(y_i)$ با افزایش پاسخ مربوطه افزایش می یابد. بسته به این که هدف بیشینه نمودن، کمینه نمودن و یا رسیدن به یک مقدار مشخص باشد، توابع مطلوبیت مختلفی را می توان تعریف نمود. دو نوع تبدیل یک طرفه و دو طرفه برای تبدیل y_i به $d_i(y_i)$ وجود دارد. چنانچه y_i باید بیشینه یا کمینه گردد از تبدیل یک طرفه و هنگامی که بخواهیم مقدار y_i به یک مقدار مشخص نزدیک باشد از تبدیل

دو طرفه استفاده می شود. سویچ و درینگر (۱۹۸۰) توابع زیر را برای تعیین مطلوبیت های منفرد ارائه نمودند. ایشان، معادله (۲) را برای تبدیل یک طرفه و معادله (۳) را برای مسئله دو طرفه تعریف نمودند. [۱۳]

$$d_i(y_i) = \begin{cases} 0 & \text{if } y_i(x) \leq l_i \\ \left(\frac{y_i - l_i}{u_i - l_i} \right)^r & \text{if } l_i \leq y_i(x) \leq u_i \quad (2) \\ 1 & \text{if } y_i(x) \geq u_i \end{cases}$$

$$d_i(y_i) = \begin{cases} \left(\frac{y_i - l_i}{t_i - l_i} \right)^s & \text{if } l_i \leq y_i(x) \leq t_i \\ \left(\frac{y_i - u_i}{t_i - u_i} \right)^t & \text{if } t_i \leq y_i(x) \leq u_i \quad (3) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

l_i و u_i به ترتیب حدود پایین و بالا و t_i مقدار هدف پاسخ y_i می باشند که $l_i \leq t_i \leq u_i$ و ضرایب s, t, r توسط کاربر تعیین می شوند و رفتار تابع مطلوبیت را تعیین می کنند. برای مسایل دو طرفه چنانچه $s = t = 1$ باشد، آنگاه تابع مطلوبیت به صورت خطی افزایش می یابد. برای $s < 1, t < 1$ تابع مطلوبیت محدب و برای $s > 1, t > 1$ مقعر خواهد بود. پیگناتیلو و همکاران برای بهبود عملکرد الگوریتم ژنتیک تابع زیر را پیشنهاد نمودند.

$$D^*(x) = D_{DS}(x) - P(x) \quad (4)$$

که D_{DS} تابع مطلوبیت ارائه شده توسط سویچ و درینگر (۱۹۸۰) بوده و $P(x)$ که شدت نشدنی بودن را نشان می دهد، به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$P(x) = [(p_1(\hat{y}_1) p_2(\hat{y}_2) \dots p_m(\hat{y}_m))^{1/m} - c]^2 \quad (5)$$

که هر کدام از جرایم $p_i(\hat{y}_i)$ بصورت زیر می باشد.

$$p_i(\hat{y}_i) = \begin{cases} c + \left| \frac{\hat{y}_i - L_i}{T_i - L_i} \right|, & -\infty \leq \hat{y}_i \leq L_i \\ c, & L_i \leq \hat{y}_i \leq H_i \\ c + \left| \frac{\hat{y}_i - H_i}{T_i - H_i} \right|, & H_i \leq \hat{y}_i \leq +\infty \end{cases} \quad (6)$$

ثابت c مقدار کوچکی است که برای برقراری

بازه $[0,1]$ انتخاب می‌گردد.

- جهش^{۲۸}: عملگر جهش بر روی یک یا چند ژن یک کروموزوم اعمال شده و یک کروموزوم جدید را به وجود می‌آورد. در حالت کلی هرکدام از ژنها شانس مساوی جهت انجام عملیات جهش دارند. پس از انتخاب ژن‌هایی که باید جهش یابند، اعداد تصادفی یکنواخت در بازه $[-1,1]$ جایگزین ژنهای قبلی می‌گردد.

■ عملگر انتخاب

انتخاب والدین در موفقیت الگوریتم ممیتیک بسیار مهم است. در این تحقیق، جهت انتخاب والدین برای نسل بعدی از بین کروموزوم‌های نسل کنونی (والدین) و فرزندان تولید شده در این مرحله، به این صورت عمل می‌شود که ابتدا درصدی از بهترین کروموزوم‌ها برای نسل بعدی انتخاب می‌شوند. همچنین درصدی از بدترین کروموزوم‌ها نیز در این مرحله حذف می‌گردند. حال، برای انتخاب کروموزوم‌های دیگر برای نسل بعدی به صورت زیر عمل می‌کنیم. ابتدا باید تعداد کروموزوم‌هایی که می‌توانند انتخاب شوند را محاسبه نمود که برابر است با:

بدترین کروموزوم‌های حذف شده - بهترین کروموزوم‌های انتخابی - تعداد کل کروموزوم‌های این نسل = تعداد کروموزوم‌های بالقوه

در ادامه یک بردار تصادفی بین یک و تعداد کروموزوم‌های بالقوه و به تعداد کروموزوم‌های مورد نیاز نسل بعدی تولید شده و انتخاب کروموزوم‌های نسل بعدی با توجه به اعداد تصادفی تولید شده انجام می‌شود.

■ جستجوگر محلی

یکی دیگر از عملگرهایی که در الگوریتم ممیتیک استفاده می‌شود و آنرا از الگوریتم ژنتیک جدا می‌نماید، جستجوگر محلی است. در انتخاب جستجوگر محلی باید توجه شود که اولاً سرعت قابل قبولی داشته باشد و

شرط $p_i(\hat{y}_i) > 0$ مورد استفاده قرار می‌گیرد. تا این اطمینان حاصل شود که جریمه کلی، $P(x)$ ، غیر صفر برای هر جواب نشدنی ارزیابی گردد. بنابراین تابع مطلوبیت کلی پیشنهاد شده توسط پیگناتیلو و همکاران به صورت زیر خواهد بود.

$$D^*(x) = [d_1(Y_1(x))d_2(Y_2(x))\dots d_m(Y_m(x))]^{\frac{1}{m}} - [(p_1(\hat{y}_1)p_2(\hat{y}_2)\dots p_m(\hat{y}_m))^{1/m} - c]^2 \quad (V)$$

$$P1_{New} = \beta \times P1 + (1 - \beta) \times P2 \quad \beta \in [0,1] \quad (A)$$

$$P2_{New} = (1 - \beta) \times P1 + \beta \times P2$$

۲-۲- پارامترها و عناصر الگوریتم پیشنهادی

■ نمایش کروموزوم‌ها

در الگوریتم ژنتیک به هر راه‌حل شدنی مسأله که شامل برداری از اعداد (متغیرها) می‌باشد، یک کروموزوم و به هر عنصر یک کروموزوم، یک ژن گفته می‌شود. همانطور که در ادبیات طراحی آزمایش‌ها معمول می‌باشد، در این تحقیق از فاکتورهای کنترل بصورت کد شده استفاده شده و هر کروموزوم برداری از فاکتورهای کد شده را نشان می‌دهد بطوریکه هر ژن آن در بازه $[-1,1]$ تعریف شده است. بدین صورت که به سطح بالای فاکتور کنترل مقدار $+1$ و به سطح پایین آن مقدار -1 داده شده و دیگر سطوح فاکتور به بازه بین -1 و $+1$ نگاشت می‌شود.

■ عملگرهای ژنتیکی

- تقاطع^{۲۷}: برای انجام عملگر تقاطع دو کروموزوم با هم ترکیب می‌شوند و از ترکیب آنها فرزندان جدیدی ایجاد می‌گردند. در این تحقیق از روش همگذاری ترکیبی برای تولید فرزندان به صورت زیر استفاده شده است.

که $p1$ و $p2$ ، m امین عنصر از کروموزوم X_n هستند. $m = 1, 2, \dots, q_n$ و q_n تعداد کل متغیرهای X_n می‌باشد. پارامتر β عددی است که هر بار به تصادف از

نتایج عددی روش‌ها

در این قسمت، برای بررسی عملکرد الگوریتم ممیتیک پیشنهادی مسایل متعددی حل شده است. برای بررسی عملکرد الگوریتم ممیتیک پیشنهادی تا حد ممکن از مسایل موجود در ادبیات موضوع استفاده گردیده است. برای بررسی بیشتر و بنابر نیاز، مسایل با ابعاد و سطح پیچیدگی مختلف شبیه سازی شده است.

لازم به ذکر است، کدنویسی کلیه الگوریتم‌ها در محیط برنامه‌نویسی *MATLAB* انجام شده است. همچنین برای اینکه بتوان در شرایط کاملاً مساوی، نتایج الگوریتم‌ها را با هم مقایسه نمود، کدنویسی الگوریتم‌های قبلی نیز انجام شده است. اجرای الگوریتم‌ها بر روی کامپیوتر شخصی *Pentium IV*، *CPU 2.53 G.HZ* و *RAM 512 MB* انجام گرفته است.

اساس شبیه سازی پاسخ‌ها و تشکیل توابع مطلوبیت آنها برای بررسی عملکرد الگوریتم ممیتیک پیشنهادی در جدول ۲ آمده است.

پس از تشکیل معادلات و تابع مطلوبیت کلی ابتدا روش «هوک و جیو» به تعداد تکرار مشخص برای هر مسئله اجرا شده (با تقاط اولیه متفاوت) و زمان اجرای آن معیار توقف سایر الگوریتم‌ها قرار داده شده است. از آنجا که برای مسائل با سطح پیچیدگی بالا روش هوک و جیو سریعتر به معیار توقف می‌رسد، سعی شده برای این دسته از مسائل تعداد تکرارها بیشتر باشد. برای مسائل با ابعاد کم عکس این مسئله عمل شده است. خلاصه نتایج عددی اجرای الگوریتم‌ها در جدول ۳ آورده شده است.

ثانیاً دقت نسبتاً بالایی در یافتن نقاط بهینه (محلی یا کلی) با شروع از یک نقطه خوب داشته باشد. در این تحقیق از الگوریتم هوک و جیو^{۲۹} به عنوان جستجوگر محلی استفاده شده است. این روش در واقع اولین پیشنهاد هوک و جیو در حل یک مسئله چند متغیره و بدون محدودیت بوده به طوری که فقط از ارزیابی تابع موجود استفاده می‌شود. این روش سرعت و دقت بالایی در یافتن نقاط بهینه با فرض شروع از یک نقطه مناسب دارد. علاوه بر این از آنجا که این روش از اطلاعات مشتق تابع هدف در فرایند جستجو استفاده نمی‌کند، نیازی به محاسبات پیچیده و تغییر تابع مطلوبیت در نقاط مشتق ناپذیر آن نمی‌باشد. از طرفی چنانچه در تقریب روابط از شبکه های عصبی یا مدل سازی فازی استفاده گردد، از آنجایی که سطوح پاسخ‌ها در این روش‌ها در دسترس نمی‌باشد امکان استفاده از روش‌های بر پایه گرادینان امکان پذیر نیست که این محدودیت (وجود سطح پاسخ) به دلیل عدم نیاز به اطلاعات مشتق سطوح پاسخ، در مورد روش «هوک و جیو» صادق نمی‌باشد. این الگوریتم ابتدا بر روی کلیه کروموزوم‌های جامعه اولیه اعمال شده تا بهینه محلی آنها به دست آید. از آنجایی که اجرای این الگوریتم به زمان زیادی نیاز ندارد بنابراین محدودیت زمانی بر آن اعمال نمی‌گردد. در پایان هر نسل بار دیگر این الگوریتم بر روی فرزندان تولید شده از آن نسل اعمال می‌گردد. (در صورتی که تعداد فرزندان زیاد باشد این روش فقط بر روی بهترین فرزند تولید شده از آن نسل اعمال می‌گردد) چارچوب روش «هوک و جیو» در شکل ۲ آورده شده است.

لازم به ذکر است که مقادیر پارامترهای الگوریتم از بهترین مقادیر موجود در ادبیات موضوع گرفته شده اند.

شکل ۲- مراحل روش هوک و جیو

۱.	تعیین مقدار طول گام حرکت در طول مولفه ها (α) و معیار طول حرکت (λ)
۲.	تعیین نقطه اولیه X^1 برای شروع حرکت در طول i مولفه آن ($i=1,2,\dots,n$) قرار دهید $p=1$ و $X^1 = X_A$
۳.	محاسبه مقدار تابع برازش (تابع مطلوبیت کلی، D) به ازای نقطه اولیه و قرار دهید $i=1$
۴.	$x_i = x_i + \alpha$ و محاسبه مقدار تابع مطلوبیت کلی، چنانچه به ازای نقطه جدید بهبود در تابع هدف ایجاد گردید، $X^{P+1} = (x_1, x_2, \dots, x_i + \alpha, \dots, x_n)$ و مقدار تابع مطلوبیت به ازای X^{P+1} ، جایگزین مقدار قبلی گردد. قرار دهید $i=i+1$ و با شروع از نقطه X^{P+1} قدم چهارم را تکرار کنید، در غیر این صورت $x_i = x_i - \alpha$ و محاسبه مقدار تابع مطلوبیت کلی، چنانچه به ازای نقطه جدید بهبود در تابع هدف ایجاد گردید، $X^{P+2} = (x_1, x_2, \dots, x_i - \alpha, \dots, x_n)$ و مقدار تابع مطلوبیت به ازای X^{P+2} جدید، جایگزین مقدار قبلی گردد. قرار دهید $i=i+1$ و با شروع از نقطه X^{P+2} قدم چهارم را تکرار کنید
	در غیر این صورت نقطه اولیه X^P ثابت بوده و از آنجا تجسس به ازای مولفه بعدی ($i=i+1$) را شروع کنید.
۵-	با تکرار قدم ۴ و افزایش i تا $i=n$ به نقطه ای مانند X_B خواهیم رسید. حرکت مسیریابی شامل حرکت از نقطه X_B در طول $(X_B - X_A)$ به اندازه λ می باشد. نقطه جدید به صورت زیر محاسبه گردد.
	$X_{new} = X_B + \lambda(X_B - X_A)$
	چنانچه به ازای تمامی مولفه ها بهبودی در تابع مطلوبیت ایجاد نگردد، $\alpha = \alpha/2$ جستجو را از آخرین نقطه پایه شروع کنید. (به گام ۴ برگردید). به ازای اولین بهبود مقدار α را به مقدار قبلی برگردانید در صورتی که مقدار α از مقدار تعیین شده کمتر باشد توقف کنید.
۶-	مقدار تابع مطلوبیت و فاکتورهای مربوط به آن را نمایش دهید.

جدول ۲- مراحل شبیه سازی پاسخها و تعیین توابع مطلوبیت آنها

۱	انتخاب تصادفی فاکتورهای کنترل برای هر کدام از پاسخها.
۲	برای هر متغیر پاسخ، نصف جملات اثرهای اصلی، ۱/۴ اثرهای متقابل و ۱/۴ توان دوم اثرهای اصلی در نظر گرفته شده است
۳	تعیین ضرایب جملات متغیرهای پاسخ بصورت تصادفی از تابع یکنواخت تعریف شده در بازه (۳۰-۱۰) علامت هر جمله نیز تصادفی انتخاب شده است.
۴	تعیین مقدار ماکزیمم و مینیمم هر پاسخ در بازه $[-1, 1]$ برای فاکتورهای کنترل
۵	تعیین مقدار مطلوب برای هر متغیر پاسخ در محدوده بدست آمده از مرحله ۴
۶	تعیین بازه قابل قبول برای تشکیل توابع مطلوبیت هر کدام از پاسخها در رنج مورد نظر

مقدار انحراف از بهترین جواب به صورت زیر تعریف می شود:

$$\frac{D^* - D_{Best}}{D^*} * 100\% = \text{انحراف معیار} \quad (9)$$

که D_{Best} عبارت است از بهترین مقدار تابع هدف به دست آمده توسط الگوریتم و D^* عبارت است از بهترین جواب موجود که از اجرای طولانی مدت الگوریتم ممتیک (۲۰۰۰ ثانیه) به دست می آید.

نتایج حاصل از محاسبات، برحسب معیارهای زیر در جدول (۴) خلاصه شده اند.

AV : درصد انحراف میانگین بهترین مقادیر پیدا شده در ۱۰ تکرار از بهترین مقدار تابع هدف.

$Best$: درصد انحراف بهترین مقدار پیدا شده در ۱۰ تکرار از بهترین مقدار تابع هدف.

$Total Average$: میانگین کل درصد انحراف -

معیارها در مسایل نمونه.

جدول ۳- خلاصه نتایج عددی اجرای الگوریتم‌ها

Problem Specifications			Time (second)	Hook & Jeeves		GA		Memetic (proposal)	
No of factors	No. of responses	Constrain range		Mean	Best	Mean	Best	Mean	Best
3	6	5%	۱۵	0.2984	0.2989	0.2954	0.2982	0.2989	0.2989
5	10	5%	۴۸۱.	0.9130	0.9249	0.8522	0.9259	0.9312	0.9328
5	10	15%	۱۳۲.۷	0.5830	0.5913	0.5344	0.5889	0.5901	0.5921
8	5	5%	۱۹۴	0.7654	0.7751	0.7187	0.7768	0.7811	0.7822
8	5	15%	۱۱۴.۱	0.9282	0.9397	0.8881	0.9240	0.9404	0.9415
8	16	5%	۱۹۵.۶	0.4706	0.4759	0.4590	0.4739	0.4816	0.4829
8	16	15%	۱۵۹.۹	0.7225	0.7283	0.6897	0.7279	0.7369	0.7375

جدول ۴- نتایج حاصل از محاسبات، برحسب معیارهای مختلف

Problem Specifications			Hook & Jeeves		GA		(Memetic (proposal)	
No. of factors	No. of responses	Constrain range	AV	Best	AV	Best	AV	Best
3	6	5%	0.167	0.000	1.171	0.234	0.000	0.000
5	10	5%	2.196	0.921	8.709	0.814	0.246	0.075
5	10	15%	1.570	0.169	9.775	0.574	0.371	0.034
8	5	5%	2.210	0.971	8.177	0.754	0.204	0.064
8	5	15%	1.475	0.255	5.732	1.921	0.180	0.064
8	16	5%	2.728	1.633	5.126	2.046	0.455	0.186
8	16	15%	2.114	1.328	6.557	1.382	0.163	0.081
Total Average			1.780	0.754	6.464	1.104	0.231	0.072

نتیجه‌گیری

میزان عملکرد روش‌ها، نتایج آنها را با نتایج بهترین الگوریتم‌های مشاهده شده در ادبیات مقایسه گردیده و نشان داده شد که رویکرد ارائه شده عملکرد خیلی بهتری را نسبت به کارهای قبلی از خود نمایش می‌دهند. نتایج متوجه از حل مسایل با استفاده از الگوریتم پیشنهادی و مقایسه آنها با نتایج بهترین الگوریتم‌های موجود نشان داد که در کلیه نمونه مسایل حل شده، الگوریتم ارائه شده به جواب‌های خیلی بهتری رسیده و از آنجاییکه تعداد و ابعاد مسائل حل شده متنوع و زیاد بودند؛ بنابراین، با اطمینان بالایی می‌توان گفت که الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم‌های موجود عملکرد و کارایی بیشتری دارد.

در این تحقیق یک الگوریتم ترکیبی در حل مسایل چند پاسخی ارائه گردید. این الگوریتم، یک الگوریتم ممیتیک می‌باشد که ترکیبی از یک الگوریتم جستجوی محلی و الگوریتم ژنتیک است. الگوریتم جستجوی محلی استفاده شده روش هوک و جیو با استفاده از حرکات گسسته می‌باشد که بهینه محلی مسایل را در حالت پیوسته به دست می‌آورد. مسایل زیادی با استفاده از روش پیشنهادی حل شده و نتایج آنها به صورت درصد انحراف از مقادیر بهینه نمایش داده شد. مقادیر میانگین درصد انحراف به دست آمده از بهترین مقدار تابع هدف برای همه روشها اندک بود. برای اطمینان از

Applied Science and Engineering, ۲۰۰۴. ۱: p. ۷۱-۵۹.

[8] Myers, R.H. and W.H. Carter, Response surface techniques for dual response systems. Technometrics, ۱۹۷۳. ۱۵: p. ۳۱۷-۳۰۱

[9] C.A.Coello Coello, An updated survey of GA-based multi-objective optimization techniques. ACM Computing Surveys, ۲۰۰۰. ۳۲: p. ۱۰۹,۱۴۳

[10] N.E. Hartmann and R.A. Beaumont, Optimum compounding computer. Journal of the Institute of the Rubber Industry, ۱۹۶۸. ۲: p. ۲۷۲-۲۷۵.

[11] W.E. Biles and J.J. Swain, Optimization and Industrial Experimentation. Wiley Interscience, ۱۹۸۰.

[12] Harrington, E.C., The Desirability Function. Industrial Quality Control, ۱۹۶۵: p. ۴۹۸-۴۹۴.

[13] Derringer, G. and R. Suich, Simultaneous Optimization of Several Response Variables. Journal of Quality Technology, ۱۹۸۰. ۱۲: p. ۲۱۹-۲۱۴.

[14] Khuri, A.I. and M. Conlon, Simultaneous Optimization of Several Responses Represented by Polynomial Regression Functions. Technometrics, ۱۹۸۱. ۲۳: p. ۳۶۳-۳۷۵.

[15] Del Castillo, E., D.C. Montgomery, and D.R. McCarville, Modified Desirability Functions for Multiple Response Optimization. Journal of Quality Technology, ۱۹۹۶. ۲۸(۳): p. ۳۴۵-۳۳۷.

[16] Leon, N.A., A Pragmatic Approach to Multiple-response Problem Using Loss Function. Quality Engineering, ۹۷-۱۹۹۶. ۹(۲): p. ۲۲۰-۲۱۳.

[17] Vining, G.G. and R.H. Myers, combining Taguchi and Response surface philosophies: A dual Response Approach. Journal of Quality Technology, ۱۹۹۰. ۲۲: p. ۳۸-۴۵.

از مشاهده نتایج به دست آمده از مسایلی مختلف حل شده که در جدول ۲ و ۳ نشان داده شده‌اند، می‌توان موارد زیر را استخراج نمود:

۱- برای تمامی مسایلی انحراف میانگین جواب‌های به دست آمده از بهترین مقدار موجود در زمان مورد نظر توسط الگوریتم GA از روش روش هوک و جیو بیشتر می‌باشد. اما در تعدادی از مسایلی انحراف بهترین جواب به دست آمده توسط روش GA کمتر از روش هوک و جیو است.

۲- برای تمامی مسایلی جواب‌های به دست آمده از الگوریتم ممتیک پیشنهادی انحراف کمتری با بهترین مقدار به دست آمده دارد.

منابع

[1] Montgomery, D.C., Design and Analysis of Experiments. ۵ed. ۱۹۹۷, New York: John Wiley & Sons.

[2] اصغرپور، م.ج.، تصمیم‌گیری‌های چندمعیاره. ۱۳۸۱.

[3] Pasandideh S. H. R and A.N.S. T, Multi-response simulation optimization using genetic algorithm within desirability function framework. Applied Mathematics and Computation, ۲۰۰۶. ۱۷۵: p. ۳۸۲-۳۶۶.

[4] Lind, E., J. Goldin, and J. Hichman, Fitting yield and cost response surface. Chemical Engineering Progress, ۱۹۶۰. ۵۶: p. ۶۸-۶۲.

[5] Del Castillo, E. and D.C. Montgomery, A Nonlinear Programming Solution to the Dual Response Problem. Journal of Quality Technology, ۱۹۹۳. ۲۵: p. ۱۹۹-۲۰۴.

[6] Kim, K.J., Lin, D. K. J., Optimization of Multiple Responses Considering both Location and Dispersion Effects. European Journal of Operation Research, ۲۰۰۴. ۱۶۹: p. ۱۳۳-۱۴۵.

[7] Cheng, C.-B., Process Optimization by Soft Computing and Its Application to a Wire Bonding Problem. International Journal of

[18] Ortiz, F., J.R. Simpson, and J.J. Pignatiello, A Genetic Algorithm Approach to Multiple-Response Optimization. *Journal of Quality Technology*, ۲۰۰۴. ۳۶(.۴

[19] Carlyle W.M ؛Montgomery, D.C.R.G., C, optimization problems and methods in quality control and improvement. *Journal of Quality Technology*, ۲۰۰۰. ۳۲: p. ۱۷-۱

[20] D. Kim, S.R., Optimization of a gas metal arc welding process using the desirability function and the genetic algorithm. *Journal of Engineering Manufacture*, ۲۰۰۴. ۱: p. ۳۵-۴۱

[21] J.D.Schaffer, Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms, in *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*. Hillsdale, ۱۹۸۵: p. ۹۳-۱۰۰

[22] Digalskis.J and K.Margarities, *Meta-heuristics Algorithms*. ۲۰۰۱

[23] Areibi, S., M. Moussa, and H. Abdullah, *A Comparison of Genetic/Memetic algorithms and other heuristic search techniques* ۲۰۰۰ , Ontario: University of Guelph.