فصلنامه مدیریت راهبردی در سیستم های صنعتی (مدیریت صنعتی سابق)
دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج
سال هفدهم/ شماره ۶۰ / تابستان ۱۴۰۱

حل مساله تبادل زمان ـ هزینه ـ کیفیت پروژه‌ها در حالت احتمالی با در نظرگرفتن راه حل‌های ممکن

سید فرید موسوی
گروه مدیریت عملیات و فناوری اطلاعات، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران
کاوه خلیلی دامغانی
مهندسی صنایع– دانشگاه آزاد اسلامی– واحد تهران جنوب– تهران– ایران
فرناز رضاپور
مهندسی صنایع– دانشگاه آزاد اسلامی– واحد تهران جنوب– تهران– ایران
آرزو گازری نیشابوری (نویسنده مسوؤل)
مهندسی صنایع– دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب– تهران– ایران
Email: arezoogazori.66@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۸/۰۲ * تاریخ پذیرش ۱۴۰۱/۰۳/۰۵

چکیده

مدیران پروژه همواره به دنبال اتخاذ تصمیماتی هستند که بتوانند پروژه‌های خود را در کوتاه‌ترین زمان ممکن، با کمترین هزینه و با کیفیتی بالا به انجام برسانند. لیکن باید توجه داشت که در مسائل واقعی با شرایطی مواجه می‌شویم که پیش‌بینی‌های ما تحت تاثیر سایر عوامل از آنچه در عمل اتفاق می‌افتد فاصله می‌گیرد در چنین شرایطی عملاً برخی یا تمامی‌پارامترهای مرتبط با یک مساله مورد بررسی به وسیله متغیرهایی بیان می‌شوند که به صورت قطعی تعریف نشده‌اند. از این رو در نظر گرفتن اثر پارامترهای تصادفی در حل مساله تبادل زمان ـ هزینه ـ کیفیت دارای اهمیت بسیار زیادی می‌باشد. در این مقاله سعی داریم تا مدل مساله تبادل زمان ـ هزینه ـ کیفیت ارائه شده را در حالت تصادفی مورد توجه قرار دهیم. به این منظور برخی از پارامترهای مدل مورد اشاره را به صورت تصادفی فرض می‌کنیم. سپس به منظور حل مدل تصادفی از رویکرد برنامه‌ریزی مقید شده تصادفی استفاده خواهیم کرد. به هنگام مواجهه با توابع هدف چندگانه از میان روش‌های بهینه‌سازی مسائل چندهدفه به روش برنامه‌ریزی آرمانی خواهیم پرداخت و در نهایت مدل برنامه‌ریزی آرمانی مقید شده تصادفی را ارائه خواهیم نمود. معدل برنامه‌ریزی قطعی مدل ارائه شده ارائه می‌شود و در نهایت با استفاده از نرم افزار گمز و با یک مثال عددی، مدل ارائه شده حل و نتایج حاصل از آن مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

کلمات کلیدی: انقطاع‌پذیری، برنامه‌ریزی احتمالی، برنامه‌ریزی چند هدفه، روابط پیش‌نیازی عمومی.

۱-مقدمه

مساله تبادل زمان ـ هزینه یکی از مسائل متداول در ادبیات مدیریت پروژه است که مورد توجه محققین بسیاری بوده است در این مساله با توجه به ناسازگاری دو تابع هدف زمان و هزینه پروژه، هدف دستیابی به ترکیبات بهینه‌ای از این دو عامل می‌باشد، در محاسبات روش مسیر بحرانی[1] فرض بر این است که همگی فعالیت‌ها در زمان پیش‌بینی شده و معمولی خود قابل انجام هستند، حال در مواردی لازم می‌شود پروژه حتی زودتر از زمان برنامه‌ریزی شده به اتمام برسد. طبیعی است برای دستیابی به زمان تکمیل زودتر باید زمان تعدادی از فعالیت‌ها را کاهش داد. این کاهش زمان توام با افزایش منابع کاری آن فعالیت‌ها و صرف هزینه است که آن را انجام ضربتی یا فشرده‌سازی زمان فعالیت گویند. هدف تبادل هزینه و زمان برای دستیابی به زمان تکمیل زودتر پروژه، انتخاب مجموعه‌ای از فعالیت‌ها برای فشرده‌سازی است به نحوی که هزینه کل انجام فعالیت‌ها حداقل شود (Golshani, 2016). از طرف دیگر کیفیت پروژه نیز یکی از مواردی است که مدیران پروژه به آن علاقه‌مند هستند که در تحقیقات مورد توجه چندانی قرار نگرفته است. باید توجه داشت که کاهش مدت زمان انجام فعالیت‌ها می‌تواند در کیفیت آن‌ها، یعنی میزان نزدیکی اقلام قابل تحویل پروژه به سطح انتظارات کارفرما یا مشتری، تاثیرگذار باشد و از آن بکاهد (Mehdizadeh and Mohsenian, 2012). زمان، هزینه و کیفیت سه معیار اصلی یک پروژه هستند که همه مدیران پروژه برای کسب توفیق در اجرای پروژه‌ها، همواره به دنبال اتمام پروژه‌ها در کمترین زمان ممکن، با کمترین هزینه ممکن، در بالاترین سطح از کیفیت می‌باشند. اما سئوال اصلی این است که چگونه می‌توان به چنین اهدافی دست یافت؟ چالش اصلی پیش روی مدیران پروژه، انتخاب رویکردی مناسب جهت یافتن ترکیبات بهینه زمان، هزینه و کیفیت فعالیت‌های پروژه، به منظور رسیدن به سه هدف فوق می‌باشد (Ebrahimnejad et al, 2013).

لیکن، در دنیای واقعی فعالیت‌های پروژه با عدم قطعیت‌های قابل توجهی مواجه هستند که به تدریج در طی اجرای پروژه رفع می‌شوند. واقعیت وجود عدم قطعیت در پارامترهای مربوط به فعالیت‌های یک پروژه در دنیای واقعی امری اجتناب‌ناپذیر است و در عمل، پیشرفت امور اجرایی پروژه‌ها، معمولاً با آنچه برنامه‌ریزی شده تفاوت‌هایی وجود خواهند داشت این تفاوت‌ها اغلب در اثر وقایع پیش‌بینی نشده یا تغییرات در روش‌های اجرایی یا اشتباهاتی که در تخمین زمان‌ها رخ داده است بوجود می‌آیند و موجب معرفی و توسعه روش‌های کنترل پروژه با رویکردهای فازی و احتمالی می‌شوند از این رو بررسی نحوه مواجهه با مسائل متداول و پرکاربرد از جمله مسائل تبادل زمان– هزینه– کیفیت در چنین شرایطی ضرورت می‌یابد. لذا ضروری است تا با استفاده از تکنیک‌های موجود برای یک برنامه‌ریزی احتمالی شرایط برخورد با پارامترهای غیرقطعی مدل و حل آن را فراهم نماییم. در این تحقیق تلاش خواهد شد تا مساله تبادل زمان ـ هزینه ـ کیفیت پروژه‌ها به صورت یک مدل ریاضی چندهدفه در حالت احتمالی ارائه شود. در این مدل‌سازی مساله با در نظر گرفتن سه تابع هدف زمان، هزینه و کیفیت، چندین امکان انجام و انقطاع در نظر گرفته می‌شود و روابط وابستگی بین فعالیت‌های مساله از نوع روابط پیش‌نیازی عمومی خواهد بود و سپس یک روش حل مناسب برای مساله ارائه خواهد شد.

۲- روش‌شناسی پژوهش

الف) پیشینه پژوهش

مساله تبادل زمان ـ هزینه از جمله مسائل با اهمیت در حوزه مسائل تحقیق در عملیات و مدیریت پروژه هستند که از دلایل عمده آن می‌توان به این موارد اشاره کرد: نخست آن که این نوع مسائل با توجه به شرایط متفاوت کاربردی خود از نظر تابع هدف، خصوصیات فعالیت‌ها، منابع و روابط پیش‌نیازی دارای اهمیت بسیار می‌باشند و دوم آن که با توجه به اینکه در رده مسائل سخت[2] دسته‌بندی می‌شوند محققین همواره به دنبال ارائه راه‌حل‌های کارآتری برای حل این مسائل هستند.

---

[1]. CPM: Critical Path Method

[2]. Non-deterministic Plonomiyal Time- Hard (NP-Hard)

با بررسی برخی از مطالعات انجام شده توسط سایر محققین در این زمینه مدل‌های مسائل تبادل زمان ـ هزینه[3] و تبادل زمان ـ هزینه ـ کیفیت[4] در پنج دسته به شرح جدول شماره (۱) تقسیم‌بندی شده‌اند. در ضمن با نگاهی به روش‌های حل مسائل تبادل زمان ـ هزینه ـ کیفیت در متون موجود متوجه می‌شویم که روش‌های بهینه‌سازی متعددی برای حل این گونه از مسائل به کار گرفته شده است.

جدول شماره (۱): دسته‌بندی مدل‌های مسائل TCTP و TCQTP

نوع مساله	نوع مدل	سال	محقق	روش	ایده اصلی
مدل‌های زمان – هزینه (TCTP)	مدل‌های کلاسیک تبادل زمان ـ هزینه در پروژه	۱۹۹۵	Deckro et al	برنامه‌ریزی درجه دوم	استفاده از مدل‌های غیرخطی تبادل زمان ـ هزینه را برای مدیریت پروژه توسعه می دهد.
	مدل‌های فازی تبادل زمان ـ هزینه در پروژه	۲۰۰۸	Eshtehardian	الگوریتم ژنتیک	یک مدل تبادل زمان ـ هزینه چند هدفه فازی ارائه و مجموعه‌های فازی برای نمایش سطوح قابل پذیرش ریسک به کار بردند.
		۲۰۰۹	Wuliang & Chengen	الگوریتم ژنتیک	مساله تبادل زمان ـ هزینه را در حالت گسسته و با محدودیت از طریق الگوریتم ژنتیک حل کردند.
	مدل‌های فازی مساله تبادل زمان ـ هزینه ـ کیفیت در پروژه	۲۰۱۳	Mungle et al	الگوریتم ژنتیک	برای یک شرکت پیمانکار معمولی، که بیشتر وظایف یک پروژه را از طریق قرارداد فرعی(دسته دوم) انجام می‌دهد و تعدادی از مناقصات را می‌پذیرد، انتخاب یک پیشنهاد مناسب که زمان، هزینه و کیفیت پروژه ساخت و ساز را برآورده می‌کند، پیچیده و چالش برانگیز است. برای حل این مشکل مربوط به اهداف متضاد، الگوریتم ژنتیک مبتنی بر روش خوشه‌بندی فازی (FCGA) ارائه شده است.
مدل‌های زمان – هزینه – کیفیت (TCQTP)	مدل‌های ریاضی مساله تبادل زمان ـ هزینه ـ کیفیت در پروژه	۲۰۱۰	Zhang & xing	بهینه‌سازی ازدحام ذرات	با در نظر گرفتن روش‌های ساخت و ساز به جای حالت‌های اجرایی برای هر فعالیت و با استفاده از اعداد فازی برای توصیف زمان، هزینه و کیفیت و استفاده از روش ابزار چند ویژگی فازی و عملگرهای محاسباتی فازی محدود برای ارزیابی هر روش ساخت و ساز مساله تبادل زمان ـ هزینه ـ کیفیت فازی را حل کردند. و عملکرد الگوریتم‌شان را با حل یک مساله ساخت و ساز پل نشان دادند.
		۲۰۱۴	Zhang et al	الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات ژنتیک	ارائه یک مدل بهینه‌سازی یکپارچه بر اساس مدل‌های بهبود زمان–هزینه و کیفیت–زمان، بدین منظور یک الگوریتم ژنتیک ایمنی را با یک بهینه‌سازی ازدحام ذرات فاکتور انقباضی ترکیب تا یک الگوریتم جدید به نام بهینه‌سازی ازدحام ذرات ژنتیک ایمنی (IGPSO) به دست آید.
		۲۰۱۸	Orm & Jeunet	روش‌های تجمیع	مشکلات معاوضه کیفیت هزینه زمانی در پرتو طبقه‌بندی معمول برای مسائل معاوضه هزینه زمانی تحلیل که بر اساس تعداد و دسته منابع و بر اساس نوع پیوسته یا گسسته رابطه بین مدت زمان و هزینه یا استفاده از منابع در این بررسی، با تاکید بر تعریف کیفیت فعالیت‌های پروژه و روش‌های تجمیع مورد استفاده برای استخراج

[3]. TCTP
[4]. TCQTP

			کیفیت کلی پروژه است.
۲۰۱۹	Yildirim & Akcay	الگوریتم ژنتیک و منطق فازی	مدلی با استفاده از رویکرد منطق فازی و الگوریتم ژنتیک به منظور ارائه بهینه‌سازی زمان–هزینه در پروژه‌های ساختمانی تحت عدم قطعیت ایجاد شده است.
۲۰۲۰	Isikyildiz & Akcay	الگوریتم ژنتیک	توسعه مدلی که با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی زمان، هزینه و کیفیت را در پروژه‌های ساختمانی ارائه می‌دهد. همچنین ایجاد مدلی موثر برای کمک به پیمانکاران اصلی ساخت و ساز در انتخاب مناسب‌ترین پیمانکاران فرعی است.

الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری نتایج بهتری را برای مسائل تبادل با اندازه کوچک و متوسط ارائه نمودند (Rahimi & Iranmanesh, 2008). رویه‌های حل برای DTCTPها به سه گروه تقسیم‌بندی می‌شوند: الگوریتم‌های دقیق، مانند برنامه‌ریزی خطی، برنامه‌ریزی عدد صحیح، برنامه‌ریزی پویا، الگوریتم‌های شاخه و کران و غیره، الگوریتم‌های ابتکاری و الگوریتم‌های فراابتکاری (Ekhtiary, 2010). تقسیم‌بندی مقالات مورد بررسی بر اساس روش‌های حل در جدول (۲) ارائه گردیده است.

جدول شماره (۲): دسته‌بندی روش‌های حل مسائل TCQTP

نوع روش	روش	سال	محقق	ایده اصلی
	بهینه‌سازی ازدحام ذرات	۲۰۱۰	Zhang & xing	یک روش حل فازی مبتنی بر بهینه‌سازی ازدحام ذرات چند هدفه فازی را برای حل مساله تبادل زمان ـ هزینه ـ کیفیت فازی ارائه کردند. اعداد فازی برای توصیف زمان، هزینه و کیفیت و از روش ابزار چند ویژگی فازی و عملگرهای محاسباتی فازی محدود برای ارزیابی هر روش ساخت و ساز استفاده شده است.
	الگوریتم ژنتیک	۲۰۱۳	Mungle et al	یک الگوریتم ژنتیک مبتنی بر روش خوشه‌بندی فازی (FCGA) به منظور انتخاب یک پیشنهاد مناسب برای یک شرکت پیمانکاری ارائه شد به نحوی که زمان، هزینه و کیفیت پروژه ساخت و ساز را برآورده سازد، مطالعه موردی ساخت و ساز بزرگراه برای رویکرد ارائه شده استفاده گردید در مطالعه تطبیقی سه آزمون با ابعاد و پیچیدگی‌های متفاوت برای آزمون عملکرد روش FCGA پیشنهادی در برابر برخی از روش‌های موجود انجام شد که نتایج نشان داد که روش FCGA قادر به تولید مرز پارتو بهتری نسبت به آن‌هاست.
	الگوریتم NSGA II	۲۰۱۳	Tavana et al	استفاده از الگوریتم تکاملی چند هدفه NSGA II برای حل مساله چند هدفه تبادل زمان ـ هزینه ـ کیفیت گسسته با انقطاع و روابط پیش‌نیازی عمومی و مقایسه این روش با روش برنامه‌ریزی ریاضی چند هدفه کارای ε – محدودیت.
	الگوریتم ممتیک STCQTP	۲۰۱۷	Wood	الگوریتم پیشنهادی به طور موثر اهداف چندگانه واقع بینانه را ارائه می‌دهد: ۱) حداقل هزینه کل پروژه. ۲) حداقل کیفیت کل پروژه. و، ۳) مرزهای پارتو برای مدت زمان کل پروژه در مقابل هزینه، مدت زمان در مقابل کیفیت، و/ یا مدت زمان در مقابل امتیاز آزمون تابع کیفیت هزینه کل پروژه

ب) مدل مفهومی

با توجه به مرور ادبیات موضوع مدل $PGP - DTCQT$ (Tavana, Abtahi & Khalili, 2013) به عنوان مدل پایه‌ای به صورت زیر ارائه شده است. این مدل دارای اهداف چندگانه می‌باشد که به طور هم‌زمان به دنبال حداقل کردن زمان و هزینه و حداکثر کردن کیفیت پروژه می‌باشد، روابط پیش‌نیازی عمومی بین فعالیت‌ها، انقطاع‌پذیری فعالیت‌ها و انجام فعالیت‌ها در حالت‌های اجرایی مختلف برقرار می‌باشد. از این رو کامل‌ترین مدل در میان مدل‌های مورد بررسی می‌باشد.

$$Min\ Time = S_{n+1,0} \quad (۱)$$

$$Min\ Cost = \sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_2}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}.c_{ik} + \sum_{P=1}^{Maxnsub_i}\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_1}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik,P}.c_{ik,P} \tag{۲}$$

$$Max\ Quality = \sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_2}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}\,.\,q_{ik} + \sum_{p=1}^{Maxnsub_i}\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_1}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik,p}\,.\,q_{ik,p} \tag{۳}$$

Subject to:

$$\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik} = 1 \quad \forall i \in V_2; \tag{۴}$$

$$\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik,P} = 1 \quad \forall i \in V_1; \quad \forall\, p \tag{۵}$$

$$\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_2}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}\,.\,c_{ik} + \sum_{p=1}^{Maxnsub_i}\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_1}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik,p}\,.\,c_{ik,p} \leqslant C \tag{۶}$$

$$\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_2}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}\,.\,q_{ik} + \sum_{P=1}^{Maxnsub_i}\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_1}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik,p}\,.\,q_{ik,p} \geqslant Q \tag{۷}$$

$$S_{n+1} \leqslant T \tag{۸}$$

$$F_i + L_{ij} \leqslant S_j \quad \forall i,j \in V_2; \quad \forall (i,j) \in E_{FS} \tag{۹}$$

$$F_{i,U_i} + L_{ij} \leqslant S_j \quad \forall i \in V_1; \quad \forall j \in V_2; \quad \forall (i,j) \in E_{FS} \tag{۱۰}$$

$$F_i + L_{ij} \leqslant S_{j,1} \quad \forall i \in V_2; \quad \forall j \in V_1; \quad \forall (i,j) \in E_{FS} \tag{۱۱}$$

$$F_{i,U_i} + L_{ij} \leqslant S_{j,1} \quad \forall i,j \in V_1; \quad \forall (i,j) \in E_{FS} \tag{۱۲}$$

$$S_i + L_{ij} \leqslant F_j \quad \forall i,j \in V_2; \quad \forall (i,j) \in E_{SF} \tag{۱۳}$$

$$S_{i,1} + L_{ij} \leqslant F_j \quad \forall i \in V_1; \quad \forall j \in V_2; \quad \forall (i,j) \in E_{SF} \tag{۱۴}$$

$$S_i + L_{ij} \leqslant F_{j,U_j} \quad \forall i \in V_2; \quad \forall j \in V_1; \quad \forall (i,j) \in E_{SF} \tag{۱۵}$$

$$S_{i,1} + L_{ij} \leqslant F_{j,U_j} \quad \forall i,j \in V_1; \quad \forall (i,j) \in E_{SF} \tag{۱۶}$$

$$S_i + L_{ij} \leqslant S_j \quad \forall i,j \in V_2; \quad \forall (i,j) \in E_{SS} \tag{۱۷}$$

$$S_{i,1} + L_{ij} \leqslant S_j \quad \forall i \in V_1; \quad \forall j \in V_2; \quad \forall (i,j) \in E_{SS} \tag{۱۸}$$

$$S_i + L_{ij} \leqslant S_{j,1} \quad \forall i \in V_2; \quad \forall j \in V_1; \quad \forall (i,j) \in E_{SS} \tag{۱۹}$$

$$S_{i,1} + L_{ij} \leqslant S_{j,1} \quad \forall i,j \in V_1; \quad \forall (i,j) \in E_{SS} \tag{۲۰}$$

$$F_i + L_{ij} \leqslant F_j \quad \forall i,j \in V_2; \quad \forall (i,j) \in E_{FF} \tag{۲۱}$$

$$F_{i,U_i} + L_{ij} \leqslant F_j \quad \forall i \in V_1; \quad \forall j \in V_2; \quad \forall (i,j) \in E_{FF} \tag{۲۲}$$

$$F_i + L_{ij} \leqslant F_{j,U_j} \quad \forall i \in V_2; \quad \forall j \in V_1; \quad \forall (i,j) \in E_{FF} \tag{۲۳}$$

$$F_{i,U_i} + L_{ij} \leqslant F_{j,U_j} \quad \forall i,j \in V_1; \quad \forall (i,j) \in E_{FF} \tag{۲۴}$$

$$\varepsilon_{ik} \leqslant t_{ik,p} \leqslant d_{ik} \quad \forall i \in V_1; \quad p = 1,2,\dots,U_i+1; \quad k = 1,2,\dots,r(i) \tag{۲۵}$$

$$F_{i,P} - S_{i,p} = \sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik,P}\,.\,t_{ik,p} \quad \forall i \in V_1; \quad p = 1,2,\dots,U_i+1 \tag{۲۶}$$

$$F_i - S_i = \sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}\,.\,d_{ik} \quad \forall i \in V_2 \tag{۲۷}$$

$$S_{i,P+1} - F_{i,P} \leqslant \alpha_i \quad \forall i \in V_1; \quad p = 1,2,\dots,U_i \tag{۲۸}$$

$$x_{ik,P+1} \leqslant x_{ik,P} \qquad \forall i \in V_1 \tag{۲۹}$$

$$\sum_{P=1}^{Maxnsub_i} \sum_{k=1}^{r(i)} \left(\frac{t_{ik,P}}{d_{ik}}\right).x_{ik,p} = 1 \qquad \forall i \in V_1 \tag{۳۰}$$

$$F_{i,P}, S_{i,p} \geqslant 0 \qquad \forall i \in V_1; \quad p = 1,2,\dots,U_i + 1 \tag{۳۱}$$

$$F_i, S_i \geqslant 0 \qquad \forall i \in V_2 \tag{۳۲}$$

$$F_0, S_0 = 0 \tag{۳۳}$$

$$x_{ik}, x_{ik,p} \in \{0,1\} \qquad \forall i,k,p \tag{۳۴}$$

نمادهای مورد استفاده در مدل در جدول شماره (۳) ارائه شده‌اند.

جدول شماره (۳): معرفی مجموعه‌ها، اندیس‌ها، پارامترها و متغییرهای تصمیم (Tavana, Abtahi & Khalili, 2013)

	اندیس‌ها		مجموعه‌ها
$i\ ,j$	اندیس فعالیت‌ها	V	مجموعه فعالیت‌ها
k	اندیس حالت‌های اجرا	V_1	مجموعه فعالیت‌های انقطاع پذیر
p	اندیس زیرفعالیت‌ها	V_2	مجموعه فعالیت‌های انقطاع ناپذیر
		E	مجموعه کمان‌ها

	پارامترها	
N	تعداد فعالیت‌های واقعی پروژه	
$0\ ,\ n+1$	فعالیت‌های آغازین و پایانی مصنوعی	
C	حد بالای هزینه پروژه	
T	حد بالای زمان پروژه(سررسید)	
Q	حد پایین کیفیت پروژه	
$maxnpre_i$	حداکثر تعداد انقطاع مجاز (حداکثر برابر با $\mathrm{d_i} - 1$)	$i \in V$
$maxnsub_i$	حداکثر تعداد قطعات فعالیت‌ها (زیر فعالیت‌ها) برای یک فعالیت ($\mathrm{U_i} - 1$)	$i \in V$
ε_{ik}	حداقل زمان اجرای فعالیت i بدون وقفه در حالت k	$i \in V;\quad k = 1,2,\dots,r(i)$
α_i	حداکثر زمان وقفه برای فعالیت i	$i \in V$
$r(i)$	تعداد حالت‌های اجرایی برای فعالیت i	$i \in V$
c_{ik}	هزینه فعالیت i در حالت k	$i \in V_2;\quad k = 1,2,\dots,r(i)$
$c_{ik,p}$	هزینه قطعه p از فعالیت i در حالت k	$i \in V_1;$ $k = 1,2,\dots,r(i);$ $P = 1,2,\dots,U_i$
q_{ik}	کیفیت فعالیت i در حالت k	$i \in V_2;\quad k = 1,2,\dots,r(i)$
$q_{ik,p}$	کیفیت قطعه p از فعالیت i در حالت k	$i \in V_1;$ $k = 1,2,\dots,r(i);$ $p = 1,2,\dots,U_i$
L_{ij}	تاخیر زمانی بین فعالیت i و j	$i \in V_1;\ \ j = 1,2,\dots,n$
d_{ik}	مدت زمان فعالیت i در حالت k	$i \in V_2;\quad k = 1,2,\dots,r(i)$

	متغیرهای تصمیم	
S_i	متغیر تصمیم مثبت: زمان شروع فعالیت i	$i \epsilon V_2$
F_i	متغیر تصمیم مثبت: زمان خاتمه فعالیت i	$i \epsilon V_2$
$S_{i,p}$	متغیر تصمیم مثبت: زمان شروع قطعه p فعالیت i	$i \in V_1;\quad p = 1,2,\dots,U_i$
$F_{i,p}$	متغیر تصمیم مثبت: زمان پایان قطعه p فعالیت i	$i \in V_1;\quad p = 1,2,\dots,U_i$
x_{ik}	متغیر تصمیم صفر و یک: مساوی با یک است اگر فعالیت i در حالت k اجرا	$i \in V_2;\quad k = 1,2,\dots,r(i)$

	شود؛ و در غیر اینصورت صفر است	
$x_{ik,p}$	متغیر تصمیم صفر و یک: مساوی با یک است اگر قطعه p فعالیت i در حالت k اجرا شود؛ و در غیر اینصورت صفر است	$i \in V_1$; $k = 1,2,\ldots,r(i)$; $p = 1,2,\ldots,U_i$
$t_{ik,p}$	متغیر تصمیم پیوسته مثبت: مدت زمان قطعه p فعالیت iام در حالت k	$i \in V_1$; $k = 1,2,\ldots,r(i)$; $p = 1,2,\ldots,U_i$

ج) برنامه‌ریزی تصادفی

در برنامه‌ریزی تصادفی هدف در نظر گرفتن اثر متغیرهای تصادفی در رابطه با جواب مدلی است که ساخته می‌شو د. ایده اصلی در تمامی مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی تبدیل آن‌ها به مدل‌های قطعی معادل می‌باشد. برای حل مسائل احتمالی چند هدفه رویکردهای متفاوتی ارائه شده‌اند که متداول‌ترین آن‌ها رویکرد برنامه‌ریزی مقید شده تصادفی[5] است.

- برنامه‌ریزی مقید شده تصادفی

چارنز و کوپر در سال ۱۹۶۳ رویکرد برنامه‌ریزی مقید شده تصادفی(CCP) را معرفی کردند. در رویکرد CCP تلاش می‌شود تا ارزش انتظاری اهداف تصادفی حداکثر شده، در حالی که سطح اطمینان معینی از برآورده شدن محدودیت‌های تصادفی تضمین گردد. مدل چند منظوره خطی (۳۵) تا (۳۶) را با مد نظر قرار دادن حداکثر کردن همه اهداف در نظر بگیرید:

$$Max\ \ z_k = \sum_{j=1}^{n} c_{kj}.x_j \qquad k = 1,2,\ldots,K \tag{۳۵}$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j \preccurlyeq b_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \tag{۳۷}$$

$$x = (x_1,\ldots,x_n) \tag{۳۸}$$

$$x \in S \tag{۳۹}$$

$$x \succcurlyeq 0 \tag{۴۰}$$

در مسائل عملی ممکن است دست کم یکی از پارامترهای c_{kj} یا a_{ij} یا b_i به صورت قطعی تعریف نشده باشند(غیر قطعی در نظر گرفته شوند). در این صورت مدل به یک مساله تصادفی تبدیل می‌شود. چارنز و کوپر برای جایگزینی محدودیت‌های مدل (۳۵) تا (۴۰) با تعدادی از محدودیت‌های تصادفی، مدل‌هایی را پیشنهاد کردند. به عنوان مثال، احتمال اینکه محدودیت iام برآورده شود عبارت خواهد بود از:

$$P\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{a_{ij}}.x_j \preccurlyeq \widetilde{b_i}\right) \succcurlyeq 1-\beta_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \tag{۴۱}$$

به طوری که β_i بیشترین احتمال مجاز برای برآورده نشدن محدودیت iام یا آستانه محدودیت‌ها است که توسط DM مشخص می‌شوند. مدل برنامه‌ریزی چند منظوره را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$Max\ z_k = \textstyle\sum_{j=1}^{n} \widetilde{c_{kj}}.x_j \qquad k = 1,2,\ldots,K \tag{۴۲}$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^{n} \widetilde{a_{ij}}.x_j \preccurlyeq \widetilde{b_i} \qquad i = 1,2,\ldots,m \tag{۴۳}$$

$$x = (x_1,\ldots,x_n) \tag{۴۴}$$

[5]. Chance Constraint Programming (CCP)

$$x \in S \tag{۴۵}$$

$$x \geqslant 0 \tag{۴۶}$$

مدل برنامه‌ریزی تصادفی چند منظوره در رویکرد (۴۲) تا (۴۶) قابلیت تبدیل شدن به یک مدل برنامه‌ریزی قطعی به فرم مدل (۴۷) تا (۵۱) ذیل را دارد:

$$Max\ f_k = E\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{c_{kj}}.x_j \leqslant \widetilde{b_i}\right) \qquad k = 1,2,\dots,K \tag{۴۷}$$

Subject to:

$$P\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{a_{ij}}.x_j \leqslant \widetilde{b_i}\right) \geqslant 1-\beta_i \qquad i = 1,2,\dots,m \tag{۴۸}$$

$$x = (x_1,\dots,x_n) \tag{۴۹}$$

$$x \in S \tag{۵۰}$$

$$x \geqslant 0 \tag{۵۱}$$

به طور کلی رویکرد برنامه‌ریزی مقید شده تصادفی، رویکردی است که ارزش انتظاری همه اهداف را با توجه به احتمال معینی از موجه بودن محدودیت‌های تصادفی $(1-\beta_i)$ حداکثر می‌کند.

- محدودیت تصادفی[۶]

اگر a_{ij} یا b_i متغیرهای تصادفی نرمال باشند، آنگاه محدودیت تصادفی مرتبط با $\sum_{j=1}^{n} \widetilde{a_{ij}}.x_j$ خواهد بود:

$$P\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{a_{ij}}.x_j \leqslant \widetilde{b_i}\right) \geqslant 1-\beta_i \qquad i = 1,2,\dots,m \qquad x \in S \tag{۵۲}$$

اگر $\widetilde{M_i}(x) = \sum_{j=1}^{n} \widetilde{a_{ij}}.x_j - \widetilde{b_i}$ باشد، فرض می‌شود a_{ij} و b_i دارای توزیع نرمال و مستقل از هم هستند، بنابراین $\widetilde{M_i}(x)$ نیز متغیری تصادفی با توزیع نرمال و میانگین $E\left(\widetilde{M_i}(x)\right)$ و واریانس $var\left(\widetilde{M_i}(x)\right)$ خواهد بود. بنابراین داریم:

$$P\left(\widetilde{M_i}(x) \leq 0\right) \geqslant 1-\beta_i \qquad i = 1,2,\dots,m \tag{۵۳}$$

و سپس داریم:

$$P\left(\frac{\widetilde{M_i}(x) - E\left(\widetilde{M_i}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{M_i}(x)\right)}} \leqslant \frac{-E\left(\widetilde{M_i}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{M_i}(x)\right)}}\right) \geqslant 1-\beta_i \tag{۵۴}$$

به طوری که $\varphi(z) = P(N(0,1) \leq z)$ تابع توزیع تجمعی یک توزیع نرمال استاندارد است.

$$\frac{-E\left(\widetilde{M_i}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{M_i}(x)\right)}} \geqslant \varphi^{-1}(1-\beta_i) \qquad i = 1,2,\dots,m \tag{۵۵}$$

$$E\left(\widetilde{M_i}(x)\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{M_i}(x)\right)} \leqslant 0 \quad i = 1,2,\dots,m \tag{۵۶}$$

و در نهایت فرم قطعی محدودیت‌های تصادفی را به صورت ذیل داریم:

$$E\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{a_{ij}}.x_j - \widetilde{b_i}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{a_{ij}}.x_j - \widetilde{b_i}\right)} \leqslant 0 \quad i = 1,2,\dots,m \tag{۵۷}$$

---

[6]. Chance Constraint (CC)

- توابع هدف تصادفی

فرض می‌شود که ضرایب سود در توابع هدف ($\widetilde{c_{kj}}$ ها) همگی متغیرهای تصادفی نرمال باشند. اگر c_{kj}^* حداکثر مقدار مشاهده شده برای تابع هدف k ام باشد، آنگاه:

$$c_{kj}^* = Max\ \widetilde{c_{kj}} \tag{۵۸}$$

لذا به منظور محاسبه مقدار c_{kj}^* و با استفاده از تعریف متغیر نرمال استاندارد در سطح اطمینان $(1-\beta_k)$ درصد:

$$z_{(1-\beta_k)} = \frac{x - E(x)}{\sqrt{var(x)}} \tag{۵۹}$$

و با توجه به اینکه ما مقادیر مربوط به $\widetilde{c_{kj}}$ ها را در اختیار نداریم از رابطه ذیل بهره می‌گیریم:

$$x = E(x) + z_{(1-\beta_k)}.\sqrt{var(x)} \tag{۶۰}$$

بنابراین با توجه به مقادیر مربوط به $E\left(\widetilde{c_{kj}}\right)$ و $var\left(\widetilde{c_{kj}}\right)$ برای مقدار c_{kj}^* خواهیم داشت:

$$c_{kj}^* = E\left(\widetilde{c_{kj}}\right) + z_{(1-\beta_k)}.\sqrt{var\left(\widetilde{c_{kj}}\right)} \tag{۶۱}$$

و f_k^+ بیشترین مقدار تابع هدف $\sum_{j=1}^{n} c_{kj}^*.x_j$ با توجه به محدودیت‌های سیستم خواهد بود. به طوری که فرض می‌شود همگی k (برای $k = 1,2,\dots,K$) تابع هدف، از نوع حداکثرسازی می‌باشند:

$$f_k^+ = Max \sum_{j=1}^{n} c_{kj}^*.x_j \qquad k = 1,2,\dots,K \tag{۶۲}$$

Subject to:

$$x \in S \tag{۶۳}$$

$$x \geqslant 0 \tag{۶۴}$$

در نتیجه

$$\sum_{j=1}^{n} \widetilde{c_{kj}}.x_j \leqslant f_k^+ \qquad\qquad k = 1,2,\dots,K \tag{۶۵}$$

$$P\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{c_{kj}}.x_j \leqslant f_k^+\right) \geqslant 1-\beta_k \qquad \forall\beta_k \in (0,1);\quad k = 1,2,\dots,K \tag{۶۶}$$

$$\widetilde{N_k}(x) = \sum_{j=1}^{n} \widetilde{c_{kj}}.x_j - f_k^+ \tag{۶۷}$$

$\widetilde{N_k}(x)$ دارای توزیع نرمال با میانگین $E\left(\widetilde{N_k}(x)\right)$ و واریانس $var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)$ می‌باشد.

$$P\left(\widetilde{N_k}(x) \leqslant \cdot\right) \geqslant 1-\beta_k \qquad \forall\beta_k \in (0,1);\quad k = 1,2,\dots,K \tag{۶۸}$$

$$P\left(\frac{\widetilde{N_k}(x) - E\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}} \leqslant \frac{-E\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}}\right) \geqslant 1-\beta_k \quad \forall\beta_k \in (0,1);\quad k = 1,2,\dots,K \tag{۶۹}$$

$$\frac{-E\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}} \geqslant \varphi^{-1}(\beta_k) \quad \forall\beta_k \in (0,1);\quad k = 1,2,\dots,K \tag{۷۰}$$

$$E\left(\widetilde{N_k}(x)\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_k).\sqrt{var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)} \leqslant 0 \quad k = 1,2,\dots,K \tag{۷۱}$$

و در نهایت اگر تابع هدف به شکل حداکثرسازی باشد فرم قطعی تابع هدف به صورت محدودیت زیر ارائه می‌شود:

$$E\left(\sum_{j=1}^{n}\widetilde{c_{kj}}.x_j - f_k^{+}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_k).\sqrt{var\left(\sum_{j=1}^{n}\widetilde{c_{kj}}.x_j - f_k^{+}\right)} \leqslant 0 \quad k = 1,2,\dots,K \tag{۷۲}$$

و اگر ضرایب هزینه در توابع هدف ($\widetilde{c_{kj}}$ ها) همگی متغیرهای تصادفی نرمال باشند و اگر c_{kj}^{*} حداقل مقدار مشاهده شده برای تابع هدف k ام باشد، آنگاه:

$$c_{kj}^{*} = min\,\widetilde{c_{kj}} \tag{۷۳}$$

لذا به منظور محاسبه مقدار $\boldsymbol{c_{kj}^{*}}$ و با استفاده از تعریف متغیر نرمال استاندارد در سطح اطمینان $(1-\beta_k)$ درصد:

$$z_{(1-\beta_k)} = \frac{x - E(x)}{\sqrt{var(x)}} \tag{۷۴}$$

و با توجه به رابطه (۹۵-۳) و تقارن توزیع نرمال حول میانگین $E\left(\widetilde{c_{kj}}\right)$، مقدار c_{kj}^{*} در این حالت به این صورت محاسبه می‌شود:

$$c_{kj}^{*} = E\left(\widetilde{c_{kj}}\right) - z_{(1-\beta_k)}.\sqrt{var\left(\widetilde{c_{kj}}\right)} \tag{۷۵}$$

و f_k^{-} کمترین مقدار تابع هدف $\sum_{j=1}^{n} c_{kj}^{*}.x_j$ با توجه به محدودیت‌های سیستم خواهد بود. به طوری که فرض می‌شود همگی k (برای $k = 1,2,\dots,K$) تابع هدف، از نوع حداقل‌سازی می‌باشند:

$$f_k^{-} = min\sum_{j=1}^{n} c_{kj}^{*}.x_j \quad k = 1,2,\dots,K \tag{۷۶}$$

Subject to:

$$x \in S \tag{۷۷}$$

$$x \geqslant 0 \tag{۷۸}$$

در نتیجه

$$\sum_{j=1}^{n}\widetilde{c_{kj}}.x_j \geqslant f_k^{-} \qquad k = 1,2,\dots,K \tag{۷۹}$$

$$P\left(\sum_{j=1}^{n}\widetilde{c_{kj}}.x_j \geqslant f_k^{-}\right) \geqslant 1-\beta_k \qquad \forall\beta_k \in (0,1);\quad k = 1,2,\dots,K \tag{۸۰}$$

$$\widetilde{N_k}(x) = \sum_{j=1}^{n}\widetilde{c_{kj}}.x_j - f_k^{-} \tag{۸۱}$$

$\widetilde{N_\iota}(x)$ دارای توزیع نرمال با میانگین $E\left(\widetilde{N_k}(x)\right)$ و واریانس $var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)$ می‌باشد.

$$P\left(\widetilde{N_k}(x) \geqslant \cdot\right) \geqslant 1-\beta_k \qquad \forall\beta_k \in (0,1);\quad k = 1,2,\dots,K \tag{۸۲}$$

$$P\left(\frac{\widetilde{N_k}(x) - E\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}} \geqslant \frac{-E\left(\widetilde{N_\iota}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}}\right) \geqslant 1-\beta_k \quad \forall\beta_k \in (0,1);\quad k = 1,2,\dots,K \tag{۸۳}$$

$$1 - P\left(\frac{\widetilde{N_k}(x) - E\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}} \leqslant \frac{-E\left(\widetilde{N_\iota}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}}\right) \geqslant 1-\beta_k \quad \forall\beta_k \in (0,1);\ k = 1,2,\dots,K \tag{۸۴}$$

$$P\left(\frac{\widetilde{N_k}(x) - E\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}} \leqslant \frac{-E\left(\widetilde{N_\iota}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}}\right) \leqslant \beta_k \quad \forall\beta_k \in (0,1);\ k = 1,2,\dots,K \qquad (۸۵)$$

$$\frac{-E\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}{\sqrt{var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)}} \leqslant \varphi^{-1}(\beta_k) \quad \forall\beta_k \in (0,1); \quad k = 1,2,\dots,K \qquad (۸۶)$$

$$E\left(\widetilde{N_k}(x)\right) + \varphi^{-1}(\beta_k).\sqrt{var\left(\widetilde{N_k}(x)\right)} \geqslant 0 \quad k = 1,2,\dots,K \qquad (۸۷)$$

و در نهایت اگر تابع هدف به شکل حداقل‌سازی باشد فرم قطعی تابع هدف به صورت محدودیت زیر ارائه می‌شود:

$$x_j - f_k^-\Bigg) + \varphi^{-1}(\beta_k).\sqrt{var\left(\sum_{j=1}^{n} \widetilde{c_{kJ}}.x_j - f_k^-\right)} \geqslant 0 \quad k = 1,2,\dots,K \qquad (۸۸)$$

حال با توجه به موارد ذکر شده توابع هدف و محدودیت‌های تصادفی به صورت زیر و به شکل قطعی مدل‌سازی می‌شوند.

د) برنامه‌ریزی آرمانی[۷]

برنامه‌ریزی آرمانی (GP) از کاربردی‌ترین روش‌های تحقیق در عملیات است که برای اولین بار در سال ۱۹۶۱ توسط چارنز و کوپر ارائه گردید. در GP راه حرکت هم‌زمان به سوی چندین هدف، حتی متضاد با یکدیگر، مهیا می‌گردد. در این روش، دو نوع محدودیت متمایز تعریف می‌شوند. نخست محدودیت‌های سیستمی و دوم محدودیت‌های آرمانی. برای یک محدودیت آرمانی، متغیرهایی به نام متغیرهای انحراف $(d_k^-\ ,\ d_k^+)$ تعریف می‌شوند و مقدار سمت راست محدودیت نیز آرمان نامیده می‌شود. بر خلاف برنامه‌ریزی خطی که هدف را حداکثر یا حداقل می‌کند، GP انحرافات بین اهداف مورد نظر و نتایج واقعی را حداقل می‌کند. مدل چند هدفه (۸۹) تا (۹۴) را در نظر بگیرید:

$$\min f_1\,(x) \qquad (۸۹)$$

$$\min f_2\,(x) \qquad (۹۰)$$

$$\mathrm{Max}\, f_3\,(x) \qquad (۹۱)$$

Subject to:

$$x = (x_1, \dots, x_n) \qquad (۹۲)$$

$$x \in S \qquad (۹۳)$$

$$x \geqslant 0 \qquad (۹۴)$$

هنگامی که تمام محدودیت‌ها و توابع هدف مساله، در قالب محدودیت‌های آرمانی نوشته شوند، تابع هدف مساله برنامه‌ریزی آرمانی حداقل‌سازی مجموع متغیرهای انحراف با توجه به شرایط مساله خواهد بود. لیکن با توجه به تفاوت مقیاس‌های مربوط به زمان، هزینه و کیفیت متغیرهای انحراف d_k^+ و d_k^- در هر یک از توابع هدف، برای اینکه قادر به جایگذاری این مقادیر در تابع هدف GP باشیم ناچار به بی‌مقیاس کردن این مقادیر هستیم. در نتیجه بی مقیاس‌سازی مقادیر مربوط به هر یک از انحرافات سه گانه توابع هدف عددی بی‌مقیاس بین صفر و یک خواهد شد و لذا جمع این سه عدد با یکدیگر میسر خواهد شد.

در ضابطه جدید تابع هدف، f_k^+ نشان‌دهنده مقدار تابع هدف به ازای حداکثرسازی تابع هدف f_k به همراه محدودیت‌ها می‌باشد و f_k^- نشان‌دهنده مقدار تابع هدف به ازای حداقل‌سازی تابع هدف f_k به همراه محدودیت‌ها می‌باشد.

---

[7]. Goal Programming (GP)

d_k^+ و d_k^- متغیرهای انحراف هستند که به ازای هر مقدار k همواره فقط یکی از آن‌ها می‌تواند مقدار مخالف صفر داشته باشد و طبق تعریف برنامه‌ریزی آرمانی باید در شرط $d_k^- . d_k^+ = 0$ صدق کنند. لازم به ذکر است که عبارت $f_k(x) - f_k^+$ یا $f_k(x) - f_k^-$ نشان‌دهنده d_k^+ یا d_k^- می‌باشد. در خصوص توابع هدف حداکثرسازی انحرافات منفی و در خصوص توابع هدف حداقل‌سازی انحرافات مثبت را در تابع هدف GP برای حداقل‌سازی در نظر می‌گیریم. مقدار $f_k(x)$ در محدودیت (۹۶) ضابطه تابع هدف k ام و f_k^* در توابع هدف حداقل‌سازی، f_k^- و در توابع هدف حداکثرسازی، f_k^+ خواهد بود که قبلاً معرفی شده‌اند. با در نظر گرفتن همه این موارد مدل (۹۵) تا (۱۰۱) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\min \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{d_1^+}{f_1^- - f_1^+}\right) + \left(\frac{d_2^+}{f_2^- - f_2^+}\right) + \left(\frac{d_3^-}{f_3^+ - f_3^-}\right)\right] \quad (۹۵)$$

Subject to:

$$f_k(x) + (d_k^- - d_k^+) = f_k^* \quad k = 1,2,3 \quad f_k^* \in \{f_k^-, f_k^+\} \quad (۹۶)$$

$$d_k^- . d_k^+ = 0 \quad k = 1,2,3 \quad (۹۷)$$

$$d_k^-, d_k^+ \geqslant 0 \quad k = 1,2,3 \quad (۹۸)$$

$$x = (x_1, \dots, x_n) \quad (۹۹)$$

$$x \in S \quad (۱۰۰)$$

$$x \geqslant 0 \quad (۱۰۱)$$

- معرفی پارامترهای تصادفی

در این مقاله در نظر داریم تا مدل را با در نظر گرفتن عامل تصادف در برخی از پارامترها مورد بررسی قرار دهیم (Tavana, Abtahi & Khalili, 2013). به این منظور پارامترهای مرتبط با زمان، هزینه و کیفیت را در نظر گرفته‌ایم. نماد و شرح این پارامترها در حالت قطعی و تصادفی به شرح جدول شماره (۴) می‌باشد.

جدول شماره (۴): معرفی پارامترهای تصادفی

پارامتر قطعی	پارامتر تصادفی	عنوان پارامتر تصادفی	اندیس‌ها
c_{ik}	$\widetilde{c_{ik}}$	هزینه تصادفی فعالیت iام در حالت kام	$i \in V_2; \quad k = 1,2,\dots,r(i)$
$c_{ik,p}$	$\widetilde{c_{ik,p}}$	هزینه تصادفی قطعه p از فعالیت i در حالت k	$i \in V_1; \quad k = 1,2,\dots,r(i); \quad p = 1,2,\dots,U_i$
q_{ik}	$\widetilde{q_{ik}}$	کیفیت تصادفی فعالیت iام در حالت k ام	$i \in V_2; \quad k = 1,2,\dots,r(i)$
$q_{ik,p}$	$\widetilde{q_{ik,p}}$	کیفیت تصادفی قطعه p از فعالیت i در حالت k	$i \in V_1 \quad k = 1,2,\dots,r(i); \quad p = 1,2,\dots,U_i$
L_{ij}	$\widetilde{L_{ij}}$	تاخیر زمانی تصادفی بین فعالیت i و j	$i \in V_1; \quad j = 1,2,\dots,n$
d_{ik}	$\widetilde{d_{ik}}$	مدت زمان تصادفی فعالیت iام در حالت k ام	$i \in V_2; \quad k = 1,2,\dots,r(i)$

ه) روش حل

- مدل برنامه‌ریزی آرمانی مقید شده تصادفی

با استفاده از روابط (۷۲) و (۸۸) برای توابع هدف و رابطه (۵۷) برای محدودیت‌ها و انجام ساده‌سازی‌های لازم در نهایت مدل برنامه‌ریزی آرمانی مقید شده تصادفی به صورت روابط (۱۰۲) تا (۱۲۸) ارائه می‌گردد:

$$\min \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{d_1^+}{f_1^- - f_1^+}\right) + \left(\frac{d_2^+}{f_2^- - f_2^+}\right) + \left(\frac{d_3^-}{f_3^+ - f_3^-}\right)\right] \quad (۱۰۲)$$

Subject to:

$$S_{n+1,0} - f_1^- - d_1^+ = 0 \quad (۱۰۳)$$

$$\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_2}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}.E(\widetilde{c_{ik}}) + \sum_{p=1}^{Maxnsub_i}\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_1}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik,p}.E\left(\widetilde{c_{ik,P}}\right) - f_2^{+} + \varphi^{-1}(\beta_2).\sqrt{\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_2}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}.var(\widetilde{c_{ik}}) + \sum_{p=1}^{Maxnsub_i}\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_1}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik,p}.var\left(\widetilde{c_{ik,P}}\right)} - d_2^{+} = 0 \tag{۱۰۴}$$

$$\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_2}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}.E(\widetilde{q_{ik}}) + \sum_{p=1}^{Maxnsub_i}\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_1}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik,p}.E\left(\widetilde{q_{ik,p}}\right) - f_3^{+} + \varphi^{-1}(1-\beta_3).\sqrt{\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_2}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}.var(\widetilde{q_{ik}}) + \sum_{p=1}^{Maxnsub_i}\sum_{\substack{i=1\\ i\epsilon V_1}}^{n}\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik,p}.var\left(\widetilde{q_{ik,p}}\right)} + d_3^{-} = 0 \tag{۱۰۵}$$

$$F_i + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant S_j \qquad \forall i,j \in V_2;\quad \forall (i,j) \in E_{FS} \tag{۱۰۶}$$

$$\mathrm{F_{i,U_i}} + E\left(\widetilde{\mathrm{L_{ij}}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{\mathrm{L_{ij}}}\right)} \leqslant S_j \qquad \forall i \in V_1;\quad \forall j \in V_2;\quad \forall (i,j) \in E_{FS} \tag{۱۰۷}$$

$$F_i + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant S_{j,1} \qquad \forall i \in V_2;\quad \forall j \in V_1;\quad \forall (i,j) \in E_{FS} \tag{۱۰۸}$$

$$F_{i,U_i} + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant S_{j,1} \qquad \forall i,j \in V_1;\qquad \forall (i,j) \in E_{FS} \tag{۱۰۹}$$

$$S_i + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant F_j \qquad \forall i,j \in V_2;\quad \forall (i,j) \in E_{SF} \tag{۱۱۰}$$

$$S_{i,1} + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant F_j \qquad \forall i \in V_1;\quad \forall j \in V_2;\quad \forall (i,j) \in E_{SF} \tag{۱۱۱}$$

$$S_i + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant F_{j,U_j} \qquad \forall i \in V_2;\quad \forall j \in V_1;\quad \forall (i,j) \in E_{SF} \tag{۱۱۲}$$

$$S_{i,1} + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant F_{j,U_j} \qquad \forall i,j \in V_1;\quad \forall (i,j) \in E_{SF} \tag{۱۱۳}$$

$$S_i + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant S_j \qquad \forall i,j \in V_2;\quad \forall (i,j) \in E_{SS} \tag{۱۱۴}$$

$$S_{i,1} + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant S_j \qquad \forall i \in V_1;\quad \forall j \in V_2;\quad \forall (i,j) \in E_{SS} \tag{۱۱۵}$$

$$S_i + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant S_{j,1} \qquad \forall i \in V_2;\quad \forall j \in V_1;\quad \forall (i,j) \in E_{SS} \tag{۱۱۶}$$

$$S_{i,1} + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant S_{j,1} \qquad \forall i,j \in V_1;\quad \forall (i,j) \in E_{SS} \tag{۱۱۷}$$

$$F_i + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leq F_j \qquad \forall i,j \in V_2;\qquad \forall (i,j) \in E_{FF} \tag{۱۱۸}$$

$$F_{i,U_i} + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant F_j \qquad \forall i \in V_1;\quad \forall j \in V_2;\quad \forall (i,j) \in E_{FF} \tag{۱۱۹}$$

$$F_i + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant F_{j,U_j} \qquad \forall i \in V_2;\quad \forall j \in V_1;\quad \forall (i,j) \in E_{FF} \tag{۱۲۰}$$

$$F_{i,U_i} + E\left(\widetilde{L_{ij}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{L_{ij}}\right)} \leqslant F_{j,U_j} \quad \forall i,j \in V_1;\qquad \forall (i,j) \in E_{FF} \tag{۱۲۱}$$

$$t_{ik,p} - E\left(\widetilde{d_{ik}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{var\left(\widetilde{d_{ik}}\right)} \leqslant 0 \qquad \forall i \in V_1;\quad p = 1,2,\dots,U_i+1;\quad k = 1,2,\dots,r(i) \tag{۱۲۲}$$

$$F_i - S_i - \sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}.E\left(\widetilde{d_{ik}}\right) + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}\,.var\left(\widetilde{d_{ik}}\right)} \preccurlyeq 0 \quad \forall i \in V_2 \tag{۱۲۳}$$

$$\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}.E\left(\widetilde{d_{ik}}\right) - F_i + S_i + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{\sum_{k=1}^{r(i)} x_{ik}\,.var\left(\widetilde{d_{ik}}\right)} \preccurlyeq 0 \quad \forall i \in V_2 \tag{۱۲۴}$$

$$\sum_{P=1}^{Maxnsub_i}\sum_{k=1}^{r(i)}\left(\frac{t_{ik,P}}{E\left(\widetilde{d_{ik}}\right)}\right).x_{ik,p} + \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{\sum_{P=1}^{Maxnsub_i}\sum_{k=1}^{r(i)}\left(\frac{{t_{ik,P}}^2}{var\left(\widetilde{d_{ik}}\right)}\right).x_{ik,p}} \succcurlyeq 1 \quad \forall i \in V_1 \tag{۱۲۵}$$

$$\sum_{P=1}^{Maxnsub_i}\sum_{k=1}^{r(i)}\left(\frac{t_{ik,P}}{E\left(\widetilde{d_{ik}}\right)}\right).x_{ik,p} - \varphi^{-1}(1-\beta_i).\sqrt{\sum_{P=1}^{Maxnsub_i}\sum_{k=1}^{r(i)}\left(\frac{{t_{ik,P}}^2}{var\left(\widetilde{d_{ik}}\right)}\right).x_{ik,p}} \preccurlyeq 1 \quad \forall i \in V_1 \tag{۱۲۶}$$

$$\varepsilon_{ik} \preccurlyeq t_{ik,p} \qquad \forall i \in V_1; \qquad p = 1,2,\dots,U_i+1; \quad k = 1,2,\dots,r(i) \tag{۱۲۷}$$

S={(٥) ,(٦) ,(٢٧) ,(٢٩),(٣٠) ,(٣٢) ,(٣٣) ,(٣٤) ,(٣٥) } (۱۲۸)

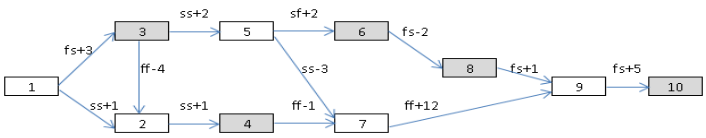
حال چنانچه گفته شد برای پارامترهای تصادفی مدل باید توزیع احتمال مشخصی در نظر گرفته شود، در این تحقیق فرض می‌شود پارامترهای تصادفی مدل همگی از توزیع نرمال تبعیت خواهند کرد. چنانچه می‌دانیم توزیع نرمال یکی از پرکاربردترین توزیع‌های احتمال در مدل‌سازی تجارب تصادفی دنیای واقعی می‌باشد، این توزیع دارای دو پارامتر میانگین $E(x)$ و واریانس $var(x)$ می‌باشد و با داشتن این دو پارامتر توزیع نرمال قابل تبدیل به توزیع نرمال استاندارد خواهد بود. در مدل‌سازی فوق فرض ما بر اساس تبعیت پارامترها از توزیع نرمال قرار گرفت و مدل نهایی به صورت مدل (۱۰۲) تا (۱۲۸) نمایش داده شد.

نرم‌افزار گمز[8] از جمله قوی‌ترین نرم‌افزارهای تحقیق در عملیات به حساب می‌آید، این نرم‌افزار زبانی جامع و فراگیر جهت تسهیل مدل‌های بهینه‌سازی مسائل تحقیق در عملیات می‌باشد کاربر می‌تواند با توجه به بیان ساده مدل ریاضی در محیط این نرم‌افزار مدل‌سازی‌های متنوعی را طراحی کند. از این رو نرم‌افزار مذکور برای کدنویسی مورد استفاده قرار گرفت.

۳- نتایج و بحث

الف) مثال عددی

شبکه‌ای با ده فعالیت (گره)، دوازده کمان (یال)، چهار زیر فعالیت (قطعه) و پنج حالت اجرایی وجود دارد. در این شبکه گره‌های یک، دو، پنج، هفت و نه انقطاع‌پذیر(سفید رنگ) و مابقی گره‌ها انقطاع‌ناپذیر (خاکستری رنگ) هستند، روابط پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها و تاخیر زمانی روی کمان‌ها در شکل شماره (۱) به نمایش در آمده است:



شکل شماره (۱): شبکه پروژه و روابط پیش‌نیازی برای ده فعالیت

با توجه به شبکه‌ای که در بالا در نظر گرفته شده است، پارامترهای مورد نیاز برای این مدل به صورت قطعی با توجه به پارامترهای مدل مشخص شده است. جداول مربوط به پارامترهای مدل آمده است.

جدول شماره (۵): مقدار پارامتر $C_{i,k,p}$ و $q_{i,k,p}$

	i	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
p	k	$q_{i,k,p}$										$C_{i,k,p}$									

---

[8] Gams

۱	۱	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۹	۳۷	۶۵	۵۹	۲۹	۱۸	۱۲	۲۸	۱۹	۸۱
۲	۱	۰/۹۹	۰/۹۹	۰	۰	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰	۰/۹۹	۰	۹	۳۷	۰	۰	۲۹	۱۸	۱۲	۰	۱۹	۰
۳	۱	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰	۰/۹۹	۰	۹	۰	۰	۰	۳۱	۲۰	۱۲	۰	۱۹	۰
۴	۱	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۹	۰	۰/۹۹	۰	۱۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱۴	۰	۲۰	۰
۱	۲	۰/۹۹	۰/۹۸	۰/۹۹	۰/۹۴	۰/۹۷	۰/۹۷	۰/۹۸	۰/۹۷	۰/۹۰	۰/۸۵	۳	۳۶	۵۷	۵۱	۲۹	۱۰	۱۱	۲۸	۱۹	۷۶
۲	۲	۰/۹۹	۰/۹۸	۰	۰	۰/۹۷	۰/۹۷	۰/۹۸	۰	۰/۹۰	۰	۳	۳۶	۰	۰	۲۹	۱۰	۱۱	۰	۱۹	۰
۳	۲	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰/۹۷	۰/۹۷	۰/۹۸	۰	۰/۹۰	۰	۳	۰	۰	۰	۲۹	۱۲	۱۱	۰	۱۹	۰
۴	۲	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۸	۰	۰/۹۰	۰	۴	۰	۰	۰	۰	۰	۱۲	۰	۲۰	۰
۱	۳	۰	۰/۹۸	۰/۹۶	۰	۰/۹۸	۰/۹۸	۰/۹۳	۰/۹۶	۰/۹۹	۰	۰	۳۳	۵۷	۰	۲۸	۹	۹	۱۲	۱۹	۰
۲	۳	۰	۰/۹۸	۰	۰	۰/۹۸	۰/۹۸	۰/۹۳	۰	۰/۹۹	۰	۰	۳۳	۰	۰	۲۸	۹	۹	۰	۱۹	۰
۳	۳	۰	۰	۰	۰	۰/۹۸	۰/۹۸	۰/۹۳	۰	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰	۰	۲۸	۱۰	۹	۰	۱۹	۰
۴	۳	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۳	۰	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰	۰	۲۰	۰
۱	۴	۰	۰	۰/۹۸	۰	۰/۹۴	۰/۹۷	۰/۹۱	۰	۰/۹۹	۰	۰	۰	۳۷	۰	۲۵	۷	۹	۰	۱۷	۰
۲	۴	۰	۰	۰	۰	۰/۹۴	۰/۹۷	۰/۹۱	۰	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰	۰	۲۵	۷	۹	۰	۱۷	۰
۳	۴	۰	۰	۰	۰	۰/۹۴	۰/۹۷	۰/۹۱	۰	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰	۰	۲۶	۹	۹	۰	۱۷	۰
۴	۴	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۱	۰	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰	۰	۱۸	۰
۱	۵	۰	۰	۰	۰	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰/۹۵	۰	۰	۰	۰	۰	۲۳	۰	۰	۰	۱۵	۰
۲	۵	۰	۰	۰	۰	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰/۹۵	۰	۰	۰	۰	۰	۲۳	۰	۰	۰	۱۵	۰
۳	۵	۰	۰	۰	۰	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰/۹۵	۰	۰	۰	۰	۰	۲۵	۰	۰	۰	۱۵	۰
۴	۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۸	۰

جدول شماره (۶): مقدار پارامتر $C_{i,k}$ و $q_{i,k}$ و $d_{i,k}$

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
$C_{i,k}$										$d_{i,k}$									
۳۸	۷۴	۶۵	۵۹	۸۹	۵۶	۵۰	۲۸	۷۷	۸۱	۲	۳	۳	۵	۲	۲	۲	۳	۴	۷
۱۳	۷۲	۵۷	۵۱	۸۷	۳۲	۴۵	۲۸	۷۷	۷۶	۷	۴	۵	۹	۳	۸	۷	۳	۴	۸
۰	۶۶	۵۷	۰	۸۴	۲۸	۳۷	۱۲	۷۷	۰	۰	۶	۵	۰	۶	۹	۹	۷	۴	۰
۰	۰	۳۷	۰	۷۶	۲۳	۳۷	۰	۶۹	۰	۰	۰	۹	۰	۸	۱۰	۹	۰	۶	۰
۰	۰	۰	۰	۷۱	۰	۰	۰	۶۳	۰	۰	۰	۰	۰	۹	۰	۰	۰	۹	۰

ادامه جدول شماره (۶): مقدار پارامتر $C_{i,k}$ و $q_{i,k}$ و $d_{i,k}$

i	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
k	$q_{i,k}$									
۱	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹
۲	۰/۹۹	۰/۹۸	۰/۹۹	۰/۹۴	۰/۹۷	۰/۹۷	۰/۹۸	۰.۹۷	۰/۹۰	۰/۸۵
۳	۰	۰	۰/۹۶	۰	۰/۹۸	۰/۹۸	۰/۹۳	۰.۹۶	۰/۹۹	۰
۴	۰	۰	۰/۹۸	۰	۰/۹۴	۰/۹۷	۰/۹۱	۰	۰/۹۹	۰
۵	۰	۰	۰	۰	۰/۹۹	۰	۰	۰	۰/۹۵	۰

جدول شماره (۷): مقدار پارامتر $L_{i,j}$

i j	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۱	۰	−۴	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۳	۳	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

۴	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۵	۰	۰	۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۶	۰	۰	۰	۰	۲	۰	۰	۰	۰	۰
۷	۰	۰	۰	−۱	−۳	۰	۰	۰	۰	۰
۸	۰	۰	۰	۰	۰	−۲	۰	۰	۰	۰
۹	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۲	۱	۰	۰
۱۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۵	۰

کلیه پارامترها در حالت احتمالی دارای میانگین مساوی خود پارامترها و واریانسی معادل ۰/۱ برابر میانگین آن‌ها می‌باشد. نتایج مندرج در جدول شماره (۸) حاکی از این است که مدل تصادفی نسبت به مدل قطعی برتری دارد زیرا که در مدل تصادفی کیفیت پروژه به مراتبط خیلی بیشتر از مدل قطعی است و همچنین هزینه پروژه در مدل تصادفی کمتر از مدل قطعی است. اما پر واضح است که وقتی مدل تصادفی باشد زمان فعالیت‌ها افزایش می‌یابند چرا که بایستی زمان بیشتری را برای تصمیم‌گیری در شرایطی که از قطعیت برخوردار نیستند صرف نماییم.

جدول شماره (۸): مقایسه مدل قطعی و تصادفی برای شبکه با ۱۰ فعالیت

نوع مدل	زمان شروع آخرین فعالیت	هزینه انجام فعالیت‌ها	کیفیت انجام پروژه
قطعی	۳۰	۴۹۸	۲۳/۱۸
تصادفی	۶۱۲/۹۱۲۵	۴۶۸/۱۳۳۵	۳۵/۰۸۶

در مدل آرمانی، سه آرمان زمان، هزینه و کیفیت در نظر گرفته شده است: انحراف منفی به معنی میزان عدم دستیابی به آرمان تعیین شده و انحراف مثبت به معنی میزان دستیابی به آرمان تعیین شده می‌باشد.

جدول شماره (۹): نتایج مدل آرمانی

انحراف منفی زمان شروع آخرین فعالیت	انحراف مثبت زمان شروع آخرین فعالیت	انحراف منفی هزینه انجام فعالیت‌ها	انحراف مثبت هزینه انجام فعالیت‌ها	انحراف منفی کیفیت انجام پروژه	انحراف مثبت کیفیت انجام پروژه	درصد انحراف کل شبکه
۰	۰	۰	۷۴/۹۵۰	۸/۹۸۱	۰	۰/۱۱۹۶۹۶

جدول (۹) حاکی از آن است که هر سه آرمان زمان، هزینه و کیفیت در شرط $d_k^- . d_k^+ = 0$ صدق می‌کنند، آرمان زمان در مثال به طور کامل تحقق یافته است. آرمان هزینه از سطح معینی که در نظر گرفته شده بیشتر است و مقدار پیشی آن برابر ۷۴/۹۵۰ است و در مورد آرمان کیفیت در مثال ارائه شده نتوانسته‌ایم به کیفیت مورد نظر دستیابی پیدا کنیم.

منابع لازم برای اجرای فعالیت‌های پروژه معمولا به صورت محدود در دسترس هستند. به همین دلیل استفاده و تخصیص منابع به فعالیت‌ها باید به صورت بهینه انجام شود. یکی از مسایل مشهور در زمینه کنترل پروژه، زمانبندی پروژه با محدودیت منابع و سایر محدودیتها می‌باشد که زمانبندی پروژه با در نظر گرفتن محدودیت منابع،کمینه هزینه و بیشینه کیفیت از جمله تحقیقات غنی است.مساله زمانبندی پروژه با منابع محدود در واقع کلی‌ترین مساله زمانبندی است. زمانبندی پروژه یکی از وظایف اصلی و فعالیتهای اصلی در مدیریت پروژه است. در این مقاله سعی شد تا مدل مساله تبادل زمان ـ هزینه ـ کیفیت ارائه شده را در حالت تصادفی مورد توجه قرار دهد. بدین جهت برخی از پارامترهای مدل به صورت تصادفی تعیین شد. سپس به منظور حل مدل تصادفی از رویکرد برنامه‌ریزی مقید شده تصادفی استفاده گردید. جهت حل از روش برنامه‌ریزی آرمانی استفاده شد و در نهایت مدل برنامه‌ریزی آرمانی مقید شده تصادفی در مثالی عددی ارایه گردید. نتایج حاکی از آن است که هر سه آرمان زمان، هزینه و کیفیت در شرط مساله صدق می‌کنند، آرمان زمان در مثال به طور کامل تحقق یافته است. آرمان هزینه از سطح معینی که در نظر گرفته شده بیشتر است و مقدار پیشی آن برابر ۷۴/۹۵۰ است و در مورد آرمان کیفیت در مثال ارائه شده نتوانسته‌ایم به کیفیت مورد نظر دستیابی پیدا کنیم.

٤-منابع

1. Charnes, A., and Cooper, W. (1963). Deterministic equivalents for optimizing and satis_cing under chance constraints. *Operational Research*, 11: 18-39.
2. Deckro, R. F., Hebert, J. E., Verdini, W. A., Grimsrud, P. H., & Venkateshwar, S. (1995). Nonlinear time/cost tradeoff models in project management. *Computers & Industrial Engineering*, *28*(2), 219-229.
3. Ekhtiari, Mustafa (2011). Possible multi-objective planning to optimize the issue of determining the amount of manpower in workshop production systems. *Industrial Management Studies*, 8 (19), 189-216.
4. Eshtehardian, E., Afshar, A., Abbasnia, R. (2008). Time-cost optimization: using GA and fuzzy sets theory for uncertainties in cost. *Constr. Manage. Econ*, 26: 679-691.
5. Golshani, Mojtaba (2015). Project planning and control. Tehran: Zaman Publication.
6. Ibrahim Nejad, Saadullah., Ahmadi, Vahid & Javanshir, Hassan (2013). Balancing cost, time, and quality measures in a CPM network using fuzzy logic and genetic algorithms. *International Journal of Industrial Engineering and Production Management*, 24 (3): 362-376.
7. Isikyildiz, S., Akcay, C. (2020). Multi- objective optimization of time-cost-quality in construction ptojects using genetic algorithm. *Revista la Construccion*, 19(3).
8. Mehdizadeh, Ismail., Mohsenian, Omid (2011). Solving the time-cost and quality balance problem using multi-objective stochastic programming. *Journal of Industrial Engineering and Management Sharif*, 28 (2).
9. Mungle, S., and Benyoucef, L., Son, Y., and Tiwari, M.K. (2013). A fuzzy clustering-based genetic algorithm approach for time–cost–quality trade-off problems: A case study of highway construction project. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*.
10. Orm, M.B., Jeunet, J. (2018). Time-cost-quality trade-off problems: A survey exploring the assessment of quality. *Computers and Industrial Engineering*. 118. 319-328.
11. Rahimi, M., and Iranmanesh, H. (2008). Multi objective particle swarm optimization for a discrete time, cost and quality trade-off problem. *World Applied Sciences Journal*, 4(2): 270–276.
12. Tavana, M., Abtahi, A., Khalili-Damghani, K. (2013). A new multi-objective multi-mode model for solving preemptive time–cost–quality trade-off project scheduling problem. *Expert Systems with Applications.*
13. Wuliang, P., & Chengen, W. (2009). A multi-mode resource-constrained discrete time–cost tradeoff problem and its genetic algorithm-based solution. *International journal of project management*, *27*(6), 600-609.
14. Wood, D.A. (2017). Gas and oil project time-cost-quality tradeoff: Integarted stochastic and fuzzy multi-objective optimization applying a memetic, nondominated, sorting algorithm. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 45: 143-164.
15. Yildirim, H.A., Akcay, C. (2019). Time-cost optimization model proposal for construction projects with genetic algotithm and fuzzy logic approach. *Revista de la Construction*, 18(3).
16. Zhang, H., and Xing, F. (2010). Fuzzy-multi-objective particle swarm optimization for time–cost–quality tradeoff in construction. *Automation in Construction*, 19(8): 1067–1075.
17. Zhang, L., Du, J., and Zhang, Sh. (2014). Solution to the time-cost-quality trade-off problem in construction projects based on immune genetic particle swarm optimization. *Journal of Management in Engineering*, 30(2): 163-172.

Solve the Problem of Time-Cost-Quality Exchange of Projects in the Possible Case By Considering Possible Solutions

S. Farid Mousavi
Assistant Professor, Department of Operations Management and Information Technology,
Kharazmi University, Tehran, Iran.
Kaveh Khalili-Damghani
Associate Professor, Department of Industrial Engineering
South-Tehran Branch, Azad University, Tehran, Iran
Farahnaz Rezapour
Master Student in Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering
South-Tehran Branch, Azad University, Tehran, Iran
Arezoo Gazori-Nishabori (Corresponding Author)
PhD in Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering
South-Tehran Branch, Azad University, Tehran, Iran
Email: arezoogazori.66@gmail.come

Abstract

Time-cost-quality trade-off project scheduling problem is one of the most important and practical problems in project management discipline. Project Managers interest in making decisions to accomplish the project with minimum cost, minimum time, and maximum quality. Unfortunately, in real life problems, the estimation of time, cost, and quality may be mixed with uncertainty. These parameters may be far from their estimated values. So, considering uncertain parameters in time-cost-quality project scheduling is essential. In this paper, a probabilistic version of time-cost-quality trade –off problem is proposed. Some parameters of the proposed model are assumed to be probabilistic. The probabilistic nature of the proposed model is handled using stochastic chance constraint programming. The multi-objective nature of the problem is handled using goal programming. Finally, the stochastic chance constraint goal programming is proposed. The deterministic equivalence of proposed stochastic model is presented. A numerical example is analyzed using GAMS software and results are investigated.

Keywords: Generalized Precedence Relation, Multi-Objective Programming, Preemptive Activity, Project Scheduling Problem.