فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی و نهم / تابستان ۱۳۹۸

تخمین احتمال زیان سبد اعتباری با روش مجانبی دقیق با استفاده از مدل متغیرهای پنهان

محمدرضا حدادی[۱]
رضا معبودی[۲]
سعیده فلاحیان[۳]

تاریخ دریافت مقاله : ۹۷/۰۹/۲۷ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۸/۰۱/۲۷

چکیده

هدف پژوهش به‌دست آوردن احتمال ضرر خیلی زیاد برای یک سبد اعتباری در یک افق زمانی ثابت و محاسبه‌ی میزان ضرر این سبد در بدترین حالت ممکن (نکول همه‌ی مشتریان) است. برای این منظور از رویکرد تابع مفصل استفاده می‌شود. تابع مفصل ابزار جدیدی است که دقت محاسبه‌ی این احتمال را افزایش می‌دهد. مفصل گاوسی نمی‌تواند وابستگی فرین میان اعضای سبد را الگوسازی کند. به‌همین علت در این مقاله از روش تی-مفصل به‌عنوان یک الگوی جایگزین استفاده شده‌است. الگوی مبتنی بر تی – مفصل بر خلاف روش مفصل نرمال، وابستگی نهایی بین متغیرها را پشتیبانی می‌کند. ساختار یک توزیع چند متغیره‌ی t، نسبتی از یک توزیع نرمال چندمتغیره بر روی ریشه‌ی دوم یک متغیر عددی کای دو است که اگر مخرج توزیع مقادیر نزدیک به صفر را اختیار کند، مختصات بردار مربوطه متغیر تصادفی دارای توزیع t، می‌تواند جنبش‌های مشترک بزرگ را ثبت کند. متغیر تصادفی کای دو نقش « شوک شایع مشترک» را بازی می‌کند. پژوهش حاضر با استفاده از روش متغیرهای پنهان احتمال غیرقابل چشم پوشی زیان برای یک سبد ناهمگن تسهیلات اعطایی متشکل از ۲۵۰ وام-گیرنده را محاسبه کرده‌است. برای این منظور بر اساس نوع وام دریافتی وام‌گیرندگان در سه گروه تقسیم‌بندی شده‌اند. با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو احتمال زیان این سبد برآورد شده، سپس میزان مانده در نکول هر گروه ازوام‌گیرنده‌ها و میزان کل زیان در معرض نکول محاسبه شده‌اند. یافته‌ها نشان دادند با در نظر گرفتن درجه آزادی ۲ برای توزیع تی استیودنت مربوط به بردار متغیرهای پنهان، بیشترین احتمال زیان سبد اعتباری برابر ۱۱۰۱/. بوده‌است.

کلمات کلیدی

احتمال نکول، تابع مفصل، ریسک اعتباری، شبیه‌سازی مونت کارلو، متغیرهای پنهان.

۱ استادیار گروه آموزشی ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آیت الله بروجردی، استان لرستان،شهرستان بروجرد
haddadi.math@gmail.com
۲ استادیار گروه اقتصاد، دانشکده علوم انسانی، دانشگاه آیت الله بروجردی، استان لرستان، شهرستان بروجرد
maaboudi@abru.ac.ir
۳ دانشجوی کارشناسی ارشد رشته ریاضی مالی، گروه آموزشی ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آیت الله بروجردی، استان لرستان، شهرستان بروجرد (نویسنده مسئول) fallahyan72.s@gmail.com

مقدمه

بخش عمده‌ای از مراودات بانک‌ها در جهان از طریق ارائه تسهیلات مالی به مشتریان صورت گرفته‌است. در ایران این موضوع از حساسیت بیشتری برخوردار است زیرا ساختار کلی بانک‌ها نوعی وابستگی به دولت را ایجاد می‌کند و الزام آن‌ها به ارائه‌ی تسهیلات مختلف به افراد بدون شناخت کافی از توانایی مالی و عملکرد گذشته متقاضیان، برای بانک‌ها مشکلات عدیده‌ای از جهت بازپرداخت اصل و فرع تسهیلات را موجب شده‌است. ریسک عدم دریافت اصل و فرع تسهیلات مالی در واقع همان ریسک اعتباری است که بانک‌ها با آن مواجه هستند. از آنجاییکه اکثر موسسات مالی در معرض ریسک اعتباری قرار دارند، اندازه‌گیری و مدیریت این ریسک توسط بانک‌ها و موسسات مالی ضروری و مهم است. بانک‌ها برای اندازه‌گیری و مدیریت ریسک اعتباری به اندازه ریسک نیاز دارند. در این راستا از اساسی‌ترین مسائل مرتبط با ریسک اعتباری به‌دست آوردن توزیع ضرر ناشی از نکول وام‌گیرنده‌ها در سبد اعتباری است. مدل‌سازی وابستگی بین اعضای سبد اعتباری، ارزیابی تاثیر این وابستگی در احتمال رخداد هم‌زمان چند نکول و در نتیجه ضرر خیلی بزرگ بیشترین اهمیت را در به دست آوردن این توزیع دارد. بنابراین برای رسیدن به توزیع ضرر سبد اعتباری باید نکول‌های به هم وابسته الگوسازی شوند. مدل‌های موجود برای الگوسازی نکول‌های وابسته به دو دسته تقسیم می‌شوند: مدل متغیرهای پنهان و مدل مخلوط. در مدل‌های مخلوط احتمال‌های نکول به مجموعه‌ای از عوامل مستقل از هم و و هم‌توزیع وابسته است. یعنی اگر Y_i مشخصه‌ی نکول باشد، و $P(Y_i = ۱) = p_i$، p_i ها به مجموعه‌ای از عوامل مستقل از هم و هم‌توزیع وابسته‌اند. بنابراین وابستگی میان متغیرهای نکول از وابستگی میان احتمال‌های نکول، ناشی می‌شود. مدل مخلوط شامل مدل مخلوط دوجمله‌ای مدل مخلوط پواسن است. در مدل متغیرهای پنهان، یک وام گیرنده زمانی نکول می‌کند که یک متغیر پنهان که اغلب ارزش دارایی شرکت وام گیرنده در نظر گرفته می‌شود، از یک آستانه‌ی مناسب مثلا میزان بدهی شرکت وام گیرنده کمتر شود. در این مدل متغیر پنهان به تعدادی عامل مستقل از هم و هم‌توزیع وابسته است و وابستگی میان نکول‌ها از وابستگی میان متغیرهای پنهان ناشی می‌شود. تابعی که وابستگی بین متغیرهای پنهان را نشان می‌دهد، تابع مفصل نامیده می‌شود. عامل اصلی ضرر خیلی زیاد در یک سبد اعتباری رخداد همزمان تعداد زیادی نکول است که از آن تحت عنوان ریسک اعتباری فرین نام برده می‌شود. می‌توان این وابستگی فرین را با استفاده از یکی از انواع مدل‌ها مفصل برای محاسبه‌ی ریسک رخداد هم‌زمان تعداد زیادی نکول الگوسازی کرد. بنابراین توزیعی برای

متغیرهای پنهان انتخاب می‌شود که در آن متغیرها می‌توانند به‌طور هم‌زمان مقادیر خیلی زیاد (یا خیلی کم) را با احتمال قابل توجه اختیار کنند. در این زمینه الگوی تی مفصل یکی از انواع الگوهای کاربردی است که در آن بردار متغیرهای پنهان دارای توزیع چند متغیره‌ی تی-استیودنت است. با توجه به توضیحات فوق پژوهش حاضر با استفاده از روش متغیرهای پنهان یک سبد اعتباری ناهمگن را مورد ارزیابی قرار داده است. منظور از سبد اعتباری ناهمگن سبدی است که در آن وام‌گیرنده‌ها از اعتبار یکسانی برای دریافت وام برخوردار نیستند. همچنین برای برآورد احتمال زیان سبد اعتباری از روش مجانبی استفاده شده است. در نظر گرفتن وابستگی بین نکول وام‌گیرندگان در یک سبد اعتباری تاثیر بسزایی در محاسبه‌ی میزان ضرر آن دارد. مزیت استفاده از روش متغیرهای پنهان آن است که در این روش نکول‌های به هم وابسته به‌خوبی الگوسازی شده‌اند.

در ادامه، پس از معرفی ادبیات موضوع و پیشینه پژوهش در بخش دوم مرور می‌شود. بخش سوم به روش‌شناسی پژوهش به‌منظور الگوسازی و اندازه‌گیری ریسک اختصاص دارد. بخش چهارم یافته‌های حاصل از محاسبات و نتایج عددی را تبیین می‌کند. بخش پایانی مقاله به نتیجه‌گیری و بیان پیشنهادات می‌پردازد.

ادبیات موضوع

به‌طور کلی ریسک‌ها در صنعت بانکداری به دو گروه عمده ریسک‌های مالی و غیر مالی تقسم می‌شوند. ریسک مالی شامل ریسک بازار، اعتباری و نقدینگی و ریسک غیر مالی شامل ریسک عملیاتی، مقررات و قانون است. در ادامه به بیان تعاریف هریک از این ریسک‌ها پرداخته شده است.

ریسک اعتباری: ریسک اعتباری به صورت زیان رویدادهایی ناشی از نکول وام گیرندگان و یا رویدادهایی که باعث افول کیفیت اعتباری وام گیرندگان می‌شود، تعریف می‌گردد. در این تعریف ساده ریسک‌های متعددی پنهان است. این ریسک نتیجه‌ی عدم اطمینان نسبت به توانایی متقاضی در بازپرداخت تسهیلات (تغییرات در شرایط مالی) یا عدم تمایل متقاضی برای عمل به تعهدات مندرج در قرارداد وام (بازپرداخت تسهیلات) است. در تعریفی دیگر ریسک اعتباری عبارت است از احتمال تعویق، مشکوک‌الوصول بودن یا عدم وصول اصل و سود تسهیلات مالی که در غالب تسهیلات به متقاضیان ارائه می‌گردد(جماعت و عسگری(۱۳۸۹). ریسک عملیاتی: درباره‌ی ریسک عملیاتی با صراحت می‌توان گفت که تا کنون هیچ تعریف عمومی و کارشناسی از آن وجود ندارد. این موضوع به طبیعت ریسک عملیاتی و همچنین گستره‌ی گسترده‌ی آن باز می‌گردد. اتحادیه‌ی بانکداران بریتانیا در سال ۱۹۹۷، تعریفی از ریسک عملیاتی ارائه داده است که این ریسک را مرتبط

با خطای انسانی (مانند کلاهبرداری)، عوامل خارجی (مانند بلایای طبیعی و حملات تروریستی)، و عواملی که منشا بانکی ندارند (مانند قیمت گذاری)، می‌دانند. طبق آخرین تعریف کمیته‌ی بال در سال ۲۰۰۴ این ریسک عبارت است از: زیان ناشی از فرایندهای نامناسب داخلی، وقایع خارجی، اشتباهات سیستمی و خطاهای انسانی. پیامدهای این ریسک به‌صورت زیان‌های مالی و ضربه‌زدن به شهرت موسسه‌ی مالی یا بانک تظاهر می‌یابد. ریسک بازار: ریسک بازار ناشی از نوسان نرخ‌ها یا قیمت‌های بازار، مانند نرخ بهره، نرخ ارز، قیمت سهام و قیمت کالاها و تاثیر معکوس آن‌ها بر ارزش اقلام داخل و خارج ترازنامه‌ی موسسات مالی به وجود می‌آید، که این تاثیرات به طور عمده منجر به کاهش درآمد و سرمایه می‌شوند. ریسک نقدینگی: ریسک نقدینگی عبارت است از احتمال ناتوانی در تامین منابع نقدی برای انجام تعهدات ناشی از برداشت‌های پیش‌بینی نشده‌ی سپرده‌گذاران که بانک را وادار به فروش ارزان دارایی‌ها یا اخذ وام‌های سنگین برای تامین آن‌ها می‌کند که در غیر اینصورت نهاد مالی دچار ضرر و زیان می‌شود. از شاخص‌های هشداردهنده‌ی ریسک نقدینگی می‌توان به کاهش کیفیت پرتفولیوی اعتباری بانک، بالا بودن حجم ریسک اقلام ترازنامه و... اشاره کرد (طالبی ۱۳۹۰).

اندازه‌های ریسک

هدف از مدیریت ریسک اعتباری، ارزیابی و بهینه سازی ریسک سبد اعتباری است. برای مدیریت و اندازه‌گیری ریسک یک سبد اعتباری دو اندازه‌ی ریسک ارزش در معرض ریسک و کسری مورد انتظار ابزارهای پرکاربرد می‌باشند. فرض کنید L یک متغیر تصادفی روی فضای احتمال (Ω, P) باشد که در آن L ضرر یک سبد اعتباری در افق زمانی ثابت T است. ارزش در معرض ریسک در سطح α را با VaR_α نمایش داده و به صورت زیر تعریف شده است:

$$VaR_\alpha(L) := \inf\{x \in R; P(L > x) \leq ۱ - \alpha\} = \inf\{x \in R; E[I\{L > x\}] \leq ۱ - \alpha\},$$

که در آن E امید ریاضی نسبت به اندازه احتمال P و $I\{L > x\}$ تابع مشخصه‌ی پیشامد $\{L > x\}$ است. بنابراین، VaR یا ارزش در معرض ریسک، ضرر سبد در سطح α است. سطح اطمینان ضرر معمولا $\alpha = ۰/۹۵$ یا $\alpha = ۰/۹۹$ انتخاب می‌شود. برای محاسبه‌ی VaR_α، برای هر x، باید $P(L > x)$ را محاسبه کرد. محاسبه‌ی دقیق این اندازه وقتی اندازه‌ی سبد بزرگ است سخت و پیچیده است.

کسری مورد انتظار: این اندازه به نام‌های دیگری میانگین ضرر مازاد، ارزش در معرض مخاطره‌ی شرطی یا ارزش در معرض مخاطره در دم شناخته می‌شود. کسری مورد انتظار در سطح α را با ES_α نشان داده و به صورت زیر تعریف شده است:

$$ES_\alpha(L) := \frac{1}{1-\alpha}\int_u^1 VaR_u(L)du.$$

مدل متغیرهای پنهان

فرض کنید متغیر تصادفی S_i ، $(i = 1:n)$ شاخص وضعیت وام گیرنده‌ی i-م در زمان T است و مقادیر صحیح $\{0,1,\dots,m\}$ را که بیانگر رتبه‌ی وام‌گیرنده است، اختیار می‌کند. اگر فرض شود که تنها دو حالت نکول و عدم نکول برای هر وام وجود دارد، یعنی:

$$Y_i = 1 \Leftrightarrow S_i = 0 , Y_i = 0 \Leftrightarrow S_i > 0.$$

فرض کنید $X = (X_1,\dots,X_n)$ یک بردار تصادفی n-بعدی با تابع‌های توزیع حاشیه‌ای پیوسته‌ی $F_i(x) = P(X_i \le x_i)$ باشد. برای $i \in \{1,\dots,n\}$ دنباله‌ی زیر را در نظر بگیرید

$$-\infty = D^i_{-1} < D^i_0 < \cdots < D^i_m = \infty,$$

که یک دنباله از سطوح برشی است و فرض می‌شود:

$$S_i = j \Leftrightarrow X_i \in (D^i_{j-1}, D^i_j] \quad j \in \{0,1,\dots,m\}, i \in \{1,\dots,n\}.$$

در اینصورت $(X_i, (D^i_j) - 1 \le j \le m)_{1\le i\le n}$، یک مدل متغیر پنهان برای بردار وضعیت $S = (S_1,\dots,S_n)$ است.

در این مدل P_iها معلوم و X_iها که متغیر پنهان هستند، به مجموعه‌ای از عوامل مستقل از هم و هم توزیع (مانند عوامل سیاسی، جغرافیایی و...) وابسته اند(قربانلو ۱۳۹۰).

توابع مفصل

مطالعه‌ی مفصل‌ها و کاربرد آن‌ها در آمار، یک پدیده‌ی نسبتا مدرن است. واژه‌ی مفصل اولین بار در علم آمار و ریاضی توسط اسکلار (۱۹۵۹)، به عنوان توابع متصل کننده توابع توزیع حاشیه‌ای یک بعدی به منظور تشکیل توابع توزیعی توام چند متغیره، معرفی شدند. به‌طور کلی مفصل یک تکنیک ریاضی انعطاف پذیر است که مجموعه‌ای از توابع احتمال تجمعی حاشیه‌ای تک متغیره را به یکدیگر متصل و یک تابع احتمال تجمعی چند متغیره را تولید می‌کند. در واقع مفصل مبتنی بر ارتباط و وابستگی غیر خطی بین متغیرها بوده و پیوند دهنده‌ی توزیع توام و توابع حاشیه‌ای است.

واژه‌ی مفصل از دو منظر قابل تفسیر است. از یک نگاه مفصل تابعی است که تابع توزیع توام را به توابع توزیع کناری آن مرتبط می‌سازد و از نگاه دیگر مفصل یک تابع توزیع چند متغیره است که حاشیه‌های تک بعدی آن، روی بازه‌ی $(۰,۱)$ یکنواخت می‌باشد(نلسن۱۹۹۹). اسکلار نشان داد که برای هر تابع توزیع n بعدی، F می‌تواند به صورت رابطه‌ی زیر باشد.

$$F(x_۱,\dots,x_n)=C\big(F_۱(x_۱),\dots,F_n(x_n)\big) \qquad (۱)$$

$F_۱,\dots,F_n$ توابع توزیعی حاشیه‌ای هستند. اگر این توابع پیوسته باشند یک تابع مفصل به نام C وجود دارد که بصورت رابطه‌ی زیر بیان می‌شود.

$$C(u_۱,\dots,u_n)=F\big(F_۱^{-۱}(u_۱),\dots,F_n^{-۱}(u_n)\big),\quad ۰\le u_۱,\dots,u_n\le ۱ \qquad (۲)$$

که در آن $(F_۱^{-۱}(u_۱),\dots,F_n^{-۱}(u_n))$ تابع توزیع در مقابل تابع حاشیه‌ای می‌باشد.(امیدی ۱۳۸۶)

تعریف: یک تابع مفصل n بعدی یک تابع توزیع چند متغیره، C، با توزیع‌های حاشیه‌ای یکنواخت در $[۰,۱]$ که دارای ویژگی‌های زیر است:

الف: $C:[۰,۱]^n\to[۰,۱]$

ب: C جهت‌دار و n صعودی است

ج: C دارای حاشیه‌های C_i است که برای همه‌ی $u\in[۰,۱]$،

$$C_i(u)=C(۱,\dots,u,۱,\dots)=u$$

تعیین ساختار وابستگی بین متغیرها یکی از موضوعاتی است که بطور گسترده در تئوری احتمال و آمار مورد استفاده قرار می‌گیرد، تا جاییکه بدون در نظر گرفتن نوع وابستگی متغیرها مدل‌بندی مقدور نمی‌باشد. یکی از فرض‌هایی که اغلب در مسائل و مدل‌های آماری مورد استفاده قرار می‌گیرد، فرض استقلال متغیرها است که بیشتر برای راحتی محاسبات نظری در نظر گرفته می‌شود. اما علوم جدید و تکنولوژی روز در برخورد با مسائل طبیعی به این نتیجه رسیده است که نمی‌توان در تفسیر هر پدیده‌ای بر اساس فرض‌های موجود عمل نمود، بلکه برای تحلیل یک پدیده‌ی مرتبط با عامل‌های وابسته بایستی ابزارهای برای اندازه‌گیری وابستگی آن‌ها نیز در نظر گرفته شود. توابع مفصل می‌توانند ساختار وابستگی بین متغیرها را بصورت یک مدل نشان دهند و علاوه بر آن بستری فراهم کنند که بر اساس آن بتوان رابطه‌ی بین متغیرها را مدل‌بندی کرد.

پیشینه پژوهش

مطالعات مختلفی در رابطه با تاثیر عوامل متفاوت بر قصور وام گیرندگان وجود دارند. پاره‌ای از این مطالعات به بررسی عوامل نکول وام‌های اعطا شده پرداخته‌اند. گروهی دیگر از مطالعات، به عدم توانایی دربازپرداخت دیون از جنبه پیش‌بینی عملکرد مالی شرکت‌های مورد بررسی تمرکز داشته‌اند. در بین مهم‌ترین مطالعات در حوزه‌ی نکول می‌توان به مطالعات آلتمن (آلتمن،۱۹۶۸)، اسپرینگت (اسپرینگت،۱۹۷۸)، بهر و همکاران(۲۰۰۴) اشاره کرد. سیمون و رالوس (۲۰۰۹) برای تخمین احتمالات نکول از الگویی بر پایه‌ی کلان اقتصادی استفاده کردند. در این پژوهش برای در نظر گرفتن وابستگی بین نکول مشتریان بانکی از تابع مفصل استفاده شده است. واژه‌ی مفصل اولین بار در علم آمار و ریاضی توسط اسکلار (۱۹۵۹) به‌عنوان توابع متصل کننده توابع توزیع حاشیه‌ای یک بعدی به منظور تشکیل توابع توزیعی توام چند متغیره معرفی شد. بعد از او به دلیل اهمیتی که این تابع در نمایش ساختار وابستگی متغیرها داشت توسط سایر نویسندگان مورد توجه قرار گرفت. اولین مقاله در مورد مفصل توسط شوایزر و ولف (۱۹۸۱)، با عنوان وابستگی بین متغیرهای تصادفی منتشر شد. ویژگی‌های تابع مفصل توسط جو در سال ۱۹۹۷و نلسن در سال ۱۹۹۹ توسعه یافت. تانگ(۱۹۸۰)، هاتچینگ و لای (۱۹۹۰) و جو (۱۹۹۷) ویژگی‌های وابستگی بین متغیرها را بطور کامل مورد بحث و بررسی قرار دادند. مفاهیم مربوط به وابستگی درجه دوم برای اولین بار توسط لهمن (۱۹۶۶) ارائه شد. جو(۱۹۹۷) و چروبینی(۲۰۰۴) خانواده‌های توابع مفصل پر کاربرد را مورد بررسی قرار دادند. نلسن(۱۹۹۹) روش‌های مهم ساخت توابع مفصل و طیف وسیع‌تری از خانواده‌های آن‌ها را که توسط محققین در زمینه‌های مختلف به‌کار گرفته شده بودند جمع‌آوری کرد. گلاسرمن و لی(۲۰۰۳) برای به دست‌آوردن احتمال ضرر خیلی زیاد یک سبد همگن(سبد همگن سبدی است که اعضای آن اعتبار یکسانی دارند) از روش مجانبی(یعنی مقدار حدی این اندازه‌ها) استفاده کردند. در مطالعات بعدی مدل متغیرهای پنهان با ساختارهای غیر نرمال توسط فری، مک نیل و نی فلر(۲۰۰۱) و فری و مک نیل(۲۰۰۳) مورد مطالعه قرار گرفت. مروری بر مطالعات انجام گرفته در رابطه با پیش‌بینی احتمال نکول نشان‌می‌دهند که عوامل موثر بر عملکرد اعتباری شرکت‌ها هم تابعی از ویژگی‌های مالی و هم تابعی از ویژگی‌های مدیریتی آن‌ها می‌باشد(محتشمی و همکاران، ۱۳۸۴). عیسی زاده و منصوری (۱۳۸۸) در مطالعه خود با هدف ارائه الگویی که بتواند ریسک و ظرفیت اعتباری مشتریان را به نحو مناسبی تعیین کند. همچنین با استفاده از مدل شبکه‌های عصبی و اطلاعات ترازنامه‌ای مشتریان بانک تجارت، مدلی

برای محاسبه‌ی ریسک و ظرفیت اعتباری مشتریان ارائه کردند. همتی و محبی نژاد(۱۳۸۶) با استفاده ازآنالیز واریانس به مقایسه‌ی نوسان‌پذیری ریسک اعتباری بانک‌ها، بین بانک‌های مختلف و در طی دوره‌ی زمانی ۸۵-۱۳۷۸ پرداختند. نتایج حاصل از این بررسی نشان داد نوسان‌ها و تفاوت ریسک اعتباری بانک‌ها در بین بانک‌های مختلف چشم‌گیر نیستند.

روش‌شناسی پژوهش، الگوسازی و اندازه‌گیری زیان سبد

جامعه و نمونه آماری

جامعه آماری پژوهش حاضر بانک مهر اقتصاد است. به‌منظور محاسبه‌ی احتمال زیان سبد اعتباری مشتریان بانک مهراقتصاد از اطلاعات و داده‌های مربوط به ۲۵۰ نفر از مشتریان اعتباری بانک که در سال ۱۳۹۶ وام اخذ کرده‌اند، استفاده شده‌است. انتخاب نمونه تصادفی است و در برگیرنده افرادی است که در طی دوره مورد نظر وام اخذ کرده و پرونده اطلاعات و آماری آن‌ها کامل بوده‌است. پژوهش حاضر از نظر جمع‌آوری داده‌ها و اطلاعات از نوع توصیفی- پیمایشی است و با توجه به هدف پژوهش کاربردی محسوب می‌شود.

بیان مدل

در عمل مدل متغیرهای پنهان برای ریسک اعتباری سبد بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. بعنوان مثال شرکت‌هایCredit Metric ، Moody's KMV هر دو از مفصل گاوسی استفاده می‌کنند. گلاسرمن و لی(۲۰۰۳)، برای به‌دست‌آوردن احتمال ضرر خیلی زیاد یک سبد همگن از روش مجانبی استفاده کردند. مدل این پژوهش که بر اساس شوک مشترک است، در این دسته قرار می‌گیرد. یک سبد وام با n وام‌گیرنده در نظر گرفته‌شده‌است. آنچه مورد نظر پژوهش است توزیع ضرر ناشی از نکول وام گیرنده‌ها در یک دوره‌ی زمانی ثابت(معمولا یک سال) است. احتمال نکول وام‌گیرنده‌ی i-م با p_i نشان داده می‌شود. p_iها اغلب بر اساس داده‌های دوره‌های گذشته‌ی شرکت‌هایی که رتبه‌ی اعتباری یکسان دارند محاسبه می‌شوند. به این صورت که اگر M، تعداد شرکت‌های با رتبه‌ی مشخصی مثل A باشد و m، تعداد شرکت‌هایی باشد که نکول کرده‌اند، آن‌گاه احتمال نکول یک وام گیرنده با رتبه‌ی A برابر است با: $\frac{m}{M}$. $e_i \geq 0$ ها میزان نکول وام گیرنده‌ی i-م، یعنی ضرر ناشی از نکول وام گیرنده‌ی i-م است. e_i ها ماهیت تصادفی دارند اما در این‌جا برای سادگی ثابت در نظر گرفته شده‌اند.

ساختار سبد و توزیع ضرر

همانطور که قبلا نیز اشاره شد، برای مدل‌سازی نکول‌های به هم وابسته از مدل متغیرهای پنهان استفاده شده‌است. یعنی فرض شده است که برداری از متغیرهای پنهان $\{X_1,\dots,X_n\}$ وجود دارد به طوری که نکول i-م زمانی رخ می‌دهد که X_i از یک آستانه‌ی داده شده میگذرد. (در این‌جا X_iها میزان بدهی در نظر گرفته می‌شود). چون نکول وام گیرنده‌ی i-م ضرری به میزان e_i در پی دارد، ضرر کل ناشی از نکول‌ها که با L نشان داده شده می‌شود به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$L = e_1 I\{X_1 > x_1\} + \cdots + e_n I\{X_n > x_n\},$$

که در آن $I\{.\}$ تابع مشخصه است. مقدار آستانه‌ای x_i، مطابق با احتمال نکول حاشیه‌ای انتخاب می‌شود چنان‌که $P(X_i > x_i) = p_i$ (باسمالو، ۲۰۰۶). همانطور که در مقدمه نیز بیان شد، در این پژوهش احتمال ضرر خیلی زیاد، یعنی $P(L > x)$ به دست آمده است. برای تعیین توزیع ضرر سبد، مهم‌ترین مسئله مشخص کردن ساختار وابستگی بین نکول‌ها است. وابستگی بین نکول‌ها، تاثیر بسزایی روی شکل توزیع زیان بخصوص انتهای سمت راست آن (احتمال زیان‌های بزرگ) دارد. توجه داشته باشید که توزیع زیان سبد نه فقط به احتمالات نکول مشخصی مانند p_i ها، بلکه به توزیع چند متغیره‌ی بردار تصادفی $\{X_1,\dots,X_n\}$ بستگی دارد. در مدل متغیرهای پنهان، وابستگی بین نکول‌ها از وابستگی بین متغیرهای پنهان ناشی می‌شود، بنابراین ساختار وابستگی بین متغیرهای پنهان اهمیت می‌یابد. نوع این ساختار است که موجب تفاوت این مدل‌ها می‌شود. در مدل مفصلی گاوسی که در عمل خیلی مورد استفاده قرار می‌گیرد (مثلا در KMV ، $CreditMetric$)، بردار متغیرهای پنهان دارای توزیع نرمال توام چند متغیره است. در مدلی که در این پژوهش انتخاب شده است (مدل متغیرهای پنهان)، X_iها که بدهی‌های وام گیرنده‌های i-م در نظر گرفته می‌شود به مجموعه‌ای از عوامل مستقل از هم و هم‌توزیع وابسته است که این وابستگی از طریق فاکتور مدل خطی، به صورت زیر تعیین شده‌است:

$$X_i = c_{i1} Z_1 + \cdots + c_{id} Z_d + c_i \eta_i,$$

که در آن، متغیرهای تصادفی $z_1,\dots,z_d$ متغیرهای استاندارد مستقل از هم هستند که به آن‌ها عوامل ریسک سیستماتیک گفته می‌شود وتعبیرهایی مانند شرایط جغرافیایی، اقتصادی، صنعتی، کشوری و ... دارند. ثابت‌های $c_{i1},\dots,c_{id}$، عامل‌های بارگزاری[1] وام گیرنده‌ی i-م هستند. متغیرهای تصادفی η_i، ریسک ویژه‌ی[2] وام‌گیرنده‌ی i-م است. η_i نرمال استاندارد است و مستقل از

z_iها در نظر گرفته می‌شود. بدون از دست دادن کلیت، ثابت‌های c_i طوری انتخاب می‌شوند که X_i دارای توزیع نرمال استاندارد باشد، بنابراین $c_i = \sqrt{1-(c_{i1}^2+\cdots+c_{i1}^2)}$. در ساده‌ترین حالت $d = 1$ در نظر گرفته می‌شود یعنی مدل را تک عاملی در نظر گرفته شده‌است. توزیع نرمال چند متغیره، شکل محدودی از وابستگی بین وام گیرنده‌ها به دست می‌دهد و نمی‌تواند برای پیشامد رخداد هم‌زمان تعداد زیادی نکول، احتمال مناسبی(غیرقابل چشم پوشی) تعیین کند. همانطور که در مقدمه نیز گفته شد، یکی از اهداف اصلی این پژوهش این است که مدل مفصلی گاوسی را به مدلی گسترش دهد که وابستگی فرین میان وام گیرنده‌ها را الگوسازی کند. فری و مک نیل (۲۰۰۳) به این منظور مدل تی-مفصل را پیشنهاد دادند.

وابستگی نهایی(فرین)

فرض کنید η_iها، $(\eta_i: 1 \le i \le n)$ متغیرهای تصادفی هم‌توزیع و مستقل از هم باشند و z متغیر تصادفی دیگری باشد که از η_iها مستقل است. پارامتر ρ، $(0 < \rho < 1)$ ثابت در نظرگرفته می‌شود خواهیم داشت:

$$X_i = \frac{\rho z + \sqrt{1-\rho^2}\eta_i}{w} \qquad (3)$$

که در آن، w متغیر تصادفی نامنفی و مستقل از z و η_iها، $(\eta_i: 1 \le i \le n)$ و تابع چگالی احتمال آن $f_w(.)$ در رابطه‌ی زیر صدق می‌کند

$$\lim_{w \to 0} f_W(w) = \alpha w^{\nu-1} + o(w^{\nu-1}) \qquad (4)$$

اگر z و $\{\eta_i\}$، مستقل از هم و نرمال استاندارد باشند، و w را از رابطه‌ی بالا حذف شود، به مدل تک عاملی در مدل مفصلی گاوسی منجر می‌شود. همانطور که پیش‌تر اشاره شد، هدف اصلی این پژوهش مدل کردن وابستگی نکول‌ها از طریق شوک‌های مشترک است و این مسئله در رابطه‌ی (۳)، به واسطه‌ی متغیرتصادفی w گنجانده شده است. در مدل شوک مشترک، با در نظر گرفتن توزیع‌های مختلف برای w که در رابطه‌ی (۴) صدق کنند، به مدل‌های مختلفی منجر می‌شود. در ادامه مثالی از توزیع‌هایی را که می‌توان برای w در نظر گرفت آورده‌شده که این مثال منجر به مدل t-مفصل شده‌است.

تحلیل مجانبی

همانطور که در مقدمه اشاره شد، بزرگی اندازه سبد باعث شده است محاسبه‌ی دقیق احتمال ضرر سبد بزرگ عملا غیر ممکن باشد. به همین دلیل از روش مجانبی برای تخمین این اندازه استفاده شده است. در این بخش، با بیان یک قضیه این اندازه به طور مجانبی به دست آمده است که برای فهم بهتر این قضیه نیاز به مقدمات زیر است. فرض کنیم $f(x)$ در بینهایت بسیار بزرگ شود، یا به عبارتی دیگر وقتی $x \to \infty$ آن‌گاه $f(x) \to \infty$. n (تعداد وام گیرنده‌های سبد) را ثابت گرفته‌شده و $\{a_1, \dots, a_n\}$ ثابت‌های اکیدا مثبتی بدر نظر گرفته می‌شوند. آستانه‌ی نکول وام گیرنده‌ی i-ام با $x_i^n = a_i f(n)$ مشخص شده است. یعنی وام‌گیرنده‌ی i-ام زمانی نکول می‌کند که $X_i > a_i f(n)$. با این فرضیات کلی سبد به صورت زیر است:

$$L_n = e_1 I\{X_1 > a_1 f(n)\} + \cdots + e_n I\{X_n > a_n f(n)\}, \qquad (۵)$$

که e_iها، میزان مانده در نکول وام گیرنده‌ی i-ام هستند. آستانه‌ی ضرر مقیاسی از اندازه‌ی سبد قرار داده می‌شود، مانند nb که $0 < b < 1$. بنابراین در این پژوهش بر روی اندازه‌ی $p(L_n > nb)$ تمرکز شده است.

فرض۱. فرض کنید دنباله‌ی نامنفی $\{(e_i, a_i): i \geq 1\}$ مقادیر خود را از یک مجموعه‌ی متناهی $\mathcal{V}$، با اندازه‌ی $|v|$ اتخاذ می‌کند. هر (e_i, a_i) نماینده‌ی یک رده در سبد است. به علاوه، وقتی $n \to \infty$، نسبت تعداد اعضای هر رده به اعضای کل سبد به $q_j > 0$ میل می‌کند. به عبارتی دیگر $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{|j|}{n}\right) = q_j$، که در آن $|j|$ تعداد اعضای کلاس j-ام است، بنابراین $\sum_{j\leq v} q_j = 1$.

با این فرض، سبد ناهمگن به $|v|$ سبد همگن رده‌بندی شده است. $|v|$ تعداد رده‌ها و هر رده یک سبد همگن است. هر سبد وام را می‌توان بر اساس عواملی مانند صنعت، میزان ریسک و میزان مانده در نکول و... به تعداد متناهی از سبدهای وام همگن، رده‌بندی کرد. در این‌جا سبد بر اساس میزان مانده در خطر (e_i)، رده‌بندی شده است. بدترین حالت ممکن، نکول همزمان همه‌ی وام گیرنده‌ها است که در این حالت ضرر سبد (رابطه‌ی ۵)، به صورت $\sum_{i=1}^{n} e_i$، است. حال $\bar{e} := \sum_{j\leq|v|} e_j q_j = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i$ در نظر گرفته می‌شود. $\bar{e}$، متوسط ضرر حدی است وقتی که وام گیرنده‌ها نکول کرده‌اند. با استفاده از $\bar{e}$، آستانه‌ی ضرر تعیین شده است، یعنی b طوری تعیین شده است که، $0 < b < \bar{e}$.

قرارداد شده است که:

$$p_{w,z,i} := P\left(\eta_i > \frac{a_i W f(n) - \rho Z}{\sqrt{1-\rho^2}} \middle| W = \frac{w}{f(n)}, Z = z\right)$$

$$= P\left(\eta_i > \frac{a_i w - \rho z}{\sqrt{1-\rho^2}}\right).$$

$p_{w,z,i}$ احتمال نکول وام گیرنده‌ی i-ام به شرط $Z = z$ و $W = \frac{w}{f(n)}$ است که نسبت به z ناکاهشی و نسبت به w نا افزایشی است. $r(w,z)$ به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$r(w,z) := \sum_{j \le |v|} e_j q_j p_{w,z,j} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} e_i p_{w,z,i}.$$

حد بالا، از فرض ۱ نتیجه شده است. $r(w,z)$، متوسط ضرر حدی سبد به شرط $Z = z$ و $W = \frac{w}{f(n)}$ است که آن نیز نسبت به z غیرکاهشی و نسبت به w غیر افزایشی است. با استفاده از نامعادله‌ی هافینگ و با شرط $Z = z$ و $W = \frac{w}{f(n)}$، جواب یکتای معادله‌ی زیر بر حسب z، z_b نامیده شده است:

$$\bar{e}P\left(\eta \ge \frac{-\rho z}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) = b. \qquad (۶)$$

برای $Z < z_b$، پیشامد $\{L_n > nb\}$ برای $W > 0$ یک پیشامد نادر است، بنابراین، z_b نقش قابل توجهی در این تحلیل ایفا کرده است. $w(z)$ جواب یکتای معادله‌ی در نظر گرفته می‌شود:

$$r(w,z) = b,$$

که برای $Z > z_b$، $w(z)$ اکیدا مثبت است. از آنجایی که $r(w,z)$ نسبت به w یک تابع غیر افزایشی است. برای $w \le w(z)$، تحت احتمال $P_{w,z}$، مقدار متوسط ضرر $(\frac{1}{n})\sum_{i=1}^{n} e_i \mathbb{I}\{X_i > a_i f(n)\}$ در حد، وقتی $n \to \infty$ میانگینی دارد که بزرگتر یا مساوی b می‌شود، و بنابراین احتمال زیان زیاد، یعنی $\{L_n > nb\}$ ، دیگر پیشامد نادری نخواهد بود. قرارداد شده است که برای $Z \le z_b$، $w(z)$ صفر باشد(قربانلو ۱۳۹۰).

رهیافت مجانبی دقیق برای محاسبه‌ی احتمال ضرر سبدهای بزرگ

قضیه: $0 < b < \bar{e}$ یک ثابت است و با فرض اینکه فرض۱ و فرض‌های توزیعی برای (z, η, w) برقرار باشد. در این‌صورت

$$\lim_{n\to\infty} f(n)^{\nu} P(L_n > nb) = \frac{a}{\nu}\int_{-\infty}^{\infty} w(z)^{\nu} dF_Z(z). \qquad (۷)$$

بحث و نتایج عددی

رابطه‌ی (۷) در قضیه‌ی قبل به‌صورت زیر است:

$$\lim_{n\to\infty} f(n)^{\nu} P(L_n > nb) = \frac{a}{\nu}\int_{-\infty}^{\infty} w(z)^{\nu} dF_Z(z).$$

در این رابطه متغیر تصادفی z توزیع نرمال استاندارد دارد، بنابراین رابطه‌ی (۷) به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$P(L_n > nb) \sim \frac{1}{f(n)} \frac{a}{\nu} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} w(z)^{\nu} e^{(-\frac{z^2}{2})} dz.$$

برای تخمین این احتمال، از انتگرال‌گیری عددی استفاده شده‌است. سپس الگوریتمی برای تخمین آن در محیط برنامه‌نویسی متلب پیاده شده است. عملکرد الگوریتم وقتی پارامترهای bوn, ρ, ν تغییر کرده‌اند، بررسی شده‌است. این الگوریتم بخاطر استفاده از مدل تی-مفصل به خوبی وابستگی فرین را مدل کرده است. از اهداف کاربردی پژوهش این است که با داشتن احتمال زیانی که به صورت مجانبی محاسبه شده مقدار زیان را در یک سبد اعتباری محاسبه کرد. بهترین جواب برای الگوریتم بالاترین میزان احتمال خواهد بود که احتمال غیرقابل چشم پوشی نام دارد. برای این منظور یک سبد اعتباری تخصیص داده شده به ۲۵۰ وام‌گیرنده در نظرگرفته شده است. وام‌های اعطایی در سه گروه مسکن، مضاربه(وجعاله) و خرید کالا دسته‌بندی شده‌اند. ۱۰۰ وام‌گیرنده اول متقاضی وام مسکن هستند که هرکدام یکی از مبالغ ۸۰۰، ۶۰۰، ۴۰۰، ۱۶۰۰ و یا ۱۲۰۰ میلیون ریالی با توجه به دوره‌های بازپرداخت متفاوت(۱۲ساله، ۱۰ساله، ۸ ساله و...) دریافت کرده‌اند. در مجموع کل تسهیلات اعطایی به این گروه به میزان ۹۰۶۰ میلیون ریال بوده‌است. گروه دوم در برگیرنده ۵۰ وام‌گیرنده است که متقاضی وام‌های جعاله و یا مضاربه هستند. هر یک از این ۵۰ نفر یکی از مبالغ ۲۰۰، ۳۰۰، ۴۰۰، ۵۰۰، ۶۰۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰ ویا ۵۰ میلیون ریالی دریافت کرده‌اند. مجموع کل تسهیلات اعطایی به وام گیرندگان این گروه به میزان ۸۹۱۰ میلیون ریال

بوده‌است. در نهایت ۱۰۰ وام‌گیرنده‌ی آخر که در گروه سوم جای گرفته‌اند، متقاضی وام خرید کالا بودند. هرکدام از اعضای گروه سوم یکی از مبالغ ۱۰۰، ۷۰، ۶۰ و یا ۵۰ میلیون ریال را دریافت کرده‌اند. در مجموع کل تسهیلات اعطایی به وام گیرندگان این گروه به میزان ۵۱۱۰ میلیون ریال بوده‌است. نرخ پوششی که بانک برای هر کدام از این تسهیلات اعطایی به مشتریان در نظر گرفته، برابر ۳۰٪، ۵۰٪ و ۲۰٪ بوده‌است. برای ۱۰۰ مشتری اول که وام مسکن دریافت کرده‌اند، نرخ وصول (R_1)، برابر۲۰٪، برای ۵۰ مشتری که متقاضی وام‌های مضاربه یا جعاله بوده‌اند، نرخ وصول (R_2)، برابر ۵۰٪ و برای ۱۰۰ نفر گروه سوم که متقاضی وام خرید کالا بوده‌اند نرخ وصول(R_3)، ۳۰٪ در نظر گرفته شده‌است. در ادامه احتمال زیان سبد، میزان مانده در نکول هر گروه از مشتریان و سپس کل میزان زیان در معرض نکول محاسبه شده‌اند. برای این منظور ابتدا حساسیت الگوریتم در زمانی که پارامترهای مدل تغییر کرده‌اند، سنجیده شده‌است. به منظور انتخاب مقادیر بهینه پارامترها، نخست پارامترهای الگو کالیبره شده‌اند. یعنی اعداد مختلفی به پارامترها داده شده‌است. پس از کالیبره کردن، بر پایه روش مونت کارلو الگو شبیه‌سازی شده‌است. بر پایه نتایج الگویی که مناسب‌ترین میزان احتمال را محاسبه می‌کند انتخاب و بر مبنای آن مقادیر پارامترها شناسایی شده‌اند. مناسب‌ترین میزان احتمال نکول مقداری است که اولا بالاترین مقدار احتمال را محاسبه می‌کند و ثانیا در شرط مساله صدق می‌کند. در این مرحله یک بار پیشامد احتمال زیان سبد بزرگ تخمین زده شده و سپس ۱۰۰۰ مرتبه این پیشامد را به ازای تغییر در هر پارامتر شبیه‌سازی کرده و بیشترین و کم‌ترین مقدار احتمال تخمین زده شده‌اند. در نهایت پس از تحلیل نتایج عددی به‌دست آمده مقدار مطلوب انتخاب شده‌است. جدول ۱ عملکرد الگوریتم را زمانی که درجه آزادی تغییر می‌کند، نشان می‌دهد. به پارامتر ν اعداد ۲، ۴، ۸ و ۱۰ اختصاص داده شده و به‌ازای آن‌ها مقادیر متفاوت پیشامد مورد نظر تخمین زده شده‌اند. سپس با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو، ۱۰۰۰ مرتبه این پیشامد به‌ازای هر مقدار از درجه آزادی، تخمین زده شده‌است. با این روش بهترین تخمین از پیشامد احتمال ضرر سبد بزرگ، به‌ازای درجه‌ی آزادی منتخب بدست آمده است(جدول۱).

جدول۱: عملکرد الگوریتم به‌عنوان تابعی از درجه‌آزادی، پیش و پس از شبیه‌سازی مونت‌کارلو

درجه آزادی	کم‌ترین احتمال (پس از شبیه‌سازی)	بیشترین احتمال (پس از شبیه‌سازی)	تخمین احتمال (پیش از شبیه‌سازی)
۲	۰/۰۶۳۶	/۱۱۰۱	۰/۳۷۰۷
۴	۰/۰۳۲۵	/۰۵۴۱	۰/۰۴۴۶
۸	۰/۰۱۵۹	/۰۲۷۱	۰/۰۰۴۷
۱۰	۰/۰۱۳۳	/۰۲۷۱	۰/۰۱۷۱

با انجام آزمایش‌ها و مقایسه نتایج عددی مشاهده می‌شود با افزایش درجه آزادی تخمین به‌دست آمده توسط الگوریتم بالایعنی پیشامد $\{L_n > nb\}$ نادرتر(کوچک‌تر) می‌شود و بدنبال تخمین احتمال بالاتر، این اتفاق مطلوب نیست. از طرفی وقتی که این پیشامد ۱۰۰۰ مرتبه شبیه‌سازی شود، برای درجه‌ی آزادی $\nu = ۲$، همانطور که در جدول ۱ قابل مشاهده است، بهترین مقدار تخمین زده‌شده برای احتمال قبل و بعد از شبیه سازی به ترتیب برابر ۰/۳۷۰۷ و ۰/۱۱۰۱ است. این بدین معنی است که درجه آزادی ۲، بهترین مقدار برای تخمین پیشامد مورد نظر(احتمال زیان سبد بزرگ) است. جدول۲، عملکرد الگوریتم را پیش و پس از شبیه‌سازی پارامتر ρ نشان می‌دهد. در ابتدا به پارامتر ρ اعداد ۰/۱، ۰/۲، ۰/۳ و۰/۴ را اختصاص داده و به‌ازای آن‌ها مقادیر متفاوت پیشامد مورد نظر تخمین زده شده‌اند. سپس با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو ۱۰۰۰ مرتبه این پیشامد به‌ازای هر مقدار از ρ ، تخمین زده شده‌است. با این کار بهترین تخمین از پیشامد احتمال ضرر سبد بزرگ، به‌ازای ضریب همبستگی منتخب بدست آمده است. با بررسی جدول۲، مشخص است که با افزایش ρ تخمین به‌دست آمده توسط الگوریتم بزرگ‌تر می‌شود. یعنی پیشامد $\{L_n > nb\}$ بزرگتر می‌شود. همانطور که در جدول ۲ قابل مشاهده است، پس از ۱۰۰۰ مرتبه شبیه‌سازی نتیجه گرفته می‌شود که برای ضریب همبستگی $\rho = ۰/۴$، بهترین مقدار تخمین زده‌شده برای احتمال قبل و بعد از شبیه سازی به ترتیب برابر ۰/۱۶۱۲ و ۰/۸۷۰۸ است. یعنی ضریب همبستگی $\rho = ۰/۴$ بهترین مقدار برای تخمین پیشامد مورد نظر (احتمال زیان سبد بزرگ) است.

جدول۲: عملکرد الگوریتم بعنوان تابعی از همبستگی ρ پیش و پس از شبیه‌سازی

ضریب مبستگی(ρ)	کم‌ترین تخمین (پس از شبیه‌سازی)	بیشترین تخمین (پس از شبیه‌سازی)	تخمین احتمال (پیش از شبیه سازی)
۰/۱	۰/۰۰۴۰	/۰۰۶۸	۰/۰۰۲۸
۰/۲	۰/۰۶۷۱	/۱۱۲۶	۰/۰۴۵۸
۰/۳	۰/۳۳۰۴	/۵۷۱۵	۰/۲۳۲۳
۰/۴	۰/۴۷۳۴	/۸۷۰۸	۰/۶۰۱۲

در جدول ۳ عملکرد الگوریتم وقتی که b تغییر می‌کند، بررسی شده‌است. در ابتدا حساسیت الگوریتم زمانی که b مقادیر ۰/۱۲، ۰/۱۹، ۰/۲۵ و ۰/۳۰ را دریافت کرده، سنجیده و در این مرحله هم مانند مراحل قبل یک بار پیشامد احتمال زیان سبد بزرگ تخمین زده شده‌است. سپس ۱۰۰۰ مرتبه این پیشامد را به ازای تغییر در پارامترb ، شبیه‌سازی کرده و بیشترین و کم‌ترین مقدار احتمال تخمین زده شده‌اند. پس از تحلیل نتایج عددی به‌دست آمده، مقدار مطلوب انتخاب شده‌است. با این کار بهترین تخمین از پیشامد احتمال ضرر سبد اعتباری به‌ازای ضریب همبستگی منتخب بدست آمده‌است. مشخص شده است که با افزایش پارامتر b تخمین به‌دست آمده توسط الگوریتم یعنی پیشامد $\{L_n > nb\}$ کوچک‌تر می‌شود. زمانی که $b = ۰/۱۲$ است وقتی که این پیشامد ۱۰۰۰ مرتبه شبیه‌سازی شود بهترین مقدار تخمین زده‌شده برای احتمال قبل و بعد ازشبیه‌سازی به‌ترتیب برابر ۰/۰۷۰۶ و ۰/۸۹۶۱است. نتایج در جدول ۳ قابل مشاهده‌اند.

جدول۳: عملکرد الگوریتم بعنوان تابعی از b پیش و پس از شبیه‌سازی

b	کم‌ترین تخمین (پس از شبیه‌سازی)	بیشترین تخمین (پس از شبیه‌سازی)	تخمین احتمال (پیش از شبیه‌سازی)
۰/۱۲	۰/۵۲۵۰	/۸۹۶۱	۰/۰۷۰۶
۰/۱۹	۰/۴۴۱۷	/۷۶۱۳	۰/۰۵۷۰
۰/۲۵	۰/۳۹۳۴	/۷۳۹۸	۰/۰۵۵۳
۰/۳۰	۰/۳۸۰۷	/۶۶۳۵	۰/۰۵۱۲

در جدول ۴، عملکرد الگوریتم وقتی که n تغییر می‌کند، بررسی شده‌است. در ابتدا حساسیت الگوریتم زمانی که n مقادیر ۱۰۰، ۲۵۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ را دریافت کرده، سنجیده و در این مرحله پیشامد احتمال زیان سبد بزرگ تخمین زده‌شده است. سپس ۱۰۰۰ مرتبه این پیشامد به ازای

تغییر در پارامتر n ، شبیه‌سازی شده و بیشترین و کم‌ترین مقدار احتمال محاسبه شده‌اند(جدول۴). با این کار بهترین تخمین از پیشامد احتمال ضرر سبد بزرگ به‌ازای پارامتر n بدست آمده‌است. با توجه به نتایج جدول۴، مشخص است که با افزایش n، تخمین به‌دست آمده توسط الگوریتم یعنی پیشامد $\{L_n > nb\}$ بزرگ می‌شود. وقتی $n = ۱۰۰۰$ است. زمانی‌که این پیشامد ۱۰۰۰ مرتبه شبیه‌سازی شود بهترین مقدار تخمین زده‌شده برای احتمال قبل و بعد از شبیه‌سازی به‌ترتیب برابر ۰/۱۲۹۸ و ۰/۹۷۲۱ استخراج شده‌است. این بدین معنی است که با در نظر گرفتن تعداد بیشتری از وام‌گیرنده‌ها در یک سبد اعتباری به نتایج مطلوب‌تر رسیده و هم‌چنین احتمال تخمین زده شده دقیق‌تر خواهد بود. بنابراین توجه به پارامترهای تحلیل شده در بالا مدیران ارشد بانک را در تحلیل سبد اعتباری و درنتیجه مدیریت ریسک اعتباری یاری خواهد کرد.

جدول۴ بررسی عملکرد الگوریتم نسبت به n پیش و پس از شبیه‌سازی

n	کم‌ترین تخمین (پس از شبیه‌سازی)	بیشترین تخمین (پس از شبیه‌سازی)	تخمین احتمال (پیش از شبیه‌سازی)
۱۰۰	۰/۱۷۲۳	/۳۹۲۱	۰/۰۳۵۸
۲۵۰	۰/۳۳۹۹	/۵۷۰۰	۰/۰۵۴۷
۵۰۰	۰/۴۸۰۹	/۷۳۱۶	۰/۰۸۵۷
۱۰۰۰	۰/۷۴۹۸	/۹۷۲۱	۰/۱۲۹۸

حال، طبق رابطه‌ی زیر، میزان مانده در نکول محاسبه شده‌است:

$$e_i = V_i * (۱ - R_i) \qquad (۸)$$

همانطور که در بالا گفته شد، ۱۰۰ نفر اول وام مسکن با نرخ وصول ۲۰٪ با توجه به دوره‌های بازپرداخت متفاوت(۱۲ساله، ۱۰ساله، ۸ ساله و...) دریافت کرده‌اند، گروه دوم که شامل ۵۰ وام‌گیرنده است، وام‌های جعاله و یا مضاربه با نرخ پوششی ۵۰٪ دریافت کرده‌اند و در نهایت ۱۰۰ نفری که در گروه سوم جای دارند، وام خرید کالا با نرخ ۳۰٪ دریافت کرده اند.

برای گروه اول از مشتریان که دارای نرخ وصول ۲۰٪ هستند:

$$e_۱ = V * (۱ - R_۱) = ۹۰۶۰۰۰۰۰۰ \times \left(۱ - \frac{۲۰}{۱۰۰}\right) = ۷۲۴۸\,۰۰۰۰۰۰$$

یعنی با احتمال ۰/۱۱۰۱ وام‌گیرندگان در گروه اول ضرری به میزان ۷۲۴۸ ۰۰۰۰۰۰ ریال خواهند داشت.

برای گروه دوم از گیرندگان وام(وام‌های مضاربه و جعاله):

$$e_۲ = V * (۱ - R_۲) = ۸۹۱۰ \ldots \ldots \left(۱ - \frac{۵۰}{۱۰۰}\right) = ۴۴۵۵۰۰۰۰۰۰$$

یعنی وام گیرندگان گروه دوم با احتمال ۰/۱۱۰۱ زیانی به میزان ۴۴۵۵۰۰۰۰۰۰ ریال داشته‌اند. و برای گروه سوم:

$$e_۳ = V * (۱ - R_۳) = ۵۱۱۰ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \left(۱ - \frac{۳۰}{۱۰۰}\right) = ۳۵۷۷۰۰۰۰۰۰$$

یعنی وام‌گیرنده‌های گروه سوم نیز با احتمال گفته شده، یعنی (۰/۱۱۰۱)، زیانی به میزان ۳۵۷۷۰۰۰۰۰۰ داشته‌اند. مبلغ کل وام‌های اعطایی به ۳ گروه از وام‌گیرندگان سبد، برابر ۲۳۰۸۰۰۰۰۰۰ ریال بوده‌است. از این رو میزان زیانی که در بدترین حالت ممکن، برای سبد مورد نظر این پژوهش اتفاق افتاده‌است به صورت میانگین زیان در معرض نکول این ۳ گروه بوده‌است. یعنی: $e_۱ = ۷۲۴۸ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$، $e_۲ = ۴۴۵۵۰۰۰۰۰۰$ ، $e_۳ = ۳۵۷۷۰۰۰۰۰۰$ $\bar{e} = ۸۱۰۴۴۸۰۰۰۰$. بنابراین کل سبد اعتباری موردنظر به حجم ۲۳۰۸۰۰۰۰۰۰ریال با احتمال۰/۱۱۰۱ دارای مبلغ ۸۱۰۴۴۸۰۰۰۰ ریال زیان در معرض نکول بوده‌است.

نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر به محاسبه‌ی احتمال ضرر زیاد و هم‌چنین میزان ضرر در معرض نکول برای یک سبد اعتباری پرداخته‌است. برای این منظور از روش مجانبی و برای مدل کردن وابستگی فرین میان اعضای سبد از مدل شوک مشترک استفاده شده‌است. در روش مجانبی از ساده‌ترین مدل، یعنی مدل تک عاملی استفاده شده‌است. در این سبد۲۵۰ وام‌گیرنده را در سه گروه مسکن، مضاربه (وجعاله) و خرید کالا درنظرگرفته شده‌اند. مبلغ کل تسهیلات اعطایی برابر۲۳۰۸۰۰۰۰۰۰ریال بوده‌است. برای وام‌های اعطایی به هر گروه از وام‌گیرندگان، نرخ‌های وصول متفاوتی با توجه به دوره‌ی بازگشت وام در نظر گرفته شده‌است. در ابتدا احتمال زیان زیاد برای این سبد اعتباری با استفاده از یک الگوریتم در محیط برنامه‌نویسی متلب برآورد شده‌است. سپس حساسیت الگوریتم به پارامترهای مختلف بررسی شده و در نهایت با توجه به مقدارهای بهینه برای هر پارامتر، احتمال مناسب که بالاترین احتمال است، محاسبه شده‌است. به منظور انتخاب مقادیر بهینه پارامترها، نخست پارامترهای الگو کالیبره شده‌اند. یعنی اعداد مختلفی به پارامترها داده شده‌است. پس از کالیبره کردن، بر پایه روش مونت کارلو الگو شبیه‌سازی شده‌است. بر پایه نتایج الگویی که

مناسب‌ترین میزان احتمال را محاسبه می‌کند انتخاب و بر مبنای آن مقادیر پارامترها شناسایی شده‌اند. مناسب‌ترین میزان احتمال نکول مقداری است که اولا بالاترین مقدار احتمال را محاسبه می‌کند و ثانیا در شرط مساله صدق می‌کند. پس از مشخص شدن احتمال زیان سبد اعتباری، میزان ضرر در بدترین حالت ممکن(نکول همزمان همه‌ی مشتریان) برای هر گروه از مشتریان و سپس برای کل سبد محاسبه شده‌است. نکته قابل توجه این است که پس از شبیه‌سازی احتمال زیان سبد با درجه آزادی ۲، بیشترین احتمال زیان برابر ۱۱۰۱/. بوده‌است. همچنین با در نظر گرفتن ضریب همبستگی ۴/.، بعد از شبیه‌سازی مونت کارلو احتمال زیان سبد ۸۷۰۸/. برآورد شده‌است. یعنی با این احتمال زیان کل سبد اعتباری(مجموع زیان هر سه گروه از مشتریان) برابر ۸۱۰۴۴۸۰۰۰۰ ریال بوده‌است.

پیشنهادات

الف) مدل متغیرهای پنهان که در این پژوهش بصورت تک عاملی مورد بررسی قرار گرفته‌است قابل توسعه به مدل چندعاملی است. ب) همچنین بردار متغیرهای پنهان که دارای توزیع چندمتغیره تی‌استودنت(تی‌کاپولا) در نظر گرفته‌شده‌است را می‌توان با در نظر گرفتن توزیع‌های مختلف مجدد بررسی کرد. ج) بجای در نظر گرفتن ۲۵۰ وام‌گیرنده می‌توان با در نظر گرفتن ۱۰۰۰ وام‌گیرنده ویا تعداد بالاتر مدل را از نو بررسی و نتایج را تحلیل کرد. د) نتایج این پژوهش قابل توسعه به حالتی است که در آن رتبه‌ی وام‌گیرنده‌ها برابر نیست.

فهرست منابع

۱) امیدی، مهدی، مفصل‌ها و کاربرد آن‌ها برای تعیین مدل خشکسالی در ایران، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۶.

۲) بهره‌مند، عبدالرضا، بهرامی، مرضیه، دشتی مرویلی،مریم، هروی، حسام، خسروی، غلامرضا، کرنژادی، آیدینگ، صمدی ارقینی، حجت اله، تاجیکی، مریم، تیموری، مهدی، توابع مفصل و کاربرد آن در هیدرولوژی استوکاستیک، نشریه حفاظت و بهره برداری از منابع طبیعی، جلدچهارم، شماره دوم، ۱۳۹۴.

۳) جماعت، علی، عسگری، فرید، مدیریت ریسک اعتباری در سیستم بانکی با رویکرد داده‌کاوی، فصلنامه‌ی مطالعات کمی در مدیریت(۱۳۸۹)، دوره۱، شماره ۳، صص ۱۲۶-۱۱۵.

۴) طالبی، محمد، شیرزادی، محمد، ریسک اعتباری، اندازه‌گیری و مدیریت، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت)، ۱۳۹۰.

۵) عیسی‌زاده، سعید و منصوری گرگری، حامد(۱۳۸۸)، برآورد ریسک و ظرفیت اعتباری مشتریان بانک تجارت با استفاده از شبکه‌های عصبی، فصلنامه بصیرت، دوره۱۶، شماره۴۲، صص ۴۹-۷۴.

۶) قربانلو، فاطمه، مدلسازی و اندازه‌گیری ریسک سبد اعتباری با وابستگی نهایی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه زنجان، ۱۳۹۰.

۷) محبی نژاد، شادی، همتی، عبدالناصر(۱۳۸۶)، اثر وضعیت کلان اقتصادی بر ریسک اعتباری بانک‌ها، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران، دانشکده‌ی اقتصاد.

۸) محتشمی، تکتم و سلامی، حبیب الله(۱۳۸۵)، «عوامل متمایز کننده مشتریان حقوقی کم ریسک از مشتریان ریسکی بانک: مطالعه موردی بانک کشاورزی»، مجله اقتصاد و کشاورزی جلد۱ شماره۲.

9) Bassmaloo, A. juneja, S. and Zeevi, A,' Portfolio Credit Risk with Extremal Dependence: Asymptotic Analysis and Efficient Simmulation', Jornal of operation research 30, 2006, 593-606.

10) Behr, A, Memmel, C. &Pfingsten, A, (2004). Diversification and the banks' risk-return-characteristic-evidence from loan portfolios of Germanbanks, Discussion Paper, Banking and Financial Studies 2.

11) Frey, R and McNeil, A. J and Nyfeler, M. (2001), Capula and credit risk models , Risk, 14, 111-114.

12) Frey, R. Mc Neil, A. 'Dependent defaults in models of portfolio credit risk', Journal of Risk, 6, 2003, 59-92.

13) Glasserman, P. Monte Carlo Methods in Financial Engineering. Springer, 2003, 255-256.

14) Joe, H. Multinariante Models and dependence Concepts. Chapman & Hall, London,1997.

15) Nelsen, R. B, An Introduction to Copulas, Lecture Notes in statistics, New York, Springer-Velag, 1999.
16) Nelsen, R. B, "An Introduction to Capulas", Springer Series in statistics, 2006, second edition.

یادداشت ها :

۱ Loading factor
۲ Idiosyncratic Risk