فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
دوره شانزده، شماره شصت و سه، تابستان ۱۴۰۴
نوع مقاله: علمی پژوهشی
صفحات: ۲۲۷-۲۰۷

مقایسه عملکرد مدل‌های ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران

سارا ملک محمدی[۱]
مسلم پیمانی[۲]
مصطفی سرگلزایی[۳]

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۵/۱۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۱۱/۰۹

چکیده

هدف این پژوهش، مقایسه عملکرد سه مدل رایج ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله شامل مدل بلک-شولز، مدل نوسانات تصادفی هستون، و مدل دارای انتشار پرش مرتون در بورس اوراق بهادار تهران است. برای این منظور، پس از انتخاب اوراق اختیار معامله از طریق غربال‌گری بر مبنای معیارهای معاملاتی مشخص، پارامترهای مربوط به هر مدل با استفاده از روش پنجره تخمین غلطان رو به جلو و با بهره‌گیری از تکنیک‌های کالیبراسیون و حداکثر درستنمایی تخمین زده شد. سپس قیمت اختیار معامله در هر مدل محاسبه و با قیمت واقعی بازار مقایسه گردید و دقت هر مدل با استفاده از شاخص RMSE مورد ارزیابی قرار گرفت. بر اساس یافته‌ها، مدل بلک-شولز علیرغم ساده بودن، دقت مقداری بالاتری نسبت به دو مدل دیگر از خود نشان داد. این تفاوت در مقایسه با مدل مرتون از نظر آماری معنادار بود، اما در مقایسه با مدل هستون تفاوت آماری معناداری مشاهده نشد. با توجه به سهولت پیاده‌سازی، نیاز پایین به داده و زمان محاسبه کمتر، استفاده از مدل بلک-شولز برای ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله در بازار سرمایه ایران پیشنهاد می‌شود. محدودیت‌هایی مانند عمق اندک بازار مشتقه، دسترسی محدود به داده‌های تاریخی و فقدان پایگاه اطلاعاتی جامع در این پژوهش وجود داشته است. با این حال، این مطالعه نخستین تحقیق تجربی در ایران است که عملکرد مدل‌های ارزش‌گذاری اختیار معامله را بر اساس داده‌های واقعی بازار مورد بررسی قرار می‌دهد. نتایج به‌دست‌آمده می‌تواند مورد استفاده سرمایه‌گذاران حقیقی و حقوقی، تحلیلگران مالی، مدیران پرتفو و پژوهشگران حوزه مالی قرار گیرد و در انتخاب مدل مناسب ارزش‌گذاری و تصمیم‌گیری‌های سرمایه‌گذاری نقش مؤثری ایفا نماید.

کلمات کلیدی

بلک-شولز؛ نوسانات تصادفی هستون؛ انتشار پرش مرتون؛ ارزش‌گذاری اوراق؛ اختیار معامله

۱-گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول)
saramalekmohamadi@yahoo.com
۲-گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران. M.Peymany@atu.ac.ir
۳-گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران. Mostafa.sargolzaei@atu.ac.ir

مقدمه

بازار سرمایه در رشد و پیشرفت اقتصادی هر کشور نقش مهمی ایفا میکند؛ از این رو بررسی دقیق این بازار، از جنبه‌های مختلف ضروری به نظر می‌رسد. حضور در این بازار همیشه با ریسک زیادی همراه است و برای کاهش ریسک، ابزارهای مختلفی ارائه شده است. یکی از ارکان اصلی مؤثر بر تصمیم‌های سرمایه‌گذاری، ارزش‌گذاری دقیق مشتقات، از جمله اختیار معامله است [۶]. یکی از راهکارهای مهم و مؤثر جهت موفقیت بازار سرمایه در هرکشوری، وجود ابزارها و محصولات متنوع مالی در آن بازار است تا بتوان بدان‌وسیله سرمایه‌گذاران مختلف با علایق متفاوت را راضی نموده و هر فرد با هر ذائقه ریسکی قادر به انتخاب محصول موردنظر خود باشد [۱۴]. یکی از مهم‌ترین ابزارهای مالی، قراردادهای اختیار معامله است که افزون بر امکان مدیریت ریسک، آثار مثبتی از قبیل افزایش گردش معاملات و در نتیجه درجه نقدشوندگی و بالا رفتن کارایی بازار را نیز به همراه دارد. این کارکردها و مزایای متفاوت اختیار معامله، سبب شده است که شاهد رشد بالای این ابزار مالی در اکثر بورس‌های دنیا باشیم[۱۹]. در تعریفی ساده، اختیار معامله قراردادی است که به دارنده آن این حق یا اختیار (و نه الزام) را می‌دهد که دارایی پایه را با قیمتی مشخص (قیمت توافقی یا قیمت اعمال) و در تاریخی معین در سررسید مبادله نماید [۲۵]. این ویژگی حق‌گونه بودن، این اوراق منجر به عملکرد پیچیده و غیرخطی رفتار آن در بازارها شده، به طوری که مدل‌های ارائه شده برای ارزش‌گذاری آن جزء مدل‌های پیچیده مالی محسوب می‌گردند. بر این اساس شناخت این مدل‌ها و چگونگی عملکرد آن از جمله الزامات موفقیت در بازار اختیار معاملات بوده و در نتیجه هر سرمایه‌گذار در این بازار نیازمند شناخت این روش‌های خواهد بود [۲۷].

برجسته‌ترین مدل‌های قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله، بلک و شولز و مرتون[۱] (۱۹۷۳) است که تحت مجموعه‌ای از مفروضات خاص، مانند تبعیت قیمت دارایی پایه از حرکت بروانی هندسی[۲] طراحی شده است [۴] که بر مبنای آن نوسانات ثابت و حرکت قیمت دارایی پایه پیوسته مسیر در نظر گرفته شده و در نتیجه قیمت، دارای توزیع لگاریتم-نرمال و به تبع آن، بازدهی لگاریتمی دارای توزیع نرمال است. اگرچه این مدل، انقلابی در شیوه قیمت‌گذاری اختیار معامله به وجود آورده و جایزه نوبل را به همراه داشته است، ولی شواهد تجربی متعددی حاکی از این امر است که بازدهی لگاریتمی واقعی نسبت به توزیع نرمال پهن‌دنباله‌تر[۳] است که این موضوع را عموماً به دو پدیده ثابت نبودن نوسانات و وجود پرش‌های مثبت و منفی در قیمت نسبت می‌دهند [۱۹]. هر یک از این دو علت موجب ایجاد دسته جدیدی در مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معامله شده است به‌طوری که برخی از مدل‌ها نوسانات

را تصادفی در نظر گرفته و برخی دیگر مسیر قیمت را گسسته فرض نموده‌اند. از مهم‌ترین مدل‌های گروه اول، مدل نوسانات تصادفی هستون[۴] (۱۹۹۳) و از گروه دوم مدل دارای انتشار پرش مرتون[۵] (۱۹۷۶) قابل اشاره است که در این پژوهش نیز در کنار مدل بلک- شولز مد نظر قرار گرفته‌اند.

در ایران، سرمایه‌گذاری در قراردادهای مشتقه، عمر چندان طولانی ندارد و جزو ابزارهای نوین مالی محسوب می‌شود. این قراردادها در سال ۱۳۹۵ در ایران برای اولین بار عرضه شد و معاملات آن تاکنون ادامه دارد و از سال ۱۳۹۸ معاملات اختیار معامله گسترش زیادی پیدا کرده است. با توجه به افزایش معامله قراردادهای اختیار معامله در چند سال اخیر، بحث ارزش‌گذاری دقیق و صحیح این ابزار مالی مطرح و مهم می‌شود. به دلیل گسترده شدن معاملات قراردادهای اختیار معامله در ایران و دنیا، قیمت‌گذاری صحیح و به دور از خطای این ابزار مالی اهمیت زیادی پیدا می‌کند[۲۱].

علی‌رغم اهمیت ذکر شده برای اوراق اختیار معامله و راه‌اندازی این اوراق در بازار سرمایه ایران از سال ۱۳۹۵، تاکنون پژوهش جامعی جهت مقایسه مهم‌ترین مدل‌های ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله بر اساس داده‌های واقعی در ایران انجام نشده است. بنابراین، هدف این پژوهش، مقایسه عملکرد سه مدل اصلی این حوزه یعنی بلک- شولز، نوسانات تصادفی هستون و دارای انتشار پرش مرتون در ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله در بورس اوراق بهادار شهر تهران است. بدین منظور در ادامه این پژوهش، پس از معرفی و تحلیل هر یک از این مدل‌ها، تحقیقات قبلی انجام شده در خصوص آنها مرور خواهد شد. سپس با ذکر کلیات روش‌شناسی پژوهش، داده‌های مورد استفاده در این مقاله معرفی و روش تحلیل آنها تشریح می‌گردد. در خاتمه نیز پس از ذکر نتایج تخمین‌های صورت گرفته، دقت مدل‌ها مقایسه شده و نتایج استخراجی تحلیل می‌گردد.

برای ابزارهای مالی دسته‌بندی‌های متفاوتی وجود دارد که بر اساس یکی از آنها، ابزارهای مالی می‌توانند در بازارهای نقدی معامله شده یا بازارهای مشتقه. اوراق مشتقه[۶] قراردادهایی هستند که ارزش آن از ارزش دارایی‌های مربوطه در بازار دیگر (عموماً بازار نقدی) مشتق می‌شود. اوراق اختیار معامله یکی از اوراق مشتقه است که دارای دو نوع اختیار خرید و اختیار فروش است. قرارداد اختیار خرید/فروش، قراردادی است که مبتنی بر این اصل می‌باشد که به دارنده آن این حق (و نه الزام) را می‌دهد که دارایی پایه را در زمان معین (برای اختیار اروپایی) یا تا زمان مشخص (برای اختیار امریکایی) و با قیمتی تعیین شده که به آن قیمت اعمال یا توافقی[۷] گفته می‌شود، بخرد/بفروشد. ضمن اینکه دارنده اختیار باید صرف اختیار معامله را به‌طرف مقابل بپردازد که اصطلاحاً همان قیمت اختیار می‌باشد [۹].

به دلیل ماهیت غیرخطی اوراق اختیار معامله، یکی از مهم‌ترین سوالاتی که در بازار اوراق اختیار معامله عنوان می‌شود، چگونگی قیمت‌گذاری این قرارداد است. قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله یکی از مباحث چالش‌برانگیز در حوزه ریاضیات مالی است که تاکنون محققان زیادی در این زمینه تلاش کرده‌اند [۲۲]. مدل‌های زیادی برای تعیین قیمت این نوع قرارداد مطرح‌شده است که در ادامه به بررسی سه مدل از بین آنها به نام‌های بلک- شولز، نوسانات تصادفی هستون و دارای انتشار پرش مرتون خواهیم پرداخت.

مدل بلک- شولز

مشهورترین مدل برای ارزش‌گذاری اختیار معامله‌های اروپایی، مدل بلک شولز می‌باشد. مدل بلک شولز فرض میکند که بازده سهام از توزیع نرمال با نوسان ثابت پیروی میکند. بازده سهام، چولگی و کشیدگی غیرنرمال را نشان می‌دهد و انحرافات نوسان نتیجه نقض تجربی فرض نرمال بودن است. این مدل باوجود مزایایی همچون سادگی و برخورداری از فرم صریح برای قیمت اختیار معامله، به دلیل فرضهای غیرواقعبینانه همواره با انتقاد روبرو شده است. این مدل توانست بازار قیمت‌گذاری مشتقات را با استفاده از دارایی پایه رونق ببخشد. مشکلاتی همانند فرضیه‌های مدل، عدم تطبیق با توزیع آماری داده‌های قیمت سهام، فرض بازار کامل،عدم دخالت هزینه معامله‌ها و عدم کاربرد در قیمتگذاری اوراق اختیار آمریکایی بر مدل بلک شولز مترتب هستند. بدون تردید این مدل پایه و اساس شکل‌گیری بسیاری از مدلهای مالی در حال حاضر است[۷]. مدل بلک- شولز (که بعضاً آن را مدل بلک- شولز- مرتون نیز می‌نامند) به‌عنوان اصلی‌ترین روش ارزش‌گذاری اوراق نامبرده، برجسته گردیده است. این مدل بر دنیای مالی تأثیر بسیاری گزارد چراکه برای اولین بار این امکان به وجود آمد تا با معادله‌ای با فرم بسته، واضح و نسبتاً ساده بتوان اوراق اختیار معامله را قیمت‌گذاری کرد. مدل مذکور در سال ۱۹۷۳، توسط فیشر بلک و مایرون شولز در یک پژوهش و رابرت مرتون در پژوهشی مجزا و تقریباً همزمان توسعه یافت و تا به امروز نیز استفاده گسترده‌ای از آن شده است [۲۸]. این محققان با فرض پیروی قیمت دارایی پایه از حرکت براونی هندسی و با تشکیل سبدی خود تأمین در یک فضای بدون آربیتراژ[۸] و به کارگیری لم ایتو[۹]، موفق به استخراج معادله دیفرانسیل با ضرایب جزئی شده که شباهت بسیاری به معادله انتقال حرارت در فیزیک داشته و در نتیجه به سادگی بر اساس آموخته‌های علم فیزیک قابل حل بود. رابطه استخراجی حاصل از حل این معادله دیفرانسیل بر مبنای پنج پارامتر ورودی پایه‌گذاری شده است. در این رابطه اگر فرض کنیم C قیمت اختیار خرید اروپایی، S_0 قیمت فعلی سهام، K قیمت توافقی، r نرخ بهره بدون ریسک، σ انحراف معیار لگاریتم بازدهی سهم یا همان

نوسانات ضمنی، t زمان باقی‌مانده تا سررسید، N تابع توزیع نرمال تجمعی استاندارد با میانگین صفر و انحراف معیار یک و $N(d)$ ارزش توزیع نرمال تجمعی استاندارد شده در نقاط ارزیابی‌شده d_1 و d_2 باشد، در این صورت فرمول بلک- شولز برای اختیار خرید اروپایی به شکل زیر تعریف می‌شود [۲۸]:

$$C\left(S,K,\sigma,t,r\right) = S_0N(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2)$$ رابطه (۱)

$$N(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} \qquad -\infty < z < \infty$$ رابطه (۲)

$$d_1 = \left(log\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t\right)/\sigma\sqrt{t}$$ رابطه (۳)

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$ رابطه (۴)

در صورت استفاده از این مدل در معاملات واقعی، آگاه بودن از تفاوت میان مفروضات مدل با واقعیت و پیامدهای حاصل از این تفاوت حائز اهمیت است. مفروضات مدل بلک- شولز در چهار طبقه اصلی جای می‌گیرد. اولین طبقه، مفروضات مرتبط با دارایی ریسکی می‌باشد که شامل فرض گشت تصادفی، نوسانات ثابت، توریع نرمال بازدهی و عدم پرداخت سود نقدی است. طبقه دوم، مفروضات مرتبط با دارایی بدون ریسک است که در آن نرخ بهره بدون ریسک مشخص و ثابت در نظر گرفته شده است. طبقه سوم فرض مرتبط با اختیار معامله است که بیان می‌کند که این مدل برای اختیار معامله اروپایی طراحی شده است. آخرین طبقه نیز مفروضات مرتبط با بازار است که فرض نقدشوندگی کامل، نبود هزینه تراکنش‌ها، فروش استقراضی بدون محدودیت را شامل می‌شود. فرض اول ذکر شده به دلیل مفروض دانستن پیروی قیمت دارایی پایه از فرایند تصادفی حرکت براونی هندسی حاصل شده است. در این فرایند نوسانات، تابعی از زمان و قیمت سهم نمی‌باشد و ثابت در نظر گرفته شده است. همچنین این فرایند، پیوسته بوده و در آن گسستگی وجود ندارد. این مفروضات موجب بروز انتقاداتی در خصوص قابل قبول بودن آنها در دنیای واقعی مالی شده است مانند عدم توزیع نرمال بازده، چولگی و کشیدگی ناهماهنگ با توزیع نرمال، مشاهده پدیده‌هایی چون نوسانات خوشه‌ای[۱۰] و لبخند نوسانات[۱۱] و در نهایت وجود گسستگی در فرآیند قیمت که با واقعیات بازارهای مالی هم‌خوانی ندارند. این انتقادات موجب ارائه مدل‌های اصلاحی متعددی به عنوان مدل‌های جایگزین شده است [۲۱]. در این پژوهش دو مدل نوسانات تصادفی هستون و دارای انتشار پرش مرتون به عنوان دو مورد از مدل‌های جایگزین بررسی می‌شود.

مدل نوسانات تصادفی هستون

بسیاری از پژوهشگران اقدام به بهبود نقایص و محدودیت‌های مدل بلک- شولز کرده و مدل‌های مختلفی را پیشنهاد داده‌اند. در یکی از رویکردهای اصلاحی، هستون (۱۹۹۳) فرض می‌کند که نوسانات خود فرایندی تصادفی می‌باشد. در مدل هستون، S_t قیمت دارایی پایه در زمان t ، η نوسانات فرایند نوسان، r نرخ بهرهٔ بدون ریسک، μ نرخ مورد انتظار بازدهٔ سهام ، V_t واریانس در زمانt ، $\bar{V}$ میانگین واریانس در بلندمدت ، a نرخ بازگشت به میانگین، dW_t^1 و dW_t^2 دو حرکت براونی همبسته با ضریب همبستگی ρ است:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{V_t} S_t dW_t^1 \quad \text{رابطه (۵)}$$

$$dV_t = \mathrm{a}(\bar{V}_t - V_t)\mathrm{dt} + \eta\sqrt{V_t} dW_t^2 \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$dW_t^1 dW_t^2 = dt\rho \quad \text{رابطه (۷)}$$

بدین ترتیب، رابطه ۵ نشان می‌دهد که قیمت سهام، تابع فرایند تصادفی با نوسانات غیر ثابت است و رابطه۶ نشان می‌دهد که این نوسانات خود تابع فرایند تصادفی دیگری است که در مدل نوسانات تصادفی هستون از نوع بازگشت به میانگین است. از دلایل شهرت مدل نوسانات تصادفی هستون از بین مدل‌های تصادفی، وجود راه حل بسته برای آن است که در آن قیمت اختیار خرید اروپایی از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

$$C_0 = S_0\Pi_1 - e^{-rT}K\Pi_2 \quad \text{رابطه (۸)}$$

در اینجا، عبارت اول $S_0\Pi_1$ نشان‌دهندهٔ ارزش فعلی دارایی پایه با در نظر گرفتن اعمال بهینه و عبارت دوم $e^{-rT}K\Pi_2$ نشان‌دهندهٔ ارزش فعلی قیمت اعمال پرداخت‌شده می‌باشد. ضمناً، Π_1 دلتای اختیار خرید اروپایی و Π_2 احتمال ریسک خنثی شرطی‌ای است که طبق آن، قیمت دارایی بیشتر از K در زمان سررسید باشد. Π_1 و Π_2 هر دو نشان‌دهندهٔ احتمالات شرطی به قیمت پایان یافتن اختیار معاملهٔ را نشان می‌دهد [۲۵] و با داشتن تابع مشخصهٔ $\psi_{ln(S_t)}^{Heston}(\omega)$، عبارات Π_1 و Π_2 از طریق تبدیل فوریه[۱۲] قابل محاسبه‌اند:

$$\Pi_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\int_0^\infty Re\left[\frac{e^{iw\ln k}\Psi \ln S_T(w-i)}{iw\Psi \ln S_T(-i)}\right]dw \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$\Pi_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\int_0^\infty Re\left[\frac{e^{iw\,ln\,k}\Psi\, ln\, S_T(w-i)}{iw}\right]dw \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

مدل دارای انتشار پرش مرتون

یکی از کاستی‌های مدل حرکت براونی هندسی، این فرض است که فرآیند قیمت، فرآیندی پیوسته است. درحالی‌که در دنیای واقعی، قیمت اوراق بهادار به‌طور اتفاقی با تغییرات ناگهانی مثبت (پرش قیمت‌ها به سمت بالا) یا منفی (سقوط قیمت‌ها) مواجه‌اند [۲۱]. نخستین بار مرتون در سال ۱۹۷۶در مقاله‌اش اشاره نمود که شواهد تجربی، مدل‌هایی با مسیرهای نمونه‌ای پیوسته را تأیید نمی‌کنند و با استفاده از فرایند پوآسون[۱۳] برای مولفه پرش، مفهوم رویدادهای ناگهانی را وارد مدل‌های ارزش‌گذاری اختیار معامله نمود [۵]. این مدل در رابطه ۱۱ نمایش داده شده است که در آن (J_t) خود یک فرآیند پرش تک متغیره است:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dZ_t + S_t dJ_t \qquad \text{رابطه (۱۱)}$$

در این رابطه عبارت dJ_t برابر $(Y_j - 1)dN_t$ بوده که در آن $(\mathrm{N_t})_{\mathrm{T}\geq 0}$ دارای توزیع پواسون با چگالی λ است و $\mathrm{Y_j}$ نیز نشان‌دهنده اندازه j-امین پرش بوده و از توزیع لگاریتم-نرمال $Y_j \sim exp(N(\mu_Y . \sigma_Y^2))$ پیروی می‌کند. مرتون در ادامه توسعه مدل خود، به مانند تحقیقات خود در سال ۱۹۷۳، پرتفوی Π متشکل از اختیار معامله C و Δ واحد از دارایی پایه S را به شکل زیر تشکیل داد:

$$\Pi = C - \Delta S \qquad \text{رابطه (۱۲)}$$

و سپس با استفاده از لم ایتوی دو متغیره برای فرآیندهای انتشار پرش، تغییرات ارزش اختیار خرید (dC) و تغییرات ارزش پرتفوی ($d\Pi$) را به‌صورت زیر استخراج نمود:

$$dC = \frac{\partial C}{\partial t}dt + \frac{\partial C}{\partial S}dt + \frac{\sigma^2}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial S^2}dt + \frac{\partial C}{\partial S}\sigma dZ + [C(YS,t) - C(S,t)] \qquad \text{رابطه (۱۳)}$$

$$d\Pi = \frac{\partial C}{\partial t}dt + \frac{\partial C}{\partial S}dt + \frac{\sigma^2}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial S^2}dt + \frac{\partial C}{\partial S}\sigma dZ + [C(YS,t) - C(S,t)] - \Delta(\mu S dt + \sigma S dZ + (Y-1)S dq) \qquad \text{رابطه (۱۴)}$$

تحقیقات خارجی انجام شده در مورد نظریه قیمت‌گذاری اوراقی که ماهیتی شبیه اوراق اختیار معامله دارد و مقدمات آن شامل مدل‌سازی قیمت سهام، سابقه طولانی داشته و به تحقیقات ریاضی‌دان فرانسوی لوئیس بشیلیه[۱۴] در سال ۱۹۰۰ باز می‌گردد. پس از آن تا مدتی تحقیقات عمیق و جدی در این خصوص انجام نشده تا اینکه در دهه ۱۹۶۰ گروهی از محققان ازجمله پل ساموئلسون[۱۵]، برنده

جایزه نوبل اقتصاد، فعالیت خود را در این زمینه آغاز کردند. تلاش برای قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله همچنان ادامه پیدا کرد. به عنوان نمونه، اسپرنکل[۱۶] (۱۹۶۱)، آیرس[۱۷] (۱۹۶۳)، بونس[۱۸] (۱۹۶۴)، ساموئلسون (۱۹۶۵)، بومول[۱۹]، ملکیل[۲۰]، کواندت[۲۱] (۱۹۶۶) و چن[۲۲] (۱۹۷۰) همگی فرمول‌های ارزش‌گذاری با یک شکل کلی را ایجاد نموده‌اند. با این‌حال، مدل‌های استخراجی تماماً شامل یک یا چند پارامتر مبهم بوده که به‌کارگیری آنها را در عمل با مشکل مواجه می‌ساخت تا اینکه بلک، شولز و مرتون در سال ۱۹۷۳ مدل‌های خود را برای قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله ارائه دادند. مرتون در سال ۱۹۷۶ با تکمیل مدل اولیه خود، مدل دارای انتشار پرش را ارائه داد که چارچوب مدل پرش کلاسیک را با تبدیل پرش‌ها به پرش‌های پویا گسترش داد [۱].

در سال‌های بعد نیز حل عددی قیمت‌گذاری اختیار معامله با روش مونت کارلو توسط بویل[۲۳] در سال ۱۹۷۷ و شبکه‌های دوجمله‌ای توسط کاکس و راس و رابین اشتاین[۲۴] (۱۹۷۹) و تبدیلات سریع فوریه[۲۵] توسط کار و مادان[۲۶] توسعه پیدا کرد. همچنین روش تفاضلات محدود برای قیمت‌گذاری توسط برنان و شوارتز[۲۷] (۱۹۷۸) با حل معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی ارائه شد [۲۵].

هستون مدل خود را که یکی از پرکاربردترین مدل‌های با نوسانات تصادفی بوده و در کنار مدل دارای انتشار پرش مرتون، نقطه شروعی برای توسعه مدل‌های پیچیده‌تر است را در سال ۱۹۹۳ ارائه نمود. برای نمونه، کو[۲۸] (۲۰۰۱) مدل انتشار پرش نمایی مضاعف را ارائه نمود که در آن اندازه‌های پرش توزیع نمایی مضاعف دارند. همچنین سیبا و سانهالو[۲۹] (۲۰۱۵) در مقاله خود برای قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی از معادله یکپارچه دیفرانسیل جزئی (PIDE[۳۰]) در زمانی که سهام از فرآیند پرش انتشار پوآسون پیروی می‌کند، استفاده کردند [۲۵].

در زمینه تحقیقات تجربی صورت گرفته در خصوص اوراق اختیار معامله می‌توان به یی[۳۱] (۲۰۱۳) اشاره داشت که در مقاله خود عملکرد مدل نوسانات تصادفی هستون را با عملکرد مدل بلک- شولز مقایسه کرده که بر اساس آن عملکرد مدل نوسانات تصادفی هستون بهتر بوده است. در تحقیق دیگری، یانکوا[۳۲] (۲۰۱۸) چنین نتیجه‌گیری می‌کند که مدل‌هایی که نوسانات را به هر دو شکل ثابت و تصادفی در نظر می‌گیرند، در شرایط واقعی بازار خروجی بهتری داشته و قیمت‌گذاری دقیق‌تر و صحیح‌تری را ارائه می‌دهند. در پژوهش دیگری وو[۳۳] (۲۰۱۹) چنین نتیجه می‌گیرد که اگرچه زمانی که اوراق اختیار معامله به سررسید خود نزدیک می‌شود، مدل نوسانات تصادفی هستون نسبت به بلک- شولز بدتر عمل می‌کند، اما تقریباً در تمام سناریوهایی که می‌توان با ترکیب حالت‌های مختلف زمان سررسید وضعیت اوراق مشتقه ازلحاظ در سود یا ضرر[۳۴] بودن تصور کرد، مدل نوسانات تصادفی

هستون بهتر عمل می‌کند.

اگرچه در تحقیقات داخلی انجام شده تاکنون پژوهشی در خصوص اوراق اختیار معامله و بر اساس داده‌های واقعی داخلی انجام نشده است ولی تحقیقات متعددی که در آن به مباحث صرفاً نظری پرداخته یا از داده‌های خارجی استفاده شده است، وجود دارد. مثلاً مهر دوست و صابر (۱۳۹۲) اوراق اختیار معامله را با مدل هستون مضاعف با پرش قیمت‌گذاری نموده و در ادامه با تعیین تابع مشخصه فرآیند قیمت دارایی پایه در مدل جدید، فرمولی برای قیمت‌گذاری اختیار اروپایی تحت این مدل با استفاده از روش تبدیل فوریه سریع استخراج نمودند. در پژوهش دیگری، کاکه سور (۱۳۹۴) به مدل‌سازی نوسانات در قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله با فرمول بلک- شولز و مرتون پرداخته و در ادامه دو مدل از مدل‌های نوسانات تصادفی یعنی یک مدل از خانواده گارچ[۳۵] و مدل آندرسن برای قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله، شاخص S&P 100 و سهام DRYS استفاده کرده و چنین نتیجه می‌گیرد که بلک- شولز تعدیل یافته نسبت به مدل استاندارد آن عملکرد بهتری دارد. اسدی موسوی (۱۳۹۵) نیز از جهات نظری به ارزیابی روش‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات با روش درخت دوجمله‌ای و مدل بلک- شولز پرداخته است. در پایان‌نامه سمیعی ماچیانی (۱۳۹۷)، اوراق اختیار معامله خارجی بر روی دارایی پایه ارز بر اساس دو مدل انتشار-پرش نمایی مضاعف و نوسان پذیری تصادفی هستون مورد بررسی قرار گرفته و یک فرمول نیمه‌تحلیلی برای قیمت اختیار خرید ارز اروپایی ارائه شده است. جنابی (۱۳۹۸)، در پژوهش خود با بررسی خواص نظری مدل نوسانات تصادفی هستون، سعی در ارائه مدلی جدید نمود. وی با استفاده از داده‌های اوراق تبعی (و نه اوراق اختیار معامله عادی)، سعی نمود تا عملکرد مدل‌های مختلف در ارزش‌گذاری این اوراق را بررسی نماید و این در حالی است که اگر چه اوراق تبعی نوعی از اختیار فروش تلقی می‌گردند ولی ماهیتی متفاوت از اوراق اختیار معامله عادی دارند زیرا در دوره تحقیق این محقق (۱۳۹۱ تا ۱۳۹۶)، این اوراق به طور مجزا قابل معامله نبوده و صرفاً جهت حمایت از سهام مورد انتشار قرار می‌گرفتند. در پژوهشی دیگر، خلیلی در سال ۱۳۹۸ مبانی نظری قیمت‌گذاری اختیارهای آسیایی با کمک روش مونت کارلو را مورد بررسی قرار داده است و یا زیاری، (۱۳۹۹) در پژوهش خود به بررسی ویژگی‌های نظری مدل بلک- شولز، پرداخته و چنین نتیجه می‌گیرد که این مدل نمی‌تواند به درستی رفتار دینامیک یا تصادفی در تغییرات قیمت را پیش‌بینی یا توضیح دهد.

به طور کلی مرور پیشینه تحقیقات انجام شده حاکی از این امر است که عموماً مدل‌های هستون و مرتون نسبت به مدل بلک- شولز چه از جهت نظری و چه از جهت تجربی برتری داشته و خطای

کمتری از خود به نمایش می‌گذارد. همچنین بر اساس بررسی‌های انجام شده در تحقیقات داخلی، نمونه مشابهی که بر اساس داده‌های واقعی اوراق اختیار معامله در بازار سرمایه ایران (و نه بررسی صرفاً نظری یا بررسی بر اساس داده‌های خارجی یا اوراق مشابهی مانند اوراق تبعی و ...)، نسبت به ارزیابی عملکرد مدل‌های مختلف پرداخته باشد، یافت نشده و بر این اساس این پژوهش اولین تحقیق انجام شده در ایران در این خصوص است.

روش‌شناسی پژوهش

نتایج یافته‌های این پژوهش در انتخاب مناسب‌ترین مدل ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران کاربرد دارد که این نتایج می‌تواند مورد استفاده سرمایه‌گذاران قرار گیرد، بنابراین این پژوهش ازنظر هدف پژوهش، کاربردی است. این پژوهش با توجه به ماهیت داده‌های مورداستفاده از نوع کمی بوده و از آنجا که بدون تأکید بر علت‌یابی، تنها وضع موجود را بررسی می‌کند و به توصیف منظم وضعیت فعلی آن می‌پردازد، از نوع توصیفی می‌باشد.

انتخاب اوراق اختیار مورد بررسی، رویکرد غربالگری صورت پذیرفته است، به این شکل که از بین کلیه اوراق اختیار معامله مورد معامله در بورس اوراق بهادار تهران از ابتدای سال ۱۳۹۷ (که شاهد رشد نسبی گردش معاملاتی اوراق اختیار معامله بوده‌ایم) تا شهریور ماه سال ۱۳۹۹، تنها اوراقی که در هر بازه سه ماهه حداقل یک‌بار معامله شده و حداقل دارای ۵۰ داده معاملاتی بوده و دست کم در ۷۰ درصد از عمر اختیار مورد معامله قرار گرفته‌اند، انتخاب شدند که شامل ۳۴ ورقه اختیار معامله و ۲۲۹۱ داده مشاهداتی گردید. سپس در مورد هرکدام از اوراق اختیار معامله، از هشتاد درصد داده‌های موجود برای تخمین پارامترهای مجهول بهره گرفته شده و با استفاده از رویکرد پنجره تخمین غلطان رو به جلو[۳۶]، فرایند تخمین پارامترهای هر مدل تکرار و بر اساس پارامترهای تخمینی، ارزش اختیار معامله استخراج و با قیمت بازار روز بعد (رویکرد برون‌نمونه‌ای) مقایسه گردید تا میزان خطا مشخص شود.

به منظور استخراج داده‌های مرتبط با قیمت دارایی پایه، قیمت بازاری اوراق اختیار معامله، قیمت توافقی و زمان باقی‌مانده تا سررسید از سایت شرکت مدیریت فناوری بورس تهران استفاده شد. همچنین نرخ بازدهی بدون ریسک نیز بر اساس قیمت‌های اوراق اسناد خزانه اسلامی (با انتخاب اسناد خزانه دارای نزدیک‌ترین سررسید به سررسید هر اختیار معامله)، از سایت شرکت فرابورس ایران استخراج گردید.

در خصوص نحوه تخمین پارامترهای هر مدل باید گفت که بر خلاف مدل بلک- شولز که پارامتر نوسانات در آن به سادگی از طریق محاسبه انحراف معیار نمونه بازدهی لگاریتمی سهام پایه هر اختیار

معامله در هر دوره قابل استخراج است، تخمین پارامترهای دو مدل دیگر پیچیده‌تر است.

در مدل هستون، پنج پارامتر نوسان اولیه، نوسان بلندمدت، واریانس نوسان، همبستگی و سرعت بازگشت به میانگین نیازمند تخمین است که برای آن از روش کالیبراسیون استفاده شده است. هدف در استفاده از این روش، یافتن مجموعه پارامترهایی است که فاصله میان پیش‌بینی‌های مدل و قیمت‌های مشاهده‌شده در بازار را به حداقل برساند. بدین جهت با فرموله‌بندی کالیبراسیون مدل هستون در قالب یک مسئلهٔ بهینه‌سازی می‌توان پارامترهای مورد نظر را استخراج نمود [۳]. در این راستا با تعریف تابع هزینه زیر و کمینه‌کردن آن با روش حداقل مربعات غیرخطی، پارامترهای مورد نظر قابل استخراج است [۱۸]:

$$Cost\ Fumction = \sum_{i=1}^{N} [C_i^{Heston} - C_i^{market}]^2 \qquad \text{رابطه (۱۵)}$$

در این رابطه منظور از C_i^{Heston}، C_i^{market} و N به ترتیب، ارزش استخراجی برای ورقه اختیار معامله در روز i -ام از مدل هستون، قیمت ورقه اختیار در بازار در آن روز و تعداد داده‌ها است.

برای تخمین پارامترهای مدل دارای انتشار پرش مرتون، از آنجایی که این مدل برخلاف مدل هستون، تنها یک معادله دارد، تخمین پارامتر آن با روش‌های ساده‌تری قابل انجام است که در این پژوهش از روش تخمین حداکثر درست‌نمایی (MLE[۳۷]) استفاده شده است.

همانگونه که عنوان شد، هدف نهایی این پژوهش، مقایسه دقت سه مدل از مدل‌های قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله است. بدین منظور، ارزش پیش‌بینی شده توسط هر مدل برای هر اختیار معامله با قیمت بازاری آن اختیار مقایسه و جذر میانگین مربعات خطا[۳۸] (RMSE) برای هر یک از اوراق اختیار معامله تحت بررسی، بر اساس رابطه زیر استخراج شد:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{X_E - X_{Mkt}}{X_{Mkt}}\right)^2} \qquad \text{رابطه (۱۶)}$$

که در آن X_E و X_{Mkt} به ترتیب مقدار پیش‌بینی و مقدار واقعی ارزش اختیار معامله بوده و N نشان‌دهنده تعداد داده‌ها است. برای اجرای محاسبات مربوط به تخمین پارامترها و تعیین ارزش اوراق اختیار معامله نرم‌افزار متلب استفاده شده و مقایسه مقادیر RMSE در نرم‌افزار SPSS انجام شد.

یافته‌های پژوهش

آمار توصیفی متغیرهای پژوهش

در این بخش متغیرهای ورودی پژوهش از جهت توصیفی مورد بررسی قرار می‌گیرد. اطلاعات لازم در این خصوص در جدول زیر ارائه شده است:

جدول۱- آمار توصیفی متغیرهای ورودی

عنوان	قیمت اعمال (ریال)	قیمت دارایی پایه (ریال)	زمان تا سررسید (کسری از سال)	سود بدون ریسک (درصد)	قیمت اختیار معامله (ریال)	انحراف معیار سالانه بازدهی (درصد)
میانگین	۴۸۷/۷	۱۱/۰۱۰	۰/۱۴	۱۹/۸	۴/۵۳۸	۶۲/۶۰
کمترین	۵۰۰	۴۵۳	۰/۰۰	۱۹/۱	۱۴	۲۵/۶۲
بیشترین	۷۵۰/۲۹	۴۱/۱۹۱	۰/۲۱	۲۳/۳	۳۳/۶۶۳	۸۸/۴۵

بر اساس جدول ۱ و با مقایسه مقادیر میانگین قیمت اعمال و قیمت دارایی پایه مشاهده می‌گردد به طور متوسط اختیار معامله‌های مورد بررسی در سود بوده‌اند ولی تنها در حالت میانگین این موضوع صحیح بوده و نمونه تحت بررسی شامل اختیار معاملات در زیان نیز بوده است (که این امر با مقایسه کمترین مقادیر این دو متغیر قابل مشاهده است). متوسط زمان تا سررسید اوراق اختیار تحت بررسی ۰/۱۴ سال (معادل ۵۱ روز) بوده و سود بدون ریسک نیز در بازه ۱۹/۱ درصد تا ۲۳/۳ درصد در نوسان بوده و به طور متوسط ۱۹/۸ درصد بوده است. قیمت اوراق اختیار معامله مورد بررسی نیز بسیار متنوع بوده و از ۱۴ ریال تا ۳۳,۶۶۳ ریال در نوسان بوده است. در خصوص انحراف معیار بازدهی سهام پایه (که به صورت سالانه درامده است) نیز، ذکر این نکته ضروری است که این مقدار تنها پارامتر تخمینی لازم برای مدل بلک- شولز است که بر اساس محاسبات انجام شده به طور متوسط برابر ۶۲/۶ درصد بوده و بین ۲۵/۶۲ درصد تا ۸۸/۴۵ درصد در نوسان است..

نتایج تخمین پارامترها

در این بخش به بررسی نتایج تخمین پارامترهای هر مدل می‌پردازیم. در خصوص مدل بلک- شولز، از آنجایی که تنها پارامتر تخمینی لازم در آن، پارامتر نوسانات بازدهی سهام پایه بوده و این پارامتر در جدول مربوط به آمار توصیفی ارائه شده است، از ذکر مجدد آن خودداری خواهیم کرد و تنها پارامترهای دو مدل هستون و مرتون در جداول زیر ارائه و سپس مورد تحلیل قرار می‌گیرند.

جدول۲- نتایج پارامترهای تخمینی مدل هستون

عنوان	نوسان اولیه	نوسان بلندمدت	ضریب همبستگی	سرعت بازگشت به میانگین	نوسان نوسانات
میانگین	۲/۹۹	۲۲/۱۵	-۰/۵۳	۴/۴۳	۵/۱۷
کمترین	۰/۲۵	۰/۱۵	-۰/۹۴	۰/۰۵	۰/۴۰
بیشترین	۱۲/۳۶	۱۴۸/۸۰	۰/۲۵	۱۷/۴۷	۸۴/۶۶

در جدول ۲، در مدل هستون، نوسان اولیه و نوسان بلندمدت به طور متوسط به ترتیب برابر با ۲/۹۹ و ۲۲/۱۵ می‌باشد. به‌طور طبیعی همبستگی میان قیمت سهم و نوسانات آن منفی بوده که در داده‌های ما نیز این موضوع تصدیق شده و به طور میانگین برابر با ۰/۵۳- است. کمترین مقدار این پارامتر ۰/۹۴- است که بسیار به همبستگی کامل منفی نزدیک است. پارامتر سرعت بازگشت به میانگین نیز میانگینی برابر با ۴/۴۳ دارد. این عدد به این معناست که کمی کمتر از ۴/۵ روز طول می‌کشد تا نوسانات به مقدار میانگین بلندمدت خود یعنی ۲۲/۱۵ درصد بازگردد. بیشترین مقدار آن نیز در حدود ۱۷/۵ روز معاملاتی است.

جدول ۳- نتایج پارامترهای تخمینی مدل دارای پرش مرتون

عنوان	میانگین انتشار	انحراف معیار انتشار	تعداد پرش در هر سال	میانگین پرش	انحراف معیار پرش
میانگین	-۰/۰۱۸	۰/۰۸۵	۰/۱۵۹	-۰/۰۶۱	۰/۰۱۵
کمترین	-۰/۳۹۶	۰/۰۱۲	۰/۰۰۰	-۲/۳۲۹	۰/۰۰۱
بیشترین	۰/۱۵۱	۰/۳۶۸	۰/۷۴۶	۰/۶۲۱	۰/۰۸۵

در جدول ۳، در مدل دارای انتشار پرش مرتون نیز میانگین و انحراف معیار پرش به طور متوسط به ترتیب برابر با ۰/۰۶۱- و ۰/۰۱۵ می‌باشد. تعداد متوسط پرش‌ها در هر روز برابر با ۰/۱۵۹۴ است و به عبارت بهتر، هر ۶/۲ روز، یکبار شاهد پرش قیمت هستیم که اندازه آن به طور متوسط منفی بوده و به طور متوسط برابر ۰/۰۶۱- است.

مقایسه دقت مدل‌ها

همانطور که بیان شد آخرین مرحله از تحلیل داده‌ها، مقایسه دقت مدل‌ها در ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله است که بر اساس محاسبه مقدار جذر میانگین مربعات خطای هر مدل برای هر اختیار معامله و مقایسه مقادیر آنها با استفاده از آزمون مقایسات زوجی صورت می‌پذیرد. جهت ارائه نتایج این بخش، در ابتدا مقادیر میانگین RMSE هر مدل در جدول شماره ۴ ارائه شده و سپس در جدول شماره ۵، نتایج مقایسه زوجی انجام شده ارائه شده است.

جدول۴- میانگین مقدار RMSE هر مدل

نام مدل	میانگین RMSE
مدل بلک- شولز	۰/۴۹
مدل هستون	۰/۵۲
مدل دارای پرش مرتون	۰/۶۶

همانطور که در جدول ۴ مشخص است، مقدار خطای مدل بلک- شولز از دو مدل دیگر کمتر بوده و مقدار آن برابر با ۰/۴۹ می‌باشد. خطای مدل هستون در ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران برابر با ۰/۵۲ بوده و خطای مدل دارای پرش مرتون نیز برابر با ۰/۶۶ می‌باشد که کمی از مدل خطای مدل هستون بیشتر است ولی این که این میزان اختلاف از جهت اماری نیز معنی-دار است یا خیر نیازمند بررسی بیشتر است که این مهم در جدول شماره ۵ انجام شده است.

جدول ۵- نتایج آزمون مقایسات زوجی خطای مدل‌ها

عنوان زوج	میانگین تفاوت‌ها	فاصله اطمینان ۹۵٪ برای اختلاف‌ها		سطح معناداری
		پایینی	بالایی	
خطای مدل بلک، شولز - خطای مدل هستون	-۰/۰۳۱	-۰/۱۴۱	۰/۰۷۸۷	۰/۵۶۸
خطای مدل هستون- خطای مدل دارای پرش مرتون	-۰/۱۴۵۶	-۰/۲۹۱۷	۰/۰۰۰۵	۰/۰۵۱
خطای مدل بلک، شولز - خطای مدل دارای پرش مرتون	-۰/۱۷۷	-۰/۲۶۲۳	-۰/۰۹۱۲	۰/۰۰۰

در جدول ۵، خطای هر یک از مدل‌ها به صورت دو به دو مورد مقایسه قرار گرفته است. بر اساس مقادیر سطح معنی‌داری، خطای دو مدل بلک- شولز و هستون تفاوت معنی‌داری ندارند ولی خطای دو مدل بلک- شولز و مرتون با یکدیگر به طور معنی‌داری متفاوت بوده و بر اساس مقدار منفی میانگین تفاوت‌ها که برای این دو مدل در جدول ارائه شده است، خطای مدل بلک- شولز از مرتون کمتر است. خطای دو مدل هستون و مرتون تا سطح اطمینان ۹۵ درصد نیز با یکدیگر متفاوت نیست ولی با افزایش سطح خطا به ۱۰ درصد (سطح اطمینان ۹۰ درصد)، خطای این دو مدل نیز متفاوت بوده و خطای مدل هستون از مرتون کمتر است.

نتیجه‌گیری و بحث

امروزه اوراق اختیار معامله اهمیت بسیار زیادی در بازار سرمایه داشته و می‌تواند در مدیریت ریسک شرکت‌ها، مؤسسات مالی و بهینه‌سازی پرتفوی نقش بسزایی را ایفا کنند. آمار معاملات اوراق اختیار معامله در بورس تهران نیز حاکی از رشد روزافزون حجم معاملات به ویژه از اواخر سال ۱۳۹۷

می‌باشد. با توجه به اهمیت ذکر شده و رشد گردش این اوراق در بازار سرمایه ایران، آگاهی از روش‌های ارزش‌گذاری صحیح اوراق اختیار معامله، فرصت‌های جذابی را برای سرمایه‌گذاران جهت کسب سود، ایجاد می‌نماید [۲۴].

بنابراین در این پژوهش سعی شده تا به سرمایه‌گذاران در انتخاب مدل مناسب ارزش‌گذاری کمک شود. به عبارتی هدف غایی انجام این پژوهش این است که سه مدل بلک-شولز (۱۹۷۳)، با نوسانات تصادفی هستون (۱۹۹۳) و دارای انتشار پرش مرتون (۱۹۷۶) با یکدیگر مقایسه شوند تا مناسب‌ترین آنها معرفی گردد. بدین منظور پس از معرفی آنها و مرور پیشینه تجربی مرتبط با آنها، با بهره‌مندی از داده‌های، پارامترهای هر مدل تخمین و خطای ارزش‌گذاری آنها محاسبه و مقایسه گردید.

نتایج این پژوهش نشان می دهد که علی‌رغم برتری تئوریک دو مدل هستون و مرتون نسبت به بلک- شولز و وجود شواهد تجربی متعدد در دیگر بازارها در این خصوص (مانند یی (۲۰۱۳)، یانکوا (۲۰۱۸)، وو (۲۰۱۹))، دقت ارزش‌گذاری مدل بلک- شولز از دو مدل دیگر از جهت مقداری بیشتر بود. البته زمانی که تفاوت دقت مدل‌ها از لحاظ معنی‌داری آماری بررسی گردید، مشخص شد دقت دو مدل بلک- شولز و هستون با یکدیگر تفاوتی ندارد ولی دقت مدل بلک- شولز به طور معنی‌داری از مدل مرتون بیشتر است. لذا به عنوان نتایج عملی این پژوهش، پیشنهاد می‌گردد سرمایه‌گذاران بازار اوراق اختیار معامله از مدل بلک- شولز برای ارزش‌گذاری این اوراق استفاده نمایند که هم از دقت بیشتری برخوردار است و هم اجرای آن نسبت به مدل هستون بسیار ساده‌تر است.

شاید بتوان مهمترین علت برتری مدل بلک- شولز نسبت به مدل مرتون (از لحاظ آماری) و مدل هستون (از جهت مقداری) را کثرت استفاده از این مدل در بین فعالان بازار به دلیل سادگی آن دانست. ذکر مجدد این نکته ضروری است که تخمین بلک شولز نسبت به دو مدل دیگر به ویژه هستون، بسیار ساده‌تر و با حجم داده‌های کمتری قابل اجرا است در حالی که محاسبات مدلی مانند مدل هستون به ویژه در زمان تخمین پارامترها بسیار پیچیده، زمانبر و نیازمند حجم بالای داده است.

همانند هر تحقیق دیگری، پژوهشگر این موضوع نیز با محدودیت‌ها و ملاحظاتی روبرو بوده است که این محدودیت‌ها و موانع می‌تواند بر نتایج تحقیق اثر بگذارد. بنابراین پژوهشگر موظف است تا حد امکان در جهت رفع محدودیت‌ها و موانع تلاش نماید. از جمله این محدودیت‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

عمق کم بازار در بخش مشتقات، از اصلی‌ترین محدودیت‌های این پژوهش بود که باعث شد داده‌های کمی برای انجام این پژوهش در دسترس باشد. از آذر ۱۳۹۵، این ابزار در بورس تهران

راه‌اندازی شده اما رشد معاملات آن از فروردین ۱۳۹۷ آغاز شده است. با توجه به این محدودیت، بازه زمانی تحقیق ۲.۵ ساله و از ابتدای سال ۱۳۹۷ تا پایان شهریور ۱۳۹۹ انتخاب شده است.

تعداد بسیار زیادی از نمادهای اوراق اختیار معامله، به دلیل قیمت توافقی نامناسب، دارای روزهای معاملاتی صفر یا کمتر از ۵ روز بودند که عملاً قابلیت استفاده از آن‌ها وجود نداشت.

از دیگر محدودیت‌های این پژوهش، عدم وجود بانک اطلاعاتی کامل و جامع برای استخراج داده‌های مربوط به اوراق اختیار معامله و همچنین پراکندگی اطلاعات بود که موجب زمان‌بر و دشوار شدن جمع‌آوری داده‌های پژوهش شد.

این پژوهش از نوع کاربردی است و در نگارش آن سعی شده که نتیجه در مجموعه‌های مختلف و گروه‌های سرمایه‌گذاری همچون سرمایه‌گذاران حقیقی، حقوقی و نهایتاً دانشجویان و پژوهشگران علاقه‌مند به موضوعات مرتبط با مشتقات، کاربرد داشته باشد. لذا در این زمینه پیشنهادهایی تهیه شده که در ذیل ارائه می‌گردد:

نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که علی‌رغم برتری نظری دو مدل نوسانات تصادفی هستون و دارای انتشار پرش مرتون نسبت به بلک- شولز و وجود شواهد متعدد تجربی در دیگر بازارها در این خصوص (مانند یی (۲۰۱۳)، یانکوا (۲۰۱۸)، وو (۲۰۱۹))، دقت ارزش‌گذاری مدل بلک- شولز از دو مورد دیگر از نظر مقدار بیشتر بود. لذا به عنوان نتایج عملی این پژوهش، پیشنهاد می‌گردد سرمایه‌گذاران بازار اوراق اختیار معامله از مدل بلک- شولز استفاده نمایند که هم از دقت بیشتری برخوردار است و هم اجرای آن نسبت به مدل هستون بسیار ساده‌تر است. شاید بتوان مهمترین علت برتری مدل بلک- شولز نسبت به مرتون (از لحاظ آماری) و هستون (از لحاظ مقداری) را کثرت استفاده از این مدل در بین فعالان بازار به دلیل سادگی آن دانست.

همچنین پیشنهاد می‌شود که مدل بهینه‌سازی و قیمت‌گذاری مستخرج از این پژوهش کد نویسی شده و در پلتفرم‌های داده‌یابی همانند ره‌آورد ۳۶۵، سیگما و بورس‌ویو قرار گیرد تا سرمایه‌گذاران بتوانند با داده‌های موجود در بازار قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله را با بهترین مدل معرفی‌شده در این پژوهش (بلک-شولز)، انجام دهند.

پیشنهاد می‌شود در سایت شرکت مدیریت فناوری بورس تهران[۳۹]، در صفحه نمادهای مربوط به اختیار معاملات، یک بخشی همانند بخش مرتبط با NAV ابطال صندوق‌های سرمایه‌گذاری قرار بگیرد و در آن ارزش هر اختیار در هرروز را با توجه بهترین مدل قیمت‌گذاری مستخرج از این پژوهش (بلک-شولز)، قرار گیرد تا سرمایه‌گذاران باتوجه به ارزش ذاتی آن اختیار اقدام به معامله کنند.

منابع

1) Asadi Mousavi, A. (2016). Performance Measure of Option Pricing with Binomial Model and Black Scholes Method. University of Science and Culture, Iran. (in Persian).

2) Black, F. & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. The Journal of Political Economy, 81(3), 637-654.

3) Crisostomo, R. (2014). An Analysis of the Heston Stochastic Volatility Model: Implementation and Calibration using Matlab. Commission National Del Mercado De Valores, Madrid.

4) Ghazavi, Z. & Botshekan, M. (2019). Investigating the Effect of Default Risk on Individual Stocks Returns using Stocks listed in Tehran Stock Exchange. Journal of Financial Management Perspective, (27), 133-168.

5) Gugole, N. (2016). Merton Jump-Diffusion Model Versus the Black and Scholes Approach for the Log-Returns and Volatility Smile Fitting. International Journal of Pure and Applied Mathematics, 109(3), 719-736.

6) Haddadi, M. R. & Nasrollahi, H. (2023). Comparison of Option Pricing with Stochastic Volatility in Heston and Heston Nandi Model. Financial Research Journal, 25(4), 577-595. (in Persian).

7) Haddadi, M. R. & Nasrollahi, H. (2024). The Effect of Skewness and Kurtosis on Option Pricing Under Non-Normal Distribution, Journal of Securities and Exchange, Summer, 17(66), 29-54. (in Persian).

8) Heston, S. L. (1993). A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options. The Review of Financial Studies, 6(2), 327-343.

9) Hull, J. C. (2018). Options, Futures, and Other Drivatives: Tenth edition, New York: Pearson education.

10) Jankova, Z. (2018). Drawbacks and Limitations of Black-Scholes Model for Options Pricing. Journal of Financial Studies & Research, 2018 (179814).

11) Jenabi, O. & Dahmarde Ghaleno, N. (2019). Subordinate Shares Pricing under Fractional-Jump Heston Model. Financial Research Journal, 21(3), 392-416. (in Persian)

12) Kakesour, SH. (2016). Option Pricing Using Black-Scholes, GARCH and Anderson Stochastic Volatility Models. Semnan University, Semnan, Iran. (in Persian)

13) Khalili, H. (2020). Asian Option Pricing Using Mont Carlo Methods. Quchan University of Technology, Quchan. (in Persian)

14) Kimiagari, A. M. & Afarideh Sani, E. (2009). Suggestion a Composed Option Pricing Model Based on Black-Scholes and Binomial Tree Models. International Journal of Industrial Engineering and Production Management, 19(4), 119-127. (in Persian)

15) Kou, S. G. (2001). A Jump Diffusion Model for Option Pricing. Columbia University, New York.

16) Mehrdoust F. & Saber, N. (2014). The Option Pricing Under Double Heston Model with Jumps. Department of Applied Mathematics, 3(2): 45-60. (in Persian)

17) Merton, R. C. (1976). Option Pricing When Underlying Stock Returns Are Discontinuous. Journal of Financial Economics, 3(1-2), 125-144.

18) Moins, S. (2002). Implementation of a simulated annealing algorithm for Matlab. Linkoping Institute of Technology, 581(83).

19) Nabavi Chashmi, A. & Ghasemi Chali, J. (2013). Develop a Strategy to Hedge the Risk of Interest Rate Fluctuation Based on the Rho Parameter. Third Conference on Financial Mathematics and Applications, Semnan. (in Persian)

20) Nanva Savojbolaghi, Zh.; Mohamadi, D.; Shokri, N. & Mohamadi, E. (2024). Identification and analysis of factors affecting the valuation error of option contract in the Black-Scholz-Merton model, Budget and Finance Strategic Research, 5(4), 73-91. (in Persian).

21) Neisy, A. & Peymany, M. (2018). Financial Modeling Using Matlab. University of Allameh Tabataba'I, Iran. (in Persian)

22) Peymany, M., Amiri, M., & Sokout, S. M. (2023). Option Pricing Using Stochastic Interest Rate in Tehran Stock Exchange. Journal of Financial Management Perspective. (in Persian)

23) Rafiee, M., Hesarzadeh, R., & Nasirzadeh, F. (2020). The impact of Tedan system analytical reports on the informational efficiency of Tehran Stock Exchange, Journal of Financial Management Perspective, 10(32), 109-130. (in Persian)

24) Ramezani, A. (2018). Pricing of Financial Derivatives Using Particle Swarm Optimization Algorithm with Emphasis on American and European Options. Damghan University, Iran. (in Persian)

25) Samii Machiani, R. (2018). The Option Pricing Under Double Heston Model (CIR) with Exponential Jumps. Gilan University, Iran. (in Persian)

26) Sayyah, S, & Saheh Ababdi, A. (2018). Fundamental of Futures and Options Markets. Tehran, Bourse Publication. (in Persian)

27) Shojaeimanesh, L. (2012). The Evaluation of American Option Prices Under Stochastic Volatility and Jump-Diffusion Dynamics Using the Method of Lines. University of Allameh Tabataba'I, Iran. (in Persian)

28) Wu, H.F. (2019). From Constant to Stochastic Volatility: Black Scholes Versus Heston Option Pricing Models. Senior Project, Bard College, New York.

29) Ye, Z. (2013). A Jump Diffusion Model for Option Pricing. University of Waterloo, Ontario.

30) Ziari, S. (2020). Stochastic Model for Option Pricing. Semnan University , Iran. (in Persian)

یادداشت‌ها

1 Black and Scholes and Merton
2 Geometric Brownian Motion
3 Fat Tail
4 Heston
5 Merton
6 Drivatives
7 Exercise Price (Strike Price)
8 Arbitrage
9 Ito’s lemma
10 Volatility Clustering
11 Volatility Smile
12 Fourier Transform
13 Poisson Process
14 Bachelier
15 Samuelsson
16 Sprenkle
17 Ayres
18 Boness
19 Baumol
20 Malkiel
21 Quandt
22 Chen
23 Boyle
24 Cox and Ross and Rubinstein
25 Fast Fourier Transform
26 Carr and Madan
27 Bernnan and Schwarts
28 Kou
29 Siba and Sunhaloo
30 Partial Integral Differential Equation
31 Ye
32 Jankova
33 Wu
34 Moneyness
35 Garch
36 Forward Rolling Window Approach
37 Maximum Likelihood Estimation
38 Root Mean Square Error
39 www.tsetmc.com

Performance Comparison of Option Pricing Models in Tehran Stock Exchange

Sara Malekmohamadi[1]
Moslem Peymany[2]
Mostafa Sargolzaei[3]

Receipt: 07/08/2024 **Acceptance: 28/01/2025**

Abstract

The aim of this study is to compare the performance of three commonly used option pricing models—namely the Black-Scholes model, the Heston stochastic volatility model, and the Merton jump-diffusion model—within the context of the Tehran Stock Exchange. For this purpose, a set of traded options was selected through a screening process based on specific liquidity and trading criteria. The parameters for each model were estimated using a forward rolling window method along with calibration and maximum likelihood estimation techniques. Then, option values were calculated for each model and compared to actual market prices to assess the models' accuracy using the Root Mean Squared Error (RMSE) metric. The findings show that despite its simplicity, the Black-Scholes model outperformed the other two models in terms of quantitative accuracy. The difference in accuracy between Black-Scholes and Merton was statistically significant, while the difference between Black-Scholes and Heston was not statistically significant. Due to its ease of implementation, lower data requirements, and faster computational process, the Black-Scholes model is recommended for pricing options in Iran's capital market .This study faced limitations such as limited market depth in the derivatives segment, restricted access to historical data, and the absence of a comprehensive centralized database for option contracts. Nevertheless, it is the first empirical study in Iran to assess the performance of these pricing models using real market data from the local derivatives market. The results of this research can be useful for individual and institutional investors, portfolio managers, financial analysts, and researchers interested in derivatives. Ultimately, the findings offer practical insights for selecting the most suitable pricing model and improving decision-making processes in the context of option valuation.

Keywords

Black–Scholes; Heston Stochastic Volatility; Merton Jump Diffusion, Pricing, Options.

1-Department of Finance and Banking, Faculty of Management and Accounting, Allameh Tabatabaei University, Tehran, Iran. (Corresponding Author) saramalekmohamadi@yahoo.com
2-Department of Finance and Banking, Faculty of Management and Accounting, Allameh Tabatabaei University, Tehran, Iran. M.Peymany@atu.ac.ir
3-Department of Finance and Banking, Faculty of Management and Accounting, Allameh Tabatabaei University, Tehran, Iran. Mostafa.sargolzaei@atu.ac.ir