

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۱۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۳۱

تأثیر آموزش مبتنی بر طرح مسأله‌ی بازپاسخ، بر خلاقیت ریاضی دانش آموزان پایه‌ی دهم مدارس استعدادهای درخشان

مجید یوسفی^۱، محمدحسن بهزادی^{۲*}، ابراهیم ریحانی^۳

چکیده

هدف اصلی این پژوهش، بررسی تأثیر آموزش بر خلاقیت ریاضی دانش آموزان پایه‌ی دهم با استفاده از طرح مسأله‌ی بازپاسخ در موقعیت‌های ساختار یافته است. پژوهش حاضر به روش شبه آزمایشی انجام شده است. نمونه‌ی در دسترس پژوهش حاضر، ۳۳ نفر از دانش آموزان پایه‌ی دهم مدارس استعدادهای درخشان شهرستان‌های ورامین، قرچک و پاکدشت در جنوب شرقی استان تهران در سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹ بوده‌اند که به صورت نمونه گیری هدفمند و تصادفی انتخاب شدند. برای گردآوری داده‌های پژوهش حاضر نیز، از یک پرسشنامه محقق ساخته، شامل دو سؤال طرح مسأله‌ی بازپاسخ در موقعیت‌های ساختار یافته (بر اساس چارچوب استویانوا و الرتون)، استفاده شده است. روایی پرسشنامه توسط اساتید آموزش ریاضی و دبیران مجرب ریاضی مورد تأیید قرار گرفت. ضریب آلفای کرونباخ سؤالات پرسشنامه، ۰/۸۳ و ۰/۹۰ محاسبه شدند، که این مقادیر، وضعیت مناسبی را در مورد پایایی نشان می‌داد. پس از تشکیل چندین جلسه‌ی آموزشی "طرح مسأله‌ی بازپاسخ"، پرسشنامه به عمل آمد. با بررسی‌های آماری مشخص شد که نمره‌ی خلاقیت ریاضی دانش آموزان تحت آموزش، با افزایش معناداری، از ۰/۲۳۹۹ قبل از آموزش به ۰/۵۲۴۸ بعد از آموزش، همراه بوده است و همچنین مشخص شد که ارتقاء خلاقیت ریاضی بر حسب جنسیت و رشته‌ی تحصیلی تفاوت معناداری نداشته است. دوره‌ی آموزشی بحث محور طرح مسأله بازپاسخ، منجر به شکل گیری یک ساختار و چارچوب ذهنی منطقی، منعطف و پویا در ذهن دانش آموز شد که نتیجه‌ی آن رشد خلاقیت ریاضی بود.

واژه‌های کلیدی: خلاقیت ریاضی، دانش آموزان پایه‌ی دهم، طرح مسأله، مسأله‌ی بازپاسخ.

^۱. دانشجوی دکتری، گروه ریاضی، واحد علوم تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران، majidyousefi961355@yahoo.com

^۲. دانشیار، گروه آمار، واحد علوم تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران (نویسنده مسئول)، behzadi@srbiau.ac.ir

^۳. دانشیار، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران، e_reyhani@srui.ac.ir

مقدمه

در میان مجموعه‌ی «مهارت‌های قرن بیست و یکم»، معرفی شده توسط سازمان‌ها و بنگاه‌های اقتصادی مختلف، خلاقیت به عنوان یک مهارت مهم و برجسته به منظور آماده سازی و توانمند کردن دانش‌آموزان در برابر تغییرات و برای سازگاری و زندگی در شرایط رقابتی و در حال تغییر، نه تنها در جامعه‌ی امروز بلکه برای آینده شناسایی و مورد تأکید قرار گرفته بود (به عنوان مثال، NRC^۱، ۲۰۱۲؛ یونسکو^۲، ۲۰۱۶؛ مشارکت برای مهارت‌های قرن بیست و یکم^۳، ۲۰۱۸). در شکل گیری دنیایی مدرن و رو به پیشرفت، خلاقیت از اجزاء مهم زندگی اجتماعی محسوب می‌شود (قاضی‌زاده فرد، ابوالمعالی، صابری، و ابراهیمی مقدم، ۱۴۰۲). بنابراین سیستم‌های آموزشی کشورهای مختلف، ارتقاء و توسعه‌ی خلاقیت دانش‌آموزان را مورد تأکید قرار داده و در سیاست‌های آموزشی و برنامه‌ی درسی خود لحاظ کرده‌اند (OECD^۴، ۲۰۱۵). تفکر خلاق و خلاقیت باید در نظام آموزشی کشورها و همچنین در تمام فرایندها و زیرساخت‌های این نظام‌ها، از جمله برنامه‌های درسی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار باشد چرا که به نوعی تمام ابعاد و جنبه‌های دیگر آموزش و یادگیری دانش‌آموزان را دربر می‌گیرد و میزان موفقیت و دستاوردهای آموزش و یادگیری دانش‌آموزان را تحت تأثیر قرار می‌دهد (هتزرانی، آگادا و لیکین^۵، ۲۰۱۹). مهارت تفکر خلاق یکی از مهارت‌های ده‌گانه‌ی زندگی است که مهارت‌های دیگر زندگی در پرتو این مهارت، کارایی مطلوب‌تری خواهند داشت زیرا با این توانایی، دانش‌آموزان می‌توانند با موقعیت‌های جدید سازگار شوند (بهاری، پورجمشیدی و زنگنه، ۱۴۰۳).

به وضوح با گذر زمان، امروزه اهمیت خلاقیت غیرقابل انکار است، هم به عنوان وسیله‌ای برای تکمیل فرایندهای آموزشی و هم به عنوان محصول و نتیجه خود خلاقیت. افراد خلاق یادگیرندگان بهتری هستند، چون آنها این توانایی را دارند که به طور انعطاف‌پذیر از دانش خود در موقعیت‌های جدید و به شیوه‌ای اصیل استفاده کنند به علاوه می‌توانند بخشی از دانش و مهارت‌هایشان را با اطلاعات تازه به دست آمده، ارتباط دهند. بنابراین پرورش خلاقیت در جهت توسعه یادگیرندگان بهتر، ضروری است (لیکین و الگراولی^۶، ۲۰۲۲). گلاونو^۷ (۲۰۱۸)، خلاقیت، ابتکار و نوآوری را مرحله‌ای از رشد عقلی می‌داند که می‌تواند منجر به ساخت و ایجاد موقعیتی

^۱ NRC: National Research Council

^۲ UNESCO: United Nations Educational Scientific and Cultural Organization

^۳ Partnership for 21st-century Skills

^۴ Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD)

^۵ Hetzroni, Agada, & Leikin

^۶ Leikin & Elgrably

^۷ Glaveanu

برای راحت زیستن شود. بروجردی، اسدزاده، حجازی، و انتصار فومنی، (۱۳۹۹)، خلاقیت را نوعی پتانسیل و توانایی می‌دانند، که در تفکر، اندیشه، قلم، رفتار و اعمال انسان بروز یافته و یکی از الزامات اساسی زندگی پیچیده و مدرن امروزی است، که می‌توان آن را با آموزش و یادگیری تقویت کرد. سعیدی و پیر خائفی (۱۳۹۹)، خلاقیت را فرایند جست‌وجو برای یافتن راه‌حل‌ها و یکی از ارکان مهم فرایند یادگیری آورده‌اند. به اعتقاد کای، خاپووا، بوسینک، لیسووا و یوان^۱ (۲۰۲۰)، خلاقیت ابزاری است که افراد از طریق آن، ایده‌ها، محصولات فرایندهای جدید و مفید تولید می‌کنند و همچنین خلاقیت، برای ایجاد ابزار و روش‌های کاری جدید که باید ساخته شوند، مورد نیاز است.

نقش ریاضیات در زندگی امروز به ویژه در حل مسائل دنیای واقعی، در پرورش نیروی‌های متفکر، خلاق و تأثیرگذار و همچنین در تربیت دانش‌آموزانی که در آینده به شهروندانی با خلاقیت بالا و توانایی بکارگیری دانش خود در زمینه‌های گوناگون مبدل شوند، غیر قابل انکار است. برای تحقق این امر، احتیاج به برنامه‌های آموزش ریاضی حساب شده و روش‌های یاددهی و یادگیری خاص داریم که نتیجه‌ی آن ارتقاء خلاقیت و پرورش دانش‌آموزانی باشد که در غیاب معلم و کتاب درسی هم بتوانند فکر کنند، استدلال کنند، خلاقانه ایده‌ها و روش‌های قبل را تغییر داده تا قابل استفاده در مسأله‌ای دیگر باشد. در این راستا به گفته‌ی بسیاری از صاحب نظران، برنامه‌های آموزش ریاضی نیز باید به سمتی حرکت کند که اولاً دانش‌آموزان، ریاضی را تنها علم اعداد، ارقام، فرمول و محاسبات محض ندانند، بلکه بتوانند بین آنچه که فرا می‌گیرند و آنچه در دنیای واقعی اتفاق می‌افتد ارتباط برقرار کرده و سعی کنند از آموخته‌هایشان به نحو مؤثر در موقعیت‌های پیش‌رو استفاده نمایند و ثانیاً محتوای این برنامه‌های آموزشی به ارتقاء خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان کمک کند. از این رو متخصصان و محققان آموزش ریاضی، به شناسایی تکالیف، فعالیت‌ها و ابزارهایی پرداختند که استفاده از آنها در فرایند تدریس، به بروز، پرورش و ارزیابی خلاقیت ریاضی کمک کند (لیکین و سریرامان^۲، ۲۰۱۶؛ آمادو کریرا جونز^۳، ۲۰۱۸؛ OECD، ۲۰۱۹؛ اصلانی، محمودی، تقی‌پور و دهقان‌زاده، ۲۰۲۵).

با این حال به دلیل وجود طیف گسترده‌ای از دیدگاه‌ها در مورد خلاقیت، هنوز توافقی عام در مورد انواع تکالیف ریاضی که موجب رشد خلاقیت می‌شوند یا امکان ارزیابی خلاقیت را فراهم

¹ Cai, Khapova, Bossink, Lysova & Yuan

² Sriraman

³ Amado

می‌کنند و یا کدام مؤلفه خلاقیت می‌تواند و باید پرورش داده شوند و مورد ارزیابی قرار گیرند، وجود ندارد (لیکین و الگربلی، ۲۰۲۲). بدیهی است که آگاهی از ظرفیت یک تکلیف به استفاده بهینه از آن در بروز خلاقیت کمک زیادی خواهد کرد و همان گونه که ایزدی و ریحانی (۱۳۹۹) ذکر کرده اند، کاهش سطح نیاز شناختی یک تکلیف در کلاس درس ممکن است به از دست رفتن امکان‌هایی منجر شود که می‌توانند فرصت‌هایی را برای تعمیق تفکرات دانش آموزان در مورد مفاهیم مختلف ریاضی فراهم نمایند.

مبانی نظری

لورای، سریرامان و کافمن^۱ (۲۰۱۷) چند عامل را در پرورش خلاقیت ریاضی مؤثر می‌دانند، راهبردهایی همچون ارائه مسائل بازپاسخ، مدل‌سازی، تشویق به ریسک‌پذیری، بحث و مناظره در مورد مفاهیم ریاضی، یادگیری مبتنی بر مفهوم، استراتژی‌های تفکر متفاوت در طول فعالیت‌های حل مسئله، گنجاندن آگاهی‌های فرهنگی، ابتکار در تنظیم برنامه درسی و محیط کلاس درس (نقل شده در سانچز، فونت و بردا^۲، ۲۰۲۱).

علی‌رغم متفاوت بودن نظر پژوهشگران در مورد عوامل اصلی و تأثیرگذار در ظهور، ارتقاء و ارزیابی خلاقیت ریاضی؛ مخصوصاً پژوهش‌های نیم قرن اخیر، تأثیر مثبت فرایندهای طرح مسئله و رویکرد بازپاسخ را در این مهم تأیید می‌کنند. بیسر، لی، پریهان و کاپرارو^۳ (۲۰۲۰)، در مطالعه‌ای به بررسی تکالیف ارتقاءدهنده خلاقیت، در برنامه‌ی درسی ریاضی دوره‌ی راهنمایی ایالت متحده آمریکا پرداختند، در بین این تکالیف، تکالیف بازپاسخ و طرح مسئله، مورد توجه بودند.

با اینکه هیچ تعریف جامع و مورد توافق همگان از خلاقیت و همچنین خلاقیت ریاضی وجود ندارد، ولی در همه‌ی تعاریف ارائه شده توسط پژوهشگران و محققان، آفرینندگی و خلق راه‌حل‌های نو برای حل یک مسئله یا مشکل، به خلاقیت تعبیر شده است. در ادامه به ذکر چند نمونه از این تعاریف می‌پردازیم. به اعتقاد پوانکاره^۴ (۱۹۵۶) خلاقیت ریاضی فرآیندی است که در آن ریاضی‌دانان بین پیوندها، ترکیب‌ها و ایده‌های مفید و غیر مفید، انتخاب و گزینش می‌کنند. گیلفورد^۵ (۱۹۵۹ و ۱۹۶۷) دو نوع تفکر را مطرح کرد: تفکر همگرا^۶ و تفکر واگرا^۷. تفکر همگرا به یافتن یک جواب صحیح مسئله و تفکر واگرا بر جواب‌های چندگانه با در نظر گرفتن راه‌حل‌های

^۱ Lurai, Sriraman & Kaufman

^۲ Sanchez

^۳ Bicer, Lee, Perihan, Capraro

^۴ Poincare

^۵ Guilford

^۶ convergent thinking

^۷ divergent thinking

مختلف تأکید دارد. او تفکر واگرا را ویژگی مهم خلاقیت می‌داند (بسیاری از محققان، خلاقیت را همین تفکر واگرا می‌دانند). به اعتقاد وی؛ سیالی^۱ (روانی)، انعطاف‌پذیری^۲، اصالت^۳ (تازگی) و بسط^۴ (گسترش)، ویژگی‌هایی مهم از تفکر واگرا هستند (که به مؤلفه‌های چهارگانه‌ی خلاقیت گیلفورد معروف‌اند). سیالی، به تعداد پاسخ‌های ارائه شده به آن مسأله در یک زمان معین اشاره دارد. انعطاف‌پذیری، به تنوع راه‌حل‌ها، ایده‌ها و پاسخ‌ها و غیر تکراری بودن آنها اشاره دارد. اصالت، به ایده‌ها و پاسخ‌های بکر، نو و منحصر به فرد اشاره دارد. بسط، به توانایی تعمیم و گسترش ایده‌ها و راه‌حل‌های یک مسأله اشاره دارد. چمبرلین و مون^۵ (۲۰۰۵) تفکر واگرای گیلفورد را به عنوان توصیف پذیرفته شده‌ای از خلاقیت ریاضی می‌دانند. تورنس^۶ (۱۹۷۴) خلاقیت را فرآیند حساس شدن به مسائل، کمبودها، شکاف در اطلاعات، عناصر یا اجزای پنهان و ناجور، شناسایی مشکلات و موانع، جستجوی راه‌حل‌ها، حدس زدن و فرضیه‌سازی درباره‌ی کمبودها، بازآزمودن این حدس‌ها و فرضیه‌ها و در صورت لزوم اصلاح و آزمایش مجدد آن‌ها و سرانجام ارائه‌ی نتایج، تعریف می‌کند.

سریرامان (۲۰۰۵) اعتقاد دارد که خلاقیت ریاضی نه تنها مرتبط با کار اصیل و بکر ریاضی‌دانان است، بلکه کشف بعضی موارد از قبل شناخته شده، توسط شخصی که این کشف برای او جدید است را نیز شامل می‌شود. بیسر و همکاران (۲۰۲۰) خلاقیت ریاضی را فرآیندی شامل دو جنبه‌ی شناختی (یعنی سیالی، انعطاف‌پذیری و اصالت) و عاطفی (مثل خودکارآمدی خلاق) می‌دانند که فرد را قادر به نوآوری نموده و ایده‌های ریاضی را به واقعیت تبدیل می‌کند. ایده‌های گیلفورد، الهام‌بخش تحقیق در زمینه‌ی خلاقیت و همچنین طرح، اجرا و گسترش آزمون‌هایی در جهت اندازه‌گیری میزان خلاقیت افراد، از جمله آزمون سنجش خلاقیت تورنس (۱۹۶۶) بوده است که بر پایه‌ی مؤلفه‌های چهارگانه‌ی خلاقیت گیلفورد طراحی شده است. همچنین تعداد قابل توجهی از پژوهش‌ها در آموزش ریاضی، خلاقیت را با تمرکز بر مؤلفه‌های سیالی، انعطاف‌پذیری و اصالت اندازه‌گیری کرده‌اند (به‌عنوان مثال، واردانی، سومارو و نیشیونی^۷، ۲۰۱۱؛ یوآن^۸ و سریرامان، ۲۰۱۱؛ کاتو، کونتویانی، پیتا-پانتازی و کریستو^۹، ۲۰۱۲ و ۲۰۱۵؛

¹ fluency

² flexibility

³ originality

⁴ elaboration

⁵ Chamberlin & Moon

⁶ Torrance

⁷ Wardani

⁸ Yuan

⁹ Kattou, Kontoyianni, Pitta-Pantazi & Christou

دامایانتي^۱ و سوماردی^۲، ۲۰۱۸؛ اُتگنبااتار^۳، ۲۰۲۰). باوجود اهمیت فزاینده‌ی خلاقیت ریاضی، هنوز متغیرهای مؤثر و مهم ایفاکننده‌ی نقش در تکالیف تقویت کننده‌ی خلاقیت ریاضی، تا حدود زیادی مشخص نیستند (مایر، ارنگرابر، اسپیتزلی^۴ و همکاران، ۲۰۲۴)، با این حال تعدادی از پژوهشگران به نقش فرآیندهای طرح مسأله و استفاده از مسائل بازپاسخ، در ارتقاء خلاقیت ریاضی باور دارند.

کیل پاتریک^۵ (۱۹۸۷) که نخستین مطالعات رسمی را بر روی فرایند طرح مسأله انجام داده است، بر لزوم استفاده از این فعالیت در کلاس‌های درس ریاضی تأکید می‌کند. همچنین به اعتقاد وی مرتبط کردن^۶، قیاس کردن^۷، تعمیم دادن^۸ و نقض کردن^۹، چهار مؤلفه‌ی مهم و تأثیرگذار در فرایند طرح مسأله هستند. شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا (NCTM^{۱۰}، ۲۰۰۰، ص ۱۱۷)، طرح مسأله را به عنوان طرح سؤالات جدید در قالب یک مسأله‌ی زمینه مدار معرفی کرده و عنوان می‌کند که معلم باید مهارت طرح مسأله را پرورش و توسعه دهد. چن، ون دورن، چن و ورشافل^{۱۱} (۲۰۰۷)، طرح مسأله را تولید مسأله بر مبنای عبارات یا مسائل ریاضی داده شده تعریف می‌کنند. کویچو و کونتروپچ^{۱۲} (۲۰۱۳)، طرح مسأله را تکالیفی می‌دانند که معلمان برای دانش‌آموزان طراحی می‌کنند. کای و همکاران (۲۰۱۵)، اعتقاد دارند که طرح مسأله شامل آن تکالیف یا فعالیت‌هایی هستند که معلمان یا دانش‌آموزان برای تولید مسائل جدید بر مبنای موقعیت‌های داده شده، نیاز دارند. کای (۲۰۲۲)، تکالیف طرح مسأله را آن دسته از تکالیف می‌داند، که دانش‌آموزان را به عنوان مولد و سازندگان مسائل جدید براساس موقعیت‌های واقعی و ریاضی قرار می‌دهند. لیکین و الگراولی (۲۰۱۹)، طرح مسأله از راه بررسی یک فعالیت پیچیده‌ی ریاضی را شامل این موارد می‌دانند: الف) بررسی شکل هندسی (از یک مسأله‌ی اثباتی) برای پیدا کردن حداقل دو خاصیت غیر بدیهی از شکل داده شده و شکل‌های مرتبطی که به عنوان کمکی داده شده‌اند. ب) فرمول بندی چندین (حداقل دو) مسأله‌ی اثباتی جدید بر مبنای بررسی‌های انجام شده

¹ Damayunti

² Sumardi

³ Otgonbaatar

⁴ Meier

⁵ Kilpatrick

⁶ association

⁷ analogy

⁸ generalization

⁹ contradiction

¹⁰ NCTM: The National Council of Teachers of Mathematics

¹¹ Chen, Van Dooren, Chen & Verschaffel

¹² Koichu & Kontorovich

و حل یا اثبات آن‌ها. ژانگ و استیلینایدز^۱ (۲۰۲۴)، طرح مسئله‌ی ریاضی را به‌طور کلی به عنوان فرآیند تغییر موقعیت‌های داده شده و فرمول بندی مسائل ریاضی معنادار، تعریف می‌کنند. اُزدمیر و کار^۲ (۲۰۲۲) بر این باورند که میزان اطلاعات داده شده از وضعیت یا موقعیت طرح مسئله، بر کیفیت، پیچیدگی و جنبه‌های خلاقیت مسائل طرح شده تأثیرگذار است. هر مسئله‌ی طرح مسئله معمولاً دو بخش قابل تشخیص دارد؛ یک موقعیت و یک اعلان (کای و هوانگ، ۲۰۲۳). این فرآیند مهم و با ارزش به آرامی جایگاه خود را در کتاب‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای ایران پیدا می‌کند و هم اکنون از دوره ابتدایی تا دوره متوسطه دانش‌آموزان در فعالیت‌ها و تمرین‌های کتاب، با موضوع طرح مسئله درگیر هستند.

جدول ۱: چارچوب طرح مسئله‌ی استویانوا و الرتون (۱۹۹۶)

موقعیت طرح مسئله	ویژگی مسئله‌ی مطرح شده
۱) آزاد ^۳	بر مبنای یک موقعیت واقعی
۲) نیمه ساختاریافته ^۴	بر مبنای یک موقعیت باز (بررسی ساختار یا به پایان رساندن موقعیت باز)
۳) ساختاریافته ^۵	بر مبنای یک مسئله‌ی داده شده (ساختن یک مسئله‌ی جدید از روی مسئله‌ی داده شده)

در چند دهه‌ی اخیر، نتیجه‌ی پژوهش‌های برخی محققان در مورد طرح مسئله، منجر به طراحی مدل‌ها یا چارچوب‌هایی در اجرای فرآیند طرح مسئله شده است. به عنوان نمونه چارچوب طرح مسئله‌ی استویانوا و الرتون^۶ (۱۹۹۶)، شامل سه موقعیت طرح مسئله و مدل نوآوری در طرح مسئله‌ی ویسترو - یو^۷ (۲۰۰۹)، شامل شش روش طرح مسئله از روی مسئله‌ی داده شده، (به اختصار روش‌های شش‌گانه‌ی طرح مسئله)، به ترتیب در جدول‌های ۱ و ۲ ارائه شده است.

جنسن^۸ (۱۹۷۳)، لیونگ^۹ (۱۹۹۷)، و سیلور^{۱۰} (۱۹۹۷) اعتقاد دارند که طرح مسئله به عنوان فرآیندی مرتبط با خلاقیت و به عنوان رویکردی برای شناسایی تفکر خلاق می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. به اعتقاد تورنس (۱۹۸۸) و سیلور (۱۹۹۷)، طرح مسئله فرآیندی قادر به شناسایی خلاقیت ریاضی است هنگامی که مؤلفه‌های سیالی، انعطاف‌پذیری و اصالت خلاقیت دانش‌آموزان

¹ Zhang

² Ozdemir & Kar

³ free

⁴ semi-structured

⁵ structured

⁶ Stoyanova & Ellerton

⁷ Vistro-Yu

⁸ Jensen

⁹ Leung

¹⁰ Silver

به طور هم زمان در حال تکاپو و رشد هستند. بیسر و همکاران (۲۰۲۰)، معتقدند که فعالیت های طرح مسأله در تدریس ریاضی دوره ی ابتدایی، موجب ارتقاء خلاقیت ریاضی می شود.

بیش از سه دهه از مطرح شدن فعالیت های بازپاسخ به عنوان ابزاری برای آموزش و ارزیابی و ارزشیابی یادگیری در کلاس های درس ریاضی در سراسر جهان می گذرد و این فرایند در اکثر کشورهای موفق در زمینه ی آموزش ریاضی، به عنوان بخشی از برنامه ی درسی و ریاضیات پذیرفته شده است (سلیمیان ریزی، ۱۳۹۳). بکر و شیمادا^۱ (۱۹۹۷)، مسائل بازپاسخ را مسائلی می دانند که برای آن ها چندین پاسخ احتمالی وجود داشته که این پاسخ ها را می توان به چندین روش به دست آورد.

جدول ۲: معرفی مدل نوآوری ویسترو - یو شامل شش روش برای طرح مسأله ی جدید (ویسترو - یو، ۲۰۰۹)

روش	ویژگی مسأله جدید
الف) جایگزینی: طرح مسأله همانند مسأله ی اصلی با تغییر دادن مقادیر، واحدها و شکل ها و غیره.	یک مشق تمرینی از مسأله ی اصلی خواهد شد.
ب) افزایش: طرح مسأله همانند مسأله ی اصلی با افزودن داده یا محدودیت جدید و یا اضافه کردن یک مانع.	تعمیم یافته ی مسأله ی اصلی خواهد شد و می تواند پیچیده تر از آن باشد.
پ) جرح و تعدیل: طرح مسأله با استفاده از همان داده های مسأله ی اصلی ولی با اعمال تغییراتی مانند؛ تغییر زمینه ی مسأله، حذف یا اضافه یا اصلاح متغیرهای مسأله، و تغییر دادن هدف نهایی مسأله.	می تواند جدید و متفاوت با مسأله ی اصلی باشد ولی در عین حال برای حل آن، به مسأله ی اصلی نیاز باشد.
ت) زمینه مدار کردن: مسأله: طرح مسأله ی کلامی و داستان گونه با هدف ارتباط بیش تر با دانش آموزان.	اساساً همان مسأله ی اصلی یا مشابه با آن خواهد بود.
ث) برگرداندن یا معکوس کردن مسأله: طرح مسأله از روی مسأله ی اصلی ولی با در نظر گرفتن هدف نهایی به عنوان داده و داده به عنوان هدف نهایی.	جالب تر و چالش برانگیز تر از مسأله ی اصلی و کاملاً متفاوت با آن خواهد بود.
ج) صورت بندی مجدد: استفاده از مسأله ی اصلی به عنوان زیرساخت برای طرح یک مسأله در نوعی متفاوت یا کلی تر یا اثبات کردنی یا گاهی در قالب یک مسأله ی موقعیتی.	متفاوت با مسأله ی اصلی است ولی برای فهم و حل آن، به دانش، مفاهیم و مهارت هایی که در مسأله ی اصلی مورد استفاده قرار گرفتند، احتیاج داریم.

¹ Becker, Shimada

² replacement

³ addition

⁴ modification

⁵ contextualizing

⁶ turning the problem around or reversing the problem

⁷ reformulation

در مسائل بازپاسخ تمرکز بر روی روش‌های رسیدن به پاسخ است نه بر روی پاسخ مسأله. سیفارلی^۱ و کای (۲۰۰۵)، مسأله‌ای را که بیش از یک روش حل برای آن وجود داشته باشد را بازپاسخ می‌دانند. همچنین به اعتقاد ریحانی و حق‌جو (۱۳۹۹)، مسائل بازپاسخ مسائلی هستند که می‌توانند راه‌حل‌های چندگانه و یا چندین پاسخ صحیح داشته باشند. علاوه بر این، یکی دیگر از جنبه‌های تفاوت سؤال بازپاسخ و بسته پاسخ را می‌توان نقش پاسخ‌دهندگان به این سؤالات دانست. که این نقش می‌تواند در ارتباط با توانایی حل مسأله‌ی پاسخ‌دهندگان به این سؤالات باشد (راز، ریتر-پالمون و کنت^۲، ۲۰۲۴).

کوآن و پارک^۳ (۲۰۰۶)، بریگز و دیویس^۴ (۲۰۰۸) و مورنی^۵ (۲۰۱۳) اعتقاد دارند که استفاده از مسائل بازپاسخ موجب ارتقاء خلاقیت می‌شود. پهبکونن^۶ (۲۰۰۷)، معتقد است امروزه مسائل بازپاسخ یک ابزار مفید در توسعه‌ی آموزش ریاضی در مدارس، به عنوان روشی عمق دهنده بر فهم و افزایش دهنده‌ی خلاقیت پذیرفته شده است. به گفته‌ی سوهرمن^۷ (۲۰۱۳)، استفاده از مسائل بازپاسخ در امر تدریس، به‌طور هم‌زمان، توانایی حل مسأله و خلاقیت دانش‌آموزان را افزایش می‌دهد.

به اعتقاد تی‌جوی^۸ (۲۰۱۹)، در حل مسائل بازپاسخ، دانش‌آموزان در حالی که به دنبال یافتن راه‌حل‌های مختلف و انواع روش‌های مختلف حل مسأله هستند، آزادانه ایده‌های زیادی را به کار می‌گیرند (سیالی)، آن‌ها در حال تلاش برای ساختن راهبردهای جدید برای حل این مسأله هستند در حالی که در روش‌های قدیمی شکست می‌خورند (انعطاف‌پذیری)، و گاهی اوقات با ایده‌های غیرمنتظره، غیرمعمول و هوشمندان (اصالت) روبه‌رو می‌شوند و همه‌ی این ویژگی‌ها مؤلفه‌های مهم خلاقیت هستند.

تاکنون فعالیت‌های طرح مسأله و مسائل بازپاسخ هر کدام به تنهایی توسط چندین پژوهشگر برای ارزیابی خلاقیت ریاضی مورد استفاده قرار گرفتند (یوآن و سریرامان، ۲۰۱۱؛ مورنی، ۲۰۱۳؛ بونوتو و دال سانتو^۹، ۲۰۱۵؛ دامایانتی و سوماردی^{۱۰}، ۲۰۱۸؛ انگباتار، ۲۰۲۰). یوسفی، ریحانی و

¹ Cifarelli

² Raz

³ Kwon & Park

⁴ Briggs, Davis

⁵ Murni

⁶ Pehkonen

⁷ Suherman

⁸ Tjoe

⁹ Bonotto, Dal Santo

¹⁰ Damayanti & Sumardi

بهزادی (۱۴۰۱)، در پژوهش پیشین، از هر دو فرآیند طرح مسأله، بازپاسخ برای ارزیابی و بررسی کمی خلاقیت ریاضی استفاده کردند. در جست‌وجوهای فراوان، پژوهش‌های داخلی و خارجی مشابهی یافت نشد. همچنین از آنجایی که هدف مطالعه‌ی حاضر تأثیر آموزش طرح مسأله‌ی بازپاسخ بر خلاقیت ریاضی است، مجدداً هیچ پژوهش داخلی و خارجی، با عامل مداخله‌گر آموزش (طرح مسأله‌ی بازپاسخ) و تأثیر آن بر خلاقیت ریاضی، مشاهده نشد. در ادامه به برخی از پژوهش‌های مرتبط اشاره می‌شود.

مطالعه ژانگ و همکاران (۲۰۲۲) بینشی در مورد نقش "قالب تکلیف" در طرح مسئله دانش آموزان ارائه کرد. یافته‌ها نشان داد به ویژه هنگامی که تکلیف شامل اطلاعات مشخصی بود (تکلیف با زمینه) عملکرد دانش آموزان در طی مراحل درک تکلیف و ساختن مسائل در طرح مسئله بهتر از حالتی بود که این شرایط فراهم نبود.

حق‌جو و ریحانی (۱۴۰۰)، در فراتحلیلی کیفی، ۲۵ پژوهش از پژوهش‌های انجام شده در سال‌های ۱۹۹۴ تا ۲۰۲۰، در مورد معیارهای مختلف ارزیابی مهارت طرح مسأله، خلاقیت و مسائل بازپاسخ نیز مورد بررسی قرار دادند. یافته‌های فراتحلیل ۹ معیار مشترک را در بین پژوهش‌ها مشخص کردند که عبارتند از: ارائه یک حل توسط دانش آموز، سازگاری، عبارت ریاضی، دانش زبان شناختی و بیان، قابلیت حل پذیری، کمیت و کیفیت داده‌ها، مسائل بازپاسخ و قابل تعمیم، استراتژی‌های حل و راه حل‌های چندگانه. همچنین با بررسی پژوهش‌ها چارچوبی شامل ۱۱ معیار و با تأکید بر طرح مسئله و حل مسئله ریاضی ارائه شده است.

برخورداری، ریحانی و حق‌جو (۱۴۰۲) مهارت‌های طرح مسئله دانش آموزان دوره اول متوسطه در زمینه استدلال تناسبی را مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش، ۴۴۲ نفر از دانش آموزان متوسطه اول پس از انتخاب به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای تصادفی، مورد مطالعه قرار گرفتند. تجزیه و تحلیل داده‌ها نشان داد که بین عملکرد دانش آموزان پایه‌های هفتم، هشتم و نهم در طرح مسائل مرتبط با استدلال تناسبی تفاوت معناداری وجود دارد و با افزایش پایه تحصیلی دانش آموزان شاهد افزایش مهارت طرح مسئله هستیم. از طرفی با بررسی تأثیر جنسیت دانش آموزان بر عملکرد طرح مسئله مشخص شده است که تفاوت عملکرد دانش آموزان دختر و پسر در طرح مسائل مرتبط با استدلال تناسبی معنادار نبود. همچنین مشاهده گردید که نوع مدرسه عامل تأثیرگذار در توانایی طرح مسئله دانش آموزان در مسائل مرتبط با استدلال تناسبی

محسوب نمی‌شود و بین عملکرد دانش‌آموزان مدارس عادی و تیزهوشان در طرح مسئله تفاوت معناداری وجود ندارد.

بیسر و همکاران (۲۰۲۰) با هدف نشان دادن تأثیر مداخلات طرح مسئله بر توانایی خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان و چگونگی ارتباط خودکارآمدی خلاقانه دانش‌آموزان در ریاضیات با توانایی خلاقیت ریاضی آنها تعداد ۲۰۵ دانش‌آموز دوره ابتدایی را مورد مطالعه قرار دادند. دانش‌آموزان به‌طور تصادفی در یکی از دو گروه طرح مسئله یا کنترل قرار گرفتند. نتایج نشان داد که خلاقیت ریاضی برای گروه طرح مسئله نسبت به گروه کنترل افزایش بیشتری یافته است. از جمله پیامدهای این امر این است که ادغام فعالیت‌های طرح مسئله در آموزش ریاضیات مدرسه ابتدایی می‌تواند خلاقیت ریاضی را تقویت کند.

ما در پژوهش پیشین خود (یوسفی و همکاران، ۱۴۰۱)، که در مطالعه‌ی حاضر از آن گاهاً به پژوهش پیشین یاد خواهیم نمود، با استفاده از دو فرآیند طرح مسأله و مسائل بازپاسخ و مطالعه بر روی ۱۵۸ نفر از دانش‌آموزان پایه‌ی دهم مدارس استعداد درخشان، به بررسی کمی میزان خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان پرداختیم. در ادامه و تکمیل آن، هدف این پژوهش، بررسی تأثیر آموزش بر خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان پایه‌ی دهم، با استفاده از طرح مسأله‌ی بازپاسخ در موقعیت‌های ساختار یافته است. همچنین پژوهش حاضر به دنبال یافتن پاسخ چهار سوال زیر است:

سؤال اول: آیا آموزش مهارت طرح مسأله‌ی بازپاسخ، خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان پایه‌ی دهم مدارس استعدادهای درخشان، با رویکرد طرح مسأله‌ی بازپاسخ در موقعیت‌های ساختار یافته را افزایش می‌دهد؟

سؤال دوم: آیا آموزش مهارت طرح مسأله‌ی بازپاسخ، هر سه مؤلفه‌ی خلاقیت (سیالی، انعطاف‌پذیری و اصالت) را افزایش می‌دهد؟

سؤال سوم: آیا تأثیر آموزش مهارت طرح مسأله‌ی بازپاسخ بر خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان هر دو رشته‌ی تحصیلی (ریاضی و تجربی) یکسان است؟

سؤال چهارم: آیا تأثیر آموزش مهارت طرح مسأله‌ی بازپاسخ، بر خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان پسر و دختر یکسان است؟

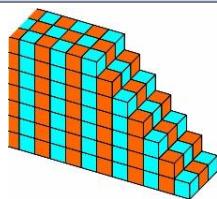
روش شناسی پژوهش

در مطالعه‌ی حاضر، با استفاده از نمونه‌گیری هدفمند و تصادفی، یک نمونه‌ی ۳۳ نفره از بین ۱۵۸ دانش‌آموز شرکت کننده در نمونه‌ی پژوهش یوسفی و همکاران (۱۴۰۱)، انتخاب شدند. به منظور بررسی تأثیر آموزش بر خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان، هفت جلسه‌ی آموزش طرح مسأله‌ی بازپاسخ در موقعیت‌های ساختار یافته، برای نمونه‌ی ۳۳ نفره برگزار شد. برای برگزاری این کلاس‌های آموزشی از نرم‌افزار آموزش آنلاین connect Adobe و همچنین برای اجرای پرسشنامه، اطلاع رسانی و ارتباط با دانش‌آموزان شرکت کننده در نمونه، از پیام رسان واتساپ استفاده شد.

در پژوهش حاضر به منظور بررسی تأثیر آموزش بر خلاقیت ریاضی، می‌بایست مجدداً خلاقیت ریاضی نمونه‌ی ۳۳ نفره اندازه گرفته می‌شد. بدین منظور و برای جمع آوری داده‌ها از یک پرسشنامه‌ی محقق ساخته استفاده شده است. این پرسشنامه، شبیه و هم سطح پرسشنامه‌ی پژوهش پیشین، شامل دو سؤال طرح مسأله‌ی بازپاسخ در موقعیت‌های ساختار یافته از مبحث دنباله‌های حسابی و هندسی، در بین دانش‌آموزان نمونه‌ی ۳۳ نفره برگزار شد. سؤالات پرسشنامه در جدول ۳ آورده شده است. مدت زمان پاسخگویی به سؤالات پرسشنامه، همانند پرسشنامه‌ی پژوهش پیشین، ۴۵ دقیقه در نظر گرفته شده بود.

جدول ۳. سؤالات پرسشنامه (آزمون)

شماره	سؤال	منبع سؤال
۱	قصد داریم با استفاده از بلوک، یک راه‌پله‌ی بلوکی با ۱۳ پله بسازیم. طبق محاسبات دقیق، برای بنای پله‌ی اول ۴۵ بلوک نیاز داریم و در ساخت پله‌های بعد، برای هر پله، ۳ بلوک کم‌تر از پله‌ی قبل مورد نیاز است (قسمتی از راه‌پله‌ی بلوکی در شکل نمایش داده شده است). با دو برابر تعداد بلوک‌های پله‌ی پنجم، کدام دو پله را می‌توان ساخت (به‌طوری که هیچ بلوکی اضافه نیاید)؟ مسأله را حل کرده و سپس در مورد این مسأله یا دنباله‌ی متناظر با آن، هر تعداد سؤال بازپاسخ که می‌توانید طرح کنید.	ایده‌ی اصلی سؤال برگرفته از مسأله‌ی «ساخت راه پله‌ی آجری» از سولیوان، ۲۰۱۱، صفحه‌ی ۸۰۸
۲	یک فروشگاه لوازم‌التحریر به منظور جلب مشتری، در تبلیغات خود اعلام کرده بود به یک نفر از مشتریان خود که در شهربور یا همراه خرید کنند به قید قرعه جایزه‌ی ویژه‌ای خواهد داد.	ایده‌ی اصلی سؤال برگرفته از مسأله‌ی «قول مرد ثروتمند»



جایزه از این قرار بود که فروشگاه به برنده‌ی قرعه‌کشی به مدت ۱۰ روز مبلغی پول به این صورت پرداخت کند: «در روز اول ۱۶۰ هزار تومان و پس از آن در هر روز نصف مبلغ دریافتی روز قبل به او پرداخت شود.»
حسام با ۲۵ هزار تومان خرید از فروشگاه، در قرعه‌کشی برنده شد. در چندمین روز از پرداخت جایزه، مبلغ دریافتی حسام بیش‌تر از مبلغ خرید حسام از فروشگاه است؟
مسئله را حل کرده و سپس در مورد این مسئله یا دنباله‌ی متناظر با آن، هر تعداد سؤال بازپاسخ که می‌توانید طرح کنید.

روایی (اعتبار محتوای) پرسشنامه توسط سه تن از اساتید آموزش ریاضی و پنج تن از دبیران ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه مورد بررسی و تأیید قرار گرفت. برای سنجش پایایی پرسشنامه از روش آلفای کرونباخ استفاده شد. با برگزاری آزمایشی پرسشنامه بر روی یک نمونه‌ی مستقل از نمونه‌ی ۳۳ نفره و با استفاده از نرم‌افزار SPSS، ضریب آلفای کرونباخ مسئله‌های اول و دوم به ترتیب ۰/۸۳ و ۰/۹۰ به دست آمد که این مقادیر نشان داد مسائل پرسشنامه از پایایی مناسبی برخوردار هستند.

پس از برگزاری جلسه‌ی پاسخگویی دانش‌آموزان به پرسشنامه، ابتدا پاسخ‌ها به منظور قابل قبول بودن یا غیر قابل قبول بودن مسائل بازپاسخ مطرح شده توسط دانش‌آموزان، و سپس به منظور نمره‌دهی، مورد بررسی قرار گرفتند. چارچوب نظری پژوهش حاضر در بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات پرسشنامه، مدل نوآوری در طرح مسئله‌ی ویسترو - یو، (۲۰۰۹) بوده است. پاسخ‌های قابل قبول، مسائل بازپاسخی بودند که به یکی از روش‌های شش‌گانه‌ی ویسترو - یو یا ترکیبی از این روش‌ها و یا خارج از چارچوب مدل ویسترو - یو، با توجه به مسائل پرسشنامه، توسط دانش‌آموزان طرح شده بودند. معیارها و قوانین نمره‌دهی به پاسخ‌های دانش‌آموزان در پرسشنامه، همان روش استفاده شده‌ی اُتگنبا‌تار (۲۰۲۰)، برگرفته از روش کاتو و همکاران (۲۰۱۲)، است. این معیارها و قوانین به شرح زیر هستند:

۱- برای هر دانش‌آموز در هر سوال، سه نمره در نظر گرفته می‌شود؛ نمره‌ی سیالی، نمره‌ی انعطاف‌پذیری و نمره‌ی اصالت. این نمره‌ها که اعدادی در بازه‌ی ۰، هستند، به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

نمره‌ی سیالی^۱؛ برابر است با نسبت «تعداد پاسخ‌های ارائه شده توسط دانش‌آموز» به «بیش‌ترین تعداد پاسخ‌های ارائه شده توسط یک دانش‌آموز» در نمونه.

^۱ fluency score

نمره‌ی انعطاف‌پذیری^۱؛ برابر است با نسبت «تعداد ایده‌های مختلف در پاسخ‌های ارائه شده توسط دانش‌آموز»، به «بیش‌ترین تعداد ایده‌های مختلف در پاسخ‌های ارائه شده توسط یک دانش‌آموز» در نمونه.

ایده به معنای فکر و اندیشه است. زمانی می‌توان ادعا کرد که ایده‌ی جدیدی خلق شده است که رویکرد و روشی متفاوت نسبت به رویکردهای قبلی ارائه شود. (فلاح نسیمی، ریحانی و اسلام‌پور، ۱۴۰۰).

جدول ۴: معیار تعیین نمره‌ی اصالت برای هر پاسخ (آگنبارتار، ۲۰۲۰ و کاتو و همکاران، ۲۰۱۲)

نمره	معیار
۱	اگر پاسخ دانش‌آموز در بین کمتر از ۲٪ پاسخ‌های ارائه شده در نمونه باشد
۰/۸	اگر پاسخ دانش‌آموز در بین ۲٪ تا کمتر از ۶٪ پاسخ‌های ارائه شده در نمونه باشد
۰/۶	اگر پاسخ دانش‌آموز در بین ۶٪ تا کمتر از ۱۱٪ پاسخ‌های ارائه شده در نمونه باشد
۰/۴	اگر پاسخ دانش‌آموز در بین ۱۱٪ تا ۲۰٪ پاسخ‌های ارائه شده در نمونه باشد
۰/۲	اگر پاسخ دانش‌آموز در بین بیشتر از ۲۰٪ پاسخ‌های ارائه شده در نمونه باشد

نمره‌ی اصالت^۲؛ که به بکر، نادر و منحصر بفرد بودن پاسخ‌های دانش‌آموزان داده می‌شود، برابر با «میانگین نمره‌هایی است که با توجه به جدول ۴، به هر پاسخ دانش‌آموز داده می‌شود».

۲- میانگین نمره‌های سیالی، انعطاف‌پذیری و اصالت در یک سؤال، نمره‌ی دانش‌آموز در آن سؤال را مشخص می‌کند.

۳- نمره‌ی هر دانش‌آموز در پرسشنامه برابر است با میانگین نمره‌ی سؤال‌های (اول و دوم) آزمون آن دانش‌آموز.

۴- میانگین نمره‌ی سیالی همه‌ی دانش‌آموزان در سؤال اول، نمره‌ی سیالی سؤال اول پرسشنامه را مشخص می‌کند و به همین ترتیب، نمره‌ی سیالی، انعطاف‌پذیری و اصالت در سؤال‌های اول و دوم تعیین می‌شود.

۵- نمره‌ی سیالی (کل) پرسشنامه برابر است با میانگین نمره‌ی سیالی سؤال‌های اول و دوم پرسشنامه و به همین ترتیب، نمره‌های انعطاف‌پذیری و اصالت (کل) پرسشنامه محاسبه می‌شود.

۶- نمره‌ی (کل) پرسشنامه برابر است با «میانگین نمره‌ی همه‌ی دانش‌آموزان در پرسشنامه» یا «میانگین نمرات سیالی، انعطاف‌پذیری و اصالت پرسشنامه».

^۱ flexibility score

^۲ originality score

یافته‌های پژوهش

پس از برگزاری آزمون، پاسخ‌های دانش‌آموزان نمونه‌ی ۳۳ نفره در دو مرحله مورد مطالعه قرار گرفت. در مرحله‌ی اول، تعداد پاسخ‌های دانش‌آموزان، و تعداد و درصد پاسخ‌های قابل قبول و غیر قابل قبول (جدول ۵) و سپس تعداد و درصد پاسخ‌های قابل قبول و غیر قابل قبول به تفکیک مسأله‌های آزمون و به تفکیک جنسیت دانش‌آموزان (جدول ۶) و همچنین به تفکیک مسأله‌های پرسشنامه و به تفکیک رشته‌ی تحصیلی دانش‌آموزان (جدول ۷) مورد بررسی و کنترل قرار گرفت.

جدول ۵: تعداد پاسخ‌ها، تعداد و درصد پاسخ‌های قابل قبول و غیر قابل قبول

Article I	پس‌آزمون	Article II
Article III	تعداد پاسخ‌ها	Article IV
قابل قبول	غیر قابل قبول	درصد
تعداد	درصد	تعداد
۴۰۶	۹۲/۱	۳۵
		۷/۹

جدول ۶: تعداد پاسخ‌های قابل قبول و غیر قابل قبول و درصد آنها به تفکیک جنسیت دانش‌آموزان و به تفکیک مسأله‌های پرسشنامه

title V	مسأله ۱	مسأله ۲
قابل قبول	غیر قابل قبول	قابل قبول
تعداد	درصد	تعداد
۱۲۰	۹۵/۲	۹۳/۲
پسر	تعداد	درصد
۶	۴/۸	۱۰۹
تعداد	درصد	تعداد
۹۵/۲	۶	۹۳/۲
قابل قبول	غیر قابل قبول	قابل قبول
تعداد	درصد	تعداد
۹۶	۹۰/۶	۸۱
دختر	تعداد	درصد
۱۰	۹/۴	۸۸
تعداد	درصد	تعداد
۹۰/۶	۱۰	۸۸
۹۶	۹۰/۶	۸۸

جدول ۷: تعداد پاسخ‌های قابل قبول و غیر قابل قبول و درصد آنها به تفکیک رشته‌ی تحصیلی و به تفکیک مسأله‌های پرسشنامه

مسأله ۱	مسأله ۲
قابل قبول	غیر قابل قبول
تعداد	درصد
۸۸	۹۴/۵
ریاضی	تعداد
۵	۵/۵
تعداد	درصد
۹۴/۵	۵
قابل قبول	غیر قابل قبول
تعداد	درصد
۹۲	۱۱
تجربی	تعداد
۱۲۸	۹۲
تعداد	درصد
۹۲	۱۱
۱۲۸	۹۲

در مرحله‌ی دوم با بررسی‌های دقیق جواب‌های قابل قبول، با توجه به معیار بررسی پاسخ‌ها، مسائل بازپاسخ طرح شده برای هر یک از سوال‌های پرسشنامه، در ایده‌های مختلف دسته‌بندی شدند. عملکرد دانش‌آموزان در تعداد پاسخ‌های قابل قبول و تعداد انواع ایده‌ها در پاسخ‌های مطرح شده

در پرسشنامه به تفکیک سؤالات آزمون در جدول ۸ ارائه شده است. پس از این تا پایان مقاله، هر جا صحبت از پاسخ‌های دانش‌آموزان به میان می‌آید، منظور پاسخ‌های قابل قبول ارائه شده توسط دانش‌آموزان است.

جدول ۸: عملکرد قابل قبول و تعداد انواع مختلف ایده‌ها در آزمون به تفکیک سؤالات پرسشنامه

سؤال	تعداد کل پاسخ‌ها	تعداد انواع مختلف پاسخ‌ها (ایده‌ها)
۱	۲۱۶	۱۷ نوع
۲	۱۹۰	۱۶ نوع

انواع ایده‌های به کار رفته در پاسخ‌های داده شده به سؤالات اول و دوم پرسشنامه، و همچنین نمونه‌هایی از این پاسخ‌ها، در جدول‌های ۹ و ۱۰ آورده شده است.

جدول ۹: انواع ایده‌های به کار رفته در پاسخ به مسأله‌ی اول، تعداد و نمونه‌هایی از پاسخ‌ها در هر ایده

انواع ایده‌ها	تعداد	نمونه‌هایی از پاسخ‌های قابل قبول ارائه شده توسط دانش‌آموزان
اول: جایگزینی ۱	۷۳	با دو برابر تعداد بلوک‌های پله‌ی نهم، کدام دو پله را می‌توان ساخت به طوری که هیچ بلوکی اضافه نیاید؟
دوم: جایگزینی ۲	۵	در دنباله‌ی حسابی ۹ و... و ۳۹ و ۴۲ و ۴۵ جمله‌ی هشتم، واسطه‌ی حسابی بین کدام دو جمله از دنباله است؟
سوم: جایگزینی ۳	۱	با دو برابر تعداد بلوک‌های پله‌ی پنجم، کدام دو پله را نمی‌توان ساخت؟
چهارم: افزایش ۱	۱۲	با مجموع تعداد بلوک‌های دو پله‌ی سوم و هشتم کدام دو پله را می‌توان ساخت به طوری که هیچ بلوکی اضافه نیاید؟
پنجم: افزایش ۲	۹	با دو برابر تعداد بلوک‌های پله‌ی چهارم بعلاوه‌ی تعداد بلوک‌های پله‌ی آخر، کدام سه پله را می‌توان ساخت به طوری که هیچ بلوکی اضافه نیاید؟
ششم: جرح و تعدیل	۴	در دنباله‌ی حسابی ۹ و... و ۳۹ و ۴۲ و ۴۵ واسطه‌ی حسابی کدام دو جمله با واسطه‌ی حسابی بین جملات هفتم و پنجم برابر است؟
هفتم: زمینه‌مدار کردن	۳	رضا و پدرش می‌خواهند دیواری را با کمک یکدیگر بسازند. این دیوار به شکل تقریبی یک دوزنقه که در ردیف اول آن ۴۵ آجر و در ردیف‌های بعد، هر ردیف ۳ آجر کمتر از ردیف قبلی دارد. با دو برابر تعداد آجرهای ردیف پنجم، کدام دو ردیف را می‌توان چید به طوری که هیچ آجری اضافه نیاید؟
هشتم: صورت‌بندی مجدد ۱	۹	در دنباله‌ی حسابی ۹، ۳۹، ۴۲، ۴۵ نسبت کدام جمله به شماره‌اش در بازه‌ی [۳ و ۱] قرار دارد؟
نهم: صورت‌بندی مجدد ۲	۷	در دنباله‌ی حسابی ۹، ۳۹، ۴۲، ۴۵ واسطه‌ی حسابی بین کدام دو جمله عددی مکعب کامل است؟
دهم: صورت‌بندی مجدد ۳	۱۳	تعداد بلوک‌های کدام پله از مجموع تعداد بلوک‌های سه پله‌ی آخر بیشتر است؟
یازدهم: صورت‌بندی مجدد ۴	۹	برای ساختن کدام سه پله بیشتر از ۱۰۰ بلوک نیاز است؟

دوازدهم:	۶	در دنباله‌ی حسابی ۹،...، ۳۹، ۴۲، ۴۵ اختلاف ارقام کدام جمله، عددی اول است؟
صورت‌بندی مجدد ۵		
سیزدهم:	۳۸	در دنباله‌ی حسابی ۹،...، ۳۹، ۴۲، ۴۵ مجموع کدام سه جمله بر ۶ بخشپذیر است؟
صورت‌بندی مجدد ۶		
چهاردهم: تعدیل و	۹	اگر در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی آخر، آخرین عدد فرد یک رقمی باشد و اولین جمله‌ی این دنباله از ۶ برابر جمله‌ی آخر ۹ تا کمتر باشد، مجموع کدام سه جمله‌ی این دنباله بیشتر از ۸۰ است؟
صورت‌بندی مجدد		
پانزدهم:	۷	اگر a_x و a_y دو جمله از دنباله‌ی حسابی ۹،...، ۳۹ و ۴۲ و ۴۵ باشند که $x+y = 5k + 1$ ، آنگاه واسطه‌ی حسابی بین دو جمله a_x و a_y کدام جمله از دنباله است؟
برگرداندن یا معکوس کردن		
شانزدهم: ترکیب	۱	در دنباله‌ی حسابی که $a_1 = -3$ و $d = 4$ است، اعداد ۲۴ و ۲۷ دو واسطه از سه واسطه‌ی حسابی بین کدام دو جمله از دنباله است؟
افزایش و صورت‌بندی مجدد		
هفدهم: ترکیب	۱۰	دانشمندان ایرانی ربای ساخته‌اند که بتواند تشعشعات یک ماده‌ی بسیار خطرناک را از فاصله‌ی ۲۰ کیلومتری تشخیص دهد. اگر خودرویی حامل این ماده باشد و از فاصله ۴۵ کیلومتری این ربات شروع به حرکت کند و در هر دقیقه ۳ کیلومتر به این ربات نزدیک شود، در چه دقیقه‌ای بدون شناخته شدن توسط ربات، به حرکتش ادامه می‌دهد؟
زمینه مدار کردن و صورت بندی مجدد		

جدول ۱۰: انواع ایده‌های به کار رفته در پاسخ به مسأله‌ی دوم، تعداد و نمونه‌هایی از پاسخ‌ها در

هر ایده

انواع ایده‌ها	تعداد	نمونه‌هایی از پاسخ‌های قابل قبول ارائه شده توسط دانش‌آموزان
اول: جایگزینی ۱	۹۵	اگر حسام ۳۰ هزار تومان خرید کرده باشد و برنده شده باشد، در چندمین روز از دریافت جایزه، مبلغ جایزه از مبلغ خریدش کمتر است؟
دوم: جایگزینی ۲	۳	در دنباله‌ی هندسی $\dots, 0.125, 0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768, 65536, 131072, 262144, 524288, 1048576, 2097152, 4194304, 8388608, 16777216, 33554432, 67108864, 134217728, 268435456, 536870912, 1073741824, 2147483648, 4294967296, 8589934592, 17179869184, 34359738368, 68719476736, 137438953472, 274877906944, 549755813888, 1099511627776, 2199023255552, 4398046511104, 8796093022208, 17592186044416, 35184372088832, 70368744177664, 140737488355328, 281474976710656, 562949953421312, 1125899906842624, 2251799813685248, 4503599627370496, 9007199254740992, 18014398509481984, 36028797018963968, 72057594037927936, 144115188075855872, 288230376151711744, 576460752303423488, 1152921504606846976, 2305843009213693952, 4611686018427387904, 9223372036854775808, 18446744073709551616, 36893488147419103232, 73786976294838206464, 147573952589676412928, 295147905179352825856, 590295810358705651712, 1180591620717411303424, 2361183241434822606848, 4722366482869645213696, 9444732965739290427392, 18889465931478580854784, 37778931862957161709568, 75557863725914323419136, 151115727451828646838272, 302231454903657293676544, 604462909807314587353088, 1208925819614629174706176, 2417851639229258349412352, 4835703278458516698824704, 9671406556917033397649408, 19342813113834066795298816, 38685626227668133590597632, 77371252455336267181195264, 154742504910672534362390528, 309485009821345068724781056, 618970019642690137449562112, 1237940039285380274899124224, 2475880078570760549798248448, 4951760157141521099596496896, 9903520314283042199192993792, 19807040628566084398385987584, 39614081257132168796771975168, 79228162514264337593543950336, 158456325028528675187087900672, 316912650057057350374175801344, 633825300114114700748351602688, 1267650600228229401496703205376, 2535301200456458802993406410752, 5070602400912917605986812821504, 10141204801825835211973625643008, 20282409603651670423947251286016, 40564819207303340847894502572032, 81129638414606681695789005144064, 162259276829213363391578010288128, 324518553658426726783156020576256, 649037107316853453566312041152512, 1298074214633706907132624082305024, 2596148429267413814265248164610048, 5192296858534827628530496329220096, 10384593717069655257060992658440192, 20769187434139310514121985316880384, 41538374868278621028243970633760768, 83076749736557242056487941267521536, 166153499473114484112975882535043072, 332306998946228968225951765070086144, 664613997892457936451903530140172288, 1329227995784915872903807060280344576, 2658455991569831745807614120560689152, 5316911983139663491615228241121378304, 10633823966279326983230456482242756608, 21267647932558653966460912964485513216, 42535295865117307932921825928971026432, 85070591730234615865843651857942052864, 170141183460469231731687303715884105728, 340282366920938463463374607431768211456, 680564733841876926926749214863536422912, 1361129467683753853853498429727072845824, 2722258935367507707706996859454145691648, 5444517870735015415413993718908291383296, 10889035741470030830827987437816582766592, 21778071482940061661655974875633165533184, 43556142965880123323311949751266331066368, 87112285931760246646623899502532662132736, 174224571863520493293247799005065324265472, 348449143727040986586495598010130648530944, 696898287454081973172991196020261297061888, 1393796574908163946345982392040522594123776, 2787593149816327892691964784081045188247552, 5575186299632655785383929568162090376495104, 11150372599265311570767859136324180752990208, 22300745198530623141535718272648361505980416, 44601490397061246283071436545296723011960832, 89202980794122492566142873090593446023921664, 178405961588244985132285746181186892047843328, 356811923176489970264571492362373784095686656, 713623846352979940529142984724747568191373312, 1427247692705959881058285969449495136382746624, 2854495385411919762116571938898990272765493248, 5708990770823839524233143877797980545530986496, 11417981541647679048466287755595961091061972992, 22835963083295358096932575511191922182123945984, 45671926166590716193865151022383844364247891968, 91343852333181432387730302044767688728495783936, 182687704666362864775460604089535377456991567872, 365375409332725729550921208179070754913983135744, 730750818665451459101842416358141509827966271488, 1461501637330902918203684832716283019655932542976, 2923003274661805836407369665432566039311865085952, 5846006549323611672814739330865132078623730171904, 11692013098647223345629478661730264157247460343808, 23384026197294446691258957323460528314494920687616, 46768052394588893382517914646921056628989841375232, 93536104789177786765035829293842113257979682750464, 187072209578355573530071658587684226515959365500928, 374144419156711147060143317175368453031918731001856, 748288838313422294120286634350736906063837462003712, 1496577676626844588240573268701473812127674924007424, 2993155353253689176481146537402947624255349848014848, 5986310706507378352962293074805895248510699696029696, 11972621413014756705924586149611790497021399392059392, 23945242826029513411849172299223580994042798784118784, 47890485652059026823698344598447161988085597568237568, 95780971304118053647396689196894323976171195136475136, 191561942608236107294793378393788647952342390272950272, 383123885216472214589586756787577295904684780545900544, 766247770432944429179173513575154591809369561091801088, 1532495540865888858358347027150309183618739122183602176, 3064991081731777716716694054300618367237478244367204352, 6129982163463555433433388108601236734474956488734408704, 12259964326927110866866776217202473468949912977468817408, 24519928653854221733733552434404946937899825954937634816, 49039857307708443467467104868809893875799651909875269632, 98079714615416886934934209737619787751599303819750539264, 196159429230833773869868419475239575503198607639501078528, 392318858461667547739736838950479151006397215279002157056, 784637716923335095479473677900958302012794430558004314112, 1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224, 3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448, 6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896, 12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792, 25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584, 50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168, 100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336, 200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672, 401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344, 803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688, 1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376, 3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752, 6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504, 12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008, 25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016, 51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032, 102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064, 205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128, 411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256, 822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512, 1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024, 3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048, 6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096, 13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192, 26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384, 52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768, 105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536, 210624583337114373395836055367340864637790190801098222508621955072, 421249166674228746791672110734681729275580381602196445017243910144, 842498333348457493583344221469363458551160763204392890034487820288, 1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576, 3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281152, 6739986666787659948666753771754907668409286105635143120275902562304, 13479973333575319897333507543509815336818572211270286240551805124608, 26959946667150639794667015087019630673637144422540572481103610249216, 53919893334301279589334030174039261347274288845081144962207220498432, 107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996864, 215679573337205118357336120696157045389097155380324579848828881993728, 431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987456, 862718293348820473429344482784628181556388621521298319395315527974912, 1725436586697640946858688965569256363112777243042596638790631055949824, 3450873173395281893717377931138512726225554486085193277581262111899648, 6901746346790563787434755862277025452451108972170386555162524223799296, 13803492693581127574869511724554050904902217944340773110325048447598592, 27606985387162255149739023449108101809804435888681546220650096895197184, 55213970774324510299478046898216203619608871777363092441300193790394368, 110427941548649020598956093796432407239217743554726184882600387580788736, 220855883097298041197912187592864814478435487109452369765200775161577472, 441711766194596082395824375185729628956870974218904739530401550323154944, 883423532389192164791648750371459257913741948437809479060803100646309888, 1766847064778384329583297500742918515827483896875618958121606201292619776, 3533694129556768659166595001485837031654967793751237916243212402585239552, 7067388259113537318333190002971674063309935587502475832486424805170479104, 14134776518227074636666380005943348126619871175004951664972849610340958208, 28269553036454149273332760011886696253239742350009903329945699220681916416, 56539106072908298546665520023773392506479484700019806659891398441363832832, 113078212145816597093331040047546785012958969400039613319782796882727665664, 226156424291633194186662080095093570025917938800079226639565593765455331328, 452312848583266388373324160190187140051835877600158453279131187530910662656, 904625697166532776746648320380374280103671755200316906558262375061821325312, 1809251394333065553493296640760748560207343510400633813116524750123642650624, 3618502788666131106986593281521497120414687020801267626233049500247285301248, 7237005577332262213973186563042994240829374041602535252466099000494570602496, 14474011154664524427946373126085988481658748083205070504932198000989141204992, 28948022309329048855892746252171976963317496166410141009864396001978282409984, 57896044618658097711785492504343953926634992332820282019728792003956564819968, 115792089237316195423570985008687907853269984665640564039457584007913129639936, 231584178474632390847141970017375815706539969331281128078915168015826259279872, 463168356949264781694283940034751631413079938662562256157830336031652518559744, 926336713898529563388567880069503262826159877325124512315660672063305037119488, 1852673427797059126777135760139006525652319754650249024631321344126610074238976, 3705346855594118253554271520278013051304639509300498049262642688253220148477952, 7410693711188236507108543040556026102609279018600996098525285376506440296955904, 14821387422376473014217086081112052205218558037201992197050570753012880593911808, 296427748447529460284341$

روز اول ۱۶۰ هزار تومان و پس از آن در هر روز نصف مبلغ دریافتی روز قبل به او پرداخت شود». حسام سه بار از این فروشگاه خرید کرده بود، بار اول ۲۹ هزار تومان، بار دوم ۱۹ هزار تومان و بار سوم ۳۲ هزار تومان، خرید کرده بود. در اتفاقی نادر در هر دو قرعه کشی نام حسام بیرون آمد و حسام برنده‌ی هر دو جایزه شد. او در چندمین روز از پرداخت جایزه، می‌تواند کدام دو تا از سه خریدی که از فروشگاه کرده را دوباره انجام دهد و باقی مانده‌ی پول جایزه‌ی آن روزش نیز عددی فرد باشد؟	۲	هفتم: صورت‌بندی مجدد ۱
در چندمین روز، مبلغ دریافتی حسام ده هزارگانی بزرگتر از ۱ دارد؟	۱۹	هشتم: صورت‌بندی مجدد ۲
در یک بازی اگر در مرحله‌ی اول برنده شوید ۱۶۰ امتیاز و با هر باخت امتیاز شما نصف می‌شود. اگر آخرین در مرحله‌ی اول برنده شود و مراحل بعدی را بپازد:		
الف) دنباله‌ی امتیازات را نوشته و نوع دنباله را مشخص کنید.		
ب) جمله‌ی سوم دنباله، واسطه‌ی هندسی بین کدام دو جمله از دنباله است؟ یک خیاط یک توپ پارچه‌ی ۱۶۰ متری دارد. این خیاط هر بار از نصف آن برای دوختن لباس استفاده می‌کند. در چندمین بار او قادر به دوختن لباسی که ۳ متر پارچه نیاز دارد، نمی‌باشد؟	۱۵	نهم: زمینه مدار کردن
اگر اختلاف جملات اول و سوم دنباله‌ی $\frac{a}{3}, \frac{a}{4}, \frac{a}{5}, \frac{a}{6}, \frac{a}{7}, \frac{a}{8}, \frac{a}{9}, \frac{a}{10}$ و $\frac{a}{11}$ برابر با ۱۲۰ باشد، کدام جمله از دنباله، کوچکتر از $20 + \frac{a}{4}$ است؟	۳	دهم: جرح و تعدیل
در دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول ۱۶۰ و جمله‌ی چهارم ۲۰، واسطه‌ی هندسی کدام دو جمله m هزار تومان است که m عددی دو رقمی است؟	۹	یازدهم: ترکیب جرح و تعدیل و صورت‌بندی مجدد
در یک دنباله‌ی هندسی اگر میانگین حسابی جملات سوم و چهارم برابر با ۳۰ و آخرین عدد طبیعی این دنباله، سومین عدد اول یک رقمی باشد و قدر نسبت این دنباله $\frac{1}{4}$ باشد، میانگین حسابی کدام دو جمله از دنباله کمتر از ۵۰ نیست؟	۱	دوازدهم: ترکیب افزایش، جرح و تعدیل، صورت‌بندی مجدد
مبلغ خرید حسام چقدر باشد تا مبلغ جایزه‌ی دریافتی در هر یک از پنج روز اول، از مبلغ خرید حسام بیشتر باشد؟	۲	سیزدهم: برگرداندن یا معکوس کردن
اگر اشکان ۱۶۰ بار در روز دراز و نشست برود و هر روز نصف روز قبل این کار را بکند، تعداد دراز و نشست‌های او در چندمین روز مضربی از ۱۰ خواهد بود؟ (اشکان ۶ روز دراز و نشست می‌رود)	۱	چهاردهم: ترکیب افزایش و زمینه مدار کردن
حسام پیش از خرید از فروشگاه ۳۰۰ هزار تومان پول داشت. اگر در سومین روز جایزه گرفتنش توانایی خرید یک کتاب ۴۰۰ هزار تومانی را داشته باشد، مبلغ خرید او از فروشگاه چقدر بوده است؟	۱	پانزدهم: ترکیب افزایش، زمینه‌مدار کردن، برگرداندن
اگر $2 + 3a$ جمله‌ی ششم دنباله‌ی هندسی $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}$ و $\frac{1}{13}$ باشد رقم a در کدام جمله‌ی دنباله به کار رفته است؟	۴	شانزدهم: ترکیب جرح و تعدیل و افزایش

لازم به ذکر است که در دسته‌بندی ایده‌ها، مثلاً دلیل تفاوت ایده‌های جایگزینی ۱ و جایگزینی ۲، (که هر دو با عنوان جایگزینی آورده شده‌اند)، نوع و پیچیدگی ابتکار بکار رفته در طرح مسأله جدید به روش جایگزینی، از روی مسأله اولیه است. دلیل وجود بقیه‌ی ایده‌های هم عنوان با شماره‌های متفاوت، نیز همین امر است.

بیشترین تعداد پاسخ‌های ارائه شده توسط یک دانش‌آموز و بیشترین تعداد ایده‌های مختلف در پاسخ‌های ارائه شده توسط یک دانش‌آموز به تفکیک مسأله‌های پرسشنامه، در جدول ۱۱ آورده شده است.

جدول ۱: بیشترین تعداد پاسخ‌ها و بیشترین تعداد ایده‌های مختلف در پاسخ‌های یک دانش‌آموز
به تفکیک سؤالات پرسشنامه

سؤال	ماکزیم تعداد پاسخ ارائه شده توسط یک دانش آموز	ماکزیم تعداد ایده‌ی ارائه شده توسط یک دانش آموز
۱	۱۱	۸ نوع
۲	۱۰	۶ نوع

نمره‌ی پرسشنامه برای نمونه‌ی ۳۳ نفره، با توجه به معیارها و قوانین ذکر شده برای نمره‌دهی (۴-۷) محاسبه شد. نمرات مربوط به مؤلفه‌های خلاقیت ریاضی، نمره‌ی پرسشنامه پژوهش پیشین و نمره‌ی پرسشنامه پژوهش حاضر این دانش‌آموزان به تفکیک مسأله‌های آزمون‌ها در جدول ۱۲ ارائه شده است.

جدول ۱۲: نمرات مربوط به پرسشنامه پژوهش پیشین و پرسشنامه پژوهش حاضر نمونه‌ی تحت آموزش

نمره ی مؤلفه های خلاقیات	نمره ی مؤلفه های خلاقیات	نمره ی مؤلفه های خلاقیات
مربوط به مسأله ۱	مربوط به مسأله ۲	مربوط به مسأله ۳
اصالت	اصالت	اصالت
انعطاف پذیری	انعطاف پذیری	انعطاف پذیری
سیالی	سیالی	سیالی
نمره ی مؤلفه های خلاقیات	نمره ی مؤلفه های خلاقیات	نمره ی مؤلفه های خلاقیات
مربوط به مسأله ۴	مربوط به مسأله ۵	مربوط به مسأله ۶
اصالت	اصالت	اصالت
انعطاف پذیری	انعطاف پذیری	انعطاف پذیری
سیالی	سیالی	سیالی
نمره ی مؤلفه های خلاقیات	نمره ی مؤلفه های خلاقیات	نمره ی مؤلفه های خلاقیات
مربوط به مسأله ۷	مربوط به مسأله ۸	مربوط به مسأله ۹
اصالت	اصالت	اصالت
انعطاف پذیری	انعطاف پذیری	انعطاف پذیری
سیالی	سیالی	سیالی

پیش رویش	پیش رویش
۰/۲۳۹۹	۰/۵۲۴۸
۰/۲۲۵۴	۰/۴۶۰۱
۰/۳۲۱۹	۰/۵۲۸۸
۰/۱۷۲۳	۰/۵۸۵۶
۰/۱۸۹۹	۰/۵۱۹۹
۰/۱۸۳۳	۰/۴۳۴
۰/۲۱۹۷	۰/۵۵
۰/۱۶۶۷	۰/۵۷۵۸
۰/۲۸۹۹	۰/۵۲۹۷
۰/۲۶۷۵	۰/۴۸۶۲
۰/۴۴۴۲	۰/۵۰۷۶
۰/۱۷۸۸	۰/۵۹۵۴

به عنوان نتیجه‌ای از جدول ۱۲، نمره‌ی خلاقیت ریاضی نمونه‌ی ۳۳ نفره‌ی تحت آموزش، قبل و بعد از آموزش، در جدول ۱۳ آورده شده است.

جدول ۱۳: نمره‌ی خلاقیت ریاضی نمونه‌ی تحت آموزش

نمره‌ی خلاقیت ریاضی	
پژوهش پیشین	پژوهش حاضر
۰/۲۳۹۹	۰/۵۲۴۸

عملکرد دانش‌آموزان نمونه‌ی تحت آموزش در پژوهش پیشین و پژوهش حاضر، به منظور مقایسه، به تفکیک جنسیت و به تفکیک رشته‌ی تحصیلی در جدول‌های ۱۴ و ۱۵ آورده شده است.

جدول ۱۴: مقایسه‌ی عملکرد دانش‌آموزان نمونه‌ی تحت آموزش به تفکیک جنسیت

جنسیت	نمره	نمره‌ی مؤلفه‌های خلاقیت پژوهش پیشین			نمره‌ی مؤلفه‌های خلاقیت پژوهش حاضر			نمره‌ی خلاقیت ریاضی
		سیالی	انعطاف‌پذیری	احالت	سیالی	انعطاف‌پذیری	احالت	
پسر		۰/۱۶۶۶	۰/۳۱۹۴	۰/۱۸۷۴	۰/۲۲۴۵	۰/۶۰۵۸	۰/۵۳۵۷	۰/۴۴۹۲
دختر		۰/۱۷۹	۰/۳۲۵	۰/۲۷۱۲	۰/۲۵۸۴	۰/۵۶۱۴	۰/۵۲۰۵	۰/۴۷۳۳

$$\text{نمره‌ی خلاقیت ریاضی پژوهش پیشین} = \frac{۰/۲۲۴۵ \times ۱۸ + ۰/۲۵۸۴ \times ۱۵}{۳۳} = ۰/۲۳۹۹$$

$$\text{نمره‌ی خلاقیت ریاضی پژوهش حاضر} = \frac{۰/۵۳۰۲ \times ۱۸ + ۰/۵۱۸۴ \times ۱۵}{۳۳} = ۰/۵۲۴۸$$

جدول ۱۵: مقایسه‌ی عملکرد دانش‌آموزان نمونه‌ی تحت آموزش به تفکیک رشته‌ی تحصیلی

جنسیت	نمره	نمره‌ی مؤلفه‌های خلاقیت پژوهش پیشین			نمره‌ی مؤلفه‌های خلاقیت پژوهش حاضر		
		سیالی	انعطاف‌پذیری	اصالت	سیالی	انعطاف‌پذیری	اصالت
پسر	۰/۱۶۶۶	۰/۳۱۹۴	۰/۱۸۷۴	۰/۲۲۴۵	۰/۶۰۵۸	۰/۵۳۵۷	۴۴۹۲
					۰/	۰/	۰/۵۳۰۲
دختر	۰/۱۷۹	۰/۳۲۵	۰/۲۷۱۲	۰/۲۵۸۴	۰/۵۶۱۴	۵۲۰۵	۴۷۳۳
					۰/	۰/	۰/۵۱۸۴

$$\text{نمره‌ی خلاقیت ریاضی پژوهش پیشین} = \frac{۰/۲۲۷۱ \times ۱۴ + ۰/۲۴۹۲ \times ۱۹}{۳۳} = ۰/۲۳۹۹$$

$$\text{نمره‌ی خلاقیت ریاضی پژوهش حاضر} = \frac{۰/۴۹۶۳ \times ۱۴ + ۰/۵۳۹۳ \times ۱۹}{۳۳} = ۰/۵۲۴۸$$

در حین برگزاری دوره‌ی آموزشی، تجربه‌ی ارزشمندی به دست آوردیم. دانش‌آموزان شرکت‌کننده در نمونه‌ی پژوهش حاضر، با موضوع مورد مطالعه ارتباط خوبی برقرار کرده بودند و هم در بحث‌ها و هم در انجام تکالیف کوشا بودند. ما عمداً و به‌طور نامحسوس روی تعدادی از دانش‌آموزان با سطح خلاقیت ضعیف و متوسط تمرکز کردیم و با توجه بیشتر و روحیه دادن به آن‌ها کار را پیش می‌بردیم. در مورد این دانش‌آموزان گاهی نکاتی مثبت را حتی از پاسخ‌های نادرست آن‌ها مطرح می‌کردیم و مشاهده می‌کردیم که آن‌ها با این حمایت‌ها و تشویق‌های ما، انگیزه‌ی بیشتری برای تلاش و نشان دادن خودشان پیدا می‌کنند. یک تجربه‌ی ناب بود، ما پس از سال‌ها فعالیت آموزشی و تدریس، تاثیر انگیزه در یادگیری و در ارتقاء خلاقیت را به وضوح، در این دانش‌آموزان مشاهده کردیم.

نمره‌ی این دانش‌آموزان در پرسشنامه‌ی پژوهش پیشین و پژوهش حاضر در جدول ۱۶ آورده شده است.

جدول ۱۶: نمرات دانش آموزان تحت نظارت انگیزشی

سطح دانش آموز	کد دانش آموز	پرسشنامه پژوهش پیشین	پرسشنامه پژوهش حاضر
ضعیف	۴	۰/۰۹۶	۰/۵۵۱۵
	۸	۰/۰۹۶	۰/۶۳۶۸
	۱۲	۰/۰۸۴۵	۰/۴۲۷
	۲۳	۰/۱۸۵۵	۰/۵۰۹۸
	۲۴	۰/۱۴۶	۰/۷۴۰۹
	۲۹	۰/۰۸۴۵	۰/۵۶۳۲
	۳۳	۰/۱۶۸۵	۰/۶۴۳۴
متوسط	۵	۰/۲۸۹	۰/۷۷۲۹
	۶	۰/۲۹۳۵	۰/۸۰۷۲
	۷	۰/۲۱۳۵	۰/۶۰۲۶

بنابراین به نظر می‌رسد نیروهای انگیزشی بیرونی اهمیت به‌سزایی در رشد خلاقیت ریاضی دارد. لذا به‌عنوان کسانی که خود این موضوع را درک کرده‌ایم به معلمان ریاضی توصیه می‌کنیم که از ایجاد انگیزه در دانش آموزان به‌عنوان یک رکن اساسی در تدریس موفق غافل نباشند.

پاسخ به پرسش‌های پژوهش

سؤال اول: آیا آموزش مهارت طرح مسأله‌ی بازپاسخ، خلاقیت ریاضی دانش آموزان پایه‌ی دهم مدارس استعدادهای درخشان، با رویکرد طرح مسأله‌ی بازپاسخ در موقعیت‌های ساختار یافته، را افزایش می‌دهد؟

به منظور مقایسه نمره‌های پرسشنامه‌ی پژوهش حاضر با پرسشنامه‌ی پژوهش پیشین و تعیین استمرار نتایج آموزش، از آزمون t وابسته استفاده شده است. جدول ۱۷ نتایج آزمون t وابسته (زوجی) را برای متغیر خلاقیت ریاضی نشان می‌دهد.

جدول ۱۷: نتایج آزمون تی وابسته برای متغیر خلاقیت

میانگین آزمون پژوهش پیشین	میانگین آزمون پژوهش حاضر	t	درجه آزادی	سطح معنی داری
۰/۲۴	۰/۵۲	-۱۰/۱	۳۲	۰/۰۰۰
خلاقیت				

نتایج آزمون t نشان می‌دهد که نمره‌ی خلاقیت ریاضی آزمون پژوهش حاضر دانش آموزان پایه‌ی دهم مدارس تیزهوشان با رویکرد طرح مسأله باز پاسخ نسبت به نمره‌ی خلاقیت ریاضی

آزمون پژوهش پیشین، با افزایش روبه‌رو بوده است که این اختلاف میانگین بین دو آزمون نیز با توجه به مقدار آماره t و مقدار $\text{sig} (<0/05)$ از نظر آماری معنادار بوده است و لذا می‌توان نتیجه گرفت که آموزش مهارت طرح مسأله‌ی بازپاسخ در موقعیت‌های ساختار یافته، خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان پایه‌ی دهم مدارس تیزهوشان را افزایش می‌دهد.

سؤال دوم: آیا آموزش مهارت طرح مسأله‌ی بازپاسخ، هر سه مؤلفه‌ی خلاقیت (سیالی، انعطاف‌پذیری و اصالت) را افزایش می‌دهد؟

به منظور مقایسه نمره‌های آزمون‌های پژوهش پیشین و پژوهش حاضر و تعیین استمرار نتایج آموزش، از آزمون t وابسته استفاده شده است. جدول ۱۸ نتایج آزمون t وابسته (زوجی) را برای مؤلفه‌های سیالی، انعطاف‌پذیری، اصالت نشان می‌دهد.

جدول ۱۸: نتایج آزمون تی وابسته برای مؤلفه‌های خلاقیت

سطح معنی داری	درجه آزادی	t	میانگین آزمون پژوهش حاضر	میانگین آزمون پژوهش پیشین	
۰/۰۰۰	۳۲	-۱۱/۳	۰/۵۷	۰/۱۷	سیالی
۰/۰۰۰	۳۲	-۸/۲	۰/۴۶	۰/۲۳	اصالت
۰/۰۰۰	۳۲	-۵/۸	۰/۵۳	۰/۳۲	انعطاف پذیری

با توجه به نتایج آزمون t و مقدار $\text{sig} (<0/05)$ ، ملاحظه می‌کنیم که اختلاف میانگین نمره‌ی مؤلفه‌های خلاقیت (سیالی، انعطاف‌پذیری و اصالت) آزمون پژوهش حاضر و آزمون پژوهش پیشین از نظر آماری معنادار بوده است و لذا می‌توان نتیجه گرفت که آموزش مهارت طرح مسأله‌ی بازپاسخ، هر سه مؤلفه‌ی خلاقیت (سیالی، انعطاف‌پذیری و اصالت) را افزایش می‌دهد.

سؤال سوم: آیا تأثیر آموزش مهارت طرح مسأله‌ی بازپاسخ، بر خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان هر دو رشته‌ی تحصیلی (ریاضی و تجربی) یکسان است؟

برای پاسخ به این سوال، به دلیل وجود دو آزمون (پژوهش پیشین و پژوهش حاضر)، به منظور مهار اثر آزمون پژوهش پیشین، از روش تحلیل کواریانس (ANCOVA) استفاده شد. بنابراین در ابتدا پیش‌فرض‌های انجام این آزمون را مورد بررسی قرار داده‌ایم.

جدول ۱۹: بررسی همگونی شیب رگرسیونی برای خلاقیت در دو آزمون پژوهش پیشین و پژوهش حاضر

متغیر وابسته: خلاقیت پرسشنامه‌ی پژوهش حاضر					
مدل اصلاح شده	مجموع مربعات نوع ۳	درجه آزادی	میانگین مربعات	F	p-value
۰/۳۱	۳	۰/۱۰	۴/۴	۰/۰۱	
عرض از مبدأ	۱/۱	۱	۱/۱	۴۸/۴	۰/۰۰۰
گروه‌ها	۰/۰۲	۱	۰/۰۲	۰/۷۴	۰/۴۰
آزمون پژوهش پیشین گروه*	۰/۲۱	۱	۰/۲۱	۹/۱	۰/۰۰۵
خلاقیت آزمون پژوهش پیشین	۰/۰۵	۱	۰/۰۵	۱/۹	۰/۱۷
خطا	۰/۶۸	۲۹	۰/۰۲		
مجموع	۹/۹	۳۳			

ضریب تعیین = ۰/۳۱

در پیش فرض نخست به بررسی همگنی شیب‌های رگرسیون پرداخته می‌شود. بر اساس این پیش فرض، باید رگرسیون بین پیش‌آزمون و متغیر وابسته (آزمون پژوهش حاضر) برای هر گروه مشابه باشد. جدول شماره‌ی ۱۹ نتایج تحلیل آماری مدل خطی عمومی را برای بررسی این مفروضه در متغیر خلاقیت نشان می‌دهد.

نتایج آزمون نشان می‌دهد که تعامل میان گروه‌ها، متغیر وابسته و پیش‌آزمون به دلیل اینکه مقدار سطح معنی داری (p-value) محاسبه شده از ۰/۰۵ بیشتر می‌باشد ($p > ۰/۰۵$) پس می‌توان گفت که پیش فرض همگونی شیب رگرسیون رعایت شده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت معنادار نیست یعنی فرضیه صفر مورد قبول و فرضیه مقابل رد شده و پیش فرض همگونی شیب رگرسیون رعایت شده است یعنی اینکه شیب خط رگرسیون برای دو گروه یکسان است و انجام تحلیل کوواریانس مناسب است. همچنین ضریب مجذور همبستگی (Squared R) در این جدول ۰/۳۱ بوده که نشان می‌دهد سهم پیش بین (متغیر مستقل) در تبیین متغیر ملاک (آزمون پژوهش حاضر) ۳۱ درصد است.

پیش فرض نهایی جهت انجام آزمون تحلیل کوواریانس، بررسی همگنی واریانس‌های دو گروه می‌باشد. جدول شماره‌ی ۲۰ نتایج آزمون لون، جهت بررسی این مفروضه را نشان می‌دهد.

جدول ۲۰: نتایج آزمون لون جهت بررسی همگنی واریانس‌های گروه‌ها

متغیر وابسته	F	درجه آزادی ۱	درجه آزادی ۲	سطح معناداری
خلاقیت	۱/۳	۱	۳۱	۰/۲۶

بر اساس نتایج این جدول، به دلیل مقدار سطح معنی داری (p-value) محاسبه شده از ۰/۰۵ بیشتر می‌باشد ($p > ۰/۰۵$) شرط یکسانی واریانس‌های دو گروه رعایت شده است. در این مرحله باتوجه به رعایت همه‌ی پیش‌فرض‌ها، با اطمینان می‌توان آزمون ANCOVA را اجرا و مورد تفسیر قرار داد.

جدول شماره‌ی ۲۱ نتایج آزمون F جهت بررسی اثرات بین آزمودنی‌ها می‌باشد که به بررسی فرضیه پژوهش می‌پردازد.

جدول ۲۱: نتایج آزمون‌های اثرات بین آزمودنی‌ها

منابع	مجموع مجزورات	درجه آزادی	مجزور میانگین	F	سطح معناداری	مجزور اتای سهمی
مدل اصلاح شده	۰/۲۶	۲	۰/۱۳	۵/۵	۰/۰۰۱	۰/۲۷
عرض از مبدأ	۱/۰۹	۱	۱/۰۹	۴۵/۳	۰/۰۰۰	۰/۶۰
آزمون پژوهش پیشین	۰/۲۵	۱	۰/۲۵	۱۰/۴	۰/۰۰۳	۰/۲۶
گروه‌ها	۰/۰۱	۱	۰/۰۱	۰/۵۰	۰/۴۸	۰/۰۲
خطا	۰/۷۲	۳۰	۰/۰۲			
کل	۹/۹	۳۳				

نتایج آزمون نشان می‌دهد که میانگین‌های دو گروه تحصیلی با هم متفاوت نیست ($p > ۰/۰۵$). لذا می‌توان نتیجه گرفت که دو گروه با یکدیگر تفاوت آماری معنادار ندارند. جدول ۲۲ میانگین‌های اختلاف دو گروه را در متغیر خلاقیت نشان می‌دهد.

جدول ۲۲: میانگین‌های تعدیل شده‌ی خلاقیت آزمون پژوهش حاضر برای گروه‌ها

متغیر وابسته	مقایسه گروه	تفاوت میانگین	انحراف معیار	مقدار معنی دار	فاصله اطمینان ۹۵ درصدی
خلاقیت	تجربی-ریاضی	۰/۰۴	۰/۰۵	۰/۴۸	-۰/۰۷
					حد بالا
					حد پایین
					۰/۱۵

نتایج جدول فوق نشان می‌دهد نمره خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان رشته تجربی از دانش‌آموزان رشته ریاضی بالاتر بوده اما این اختلاف از نظر آماری معنادار نمی‌باشد. سؤال چهارم: آیا تأثیر آموزش مهارت طرح مسأله‌ی بازپاسخ، بر خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان پسر و دختر یکسان است؟

برای پاسخ به این سوال، به دلیل وجود دو آزمون، به منظور مهار اثر آزمون پژوهش پیشین، از روش تحلیل کواریانس (ANCOVA) استفاده شد. بنابراین در ابتدا پیش فرض‌های انجام این آزمون را مورد بررسی قرار داده‌ایم.

در پیش فرض نخست به بررسی همگنی شیب‌های رگرسیون پرداخته می‌شود. بر اساس این پیش فرض، باید رگرسیون بین پیش آزمون و متغیر وابسته (آزمون پژوهش حاضر) برای هر گروه مشابه باشد. جدول شماره ۲۳ نتایج تحلیل آماری مدل خطی عمومی را برای بررسی این مفروضه در متغیر خلاقیت نشان می‌دهد.

نتایج آزمون نشان می‌دهد که تعامل میان دو گروه، متغیر وابسته و پیش آزمون به دلیل اینکه مقدار سطح معنی داری (p-value) محاسبه شده از ۰/۰۵ بیشتر می‌باشد ($p > ۰/۰۵$) پس می‌توان گفت که پیش فرض همگونی شیب رگرسیون رعایت شده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت معنادار نیست یعنی فرضیه صفر مورد قبول و فرضیه مقابل رد شده و پیش فرض همگونی شیب رگرسیون رعایت شده است یعنی اینکه شیب خط رگرسیون برای دو گروه یکسان است و انجام تحلیل کواریانس مناسب است. و نیز ضریب مجذور همبستگی (Squared R) در این جدول ۰/۲۷ بوده که نشان می‌دهد سهم پیش بین (متغیر مستقل) در تبیین متغیر ملاک (آزمون پژوهش حاضر) ۲۷ درصد است.

جدول ۲۳: بررسی همگونی شیب رگرسیونی برای خلاقیت در دو آزمون پژوهش پیشین و پژوهش حاضر

متغیر وابسته: خلاقیت آزمون پژوهش حاضر					
مجموع مربعات نوع ۳	درجه آزادی	میانگین مربعات	F	p-value	
۰/۲۶	۳	۰/۰۸	۳/۵	۰/۰۳	مدل اصلاح شده
۱/۰۸	۱	۱/۰۸	۴۳/۲	۰/۰۰۰	عرض از مبدأ
۰/۰۱	۱	۰/۰۱	۰/۲۲	۰/۶۴	گروه‌ها
۰/۲۵	۱	۰/۲۵	۱۰/۲	۰/۰۰۳	آزمون پژوهش پیشین گروه*
۰/۰۱	۱	۰/۰۱	۰/۰۴	۰/۸۴	خلاقیت آزمون پژوهش پیشین
۰/۷۲	۲۹	۰/۰۳			خطا
۹/۹	۳۳				مجموع

ضریب تعیین = ۰/۳۱



پیش فرض نهایی جهت انجام آزمون تحلیل کواریانس، بررسی همگنی واریانس‌های دو گروه می‌باشد. جدول شماره‌ی ۲۴ نتایج آزمون لون، جهت بررسی این مفروضه را نشان می‌دهد.

جدول ۲۴: نتایج آزمون لون جهت بررسی همگنی واریانس‌های گروه‌ها

متغیر وابسته	F	درجه آزادی ۱	درجه آزادی ۲	سطح معناداری
خلاقیت	۱/۳	۱	۳۱	۰/۲۶

بر اساس نتایج این جدول، به دلیل مقدار سطح معنی داری (p-value) محاسبه شده از ۰/۰۵ بیشتر می‌باشد ($p > ۰/۰۵$) شرط یکسانی واریانس‌های دو گروه رعایت شده است. در این مرحله باتوجه به رعایت همه‌ی پیش فرض‌ها، با اطمینان می‌توان آزمون ANCOVA را اجرا و مورد تفسیر قرار داد.

جدول شماره‌ی ۲۵ نتایج آزمون F جهت بررسی اثرات بین آزمودنی‌ها می‌باشد که به بررسی فرضیه پژوهش می‌پردازد.

جدول ۲۵: نتایج آزمون‌های اثرات بین آزمودنی‌ها

منابع	مجموع مجذورات	درجه آزادی	مجدور میانگین	F	سطح معناداری	مجدور اتای سهمی
مدل اصلاح شده	۰/۲۶	۲	۰/۱۳	۵/۵	۰/۰۰۱	۰/۲۷
عرض از مبدأ	۱/۰۹	۱	۱/۰۹	۴۵/۳	۰/۰۰۰	۰/۶۰
آزمون پژوهش پیشین	۰/۲۵	۱	۰/۲۵	۱۰/۴	۰/۰۰۳	۰/۲۶
گروه‌ها	۰/۰۱	۱	۰/۰۱	۰/۵۰	۰/۵۵	۰/۰۲
خطا	۰/۷۲	۳۰	۰/۰۲			
کل	۹/۹	۳۳				

نتایج آزمون نشان می‌دهد که میانگین‌های دو گروه دختر و پسر با هم متفاوت نیست ($p > ۰/۰۵$). لذا می‌توان نتیجه گرفت که دو گروه بایکدیگر تفاوت آماری معنادار ندارند.

جدول ۲۶ میانگین‌های اختلاف بین دو گروه را در متغیر خلاقیت نشان می‌دهد.

جدول ۲۶: میانگین‌های تعدیل شده‌ی خلاقیت پرسشنامه‌ی پژوهش حاضر برای گروه‌ها

متغیر وابسته	مقایسه گروه	تفاوت میانگین	انحراف معیار	مقدار معنی - دار	فاصله اطمینان ۹۵ درصدی
خلاقیت	پسر-دختر	۰/۰۳	۰/۰۵	۰/۵۵	حد پایین -۰/۰۸ حد بالا ۰/۱۴

نتایج جدول فوق نشان می‌دهد نمره خلاقیت ریاضی دانش آموزان پسر از دانش آموزان دختر بالاتر بوده اما این اختلاف از نظر آماری معنادار نمی‌باشد.

بحث و نتیجه گیری

هدف این پژوهش بررسی تأثیر آموزش بر خلاقیت ریاضی دانش آموزان پایه ی دهم مدارس استعدادهای درخشان با استفاده از طرح مسأله ی بازپاسخ در موقعیت های ساختار یافته بود. برای نیل به این هدف و با در نظر گرفتن پژوهش پیشین، عملکرد طرح مسأله ی بازپاسخ دانش آموزان در موقعیت های ساختار یافته، قبل و بعد از آموزش مورد بررسی قرار گرفت. نتیجه ی نهایی پرسشنامه ی پژوهش پیشین و پرسشنامه ی پژوهش حاضر نشان داد که نمره ی خلاقیت ریاضی نمونه ی تحت آموزش (نمونه ی ۳۳ نفره)، قبل و بعد از آموزش به ترتیب ۰/۲۳۹۹ و ۰/۵۲۴۸ است. به گواه یافته های پژوهش، تأثیر مثبت آموزش طرح مسأله ی بازپاسخ، در افزایش نمره ی خلاقیت ریاضی دانش آموزان، در افزایش درصد پاسخ های قابل قبول، در افزایش ایده های متنوع پاسخ ها و نیز در کاهش پاسخ های غیر قابل قبول، غیر قابل انکار است. همچنین یافته ها نشان دادند که ارتقاء خلاقیت ریاضی برحسب جنسیت و نیز برحسب رشته ی تحصیلی، تفاوت معناداری نداشته است.

در حقیقت دوره ی آموزشی برگزار شده، منجر به شکل گیری یک ساختار و چارچوب ذهنی منطقی، قاعده مند، منسجم و منظم درعین حال انعطاف پذیر و پویا، در ذهن دانش آموزان شد، که نتیجه ی آن عملکرد بهتر دانش آموزان در پرسشنامه ی پژوهش حاضر نسبت به پژوهش پیشین بود. بدیهی است که اگر تعداد جلسات آموزشی بیشتر بود، مطمئناً نتیجه ی بهتری حاصل می شد. شاید این گونه به نظر برسد که رشد نمره ی خلاقیت ریاضی دانش آموزان در پژوهش حاضر و تحت آموزش، امری طبیعی است، چرا که دانش آموزان مطالب تدریس شده توسط معلم را به عنوان پاسخ های سؤالات آزمون ارائه داده اند، بنابراین جلسات آموزشی و سپس پاسخ به سؤالات پرسشنامه، فرآیندی رویه ای و کلیشه ای بوده است تا فعالیتی درگیرانه و پرورش دهنده ی خلاقیت (!). در پاسخ به این تفکر انتقادی، باید گفت که روش های طرح مسأله ی آموزش داده شده به دانش آموزان، شش روش نوآوری در طرح مسأله ی ویسترو (۲۰۰۹) بود، ولی در پاسخ به مسأله های اول و دوم پرسشنامه، به ترتیب ۱۷ و ۱۶ ایده ی متفاوت توسط دانش آموزان مطرح شد که نشان از خلاقیت دانش آموزان در ترکیب روش های شش گانه ی ویسترو و یا طرح مسأله به روش های دیگر داشت. به تعداد فراوان، پاسخ هایی ارائه شده بود که در دوره ی آموزشی، به هیچ عنوان به آن ها اشاره نشده و مورد بحث قرار نگرفته بود.

یافته های پژوهش حاضر نشان از ارتقاء خلاقیت ریاضی به وسیله ی آموزش دارد. پیشنهاد برگرفته از یافته های این مطالعه، توجه اساسی به آموزش فرآیند طرح مسأله ریاضی و به ویژه طرح



مسأله باز پاسخ در برنامه‌های آماده سازی معلمان ریاضی و کتاب‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای ایران است. با وجود آنکه در کتاب‌های درسی ریاضی به طور محدود به فعالیت‌های طرح مسأله پرداخته شده است، با این حال مادامی که دانشجو معلمان دوره‌های مختلف از آموزش مناسب و کارآمد در این زمینه برخوردار نگردند، امکان نهادینه شدن اینگونه فعالیت‌ها در کلاس درس بسیار دشوار خواهد بود. همچنین نیاز است پژوهشگران و مولفین آموزش ریاضی در کشورمان به تولید محتوای مناسب در این زمینه بپردازند. در حال حاضر برخی منابع پژوهشی محدود (مانند این مطالعه) در این زمینه به زبان فارسی وجود دارند که می‌توانند جهت تولید محتوای آموزشی برای دانش آموزان و دبیران مورد استفاده قرار گیرند. به گفته‌ی بیسر و همکاران (۲۰۲۰)، گنجاندن تکالیف خلاقیت محور، در دوره‌های آموزش ریاضی، می‌تواند دانشجو معلمان را آماده کند تا توانایی‌های خلاقانه‌ی ریاضی را در دانش‌آموزان آینده‌ی خود، پرورش دهند. در مورد بررسی تأثیر آموزش بر خلاقیت ریاضی و همچنین در مورد مقایسه‌ی عملکرد دانش‌آموزان به تفکیک رشته‌ی تحصیلی و یا به تفکیک جنسیت، مطالعه‌ی مشابه پژوهش حاضر مشاهده نشد.

در مطالعات آینده، می‌توان موارد زیر را مورد بررسی قرار داد:

(۱) مطالعه‌ی حاضر با جامعه‌ی آماری دانش‌آموزان مدارس عادی (دولتی)، با حجم نمونه‌ی بیشتر و در نقاط مختلف کشور، انجام پذیرد.

(۲) مطالعه‌ی حاضر بر روی خلاقیت ریاضی معلمان ریاضی در مقاطع یا پایه‌های مختلف انجام شود.

(۳) در پژوهش‌های مقایسه‌ای، خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان مقاطع یا پایه‌های مختلف تحصیلی مورد بررسی قرار گیرد.

(۴) خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان، با استفاده از فرآیندها و ابزارهای آموزشی دیگر، بررسی و اندازه‌گیری شود.

منابع فارسی

- اصلانی، رعنا؛ محمودی، فیروز؛ تقی‌پور، کیومرث؛ دهقان‌زاده، حسین. (۱۴۰۳). اثربخشی برنامه درسی پروژه‌محور STEM و نقش آن بر خلاقیت دانش‌آموزان پایه ششم. *فصلنامه علمی پژوهشی ابتکار و خلاقیت در علوم انسانی*، ۱۴ (۳)، ۱۳۰-۱۶۹.
- ایزدی، مهدی؛ ریحانی، ابراهیم. (۱۳۹۹). استفاده از یک تکلیف غیرمعمول برای بررسی دانش تکلیف - ریاضی و دانش محتوایی عمومی معلمان دوره ابتدایی استان تهران از مفهوم کسر. *فصلنامه علمی-پژوهشی پژوهش در یادگیری آموزشگاهی و مجازی*، ۷ (۴)، ۵۵-۷۰.
- برخورداری، حمیدرضا؛ ریحانی، ابراهیم؛ حق‌جو، سعید. (۱۴۰۲). بررسی مهارت‌های طرح مسئله دانش‌آموزان دوره اول متوسطه در زمینه استدلال تناسبی. *نشریه ریاضی و جامعه*، ۸ (۳)، ۸۱-۱۱۷.
- بروجردی، مینا؛ اسدزاده، حسن؛ حجازی، مسعود؛ انتصار فومنی، غلام‌حسین. (۱۳۹۹). تأثیر موسیقی و نقاشی در افزایش خلاقیت و کاهش پرخاشگری کودکان پیش‌دبستانی شهر همدان. *فصلنامه علمی پژوهشی ابتکار و خلاقیت در علوم انسانی*، ۱۰ (۱)، ۱-۳۶.
- بهراری، زهرا؛ پورجمشیدی، مریم؛ زنگنه، حسین. (۱۴۰۳). اثربخشی محیط آموزشی تعاملی به واسطه‌ی تلفیق نمایش‌های خلاق با روش تدریس پنج مرحله‌ای بایبی بر مهارت تفکر خلاق دانش‌آموزان. *فصلنامه علمی پژوهشی ابتکار و خلاقیت در علوم انسانی*، ۱۴ (۳)، ۳۱-۵۴.
- حق‌جو، سعید؛ ریحانی، ابراهیم. (۱۴۰۰). فراتحلیل کیفی چارچوب‌های ارزیابی مهارت‌های حل مسئله‌ی ریاضی. *فصلنامه پژوهش در یادگیری آموزشگاهی و مجازی*، ۹ (۳)، ۹-۲۸.
- ریحانی، ابراهیم؛ حق‌جو، سعید. (۱۳۹۹). *حل مسئله ریاضی، از نظریه تا عمل* (چاپ اول). تهران: انتشارات دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.
- سعیدی، الهه؛ پیرخائفی، علیرضا. (۱۳۹۹). مقایسه خلاقیت و حافظه دانش‌آموزان دارا و بدون ناتوانی یادگیری ریاضی. *فصلنامه پژوهش در یادگیری آموزشگاهی و مجازی*، ۷ (۴)، ۲۱-۳۰.
- سلیمیان ریزی، فاطمه. (۱۳۹۳). بررسی رویکرد آموزش ریاضی. [پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی].
- فلاح نسیمی، محمد؛ ریحانی، ابراهیم؛ اسلام‌پور، محمدجواد. (۱۴۰۰). جست‌وجوی عناصر اصلی خلاقیت در عملکرد معلمان دوره ابتدایی در فرایند طرح مسئله. *مجله پژوهش در آموزش ریاضی*، ۲ (۱)، ۴۱-۶۲.

- قاضی‌زاده فرد، مرجان السادات؛ ابوالمعالی، خدیجه؛ صابری، هایده؛ ابراهیمی مقدم، حسین. (۱۴۰۲). طراحی و اعتبارسنجی برنامه آموزشی خلاقیت برای کودکان پیش‌دبستانی. *فصلنامه علمی پژوهشی ابتکار و خلاقیت در علوم انسانی*، ۱۲(۴)، ۱۰۱-۱۲۲.
- یوسفی، مجید؛ ریحانی، ابراهیم؛ بهزادی، محمدحسین. (۱۴۰۱). بررسی خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان پایه‌ی دهم با استفاده از طرح مسئله‌ی باز پاسخ در موقعیت‌های ساختاریافته. *فصلنامه علمی پژوهشی ابتکار و خلاقیت در علوم انسانی*، ۱۲(۳)، ۲۱۹-۲۶۰.

انگلیسی:

- Amado, N., Carreira, S., & Jones, K. (Eds.). (2018). *Broadening the scope of research on mathematical problem solving: A focus on technology, creativity, and affect*. Springer.
- Aslani, R., Mahmoodi, F., Taghipour, K., & Dehghanzadeh, H. (2024). The effectiveness of project-based STEM curriculum and its role on creativity of sixth-grade students. *Journal of Research on Innovation and Creativity in Humanities*, 14(3), 130-169. (In Persian)
- Bahari, Z., Pourjamshidi, M., & Zangeneh, H. (2024). The effectiveness of an interactive educational environment through the combination of creative demonstrations with Bayeb's five-stage teaching method on students' creative thinking skills. *Journal of Research on Innovation and Creativity in Humanities*, 14(3), 31-54. (In Persian)
- Barkhordari, H. R., Reyhani, E., & Haqjou, S. (2023). A study of the problem-solving skills of first-year secondary school students in the area of proportional reasoning. *Journal of Mathematics and Society*, 8(3), 81-117. (In Persian)
- Becker, J. P., & Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Bicer, A., Lee, Y., Perihan, C., Capraro, M., & Capraro, R. (2020). Considering mathematical creative self-efficacy with problem posing as a measure of mathematical creativity. *Educational Studies in Mathematics*.
- Bonotto, C., & Dal Santo, L. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving, and creativity in the primary school. In F. M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (pp. 103-123). Springer.
- Boroujerdi, M., Asadzadeh, H., Hejazi, M., & Entesar Foomani, G. H. (2021). The impact of music and painting on enhancing creativity and reducing aggression in preschool children in Hamadan city. *Journal of Research on Innovation and Creativity in Humanities*, 10(1), 1-36. (In Persian)
- Briggs, M., & Davis, S. (2008). *Creative teaching mathematics in the early years and primary classrooms*. Madison Avenue.
- Cai, J., & Hwang, S. (2023). Making mathematics challenging through problem posing in the classroom. In R. Leikin (Ed.), *Mathematical challenges for all* (pp. 115-145). Springer.
- Cai, J., Hwang, C., & Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: Some answered and unanswered questions. In *Mathematical problem posing* (pp. 3-34). Springer.
- Cai, W., Khapova, S., Bossink, B., Lysova, E., & Yuan, J. (2020). Optimizing

- employee creativity in the digital era: Uncovering the interactional effects of abilities, motivations, and opportunities. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 17 (3), 10-38. [https://doi.org/\[DOI\]](https://doi.org/[DOI])
- Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as a tool to develop and identify creatively gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17 (1), 37-47.
- Chen, L., Van Dooren, W., Chen, Q., & Verschaffel, L. (2007). The relationship between posing and solving arithmetic word problems among Chinese elementary school children. *Research in Mathematical Education*, 11 (1), 1-31.
- Cifarelli, V., & Cai, J. (2005). The evolution of mathematical explorations in open-ended problem-solving situations. Paper presented at the annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Roanoke, VA: Virginia Tech University Center.
- Damayanti, H. T., & Sumardi, S. (2018). Mathematical creative thinking ability of junior high school students in solving open-ended problems. *JRAMathEdu (Journal of Research and Advances in Mathematics Education)*, 3 (1), 36-45.
- Eizadi, M., & Reyhani, E. (2021). Using an unusual assignment to investigate task-mathematics knowledge and general content knowledge of primary school teachers in Tehran province regarding the concept of fractions. *Scientific-Research Journal of Learning and Virtual Education*, 7(4), 55-70. (In Persian)
- Falah Nasimi, M., Reyhani, E., & Eslampoor, M. (2022). Searching for the main elements of creativity in the performance of primary school teachers in the problem-solving process. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 41-62. (In Persian)
- Ghazi Zadeh Fard, M. S., Abolmaali, K., Saberi, H., & Ebrahimi Moghadam, H. (2023). Designing and validating a creativity education program for preschool children. *Journal of Research on Innovation and Creativity in Humanities*, 12(4), 101-122. (In Persian)
- Glaveanu, V. P. (2018). Educating which creativity? *Thinking Skills and Creativity*, 27, 25-32.
- Guilford, J. P. (1959). Traits of creativity. In H. H. Anderson (Ed.), *Creativity and its cultivation* (pp. 142-161). Harper & Brothers Publishers.
- Guilford, J. P. (1967). *The nature of human intelligence*. McGraw Hill.
- Haqjou, S., & Reyhani, E. (2022). Qualitative meta-analysis of frameworks for assessing mathematical problem-solving skills. *Journal of Learning and Virtual Education*, 9(3), 9-28. (In Persian)
- Hetzroni, O., Agada, H., & Leikin, M. (2019). Creativity in autism: An examination of general and mathematical creative thinking among children with autism spectrum disorder and children with typical development. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 49 (9), 3833-3844.
- Jensen, L. R. (1973). The relationships among mathematical creativity, numerical aptitude, and mathematical achievement. *Journal of Creative Behavior*, 25 (2), 154-161.
- Kattou, M., Christou, C., & Pitta-Pantazi, D. (2015). Mathematical creativity or general creativity? In *Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematical Education* (pp. 1016-1023). Prague, Czech Republic.
- Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2012). Connecting mathematical creativity to mathematical ability. *ZDM*, 45 (2), 167-181.



- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123-147). Lawrence Erlbaum.
- Koichu, B., & Kontorovich, I. (2013). Dissecting success stories on mathematical problem posing: A case of the billiard task. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 71-86.
- Kwon, O. N., Park, J. H., & Park, J. S. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. *Asia Pacific Education Review*, 7 (1), 51-61.
- Leikin, R., & Elgrably, H. (2019). Problem solving through investigations for the development and evaluation of proof-related skills and creativity skills of prospective high school mathematics teachers. *International Journal of Educational Research*.
- Leikin, R., & Elgrably, H. (2022). Strategy creativity and outcome creativity when solving open tasks: Focusing on problem posing through investigations. *ZDM-Mathematics Education*, 54, 35-49.
- Leikin, R., & Sriraman, B. (Eds.). (2016). *Creativity and giftedness: Interdisciplinary perspectives from mathematics and beyond* (pp. 1-3). Springer.
- Leung, S. K. S. (1997). On the role of creative thinking in problem posing. *ZDM*, 29 (3), 81-85.
- Lurai, S. R., Sriraman, B., & Kaufman, J. C. (2017). Enhancing equity in the classroom by teaching for mathematical creativity. *ZDM*, 49, 1033-1039. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0892-2>
- Meier, M. A., Ehrenguber, A., Spitzley, L., Eller, N., Reiterer, C., Rieger, M., Skerbinz, H., Teuschel, F., Wiemer, M., Vogel, S. E., & Granber, R. H. (2024). The prediction of mathematical creativity scores: Mathematical abilities, personality, and creative self-beliefs. *Learning and Individual Differences*, 113, 1-14.
- Murni. (2013). Open-ended approach in learning to improve students' thinking skills in Banda Aceh. *International Journal of Independent Research and Studies*, 2 (2), 95-101.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- OECD. (2019). *Framework for the assessment of creative thinking in PISA 2021*. Retrieved November 2020 from <http://www.oecd.org/pisa/publications/PISA-2021-creative-thinking-framework.pdf>
- Otgonbaatar, K. (2020). Examining mathematical creativity among Mongolian ninth-grade students using a problem-posing approach. *Journal of Education and Practice*, 11 (27), 69-75.
- Ozdemir, E., & Kar, T. (2022). Same mathematical structure, different design: How does task format affect creative problem-posing performance? *Acta Education Generalis*, 12 (2), 112-139.
- Pehkonen, E. (2007). Problem solving in mathematics education in Finland. *WG2, Topic*, 8-9.
- Poincaré, H. (1956). Mathematical creation. In J. R. Newman (Ed.), *The world of mathematics* (Vol. 4, pp. 2041-2050). Simon & Schuster.
- Raz, T., Reiter-Palmon, R., & Kenett, Y. N. (2024). Open and closed-ended problem

- solving in humans and AI: The influence of question asking complexity. *Thinking Skills and Creativity*, 53 (3). <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2024.101598>
- Reyhani, E., & Haqjou, S. (2021). *Solving mathematical problems, from theory to practice* (First edition). Tehran: Shahid Rajaee Teacher Training University Press. (In Persian)
- Saeedi, E., & Pirkhaefi, A. (2021). Comparison of creativity and memory of students with and without learning disabilities in mathematics. *Journal of Learning and Virtual Education*, 7(4), 21-30. (In Persian)
- Salimian Rizi, F. (2015). *A study of the approach to mathematics education*. [Master's thesis, Shahid Rajaee Teacher Training University]. (In Persian)
- Sanchez, A., Font, V., & Breda, A. (2021). Significance of creativity and its development in mathematics classes for preservice teachers who are not trained to develop students' creativity. *Mathematics Education Research Journal*. <https://doi.org/10.1007/S13394-021-00367-w>
- Silver, E. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *Zentralblatt Für Didaktik der Mathematik*, 29 (3), 75-80.
- Sriraman, B. (2005). Are giftedness & creativity synonyms in mathematics? An analysis of constructs within the professional and school realms. *The Journal of Secondary Gifted Education*, 17, 20-36.
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 518-525). Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Suherman. (2013). *Kiat pendidikan matematika di Indonesia: Konstataasi keadaan masa kini menuju harapan masa depan*. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional.
- Sullivan, M. (2011). *Precalculus* (9th ed.). Pearson Education.
- Tjoe, H. (2019). Looking back to solve differently: Familiarity, fluency, and flexibility. In *Mathematical problem solving* (pp. 3-20). Springer, Cham.
- Torrance, E. P. (1966). *Torrance test of creative thinking: Norms technical manual*. Personnel Press.
- Torrance, E. P. (1974). *Norms technical manual: Torrance tests of creative thinking*. Ginn and Co.
- Torrance, E. P. (1988). The nature of creativity as manifest in its testing. In R. J. Sternberg (Ed.), *The nature of creativity: Contemporary psychological perspectives* (pp. 43-75). Cambridge University Press.
- Vistro-Yu, C. P. (2009). Using innovation techniques to generate new problems. In *Mathematical problem solving: Yearbook 2009, Association of Mathematics Educators* (pp. 185-207).
- Wardani, S. B., Sumarmo, U., & Nishitoni, I. (2011). Mathematical creativity and disposition: Experiment with grade-10 students using Silver inquiry approach.
- Yousefi, M., Reyhani, E., & Behzadi, M. (2022). A study of the mathematical creativity of tenth-grade students using open-ended problem-posing in structured situations. *Journal of Research on Innovation and Creativity in Humanities*, 12(3), 219-260. (In Persian)
- Yuan, X., & Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem posing abilities: Comparing

- Chinese and U.S. students. In B. Sriraman & K. Lee (Eds.), *The elements of creativity and giftedness* (pp. 5-28). Sense Publisher.
- Zhang, L., Cai, J., Song, N., Zhang, H., Chen, T., Zhang, Z., & Gui, F. (2022). Mathematical problem posing of elementary school students: The impact of task format and its relationship to problem solving. *ZDM-Mathematics Education*, 54, 497-512.
- Zhang, L., Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2024). Enhancing mathematical problem posing competence: A meta-analysis of intervention studies. *International Journal of STEM Education*, 11 (1), 1-24.

The Effect of Open-Ended Problem-Based Learning on the Mathematical Creativity of Tenth-Grade Students in Schools for the Gifted

Majid yousefi^۱, Mohammad hasan Behzadi^{۲*}, Ebrahim Reyhani^۳

Abstract

The primary objective of this study was to investigate the effect of instruction on the mathematical creativity of tenth-grade students using open-ended problem-solving in structured situations. This research employed a quasi-experimental design. The convenience sample consisted of 33 tenth-grade students from schools for the gifted in the counties of Varamin, Qarchak, and Pakdasht (southeastern Tehran Province) during the 2020-2021 academic year, selected through purposive and random sampling. Data were collected using a researcher-made questionnaire containing two open-ended problem-solving questions in structured situations (based on the framework of Stylianou & Elleton). The questionnaire's validity was confirmed by mathematics education professors and experienced math teachers, and its reliability was supported by Cronbach's alpha coefficients of 0.83 and 0.90, indicating strong consistency. After conducting multiple open-ended problem-solving instructional sessions, the questionnaire was administered. Statistical analyses revealed that the students' mathematical creativity scores increased significantly—from 0.2399 before instruction to 0.5248 after instruction. Additionally, the improvement in mathematical creativity showed no significant differences based on gender or field of study. The discussion-based instructional approach using open-ended problem-solving fostered the development of a logical, flexible, and dynamic cognitive framework in students, ultimately enhancing their mathematical creativity.

Keywords: Mathematical creativity, tenth-grade students, problem-solving, open-ended problem.

¹ .Ph.d Student, Departement of Converging Sciences & Technologies(NBIC), Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, majidyousefi961355@yahoo.com .

² .Associate Professor, Department of NBIC, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, Corresponding author, behzadi@srbiau.ac.ir .

³ .Associate Professor, Departement of Mathematic, Faculty of Basic Science, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran, e_reyhani@sru.ac.ir .