مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره بیست و هشتم / پائیز ۱۳۹۵

به کارگیری الگوهای بهینه‌سازی پایدار و برنامه‌ریزی آرمانی در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای

ساغر همائی‌فر[۱]
عماد روغنیان[۲]

تاریخ دریافت: ۹۴/۱۱/۱۸ تاریخ پذیرش: ۹۵/۱/۲۳

چکیده

یکی از مهم ترین مسائل دنیای مالی، انتخاب سبد سرمایه گذاری است. سرمایه گذاران همواره برآنند که بهترین تصمیمات را مطابق با شرایط دنیای واقعی اتخاذ نمایند. در دنیای واقعی از یک طرف، داده ها همواره با عدم قطعیت مواجه هستند و از طرف دیگر استراتژی‌ها برای انتخاب سبد سرمایه گذاری، اغلب چند دوره‌ای هستند و سرمایه گذار باید موقعیت خود را در طول زمان مورد بازنگری قرار دهد. از این رو در این پژوهش به بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با در نظر گرفتن افق چند دوره ای و هزینه مبادلات می پردازیم، عدم قطعیت داده ها نیز با استفاده از برنامه ریزی پایدار و خصوصاً رویکرد برتسیماس و سیم، مدل سازی می شود. مدل ارائه شده یک مدل چند هدفه میانگین-ارزش در معرض خطر شرطی است که برای حل آن از برنامه ریزی آرمانی استفاده می شود. در حل مدل مذکور به پیش بینی بازده های آتی سهام نیاز است که این امر با استفاده ازکاربرد شبکه عصبی در پیش بینی قیمت آتی سهام انجام می گردد. در نهایت کیفیت نتایج حاصل از مدل پایدار ارائه شده با نتایج مدل قطعی مقایسه می شوند. نتایج حاصل از حل مدل حاکی از آن است که در نظر گرفتن فرض عدم قطعیت داده ها، در کنار سایر فروض عنوان شده، مقدار تابع هدف نهایی را بدتر می کند که نشان دهنده منطقی بودن جواب های حاصل از مدل است. به عبارت دیگر ما از حل این مدل به پاسخ های کاراتر و کاربردی تری دست می یابیم.

واژه‌های کلیدی: بهینه سازی سبد سهام چند دوره ای، هزینه معاملات، بهینه سازی پایدار، برنامه ریزی آرمانی، شبکه های عصبی مصنوعی.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشکده صنایع، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی (مسئول مکاتبات)
sagharhomaeifar@gmail.com
۲- استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی
e_roghanian@kntu.ac.ir

۱- مقدمه

از زمانی که مارکویتز[1] در سال ۱۹۵۲ مدل میانگین- واریانس خود را معرفی نمود، اغلب مدل های ارائه شده به صورت تک دوره ای بودند حال آنکه در دنیای واقعی اغلب استراتژی‌های سرمایه گذاری به صورت چند دوره‌ای هستند. برای رویایی با این نقصان پژوهش هایی در زمینه تعمیم مدل های تک دوره ای به چند دوره ای آغاز شد.

در مدل های برنامه ریزی ریاضی کلاسیک عمدتاً از داده‌های اسمی در محدودیت‌ها و یا تابع هدف استفاده می‌شود، درصورتی که یکی از ویژگی‌های بازار مالی عدم قطعیت داده‌ها و پارامترهاست که باید در مدل سازی مسئله انتخاب سبد سهام به آن توجه شود. این عدم قطعیت می تواند بر بهینگی و موجه بودن مدل تأثیر بگذارد. یکی از رویکردهای نسبتاً نوین برای بهینه‌سازی سبد سرمایه گذاری در شرایط عدم قطعیت داده‌ها، استفاده از بهینه‌سازی پایدار است. از دیگر مفاهیم مهم در مدل سازی در نظر گرفتن چند تابع هدف برای مدل به صورت هم زمان است. این امر به برآورده کردن خواسته ها و اهداف سرمایه گذاران کمک می کند. یکی از روش های مناسب و پرکاربرد در این زمینه، برنامه ریزی آرمانی[2] است.

با توجه به اهمیت مسئله مقالات بسیاری به بررسی پیرامون این موضوع پرداخته اند اما در هیچ یک از آن ها کلیه این شرایط که در بالا به آن ها اشاره شد، به صورت یک جا و توأمان در نظر گرفته نشده است لذا برآن شدیم تا در این پژوهش ضمن لحاظ نمودن شرایط مهم در دنیای واقعی، پاسخ های کاربردی تر و قابل اتکاتری ارائه نماییم.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

انسان ها همواره به دنبال راه هایی برای افزایش درآمد های منظم خود از طریق سرمایه گذاری های مناسب بوده اند. هر فرد قبل از سرمایه گذاری باید به دو معیار اساسی توجه کند. نخست اینکه سرمایه گذاری انجام شده بیشترین سود ممکن را به ارمغان آورد و دوم اینکه بازده کسب شده روند پایداری داشته باشد و به عبارت دیگر ریسک سرمایه گذاری کمترین میزان ممکن را اختیار نماید. در مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری بهینه، هدف یافتن بهترین ترکیب ممکن از میان سهام، دارایی یا اوراق بهادار موجود است به نحوی که بهترین نتایج را با توجه به معیارهای تعیین شده به ارمغان آورد. مدل هایی که یکی پس از دیگری به منظور انتخاب سبد سهام معرفی می‌شوند، همگی به دنبال برطرف کردن نواقص مدل های پیشین و بهبود نتایج حاصل از آن ها بوده، می کوشند اهداف مورد نظر سرمایه گذاران را به بهترین نحو برآورده نمایند.

مارکویتز با معرفی مدل میانگین- واریانس تئوری مدرن سبد سرمایه گذاری را بنا نهاد. او در مدل خود علاوه بر در نظرگرفتن بازده سرمایه گذاری، به مفهوم ریسک نیز در انتخاب دارایی ها توجه نمود. وی همچنین نخستین کسی بود که مفهوم کاهش ریسک از طریق ایجاد تنوع در سبد سرمایه گذاری را مطرح کرد(مارکویتز، ۱۹۵۹). ابتدا مدل انتخاب سبد سهام غالباً در چارچوب تک دوره‌ای به همان صورتی که در

مدل اولیه مارکویتز معرفی شده بود مورد استفاده قرار می گرفت، در صورتی که سرمایه گذاران عمدتاً سبد سهام خود را در طول یک افق برنامه ریزی چند دوره ای نگهداری می کنند و این امکان را دارند که از طریق بازنگری و تعدیل سبد سهام منفعت بیشتری کسب نمایند (مولوی[3] و همکاران، ۲۰۰۳). پژوهشگران متعددی کار مارکویتز را در انتخاب سبد سهام چند دوره ای با استفاده از برنامه ریزی پویا گسترش دادند. مرتن[4] (۱۹۶۹) در حالت زمان پیوسته و ساموئلسن[5] (۱۹۶۹) در حالت زمان گسسته اولین کسانی بودند که در این زمینه پیشگام شدند. در سال های بعد پژوهشگرانی چون کالافیوره[6] (۲۰۰۸)، بلمن[7] (۲۰۱۰) و موشخیان و نجفی(۱۳۹۴) به توسعه مدل های انتخاب سبد سرمایه چند دوره ای همت گماردند.

در ادامه، تلاش برای بهبود مدل های انتخاب سبد سهام به در نظر گرفتن هزینه های معاملات در مدل های پیشین انجامید. هزینه های معاملات از هزینه های مستقیم مانند کمیسیون ها و مالیات و همچنین هزینه های غیر مستقیم تشکیل شده است. آرنات و واگنر[8] (۱۹۹۰) عنوان نمودند که نادیده گرفتن هزینه های معاملات ممکن است موجب شکست یا عدم موفقیت در دستیابی به پورتفوی کارا شود. گلپینار[9] و همکاران (۲۰۰۳) و همچنین برتسیماس و پاچامانوا[10] (۲۰۰۸) و در ایران نیز پوراحمدی و نجفی (۱۳۹۴) هزینه های معاملات را در مسئله انتخاب سبد مالی چند دوره ای مد نظر قرار دادند.

گام دیگر در جهت انطباق این مدل ها با مسئله انتخاب سبد مالی در دنیای واقعی، در نظرگرفتن عدم قطعیت در بازده های مربوط به آینده بود. رویکرد های بهینه سازی مختلفی برای حل مشکل عدم قطعیت بازده های آینده به کار گرفته شد که در ادامه به مرور مختصر آن ها بسنده می کنیم. یکی از این رویکرد ها برنامه ریزی تصادفی است. چلیکیورت و ازکیجی[11] (۲۰۰۷) چندین مدل بهینه سازی سبد چند دوره‌ای در بازار تصادفی که شامل یک دارایی بدون ریسک و چندین دارایی ریسکی است، ارائه کردند. وی و یه[12] (۲۰۰۷) یک مدل میانگین- واریانس چند دوره‌ای در بازارهای تصادفی با کنترل ریسک ورشکستگی پیشنهاد کردند. روش دیگری که برای غلبه بر عدم قطعیت داده ها به کار می رود، برنامه ریزی فازی است، از جمله پژوهشگرانی که در این زمینه به فعالیت پرداخته اند می توان به لیو[13] و همکاران (۲۰۱۲)، سجادی همکاران (۲۰۱۱) اشاره کرد. رویکرد سوم، بهینه سازی پایدار است. این رویکرد نخستین بار توسط سویستر[14] (۱۹۷۳)ارائه شد و بعد ها به وسیله بن- تال و نمیروفسکی (۱۹۹۸، ۱۹۹۹) و همچنین القوی و لبرت[15] (۱۹۹۷) توسعه داده شد. ایده اصلی در این نوع از مدل سازی تعریف یک سری مجموعه های غیر قطعی و در نظر گرفتن بدترین شرایط این مجموعه ها برای تمام محدودیت هایی است که پارامترهای تصادفی دارند. برتسیماس مدل دیگری جهت بهینه سازی پایدار ارائه کردکه نسبت به مدل های ارائه شده توسط سویستر و بن- تال و نمیروفسکی از محافظه کاری کمتری برخوردار است و نیز این قابلیت را دارد که خطی بودن مدل را حفظ کند. خطی بودن مدل حاصل زمانی که محدودیت های پیچیده از قبیل؛ مالیات به ساختار مسئله افزوده می شود، مزیت مهمی به شمار می رود. در رویکرد پیشنهادی او به جای نرم اقلیدسی از نرم جدیدی تحت عنوان D نرم استفاده شده است.

برتسیماس و پاچامانوا (۲۰۰۸) یک مدل بهینه سازی پایدار برای انتخاب سبد سهام چند دوره ای ارائه کردند که در آن بازده سهام در مجموعه های غیر قطعی چند وجهی نوسان می کند. آن ها مدل خود را براساس مدل دانتزیگ و اینفانگر[۱۶] (۱۹۹۳) بنا نهادند. زیملر[۱۷] و همکاران(۲۰۱۱) قرارداد های اختیار معامله را به مسائل بهینه سازی پایدار سبد سهام وارد کردند. از دیگر نمونه های پژوهش هایی که در این زمینه صورت گرفته است می توان به پینار و پاک[۱۸] (۲۰۱۴) اشاره کرد و در داخل کشور نیز مدرس یزدی و همکارانش(۱۳۸۷)، قره خانی و همکاران (۱۳۸۹)، مرزبان و همکاران (۲۰۱۳) را نام برد. رهنمای رود پشتی و همکاران (۱۳۹۴) نیز به بررسی و مقایسه کارایی بهینه سازی سبد سهام بر اساس مدل پایدار و بهینه سازی کلاسیک در پیش بینی بازده و ریسک سبد پرداختند.

۳- مدل های پژوهش

۳-۱- مدل انتخاب سبد سهام چند دوره ای دانتزیگ و اینفانگر

حال به معرفی مدل انتخاب سبد سهام چند دوره ای دانتزیگ واینفانگر(۱۹۹۳) می پردازیم که به عنوان اساس مدل ارائه شده از آن بهره برده ایم. در این مدل فرض شده است که n دارایی ریسکی و یک دارایی بدون ریسک (دارایی ۰) در بازار وجود دارد. در واقع هدف اصلی مدل یافتن بهترین ترکیب از میان سهام موجود است به نحوی که کل ثروت سرمایه گذار در آخرین دوره بیشینه شود. میزان پولی که در ابتدای دوره t ام بر روی سهام i ام سرمایه گذاری شده است توسط x_t^i نمایش داده می شود. u_t^i و v_t^i به ترتیب بیانگر ارزش دلاری سهام فروخته شده و خریداری شده در زمان t هستند. بازده سهام i ام در بازه زمانی [t,t+1] برابر است با r_t^i. c_{sell} و c_{buy} به ترتیب بیانگر درصد هزینه معاملات برای فروش و خرید یک سهم خاص با توجه به حجم معاملات هستند. با توجه به موارد عنوان شده مسئله بهینه سازی چند دوره ای دانتزیگ و اینفانگر به صورت زیر فرمول نویسی می گردد:

$$(P1) \qquad \text{Max} \sum_{i=0}^{n} x_T^i , \tag{۱}$$

Subject to

$$x_t^i = (1 + r_t^i)(x_{t-1}^i - u_{t-1}^i + v_{t-1}^i), \;\; i = 1, 2, \dots, n, \;\; t = 1, 2, \dots, T, \tag{۲}$$

$$x_t^0 = (1 + r_t^0)\left(x_t^0 + \sum_{i=1}^{n}(1 - c_{sell})u_{t-1}^i - \sum_{i=1}^{n}(1 + c_{buy})v_{t-1}^i\right),$$

$$t = 1, \dots, T \tag{۳}$$

$$x_t^i \geq 0, \;\; i = 0, 1, \dots, M, \;\; t = 1, \dots, T \tag{۴}$$

$$u_t^i \geq 0, \;\; i = 0, 1, \dots, M, \;\; t = 1, \dots, T \tag{۵}$$

$$v_t^i \geq 0, \;\; i = 0, 1, \dots, M, \;\; t = 1, \dots, T \tag{۶}$$

تابع هدف (۱) مربوط به بیشینه کردن بازده سبد سهام است. تعادل میزان ورودی و خروجی مربوط به هر سهم در هر دوره توسط محدودیت (۲) بررسی می شود. رابطه (۳) نشان می دهد که میزان دارایی بدون ریسک در هر دوره برابر است با دارایی بدون ریسک در دوره قبل که ارزش دارایی های فروخته شده به آن اضافه و ارزش دارایی خریداری شده از آن کم می شود با در نظر گرفتن بازده مربوط به این مجموعه در دوره مورد نظر. روابط (۴)، (۵) و (۶) نیز محدودیت های نامنفی بودن متغیر ها هستند.

۳-۲ معرفی سنجه اندازه گیری ریسک ارزش در معرض خطر مشروط

راکفلر و اورسایف[۱۹] (۲۰۰۰) سنجه ریسکی به نام ارزش در معرض خطر مشروط[۲۰] (CVaR) معرفی نمودند. ارزش در معرض خطر حداکثر زیان ممکن در سطح اطمینان معین را برآورد می‌کند، اما معین نمی‌کند که این زیان چه اندازه بد است. ارزش در معرض خطر مشروط زیان انتظاری در یک سطح اطمینان تعیین شده را برآورد می‌کند. استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط در مدل خطی بودن آن را حفظ می کند و هم چنین با حل این مدل، از آنجا که $CVaR \geq VaR$ است حداقل ارزش در معرض خطر (VaR) نیز به دست می آید.

سنجه CVaR به صورت زیر فرمول بندی می شود:

فرض کنید $f(x,\varepsilon)$ تابع زیان یک سبد سهام باشد. برای یک سطح اطمینان داده شده α، CVaR عبارتست است متوسط ٪ $(۱-\alpha)$ زیان ها و با استفاده از تابع زیر قابل محاسبه است:

$$CVaR(X,\eta) = \eta + (1-\alpha)^{-1}\int_{\xi\epsilon R^n}[f(X,\xi)]^+ p(\xi)d\xi \quad \text{و} \quad z^+ = max\{z,0\} \qquad (۷)$$

در رابطه بالا η همان ارزش در معرض خطر و ξ نشان دهنده یک متغیر تصادفی است.

۳-۳- برنامه ریزی آرمانی

یکی از رویکردهای مورد استفاده در حل مسائل چند هدفه، برنامه ریزی آرمانی است. این تکنیک نخستین بار توسط چارنس و کوپر[۲۱] (۱۹۵۷) معرفی شد. از ویژگی های این ابزار دستیابی همزمان به چندین تابع هدف بر مبنای اولویت های تعیین شده برای آن هاست. در برنامه ریزی آرمانی یک مدل چند هدفه به یک مدل تک هدفه تبدیل می شود. هرکدام از توابع هدف یک مقدار را به عنوان آرمان مد نظر قرار داده و مدل می کوشد که به آن ها دست یابد و یا انحرافات نامطلوب از مجموعه آرمان های تعیین شده کمینه گردد. تاکنون محققان زیادی برای تشکیل سبد سهام از مدل برنامه ریزی آرمانی استفاده کرده اند. لی و لرو[۲۲] (۱۹۷۳) اولین مدل GP در حوزه مالی را معرفی نمودند. کوچتا (۲۰۰۴) یک رویکرد پایدار برای مدل های GP بر اساس رویکرد برتسیماس و سیم[۲۳] (۲۰۰۴) ارائه نمود. از جمله دیگر مطالعات انجام شده در این حوزه می توان به بیلبائو[۲۴] و همکاران (۲۰۰۶)، جونز و تمیز[۲۵] (۲۰۱۰) اشاره کرد. عونی[۲۶] و

همکاران (۲۰۱۴) انواع متفاوتی از مدل برنامه ریزی آرمانی را برای استفاده در مسئله انتخاب سبد سهام معرفی کردند که از دهه ۱۹۷۰ تا به امروز از آن ها در این مسئله استفاده نشده بود. در ایران نیز کریمیان و عابدزاده (۱۳۹۱) برنامه ریزی آرمانی مینیماکس را در مدل انتخاب سبد سهام چند هدفه به کارگرفتند.

۳-۴- رویکرد بهینه سازی پایدار برتسیماس وسیم(۲۰۰۴)

مسئله بهینه سازی خطی اسمی زیر را در نظر بگیرید.

$$(P2): \text{Max } C'x \quad (۸)$$

Subject to

$$Ax \leq b \quad (۹)$$

$$l \leq x \leq u \quad (۱۰)$$

i امین محدودیت مسئله اسمی را به صورت $\acute{a}_i x \leq b_i$ در نظر بگیرید. مجموعه ضرایب $a_{ij}, j \in J_i$ که دارای عدم قطعیت هستند، J_i نامیده می شود. $\tilde{a}_{ij}, j \in J_i$ بر اساس یک توزیع همگن با میانگین برابر با a_{ij} مقدار می گیرد. $\tilde{a}_{ij}$ برای هر i در بازه ی $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$ مقدار می گیرد. برای هر i یک پارامتر Γ_i معرفی می شود. لزومی ندارد که این پارامتر یک مقدار صحیح بگیرد، این پارامتر در بازه‌ی $[0, |J_i|]$ تغییر می کند.

با استفاده از رویکرد پایدار ارائه شده توسط برتسیماس و سیم می توان مدل خطی (P2) رو به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$(P3): \text{Max } C'x \quad (۱۱)$$

Subject to

$$\sum_j a_{ij} x_j + z_i \Gamma_i + \sum_{j \in J_i} p_{ij} \leq b_i \qquad \forall i \quad (۱۲)$$

$$z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij} y_j \qquad \forall i, i \in J_i \quad (۱۳)$$

$$-y_j \leq x_j \leq y_j \qquad \forall j \quad (۱۴)$$

$$l_j \leq x_j \leq u_j \qquad \forall j \quad (۱۵)$$

$$p_{ij} \geq 0 \qquad \forall i, j \in J_i \quad (۱۶)$$

$$y_j \geq 0 \qquad \forall j \quad (۱۷)$$

$$z_i \geq 0 \qquad \forall i. \quad (۱۸)$$

در مدل فوق نقش پارامتر Γ_i تعدیل پایداری مدل در مقابل سطح محافظه کاری جواب است. به عبارت ساده تر، بسیار بعید به نظر می رسد که تمام $a_{ij}, j \in J_i$ تغییر کنند. هدف این است که مدل در مقابل تمام مواردی که ضرایب بیشتر از حد مجاز یعنی $\lfloor \Gamma_i \rfloor$ تغییر می کنند، محافظت شود و یک ضریب a_{it} به صورت $(\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor)\hat{a}_{it}$ تغییر کند. به عبارت دیگر زیر مجموعه ای از ضرایب تغییر می کنند و بر جواب تأثیر می

گذارند. در رویکرد ارائه شده چنانچه تغییرات در حد $[\Gamma_i]$ باشد جواب حتماً شدنی خواهد بود و اگر بیشتر از $[\Gamma_i]$ تغییر کند، می توان احتمال شدنی بودن پاسخ ها را بررسی نمود.

۳-۵- تعریف ریاضی مدل پژوهش

در این قسمت به توسعه مدل دانتزیگ و اینفانگر (۱۹۹۳) با استفاده از افزودن سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی به صورت تابع هدف دوم برای مدل می پردازیم:

۳-۵-۱- متغیرهای تصمیم در مدل

x_t^i: میزان سرمایه گذاری روی دارایی (سهام) i ام در دوره t ام (از ۰ تا T-1)

u_{t-1}^i : میزان سهام i ام فروخته شده در دوره t-1

v_{t-1}^i : میزان سهام i ام خریداری شده در دوره t-1

η : متغیر تصمیم تعیین کننده میزان آستانه تحمل ریسک (VaR)

d_1^+, d_1^- : انحرافات از آرمان تابع هدف اول

d_2^+, d_2^- :انحرافات از آرمان تابع هدف اول

۳-۵-۲- پارامتر های مدل

c_{sell} :کارمزد فروش سهام

c_{buy} :کارمزد خرید سهام

e_{t-1}^i : بازده سهم i ام در دوره t-1 ام

r_k^i : بازده سهام برای سناریو های k ام (در دوره آخر)

b_1 : آرمان در نظر گرفته شده برای تابع هدف اول

b_2 : آرمان در نظر گرفته شده برای تابع هدف دوم

w_1 : وزن داده شده به انحراف نامطلوب مربوط به تابع هدف اول

w_2 : وزن داده شده به انحراف نامطلوب مربوط به تابع هدف دوم

d: درصد انحرافات مربوط به مدل پایدار

فرض می شود که T دوره سرمایه گذاری داریم و یک تصمیم باید در ابتدای هر دوره اتخاذ شود. تعداد تصمیمات برای تصمیم گیری T خواهد بود (با شروع از ۰ برای تصمیم گیری ابتدایی و به همین ترتیب تا T-1 برای آخرین دوره)

$$\text{(P4) Max} \quad \sum_{i=0}^{n} x_T^N \qquad (۱۹)$$

$$\text{Min} \quad η + \frac{1}{(1-\alpha)s} \sum_{k=1}^{s} a_k \qquad (۲۰)$$

Subject to

$$a_k \geq \sum_{i=1}^{n} -r_k^i \, x_{T-1} - η \qquad where\,; \;\; k = 1, \dots, s \qquad (۲۱)$$

$$a_k \geq 0 \quad k = 1,2, \dots, s \qquad (۲۲)$$

$$x_1^0 + \sum_{i=1}^{n} x_1^i = p \quad i = 1, \dots, n \tag{۲۳}$$

$$x_t^i = \left(1 + e_{t-1}^i\right) \times \left(x_{t-1}^i - u_{t-1}^i + v_{t-1}^i\right) \begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ t = 1, \dots, T \end{array} \tag{۲۴}$$

$$x_t^0 = (1 + r_{t-1}^0) \times \left(x_{t-1}^0 + \sum_{i=1}^{n}(1 - c_{sell})\, u_{t-1}^i - \sum_{i=1}^{n}(1 - c_{buy}) v_{t-1}^i\right)$$
$$t = 1, \dots, T \tag{۲۵}$$

$$x_t^i \geq 0, \quad i = 0,1, \dots, n, \ \ t = 1,2, \dots, T, \tag{۲۶}$$

$$u_t^i \geq 0, \quad i = 0,1, \dots, n, \ \ t = 1,2, \dots, T, \tag{۲۷}$$

$$v_t^i \geq 0, \quad i = 0,1, \dots, n, \ \ t = 1,2, \dots, T, \tag{۲۸}$$

تابع هدف (۱۹) مربوط به بیشینه کردن بازده سبد سهام و تابع هدف (۲۰) به دنبال کمینه کردن ارزش در معرض خطر شرطی دوره آخر به عنوان سنجه ریسک مدل است. روابط (۲۱) و (۲۲) محدودیت مربوط به ارزش در معرض خطر شرطی دوره آخر(CVaR) هستند. محدودیت (۲۳) بیان می کند که میزان سرمایه گذاری در دارایی های ریسکی و دارایی بدون ریسک در دوره اول باید برابر سرمایه اولیه ی سرمایه گذار باشد. تعادل میزان ورودی و خروجی مربوط به هر سهم در هر دوره توسط محدودیت (۲۴) بررسی می شود. رابطه (۲۵) نشان می دهد که میزان دارایی بدون ریسک در هر دوره برابر است با دارایی بدون ریسک در دوره قبل که ارزش دارایی های فروخته شده به آن اضافه و ارزش دارایی خریداری شده از آن کم می شود البته با در نظر گرفتن بازده مربوط به مقدار حاصل در دوره مورد نظر. روابط (۲۶)، (۲۷) و (۲۸) نیز بیان نامنفی بودن متغیرها خواهند بود.

برای سهولت کار ابتدا تابع هدف اول (۱۹) که به صورت ماکزیمم سازی می باشد را نیز به صورت تابع کمینه کردن تبدیل می کنیم. با استفاده از برنامه ریزی آرمانی، مدل قبل (P4) به صورت زیر باز نویسی می شود:

$$\text{(P5)}\ Min\, w_1 d_1^+ + w_2 d_2^+ \tag{۲۹}$$

Subject to

$$-\sum_{i=0}^{n} x_T^i - d_1^+ + d_1^- = -b_1 \tag{۳۰}$$

$$\eta + \frac{1}{(1-\alpha)s} \sum_{k=1}^{s} a_k - d_2^+ + d_2^- = b_2 \tag{۳۱}$$

$$a_k \geq \sum_{i=1}^{n} -r_k^i x_{T-1}^i - \eta \qquad where\,; \ \ k = 1, \dots, s \tag{۳۲}$$

$$a_j \geq 0 \quad k = 1,2, \dots, s \tag{۳۳}$$

$$x_t^i = \left(1 + e_{t-1}^i\right)\left(x_{t-1}^i - u_{t-1}^i + v_{t-1}^i\right) \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ t = 1, \dots, T \end{array} \tag{۳۴}$$

$$x_t^0 = (1 + r_{t-1}^0)\left(x_{t-1}^0 + \sum_{i=1}^{n}(1 + c_{sell}) u_{t-1}^i - \sum_{i=1}^{n}(1 + c_{buy}) v_{t-1}^i\right)$$
$$t = 1, \dots, T \tag{۳۵}$$

$$x_t^i \geq 0, \quad i = 0,1, \dots, n, \qquad t = 1,2, \dots, T \tag{۳۶}$$

$$u_t^i \geq 0, \quad i = 0,1, \dots, n \qquad t = 1,2, \dots, T \tag{۳۷}$$

$v_t^i \geq 0, \quad i = 0,1, \dots, n, \quad t = 1,2, \dots, T$ (۳۸)

$d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad i = 1,2$ (۳۹)

حال با توجه به رویکرد برتسیماس و سیم (۲۰۰۴) که در بخش (۳) تشریح شد، می توان همتای پایدار مدل (P5) را به شکل زیر فرمول نویسی کرد:

(P6) $Min\ w_1 d_1^+ + w_2 d_2^+$ (۴۰)

Subject to

$-\sum_{i=0}^{n} x_T^i - d_1^+ + d_1^- = -b_1$ (۴۱)

$\eta + \frac{1}{(1-\alpha)s} \sum_{k=1}^{s} a_k - d_2^+ + d_2^- = b_2$ (۴۲)

$a_k \geq \sum_{i=1}^{n} -r_k^i x_{T-1}^i - \eta \ \ where\,; \ k = 1, \dots, s$ (۴۳)

$a_j \geq 0 \quad k = 1,2, \dots, s$ (۴۴)

$x_t^i = \left(1 + e_{t-1}^i\right)\left(x_{t-1}^i - u_{t-1}^i + v_{t-1}^i\right) + Z_t^i \Gamma_t^i + P_t^i \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, n \\ t = 1, \dots, T \end{matrix}$ (۴۵)

$x_t^0 = (1 + r_{t-1}^0)\left(x_{t-1}^0 + \sum_{i=1}^{n}(1 + c_{sell}) u_{t-1}^i - \sum_{i=1}^{n}(1 + c_{buy}) v_{t-1}^i\right)$ (۴۶) $t = 1, \dots, T$

$Z_t^i + P_t^i \geq de_{t-1}^i y_t^i$ (۴۷)

$-y_t^i \leq x_{t-1}^i - u_{t-1}^i + v_{t-1}^i \leq y_t^i$ (۴۸)

$P_t^i \geq 0 \quad Z_t^i \geq 0 \quad t = 1, \dots, T, \ \ i = 0,1, \dots, n$ (۴۹)

$y_t^i \geq 0 \quad t = 1, \dots, T$ (۵۰)

$x_{t-1}^i \quad t = 1, \dots, T$ (۵۱)

$x_t^i \geq 0, \quad i = 0,1, \dots, n, \ \ t = 1,2, \dots, T$ (۵۲)

$u_t^i \geq 0, \quad i = 0,1, \dots, n, \ \ t = 1,2, \dots, T$ (۵۳)

$v_t^i \geq 0, \quad i = 0,1, \dots, n, \ \ t = 1,2, \dots, T$ (۵۴)

$d_i^+, d_i^- \geq 0 \ \ i = 1,2$ (۵۵)

۴- نتایج محاسباتی

جهت ارزیابی کارایی مدل پیشنهادی تعداد ۷ سهم از صنایع نفت و گاز بازار سهام نیویورک به صورت تصادفی انتخاب شده اند و بازده های ماهیانه مربوط به هر سهم با استفاده از قیمت تعدیل شده بین ژانویه۲۰۱۳ تا ژانویه ۲۰۱۵ محاسبه شده اند. میزان سرمایه اولیه سرمایه گذار ۱۰۰۰۰ دلار در نظر گرفته شده است. نرخ بازده بدون ریسک نیز به ازای هر ماه ۰,۰۱ در صد در نظر گرفته شده است که با توجه به نرخ اوراق خزانه محلی[۲۷] سه ماهه آمریکا محاسبه شده است. میزان هزینه معاملات نیز برابر نرخ کمیسیون خرید و فروش سهام و ۰,۲ درصد مقدار معاملات فرض شده است. در این مثال به دنبال میزان سرمایه گذاری بر روی هر یک از سهام انتخابی و میزان خرید و فروش هریک در طی سه ماهه آتی (فوریه، مارس و آوریل) هستیم به نحوی که اهداف ما به صورت همزمان برآورده گردند، برای این منظور نیازمند شبیه سازی

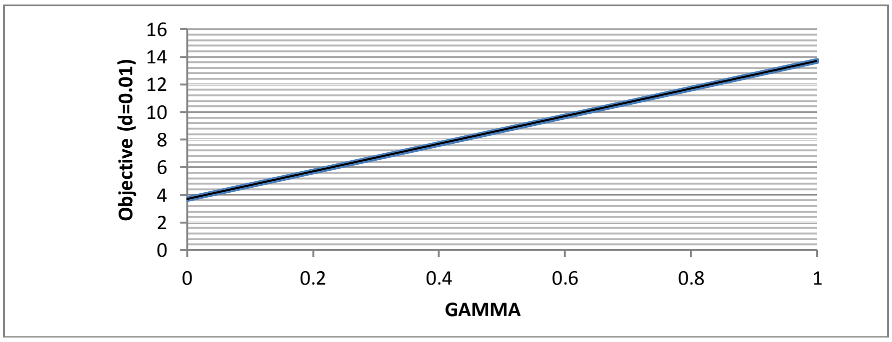
و یا پیش بینی بازده های ۳ ماه آینده برای هریک از سهام خواهیم بود. در پژوهش های پیشین غالباً از مدل های رگرسیون و سری زمانی برای این منظور استفاده شده است، حال آنکه در این نوشتار پیش بینی بازده های آتی با استفاده از شبکه های عصبی مصنوعی[۲۸] انجام می شود. برتری استفاده از شبکه های عصبی عدم نیاز به اجرای فرضیه های خاص در مورد رفتار متغیر هاست. توانایی پیش بینی با دقت بالا و نیز قدرت ترکیب با سایر روش ها را به عنوان مزایای دیگر این روش می توان نام برد. در این پژوهش ما از شبکه های پرسپترون چند لایه[۲۹] بهره بردیم. با استفاده از شبکه معرفی شده بازده هر سهم از زمان ۰ تا دوره دوم (e_{t-1}^{i}، از ۰ تا T-1) پیش بینی می گردد. برای بازده سهام در دوره آخر نیز با فرض نرمال بودن توزیع داده ها تعداد ۸ سناریو با استفاده از شبیه سازی ایجاد شده است.

مدل پیشنهادی در نرم افزار Lingo 11.0 کد نویسی و اجرا شده است. از آنجا که در هر محدودیت تنها یک پارامتر غیر قطعی وجود دارد بنابر این چنانچه پارامتر $0 \le \Gamma_t^i \le 1$ باشد آنگاه می توان اطمینان داشت که مسئله شدنی خواهد بود اما اگر $\Gamma_t^i > 1$ باشد آن گاه نمی توان به طور قطع گفت که مسئله شدنی خواهند ماند، بلکه تنها می توان احتمال برآورده شدن محدودیت ها را مورد بررسی قرار داد. خلاصه نتایج حاصل از حل مثال عددی در جدول زیر نشان داده شده است.

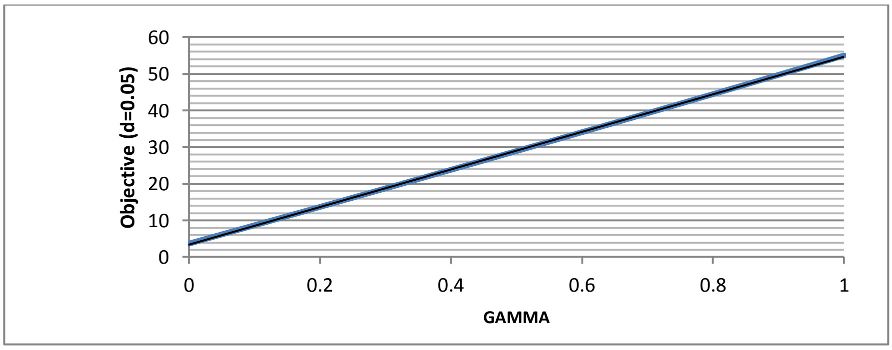
جدول ۱- مقادیر تابع هدف با در نظرگرفتن مفادیر مختلف برای d و Γ_t^i

$b_1 = 15600$ & $b_2 = 0$			$\alpha = 0.75$
d=0.1	d=0.05	d=0.01	Γ_t^i
3.695071	3.695071	3.695071	0
13.69867	8.681592	4.689952	0.1
23.82628	13.69867	5.686041	0.2
34.0816	18.74674	6.683342	0.3
44.46848	23.82628	7.681858	0.4
54.99093	28.93773	8.681592	0.5
65.65314	34.0816	9.682548	0.6
76.45946	39.25834	10.68473	0.7
87.41444	44.46848	11.68814	0.8
98.52284	49.7125	12.69279	0.9
109.9463	54.99093	13.69867	1

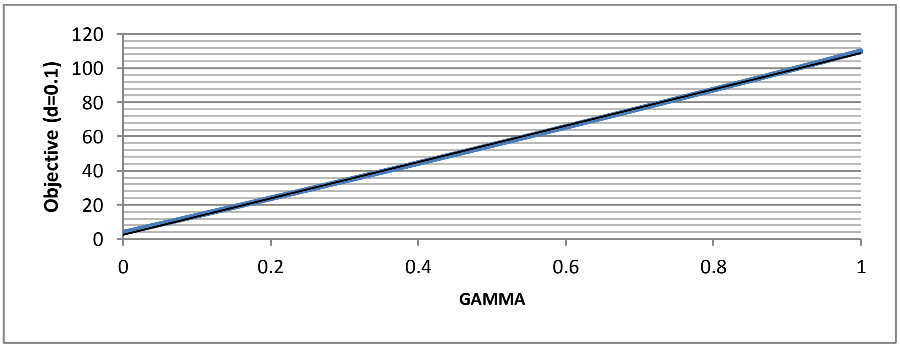
نتایج موجود در جدول ۱ نشان دهنده حساسیت مدل به عدم قطعیت داده ها و نوسان آن هاست، در واقع با افزایش میزان نوسان داده ها و نیز افزایش هزینه پایداری مقادیر تابع هدف نسبت به مقدار تابع هدف در شرایط اسمی (سطر اول جدول ۱) بدتر می شوند. ردیف آخر این جدول نیز نشان دهنده حداکثر نوسان داده ها می باشد که در واقع محافظه کارانه ترین جواب ممکن است. در ادامه نتایج موجود در جدول ۱ به صورت نمودار های موجود در شکل های ۱ تا ۳ برای بررسی میزان تغییرات تابع هدف با توجه به مقادیر مختلف Γ_t^i و به ازای میزان انحراف های مفروضه ارائه شده اند.



شکل۱. میزان تغییرات تابع هدف با توجه به مقادیر مختلف برای Γ_t^i به ازای d=0.01



شکل۲. میزان تغییرات تابع هدف با توجه به مقادیر مختلف برای Γ_t^i به ازای d=0.05



شکل۳. میزان تغییرات تابع هدف با توجه به مقادیر مختلف برای Γ_t^i به ازای d=0.1

نتایج حاصل از حل مثال عددی ارائه شده نشان می دهد که با در نظر گرفتن عدم قطعیت برای داده ها مقدار تابع هدف مدل نهایی افزایش پیدا می کند و از آنجا که تابع هدف از نوع کمینه کردن است، این به

معنای بدتر شدن جواب هاست که نشان دهنده منطقی بودن جواب های حاصل از مدل و نیز صحیح بودن فرض در نظر گرفته شده در ارتباط با لحاظ کردن عدم قطعیت درمدل می باشد. به عبارت دیگر، با در نظر گرفتن فرض عدم قطعیت داده ها در مدل، نتایج حاصل از آن نسبت به جواب های مدل اسمی، برای حصول اطمینان از شدنی بودن آن ها، بدتر خواهند شد.

۵- نتیجه گیری و بحث

در این تحقیق به ارائه مدلی جهت بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با در نظر گرفتن افق چند دوره ای و هزینه معاملات پرداخته شد.کمینه کردن سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی آخرین دوره به عنوان یکی از توابع اهداف مدل در نظر گرفته شد. عدم قطعیت داده ها نیز با استفاده از رویکرد پایدار و مشخصاً رویکرد ارائه شده توسط برتسیماس و سیم، که در این زمینه رویکردی نسبتاً نوین و کارا است، مدل سازی گردید. مدل پیشنهادی به صورت چند هدفه در نظر گرفته شد که با استفاده از برنامه ریزی آرمانی اقدام به حل آن نمودیم. جهت ارزیابی کارایی مدل تعدادی از سهام مربوط به صنایع نفت و گاز بازارسهام نیویورک انتخاب و بازده های مربوط به دوره های آتی نیز با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی پرسپترون چند لایه شبیه سازی شد. نتایج حاصل از حل مثال عددی ارائه شده نشان می دهد که با در نظر گرفتن عدم قطعیت برای داده ها مقدار تابع هدف مدل نهایی افزایش پیدا می کند و از آنجا که تابع هدف از نوع کمینه کردن است، این به معنای بدتر شدن جواب هاست که نشان دهنده منطقی بودن جواب های حاصل از مدل و نیز صحیح بودن فرض در نظر گرفته شده در ارتباط با لحاظ کردن عدم قطعیت درمدل می باشد.

از جمله پیشنهادات برای انجام پژوهش های آتی می توان به استفاده از سنجه های دیگر ریسک در مدل و یا سایر روش های موجود برای حل مدل های چند هدفه اشاره کرد. همچنین می توان از سایر رویکرد های موجود برای در نظر گرفتن عدم قطعیت داده ها بهره برد. از دیگر پیشنهادات می‌توان به غیر قطعی در نظر گرفتن سایر پارامترها در مدل نظیر آرمان ها با استفاده از رویکرد فازی اشاره کرد به عبارت دیگر می توان از ترکیب رویکرد فازی و پایدار در مدل سازی بهره برد.

فهرست منابع

* پوراحمدی زهرا و نجفی امیر عباس، ۱۳۹۴. بهینه سازی پویای سبد سرمایه گذاری با توجه به هزینه معاملات، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. دوره ۶، شماره ۲۲، ص. ۱۲۷-۱۴۶.
* رهنمای رودپشتی فریدون و همکاران، ۱۳۹۴، بررسی کارایی بهینه سازی پرتفوی بر اساس مدل پایدار با بهینه سازی کلاسیک در پیش بینی ریسک و بازده پرتفوی. مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، دوره ۶، شماره ۲۲، ص. ۲۹-۶۰.
* کریمیان ندا و عابدزاده مصطفی، ۱۳۹۱، برنامه ریزی آرمانی مینیماکس در مسئله چند هدفه انتخاب سبد، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، دوره ۳، شماره ۱۲، ص. ۱-۱۵.

* موشخیان سیامک و نجفی امیر عباس، ۱۳۹۴، بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با استفاده از الگوریتم چند هدفه ازدحام ذرات برای مدل احتمالی چند دوره ای میانگین- نیم واریانس- چولگی، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، دوره ۶، شماره ۲۳، ص. ۱۳۳-۱۴۷.
* قره خانی محسن، سجادی سید جعفر و صفری احرام، ۱۳۸۹، بهینه سازی پایدار سبد مالی با رویکردCAPM هفتمین کنفرانس مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، دانشکده مهندسی صنایع.
* مدرس یزدی محمد، شمسی اعظم و تاج بخش علیرضا، ۱۳۸۷، بهینه سازی پایدار سبد مالی چند دوره ای با استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط، ششمین کنفرانس مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی صنایع.
* Aouni, B. Colapinto, C., La Torre, D. 2014. Financial portfolio management through the goal programming model: Current state-of-the-art. European Journal of Operational Research, Volume 234, Issue 2, 536-545.
* Arnott, R.D., Wagner, W.H. 1990. The measurement and control of trading costs. Financial Analysts Journal 6, 73–80.
* Bellman, R. 2010. Dynamic Programming, Princeton Landmarks in Mathematics, Princeton University Press, Princeton, NJ, USA.
* Ben-Tal, A., & Nemirovski, A. L. 1998. Robust convex optimization. Mathematics of Operations Research, 23(4), 769–805.
* Ben-Tal, A., & Nemirovski, A. L. 1999. Robust solutions of uncertain linear programs. Operations Research Letters, 25(1), 1–13.
* Bertsimas, D., Pachamanova, D. 2008. Robust multiperiod portfolio management in the presence of transaction costs. Computers and Operations Research. 35, 3–17.
* Bertsimas, D. and Sim, M. 2004. The price of robustness. Operations Research, 52(1), 35-53.
* Bilbao, A., Arenas, M., Jiménez, M., Gladish, B. P., and Rodríguez, M. V. 2006. An extension of Sharpe's single-index model: portfolio selection with expert betas. Journal of the Operational Research Society, 57(12), 1442-1451.
* Calafiore, GC. 2008. Multi-period portfolio optimization with linear control policiesI. Automatica 44. Science direct, , 2463–2473.
* Çelikyurt, U. and Özekici, S. 2007. Multiperiod Portfolio Optimization Models in Stochastic Markets Using the Mean-Variance Approach, European Journal of Operational Research, Vol.:179, Amsterdam, Holland, Elsevier Science, 186-202.
* Charnes, A., Cooper, W. W., and Rhodes, E. 1978. A Data Envelopment Analysis Approach to Evaluation of the Program Follow Through Experiments in U.S. Public School Education, Management Science Research. 432.
* Dantzig, G. B., & Infanger, G. 1993. Multi-stage stochastic linear programs for portfolio optimization. Annals of Operations Research, 45(1), , 59–76.
* El Ghaoui, L., & Lebret, H. 1997. Robust solutions to least-square problems to uncertain data matrices. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 18(4), 1035–1064.
* Gülpınar, N., Rustem, B., Settergren, R. 2003. Multistage stochastic mean-variance portfolio analysis with transaction cost. Innovations, in Financial and Economic Networks 3, 46–63.
* Jones, D., Tamiz, M. 2010. Practical Goal Programming. International Series in Operations Research and Management Science. Springer.
* Kouchta, D. 2004. Robust goal programming. Control and Cybernetics 33 (3), 501–510.
* Lee, S. and Lerro, A. 1973. Optimizing the portfolio selection for mutual funds. Journal of Finance, 28, 1086–1101.

* Liu, Y. J., Zhang,W.G., & Xu, W.J. 2012. Fuzzy multi-period portfolio selection optimization models using multiple criteria. Automatica, 48(12), 3042–3053.
* Markowitz, H. 1952. Portfolio selection. The Journal of Finance, 7(1), 77–91.
* Markowitz, H. 1959. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments,Wiley, New York, NY.
* Marzban, S., Mahootchi, M., Arshadi Khamseh, A. 2013. Developing a multi-period robust optimization model considering American style optiobs. Annals of Operations Research, Springer.
* Merton, R. 1969. Lifetime portfolio selection under uncertainty: the continuous-time case. The Review of Economics and Statistics 51 (3), 247–257.
* Mulvey, J. M., Pauling, W. R., & Madey, R. E. 2003. Advantages of multiperiod portfolio models. The Journal of Portfolio Management, 29(2), 35–45.
* Pinar, M. Ç. & Burak Pac, A. 2014. Mean semi-deviation from a target and robust portfolio choice under distribution and mean return ambiguity. Journal of Computational and Applied Mathematics, 259, 394-405.
* Rockafellar, R. T. and Ursayev, S. 2000. Optimization of Conditional Value-at-Risk. The Journal of Risk, 2(3), 21–41.
* Samuelson, P.A. 1969. Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming", Review of Economics and Statistics, 51, 239–46.
* Sadjadi, S. J., Seyedhosseini, S.M., & Hassanlou, Kh. 2011. Fuzzy multi period portfolio selection with different rates for borrowing and lending. Applied Soft Computing, 11(4), 3821–3826.
* Soyster, A. L. 1973. Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. Operations Research, 21(5), 1154–1157.
* Wei, S. Z., & Ye, Z. X. 2007. Multi-period optimization portfolio with bankruptcy control in stochastic market. Applied Mathematics and Computation, 186(1), 414–425.
* Zymler, S., Rustem, B., & Kuhn, D. 2011. Robust portfolio optimization with derivative insurance guarantees. European Journal of Operational Research, 210(2), 410–424.

یادداشت‌ها

[1] Markowitz
[2] Goal Programming (GP)
[3] Mulvey
[4] Merton
[5] Samuelson
[6] Calafiore
[7] Bellman
[8] Arnott & Wagner
[9] Gulpinar
[10] Bertsimas & Pachamanova
[11] Çelikyurt & Özekici
[12] Wei & Ye
[13] Liu
[14] Soyster
[15] El Ghaoui & Lebret
[16] Dantzig & Infanger
[17] Zymler
[18] Pinar & Pac

[19] Rockafellar & Ursayev
[20] Conditional Value at Risk (CVaR)
[21] Charnes & Cooper
[22] Lee & Lerro
[23] Bertsimas & Sim
[24] Bilbao
[25] Jones & Tamiz
[26] Aouni
[27] Local Treasury Bills
[28] Artificial Neural Networks (ANNs)
[29] Multi-Layer Perceptron