مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی‌وپنجم / تابستان ۱۳۹۷

طراحی مدل بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای میانگین– ارزش در معرض خطر میانگین در محیط اعتبار فازی

امیر شیری قهی[۱]
حسین دیده خانی[۲]
کاوه خلیلی دامغانی[۳]
پرویز سعیدی[۴]

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۴/۲۶ تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۹/۲۷

چکیده

هدف از پژوهش حاضر ارائه مدل بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای در محیط اعتبار فازی با در نظر گرفتن اهداف حداکثر سازی ثروت و حداقل نمودن ریسک در پایان دوره می‌باشد. برای اندازه‌گیری ریسک سرمایه‌گذار از معیار ارزش در معرض خطر میانگین به‌عنوان یک معیار ریسک منسجم استفاده گردیده است. مدل مذکور به‌گونه‌ای طراحی گردیده که علاوه بر در نظر گرفتن هزینه معاملات، سرمایه‌گذار این امکان را داشته باشد تا بخشی از ثروت خود را به دارایی بدون ریسک نیز تخصیص دهد. در طراحی مدل علاوه بر محدودیت‌های اصلی، محدودیت‌هایی مانند حداقل میزان "آنتروپی نسبت" (به‌عنوان معیار درجه تنوع‌بخشی پرتفوی) و حداقل بازدهی مورد انتظار پرتفوی در هر دوره در نظر گرفته‌شده است. نتایج حاصل از اجرای مدل با استفاده از الگوریتم MOPSO نشان داد پرتفوهای پارتو بهینه ایجاد شده از اجرای مدل در مقایسه با پرتفوهای با وزن‌های تصادفی از لحاظ رسیدن به اهداف از پیش تعیین‌شده، عملکرد بهتر و مطلوب‌تری دارند. همچنین نتایج نشان داد با افزایش درجه تنوع‌بخشی پرتفوی ثروت نهایی کاهش پیدا می‌کند.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض خطر میانگین، بهینه‌سازی پرتفوی، پرتفوی چند دوره‌ای، تئوری اعتبار، الگوریتم MOPSO.

۱- گروه مدیریت مالی، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی‌آباد کتول، ایران
۲- گروه مهندسی مالی، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی‌آباد کتول، ایران (نویسنده مسئول)
h.didehkhani@gmail.com
۳- گروه مهندسی صنایع، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
۴- گروه مدیریت مالی، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی‌آباد کتول، ایران

۱- مقدمه

مارکوویتز(۱۹۵۲) با انتشار مقاله پیشگام خود اساس تحلیل مدرن پرتفوی را پی‌ریزی نمود. مدل مارکوویتز مبنایی را برای توسعه مفاهیم مربوط به مدل بهینه‌سازی پرتفوی طی شش دهه گذشته فراهم ساخت؛ اما برخلاف شهرت و اعتبار نظریه‌اش، این مدل به‌طور گسترده برای تشکیل سبد سرمایه‌گذاری مورداستفاده قرار نمی‌گیرد. مارکوویتز در مدل خود با در نظر گرفتن واریانس به‌عنوان معیار ریسک در حقیقت انحرافات مطلوب و نامطلوب را باهم در نظر می‌گرفت، این موضوع موجب انتقاد بسیاری از محققان گردید و پس از آن توسط خود مارکوویتز به نیمه واریانس[۱] تبدیل شد(گروتولد و هالرباخ،۱۹۹۹). واژه ریسک طی دهه‌های اخیر دستخوش تغییرات بسیاری شد و برای آن معیارهای متفاوتی در شرایط مختلف معرفی و در مسئله انتخاب پرتفوی از آن استفاده شد؛ که از جمله می‌توان به قدرمطلق انحرافات[۲] (کونو و یامازاکی، ۱۹۹۱)،میانگین قدر مطلق انحرافات[۳] (فینستین و تاپا، ۱۹۹۳)، ، کشیدگی[۴](چونهاچیندا و همکاران، ۱۹۹۷)، نیمه قدر مطلق انحراف[۵](اسپرانزا ،۱۹۹۳)، ارزش در معرض خطر[۶](کانسیگلی، ۲۰۰۲) ، آنتروپی[۷]، منحنی ریسک[۸] (هوانگ، ۲۰۰۸)و شانس[۹] (هوآنگ، ۲۰۰۶) در بهینه‌سازی پرتفوی استفاده کردند

یکی از جدیدترین و کاراترین معیارهای ریسک معیار ارزش در معرض خطر میانگین[۱۰] (AVaR) می‌باشد. پس از معرفی ارزش در معرض خطر(VaR)، AVaR توسط راکفلر و یوریاسف[۲] (۲۰۰۰) توسعه یافت. VaR علی‌رغم مزایایی که در درک آسان و کاربردهای فراوان در گزارشگری ریسک داشت دارای معایبی همچون عدم ارائه هرگونه اطلاعات درباره شدت زیان‌های بیشتر از سطح احتمال موردنظر است. ضعف دیگر این معیار در نظر نگرفتن اثر تنوع‌بخشی است، چون فاقد ویژگی جمع پذیری جزئی[۱۱] بود به همین دلیل نمی‌توانست به عنوان یک شاخص ریسک منسجم مورد استفاده قرار گیرد (آرتزنر و همکاران،۱۹۹۹).

AVaR به عنوان یکی از مدرن‌ترین معیارهای ریسک دارای مزایایی همچون خاصیت نزولی بودن[۱۲] (یکنواختی)، همانندی مثبت[۱۳] ، جمع‌پذیری جزئی و بی‌تفاوتی نسبت به انتقال[۱۴] می‌باشد که آن را به‌عنوان یک معیار ریسک منسجم معرفی می‌کند. تاکنون از این معیار در پژوهش‌های مختلفی استفاده شده است (یوریاسف،۲۰۰۰)، (اندرسون و همکاران ۲۰۰۱)،(الکساندر و بابتیستا،۲۰۰۴)، (کوآرانتا و زفرونی، ۲۰۰۸).

یکی دیگر از چالش‌ها و موضوعات مورد علاقه در سالیان اخیر در بین محققان مسئله بهینه-سازی پرتفوی چند دوره‌ای می‌باشد. در مدل‌های تک دوره‌ای سرمایه‌گذار در ابتدای دوره اقدام به سرمایه‌گذاری نموده و تا پایان دوره امکان تجدیدنظر در تخصیص دوباره ثروت در دارایی‌های دیگر را ندارد؛ اما در عمل، سرمایه‌گذاران دائماً در حال ارزیابی و تخصیص مجدد ثروت از دوره‌ای به دوره

دیگر با تغییر شرایط بازار و ترجیحات خود می‌باشند. مدل‌های تک دوره‌ای ماهیت پویای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری و مسائل مربوط به تجدید نظر در تخصیص دارایی را نادیده می‌گیرد. اما در مدل‌های چند دوره‌ای امکان تخصیص مجدد ثروت در ابتدای هر دوره وجود دارد. این مدل اولین بار توسط ماسین (۱۹۶۸) معرفی گردید و پس از آن مدل‌های مختلفی از آن ارائه گردید (هاکانسون (۱۹۷۱)، التون و گروبر (۱۹۷۴)، آردیتی و لوی (۱۹۷۵)، برودت (۱۹۸۳).

بحث عدم قطعیت همواره به‌عنوان یکی از چالش‌های اساسی در بازارهای مالی و محیط‌های سرمایه‌گذاری مطرح بوده است. اولین ویژگی یک دارایی مالی عدم قطعیت و عدم اطمینان نرخ بازده آن می‌باشد. به‌طوری‌که مفهوم ریسک منبعث از همین ویژگی در بازارهای مالی می‌باشد. اگر عدم قطعیت وجود نداشته باشد به تبع آن ریسکی نیز وجود نخواهد داشت. برای پرداختن به این عدم قطعیت در مسائل مربوط به بهینه‌سازی پرتفوی چندین رویکرد وجود داشته است که می‌توان به رویکرد تئوری احتمال (ژیا و همکاران، ۲۰۰۰؛ یوشیموتو،۱۹۹۶) رویکرد بهینه‌سازی استوار (بن تال و نمیروفسکی،۱۹۹۸،۲۰۰۲؛ گولدفارب و هالرباخ،۱۹۹۹) و همچنین رویکرد تئوری فازی اشاره نمود. از اولین تلاش‌ها برای بهینه‌سازی پرتفوی در محیط فازی می‌توان به تحقیقات واتادا (۱۹۹۷) و کاتاگیری و ایشی (۱۹۹۹) اشاره کرد.

در زمینه فازی، رویکردی که دارای بیشترین کاربرد می‌باشد رویکرد تئوری اعتبار فازی ارائه شده توسط لیو و لیو (۲۰۰۲) می‌باشد. پس از معرفی آن، این رویکرد بطور وسیعی توسط محققین در بحث سنجش متغیرهای مربوط در محیط فازی مورد استفاده قرار گرفت (پنگ و تی سی، ۲۰۰۵، چن و همکاران، ۲۰۰۶، هوآنگ، ۲۰۰۸).

بنابراین با توجه به موارد و چالش‌های بیان شده هدف از این تحقیق طراحی و بکارگیری یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه برای انتخاب یا بهینه‌سازی سبد سهام در محیط پویای سرمایه‌گذاری می‌باشد. به این منظور پارامترهای مورد استفاده در این تحقیق نظیر نرخ بازده مورد انتظار دارایی‌ها در دوره‌های مختلف به‌صورت فازی در نظر گرفته می‌شود. همچنین جهت دستیابی به نتایج واقعی‌تر از معیار ریسک منسجم AVaR استفاده می‌شود. در پایان جهت نشان دادن قابلیت کاربرد عملی مدل در محیط واقعی سرمایه‌گذاری، مدل توسعه داده‌شده در شرکت‌های حاضر در شاخص DOW30 ، بکار گرفته‌شده و با توجه ماهیت غیرخطی و چند هدفه مسئله از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چند هدفه(MOPSO)برای حل استفاده می‌گردد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

۲-۱- معیارهای ریسک مورد استفاده در بهینه‌سازی سبد سهام

بحث‌های زیادی در خصوص تفاوت‌ها و ویژگی‌های ریسک و عدم اطمینان وجود دارد. این دو مفهوم با هم در ارتباطند اما با یکدیگر منطبق نیستند. بسیاری از نهادهای مالی دربی شناسایی منابع ریسک و سپس کنترل و مدیریت آن می‌باشند. اگر مدیران پرتفوی بتوانند ریسک پرتفوی را به‌خوبی اندازه‌گیری کنند، پس خواهند توانست دارایی‌های مالی را که باعث بالا رفتن ریسک می‌شوند را شناسایی کرده و در جهت حداقل کردن ریسک پرتفوی اقدام به تخصیص مجدد دارایی‌ها نمایند. همان‌طور که اشاره شد در طول شصت سال گذشته معیارهای متفاوتی به‌عنوان معیار ریسک در مسائل بهینه‌سازی پرتفوی استفاده شده است.

با معرفی معیارهای مختلف برای سنجش ریسک مالی سرمایه‌گذار، پژوهشگران این حوزه بران شدند برخی از معیارهای پراکندگی و انحراف و معیارهای ریسک منسجم را معرفی نمایند. از ویژگی‌های یک معیار پراکندگی می‌توان به (۱) انتقال مثبت[15]، (۲) همگنی مثبت[16] و (۳) مثبت بودن(نامنفی بودن)[17] اشاره کرد(راشف و همکاران، ۲۰۰۸). معیارهای انحراف علاوه بر سه شرط قبلی دارای ۲ شرط اضافی دیگر مانند (۴) زیرجمع پذیری[18] و (۵) بی‌تفاوتی نسبت به انتقال[19] می‌باشند (راکفلر و همکاران، ۲۰۰۶).

۲-۲- معیارهای ریسک منسجم[20]

آرتزنر و همکاران(۱۹۹۹) یک سری از اصول قراردادی برای یک معیار ریسک منسجم ارائه دادند.

۱) **خاصیت یکنواختی**[21] بیان می‌کند اگر در تمامی حالات ممکن بازدهی پرتفوی Y از بازدهی پرتفوی X بیشتر باشد در این حالت ریسک پرتفوی Y هیچ‌گاه بیشتر از ریسک پرتفوی X نخواهد بود.

۲) **همانندی مثبت** اشاره دارد بر این‌که افزایش یا کاهش در بازدهی پرتفوی ریسک آن را به همان میزان افزایش یا کاهش می‌دهد.

۳) **زیرجمع پذیری** در حقیقت همان خاصیت تنوع سازی پرتفوی می‌باشد.

۴) **بی‌تفاوتی نسبت به انتقال** بیان‌کننده این موضوع است که اضافه شدن یک مقدار ثابت همانند یک اوراق بهادار با درآمد ثابت، ریسک را تغییر می‌دهد اگر این مقدار ثابت مثبت باشد، اضافه شدن آن منجر به کاهش ریسک خواهد شد.

در سال ۲۰۰۰ معیاری با عنوان ارزش در معرض خطر میانگین یا شرطی[22] توسط راکفلر و یوریاسف[23] توسعه داده شد. این معیار جدید نه تنها تمامی معایب VaR را برطرف می‌سازد، دارای

تفسیر کاربردی و همچنین کاربرد مؤثر در مسائل بهینه‌سازی پرتفوی دارد. ارزش در معرض خطر میانگین(AVaR) هم‌اکنون به‌عنوان یکی از مدرن‌ترین معیارهای ریسک مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲-۳- مدل‌های بهینه‌سازی چند دوره‌ای

با توجه به قابلیت‌های بالای مدل‌های چند دوره‌ای، پژوهشگران بسیاری انواع مختلف آن را توسعه دادند. در این بخش عمده پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای فازی در چند سال اخیر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

لیو و همکاران(۲۰۱۲) مدل چند دوره‌ای فازی میانگین– واریانس-کشیدگی را با استفاده از رویکرد TOPSIS حل کرده و درنهایت با روش‌های MRP و IFS مقایسه نمودند. لیو و همکاران(۲۰۱۳) مدل بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای را با در نظر گرفتن واریانس به‌عنوان معیار ریسک، هزینه معاملات و درجه تنوع‌بخشی پرتفوی به‌صورت تک هدفه در محیط فازی توسعه دادند. حل مدل با الگوریتم ازدحام ذرات (PSO) نشان داد ترجیحات سرمایه‌گذار، دانش کارشناسان و شرایط ابهام می‌تواند در مدل بهینه‌سازی پرتفوی قرار گیرد.. مهلاوات (۲۰۱۶) پرتفوی چند دوره‌ای در محیط اعتبار فازی با استفاده از آنتروپی به‌عنوان معیار ریسک مدل‌سازی نمود و با رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی آن را حل نمود. ژانگ و همکاران (۲۰۱۴) مدل بهینه‌سازی تک هدفه با در نظر گرفتن نیم قدرمطلق انحرافات روبه پایین فازی در چارچوب تئوری امکان ارائه داد. لیو و همکاران(۲۰۱۶) ضمن حل مدل بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای چند هدفه، مقایسه‌ای میان الگوریتم ارائه‌شده در پژوهش خود با الگوریتم‌های HGAPSO و HGASA انجام دادند. لیو و ژانگ (۲۰۱۵) از نیم واریانس فازی به‌عنوان معیار ریسک استفاده نمود و برای هر هدف درجه رضایت سرمایه‌گذار را در نظر گرفت و مدل چندهدفه را با تبدیل به مدل تک هدفه با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل و در نهایت مثال عددی در این خصوص ارائه نمود. دیمیگوئل و همکاران (۲۰۱۶) از رویکرد تئوری احتمال در مسئله بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای استفاده نمود و نشان دادند هزینه‌های عدم در نظر گرفتن هزینه معاملات و رفتار کوتاه‌مدت ممکن است زیاد باشد. جیو و همکاران(۲۰۱۶) مدل بهینه‌سازی پرتفوی با افق سرمایه‌گذاری متفاوت را توسعه دادند و از واریانس به‌عنوان معیار ریسک استفاده نمودند. کونگ و اوسترلی(۲۰۱۶) با رویکرد تئوری احتمال مدل میانگین -واریانس چند دوره‌ای را با در نظر گرفتن اختصاص بخشی از ثروت به دارایی بدون ریسک از طریق روش شبیه‌سازی مونت کارلو حل نمودند.

۲-۴- پیشینه پژوهش

رستمی و همکاران (۱۳۹۴) از گشتاورهای مرتبه بالاتر در بهینه‌سازی پرتفوی در محیط فازی استفاده کردند. برای محاسبه گشتاورها از تئوری اعتبار و از شاخص عملکرد اقتصادی برای محاسبه کارایی مدل‌های ارائه‌شده استفاده‌شده است و درنهایت نشان دادند که در نظر گرفتن گشتاورهای مراتب بالاتر موجب بهبود کارایی پرتفوی به‌دست‌آمده خواهد شد.

موشخیان و نجفی (۱۳۹۴) مدلی تحت عنوان مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای احتمالی میانگین - نیم واریانس -چولگی با در نظر گرفتن هزینه معاملات با استفاده از الگوریتم چندهدفه ازدحام ذرات ارائه دادند. نتایج نشان داد که الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه عملکرد بهتری نسب به الگوریتم ازدحام ذرات تک هدفه ایجاد می‌کند.

بهزادی و بختیاری (۱۳۹۳)، در مقاله‌ای تحت عنوان ارائه مدلی بر مبنای میانگین- آنتروپی- چولگی برای بهینه‌سازی پرتفوی در محیط فازی» ارائه نمودند که در آن از تئوری اعتبار برای محاسبه پارامترهای موردنیاز استفاده شده است. در این مقاله برای مقایسه این مدل و مدل میانگین- واریانس از شاخص عملکرد اقتصادی استفاده شد و در انتها با بکار بردن داده‌های بورس اوراق بهادار تهران به این نتیجه رسیدند که مدل میانگین-آنتروپی- چولگی دارای شاخص عملکرد اقتصادی بالاتری است. محمدی و براتی (۱۳۹۴) مدل بهینه‌سازی چند دوره‌ای میانگین - نیم واریانس در محیط فازی ارائه نمود. ازجمله محدودیت‌های در نظر گرفته‌شده در این پژوهش هزینه معاملات و حجم معاملات بود و درنهایت با استفاده از الگوریتم ژنتیک مسئله بهینه‌سازی را حل نمودند. دیده خانی و حجتی (۱۳۹۶) با در نظر گرفتن ماهیت چندهدفه بودن مسائل انتخاب پرتفوی، ۴ هدف اصلی را برای انتخاب پرتفوی شامل ارزش مورد انتظار، نیمه‌کشیدگی، ارزش در معرض خطر و شاخص عدم قطعیت در نظر گرفتند و برای سنجش این اهداف با توجه به ماهیت فازی بودن نرخ بازده دارایی‌ها از تئوری اعتبار فازی استفاده گردید. در پایان از نسخه دوم الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب"NSGA-II"،جهت حل مدل استفاده کردند نتایج نشان داد پرتوهای بهینه به نتایج بهتری نسبت به پرتفوهای تصادفی ایجادشده، دست پیداکرده‌اند.

۳- مدل‌سازی پژوهش

فرآیند مدل‌سازی تحقیق حاضر مبتنی بر ۴ گام اصلی است. در گام اول اهداف و شاخص‌های مسئله بهینه‌سازی پرتفوی را بر اساس پیشینه پژوهش و ماهیت کاربردی مسئله حاضر مورد بررسی و در نهایت شاخص‌های اصلی انتخاب می‌گردد. سپس در مرحله دوم هر یک اهداف و محدودیت‌ها را در حالت عدم قطعیت و ابهام و بر اساس اصول تئوری اعتبار فازی برای حالتی که

نرخ بازده مورد انتظار سهام به‌صورت عدد فازی مثلثی است به دست می‌آید و در مرحله سوم یک مدل چندهدفه فازی مبتنی بر معیارهای انتخاب‌شده طراحی می‌کنیم و درنهایت روش فرا ابتکاری به کار گرفته‌شده برای حل مسئله تشریح می‌گردد.

۳-۱- ارزش مورد انتظار فازی[۲۳]

در ادبیات موضوع، روش‌های بسیاری برای تعریف ارزش مورد انتظار برای متغیرهای فازی وجود دارد، یکی از کاربردی‌ترین تعاریف موجود توسط لیو و لیو (۲۰۰۸) ارائه شد که برای متغیرهای فازی پیوسته و گسسته قابلیت اجر دارد.

تعریف ۳-۱- (مقدار مورد انتظار). اگر ξ را یک متغیر فازی در نظر بگیرد، آنگاه مقدار مورد انتظار ξ توسط رابطه ذیل به شرطی که حداقل یکی از دو انتگرال محدود باشد تعریف می‌شود.

$$E\left[\xi\right] = \int_0^{+\infty} \mathrm{Cr}\left\{\xi \geq r\right\} dr - \int_{-\infty}^{0} \mathrm{Cr}\left\{\xi \leq r\right\} dr$$ رابطه (۱)

اما با توجه به اینکه در تحقیق از اعداد فازی مثلثی استفاده می‌گردد، جهت سنجش ارزش مورد انتظار یک متغیر مثلثی فازی از قضیه ذیل استفاده می‌کنیم.

قضیه ۳-۱- اگر فرض کنیم $\xi = (a, b, c)$ به‌طوری‌که $a < b < c$ یک فازی مثلثی باشد آنگاه $E[\xi]$ توسط رابطه ذیل به دست می‌آید:

$$E\left[\xi\right] = \frac{a + 2b + c}{4}$$ **رابطه (۲)**

۳-۲- ارزش در معرض خطر میانگین فازی[۲۴]

در این قسمت، تعاریف دقیق ارزش در معرض خطر میانگین اعتباری در محیط اعتبار فازی ارائه می‌شود. (پنگ،۲۰۱۱)

تعریف ۳-۲- فرض کنید ξ یک متغیر ریسک فازی و $\alpha \in (1, 1]$ سطح اطمینان است. آنگاه ارزش در معرض خطر میانگین ξ(AVaR) تابع ξAVaR : (0, 1] → R خواهد بود به‌طوری‌که:

$$\xi Avar(\alpha) = \frac{1}{\alpha}\int_0^{\alpha} \xi var(\beta) d\beta$$ رابطه (۳)

اگر $A = (a, b, c)$ یک عدد فازی مثلثی باشد برای هر سطح اطمینان $0 < \alpha \leq 1$ ، ارزش در معرض خطر فازی با استفاده از تئوری اعتبار می‌تواند به‌صورت زیر بیان گردد.

$$\xi AVaR(\alpha) = \begin{cases} (a-b)\alpha - a & \text{if } \alpha \leq 0.5, \\ c - 2b - \dfrac{1}{4\alpha}(a - 2b + c) + (b-c)\alpha, & \text{if } \alpha > 0.5. \end{cases} \quad \text{رابطه (۴)}$$

۳-۳- مدل‌سازی پرتفوی مبتنی بر نظریه اعتبار

در این بخش مدل چندهدفه تحقیق شامل اهداف، محدودیت‌ها پارامترها و متغیرهای مدل بیان می‌گردد.

۳-۳-۱- تشریح مسئله و نمادهای مدل

فرض می‌کنیم سرمایه‌گذار ثروت اولیه(W_1) خود را به n دارایی در ابتدای دوره یکم تخصیص دهد و ثروت پایانی خود را در پایان دوره T به دست آورد. سرمایه‌گذاران می‌توانند ثروت خود را به‌صورت متوالی در ابتدای هر دوره $T-1$ تخصیص مجدد دهند. با در نظر گرفتن هزینه معاملات، هدف سرمایه‌گذار حداکثر سازی ثروت پایانی پس از T دورهٔ سرمایه‌گذاری است. درعین‌حال، تعداد مطلوب دارایی‌ها در پرتفوی در هر دورهٔ t نباید مساوی یا بیشتر از تعداد معین مجاز باشد. همچنین سرمایه‌گذار در طی افق سرمایه‌گذاری سرمایه بیشتری به پرتفوی خود اضافه نکند در این حالت کل فرآیند سرمایه‌گذاری حالت خودگردشی[۷۶] دارد.

۳-۳-۲- تعاریف پارامترها و متغیرهای مدل

W_t : ثروت مورد انتظار در شروع دورهt ام $t = 1,2,\dots,T$

x_{it}: میزان (نسبت از کل وجوه) سرمایه‌گذاری در دارایی i ام در دوره $t,i = 1,2 \dots n t = 1,2,\dots,T$

$x_{r_f t}$: میزان (نسبت از کل وجوه) سرمایه‌گذاری در دارایی بدون ریسک در دوره $t,t = 1,2,\dots,T$

ξ_{it}: نرخ بازده فازی دارایی i در دوره $t i = 1,2 \dots, n t = 1,2,\dots,T$

r_f: نرخ بازده بدون ریسک

R_t: نرخ بازده خالص پرتفوی x_t در دوره t ، $t = 1,2,\dots,T$

min_r_t: حداقل نرخ بازده مورد قبول پرتفوی در دوره$t,t = 1,2,\dots,T$

(α): ضریب اطمینان ارزش در معرض خطر میانگین

e درجه تنوع‌بخشی مورد انتظار پرتفوی

U_{it}: حداکثر نسبت سرمایه که می‌تواند به دارایی i در دوره t تخصیص داده شود.
$i = 1,2 \dots, n t = 1,2,\dots,T$

L_{it}: حداقل نسبت سرمایه که می‌تواند به دارایی i در دوره t تخصیص داده شود.
$i = 1,2 \dots, n$ $t = 1,2, \dots, T$

$cost_{it}$: هزینه معاملات هر واحد دارایی i در پرتفوی t $i = 1,2 \dots, n$ $t = 1,2, \dots, T$

K_t حداکثر تعداد دارایی که می‌تواند در پرتفوی وجود داشته باشد

h_t حداقل تعداد دارایی که می‌تواند در پرتفوی وجود داشته باشد.

$\mathcal{Y}_{it}$ متغیر باینری که نشان‌دهنده این است که دارایی i در پرتفوی t وجود دارد یا نه،

$$\mathcal{Y}_{it} = \begin{cases} 1 & \text{اگر دارایی } i \text{ در پرتفوی } t \text{ وجود داشته باشد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad t = 1,2, \dots, T \; i = 1,2 \dots, n$$

جهت حل مدل نیاز به حالت غیر فازی سازی شده مدل تصمیم‌گیری داریم که بدین‌صورت قابل‌بیان می‌باشد:

$$\text{Max } W_{T+1}=W_1 \prod_{t=1}^{T}\left(1+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{a_{it}+2*b_{it}+c_{it}}{4}\right)x_{it}+r_f x_{r_f t} - \sum_{i=1}^{n} COST_{it}\left(\left|x_{it}-x_{i(t-1)}\right|\right)\right) \quad (۱)$$

$$\text{Min } AVaR(\alpha) = \sum_{t=1}^{T}\left[\sum_{i=1}^{n}\left((c_{it}-2b_{it})-\frac{1}{4\alpha}(a_{it}-2b_{it}+c_{it})+(b_i-c_i)\alpha\right)x_{it}\right] \quad \alpha \geq 0.5 \quad (۲)$$

Subject to

$$\sum_{i=1}^{n} x_{it} + x_{r_f t} = 1 \qquad i = 1 \dots n \quad t = 1, \dots, T \quad (۳)$$

$$R_t \geq min\_r_t \qquad t = 1, \dots, T \quad (۴)$$

$$-\sum_{i=1}^{n} x_{it} Ln x_{it} \geq e \qquad t = 1, \dots, T \qquad 0 \leq e \leq Ln\, n \quad (۵)$$

(۶)

$$x_{it} \geq 0 \qquad i = 1 \dots n \;;\; t = 1, \dots, T \quad (۶)$$

$$L_{it} \leq x_{it} \leq \mathcal{U}_{it} \qquad i = 1 \dots n \;;\, t = 1, \dots, T \quad (۷)$$

$$h_t \leq \sum_{i=}^{n} \mathcal{Y}_{it} \leq K_t \qquad t = 1,2, \dots, T. \quad (۸)$$

$$\mathcal{Y}_{it} \in [0,1] \qquad i = 1 \dots n \;;\, t = 1, \dots, T \quad (۹)$$

$$R_t = \sum_{i=1}^{n}(\frac{a_{it}+2*b_{it}+c_{it}}{4})x_{it}-\sum_{i=1}^{n}Cost_{it}(|x_{it}-x_{it-1}|); \quad t = 1, \dots, T$$ ❋

۳-۳-۳- شرح توابع هدف و محدودیت‌های مدل

توابع هدف

۱) هدف اول: حداکثر سازی ثروت در پایان دوره

۲) هدف دوم: حداقل نمودن ریسک (ارزش در معرض خطر میانگین فازی)

تعریف عملیاتی محدودیت‌های مدل

۳) نرمال بودن وزن دارایی‌ها در سبد، این محدودیت که برای هر دوره زمانی در افق برنامه‌ریزی نوشته می‌شوند تضمین می‌کند که کل ثروت اولیه سرمایه‌گذار در هر دوره بین دارایی بدون ریسک و دارایی ریسکی تقسیم می‌شود.

۴) حداقل میزان بازدهی که پرتفوی باید به آن دست پیدا کند.

۵) حداقل میزان درجه تنوع بخشی سبد

۶) مجاز نبودن فروش استقراضی

۷) حداقل و حداکثر میزان سرمایه‌گذاری در دارایی‌ها

۸) حداقل و حداکثر تعداد سهام موجود در پرتفوی

۹) متغیر باینری وجود یا عدم وجود یک دارایی در پرتفوی

❋ نرخ بازده خالص پرتفوی در هر دوره

۴- اجرای مدل بهینه‌سازی پرتفوی

در این بخش برای بیان ایده اصلی و همچنین قابلیت کاربرد مدل، مسئله بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای، مثال عددی را ارائه می‌دهیم. فرض کنید سرمایه‌گذار در نظر دارد از میان سهام موجود در شاخص DOW30، که شامل ۳۰ شرکت می‌باشد(جدول شماره ۱) تعدادی سهام انتخاب نماید به‌طوری‌که در سه دوره که به‌صورت هفتگی در نظر گرفته‌شده بتواند ثروت خود را در پایان هر دوره تخصیص مجدد دهد تا اهداف مسئله تحقق یابد. علاوه بر انتخاب سهام شرکت‌های مذکور سرمایه‌گذار می‌تواند بخشی از ثروت خود را در دارایی بدون ریسک سرمایه‌گذاری کند. برای محاسبه بازده‌های مثلثی فازی ما از روش تخمین ساده (ژانگ و ژیائو،۲۰۰۹) استفاده نمودیم(جدول شماره ۲). دوره زمانی برای استخراج داده‌های تاریخی از ژانویه ۲۰۱۱ تا دسامبر

۲۰۱۶ می‌باشد که به‌صورت ۳ دوره دوساله در نظر گرفته‌شده و قیمت‌های بسته شدن هفتگی لحاظ گردیده است. بازده‌های مثلثی محاسبه‌شده در جدول شماره (۲) نمایش داده‌شده است. ثروت ابتدایی ۱۰۰۰۰ دلار، نرخ بازده بدون ریسک ۰٫۰۰۹ و هزینه معاملات ۰٫۰۰۳، حداقل درجه تنوع‌بخشی پرتفوی ۱٫۵، حداقل نرخ بازدهی برای هر دوره ۰٫۰۸ ، حداقل و حداکثر میزان سرمایه-ای که می‌تواند به هر دارایی اختصاص داده شود به ترتیب صفر و ۳۰درصد و حداقل و حداکثر تعداد سهامی که می‌تواند در پرتفوی در هر دوره وجود داشته باشد به ترتیب ۵ و ۹ می‌باشد. اجرای مدل با استفاده از نرم افزا MATLAB انجام گرفته است.

جدول شماره ۱- شرکت‌های موجود در شاخص DOW30

شرکت	نماد	شرکت	نماد	شرکت	نماد
3M Company	MMM	International Business Machin	(IBM)	The Goldman Sachs Group, Inc	(GS)
American Express Company	(AXP)	Johnson & Johnson	(JNJ)	The Home Depot, Inc.	(HD)
Apple Inc.	(AAPL)	JPMorgan Chase & Co.	(JPM)	The Procter & Gamble Compar	(PG)
Caterpillar Inc.	(CAT)	McDonald's Corp.	(MCD)	The Travelers Companies, Inc	(TRV)
Chevron Corporation	(CVX)	Merck & Co., Inc.	(MRK)	The Walt Disney Company	(DIS)
Cisco Systems, Inc.	(CSCO)	Microsoft Corporation	(MSFT)	United Technologies Corporatio	(UTX)
E. I. du Pont de Nemours and Compan	(DD)	NIKE, Inc.	(NKE)	UnitedHealth Group Incorporat	(UNH)
Exxon Mobil Corporation	(XOM)	Pfizer Inc.	(PFE)	Verizon Communications Inc.	(VZ)
General Electric Company	(GE)	The Boeing Company	(BA)	Visa Inc.	(V)
Intel Corporation	(INTC)	The Coca-Cola Company	(KO)	Wal-Mart Stores Inc.	(WMT)

جدول شماره ۲- محاسبه بازده سهام شرکت‌ها در محیط فازی

ASSET	t=1	t=2	t=2
3M	(0.02052, 0.06052, 0.07948)	(0.01999, 0.05999, 0.08001)	(0.01593, 0.06331, 0.08407)
(AXP)	(0.01603, 0.08925, 0.13397)	(0.02579, 0.09076, 0.12421)	(-0.00246, 0.10232, 0.13246)
(AAPL)	(0.01846, 0.10736, 0.13154)	(0.03496, 0.09496, 0.11504)	(0.00331, 0.09630, 0.11669)
(CVX)	(0.00128, 0.06783, 0.10058)	(0.01979, 0.09167, 0.11021)	(-0.01696, 0.09200, 0.11531)
(CAT)	(-0.01964, 0.10052, 0.13312)	(0.00713, 0.08096, 0.10287)	(0.03086, 0.08086, 0.09913)
(CSCO)	(0.00506, 0.06193, 0.08159)	(-0.00292, 0.08087, 0.15174)	(0.03097, 0.07328, 0.11490)
(DD)	(0.01515, 0.13484, 0.16485)	(0.00917, 0.07244, 0.09070)	(0.01647, 0.11221, 0.13353)
(XOM)	(0.01236, 0.07265, 0.08764)	(0.00323, 0.08018, 0.09677)	(0.00889, 0.06839, 0.09111)
(GE)	(-0.02573, 0.05243, 0.12029)	(0.00427, 0.05716, 0.09068)	(-0.00883, 0.07784, 0.15198)
(INTC)	(-0.00608, 0.06509, 0.12131)	(0.01006, 0.04236, 0.07095)	(-0.01307, 0.07048, 0.09248)
(IBM)	(0.00579, 0.06528, 0.08421)	(-0.00997, 0.07973, 0.09997)	(-0.01549, 0.05847, 0.11496)
(JNJ)	(0.01239, 0.04883, 0.06761)	(0.01631, 0.05312, 0.06369)	(-0.00083, 0.04356, 0.08032)
(JPM)	(0.01462, 0.10949, 0.13538)	(0.02718, 0.09259, 0.11282)	(0.01753, 0.10521, 0.13247)
(MCD)	(-0.00518, 0.03356, 0.05173)	(-0.00398, 0.05510, 0.07398)	(-0.00884, 0.05388, 0.08297)

ASSET	t=1	t=2	t=2
(MRK)	(-0.01161, 0.06192, 0.08157)	(0.01863, 0.07773, 0.10137)	(-0.01874, 0.04953, 0.11264)
(MSFT)	(0.00403, 0.06416, 0.08597)	(0.02132, 0.12103, 0.14868)	(0.00263, 0.10634, 0.14754)
(NKE)	(0.01036, 0.10726, 0.12964)	(0.00457, 0.05046, 0.08943)	(-0.00662, 0.07143, 0.09517)
(PFE)	(-0.01295, 0.06848, 0.09100)	(-0.01256, 0.05895, 0.07489)	(0.01129, 0.05173, 0.07504)
(BA)	(0.02698, 0.08698, 0.10874)	(0.02292, 0.08945, 0.11708)	(0.01765, 0.11131, 0.13235)
(KO)	(-0.00568, 0.03781, 0.05435)	(0.01831, 0.05850, 0.08169)	(0.00086, 0.04027, 0.05914)
(GS)	(0.02025, 0.11477, 0.13975)	(0.01763, 0.08738, 0.13237)	(-0.00297, 0.08742, 0.16224)
(HD)	(0.02579, 0.12574, 0.15421)	(0.00104, 0.04650, 0.08666)	(0.00749, 0.07168, 0.09251)
(PG)	(0.00481, 0.04332, 0.05736)	(0.01101, 0.07354, 0.08899)	(-0.00511, 0.04917, 0.06108)
(TRV)	(0.02168, 0.08064, 0.09691)	(0.01763, 0.05383, 0.08237)	(0.00733, 0.05820, 0.07267)
(DIS)	(-0.00162, 0.07197, 0.09413)	(0.02088, 0.04340, 0.06545)	(0.00535, 0.09410, 0.11624)
(UTX)	(-0.02347, 0.07155, 0.10089)	(-0.00148, 0.03678, 0.05146)	(0.00304, 0.08625, 0.10696)
(UNH)	(0.00473, 0.06673, 0.11039)	(0.00316, 0.06735, 0.08231)	(0.01279, 0.07638, 0.09721)
(VZ)	(0.00359, 0.05524, 0.06713)	(-0.00156, 0.04077, 0.06357)	(0.03026, 0.08292, 0.10178)
(V)	(0.00719, 0.08246, 0.10618)	(0.04107, 0.09527, 0.10803)	(-0.00326, 0.04696, 0.05952)
(WMT)	(0.00549, 0.05104, 0.07451)	(-0.00811, 0.03108, 0.06130)	(-0.02905, 0.08676, 0.11851)

۴-۱- حل مدل با استفاده از الگوریتم MOPSO

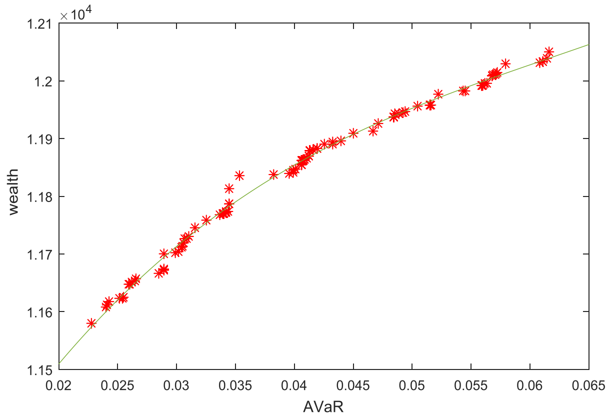
یکی از مشکلاتی که در مسائل کاربردی بهینه‌سازی سبد سهام با آن روبرو هستیم، چگونگی حل مدل‌های توسعه داده‌شده می‌باشد ازآنجاکه استفاده از معیارهای ریسک مختلف و همچنین گشتاورهای مراتب بالاتر در بهینه‌سازی سبد سهام منجر به غیرخطی شدن و NP Hard مسئله می‌شود می‌بایست از روش‌های فرا ابتکاری در مسائل کاربردی استفاده کرد. طیف وسیعی از این روش‌ها و الگوریتم‌های مختلف در این زمینه مورد استفاده قرار گرفته‌اند. یکی از بهترین روش‌ها با توجه به ماهیت چند هدفه مدل توسعه داده شده الگوریتم MOPSO می‌باشد. این الگوریتم توسط کوئولو (۲۰۰۸) معرفی شد. در این الگوریتم بهترین جواب‌های نامغلوب در یک حافظه خارجی نگهداری می‌شود.

شبه کد الگوریتم MOPSO
۱: ایجاد جمعیت اولیه
۲: مقدار دهی اولیه به سرعت هر ذره
۳: ارزیابی هر ذره از جمعیت
۴: جداکردن اعضای نامغلوب جمعیت و ذخیره آن‌ها در آرشیو خارجی؛
۵: جدول‌بندی فضای هدف کشف‌شده؛
۶: هر ذره از میان اعضای آرشیو، رهبری انتخاب کرده و حرکت می‌کند؛
۷: بهترین خاطر شخصی هر یک از ذرات به‌روز می‌شود؛

شبه کد الگوریتم MOPSO
۸: اعضای نامغلوب جمعیت فعلی به آرشیو اضافه می‌شود؛
۹: اعضای مغلوب آرشیو حذف می‌شود؛
۱۰: اگر تعداد اعضای آرشیو بیش از ظرفیت تعیین شده باشد، اعضای اضافی نیز حذف می‌شوند (اندازِ آرشیو محدود است)؛
۱۱: اگر شرایط خاتمه محقق نشده باشد، به مرحله ۵ بازمی‌گردیم و در غیر این صورت، کار پایان می‌یابد.

۵- یافته‌های پژوهش

با اجرای مدل توسط الگوریتم MPPSO ، شکل شماره (۱) جبهه‌های بهینه پارتو را با ۱۰۰۰ با تکرار نشان می‌دهد. با در نظر گرفتن درجه تنوع‌بخشی پرتفوی برابر ۱،۵، تعداد پرتفوهای نامغلوب بدست آمده ۱۲۷ پرتفوی می‌باشد که میزان تخصیص هر دارایی در هر سه دوره و همچنین میزان تخصیص ثروت به دارایی بدون ریسک برای چند پرتفوی انتخابی در جدول شماره (۳) نمایش داده شده است.



شکل شماره ۱- جبهه‌های بهینه پارتو

جدول ۳- مقادیر بهینه پرتفوی برای برخی مقادیرازمجموعه پارتو

<table>
<tr><th>پرتفوی</th><th>دوره</th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th>ثروت نهایی</th><th>ریسک</th></tr>
<tr><td rowspan="7">۱</td><td rowspan="4">Peroid 1</td><td>xrf</td><td>WMT</td><td>UTX</td><td>HD</td><td>KO1</td><td></td><td rowspan="7">11837.35</td><td rowspan="7">0.038</td></tr>
<tr><td>0.095</td><td>0.112</td><td>0.107</td><td>0.107</td><td>0.113</td><td></td></tr>
<tr><td>PFE</td><td>CVX</td><td>CAT</td><td>AAPL</td><td>AXP</td><td></td></tr>
<tr><td>0.094</td><td>0.106</td><td>0.103</td><td>0.071</td><td>0.093</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Peroid ۲</td><td>xrf</td><td>DIS</td><td>GS</td><td>KO</td><td>MRK</td><td>AXP</td></tr>
<tr><td>0.136</td><td>0.204</td><td>0.220</td><td>0.148</td><td>0.138</td><td>0.154</td></tr>
<tr><td>Peroid 3</td><td>xrf</td><td>WMT</td><td>JPM</td><td>XOM</td><td>CSCO</td><td></td></tr>
</table>

پرتفوی	دوره							ثروت نهایی	ریسک
		0.234	0.163	0.197	0.174	0.232			
۵۰	**Peroid 1**	xrf	UTX	DIS	HD	PFE		**12034.14**	**0.061**
		0.117	0.107	0.123	0.121	0.112			
		MSFT	CAT	AAPL	AXP				
		0.120	0.118	0.095	0.087				
	Peroid 2	xrf	GS	KO	MRK	AAPL	AXP		
		0.143	0.191	0.165	0.129	0.207	0.164		
	Peroid 3	xrf	WMT	BA	JPM	INTC			
		0.101	0.076	0.128	0.097	0.107			
		XOM	CSCO	CAT	AAPL	AXP			
		0.068	0.092	0.114	0.116	0.100			
...	...								
۱۰۰	**Peroid 1**	xrf	UTX	HD	PFE	CAT		**11992.17**	**0.055**
		0.156	0.156	0.162	0.149	0.158			
		AAPL	AXP						
		0.103	0.117						
	Peroid 2	xrf	UNH	GS	KO	MRK	JNJ		
		0.063	0.117	0.086	0.072	0.059	0.107		
		IBM	CVX	CAT	AAPL	AXP			
		0.110	0.116	0.103	0.092	0.074			
	Peroid 3	xrf	WMT	JPM	INTC	XOM			
		0.136	0.100	0.124	0.145	0.089			
		CSCO	AAPL	AXP					
		0.119	0.154	0.132					
۱۲۶	**Peroid 1**	xrf	UTX	PFE	CAT	AAPL	AXP	**11730.32**	**0.031**
		0.186	0.166	0.177	0.182	0.162	0.127		
	Peroid 2	xrf	GS	KO	MRK	AXP			
		0.179	0.233	0.215	0.163	0.211			
	Peroid 3	xrf	WMT	XOM	CSCO	AXP			
		0.239	0.176	0.146	0.216	0.223			

به‌منظور مقایسه پرتفوهای به دست آمده، نمونه‌ای از ۵۰۰ پرتفوی تصادفی ایجاد و با پرتفوهای بهینه مقایسه نمودیم. نتایج در جدول شماره (۴) آورده شده است.

نتایج نشان می‌دهد پرتفوی بهینه به میزان بیشتری ثروت دست پیدا کرده است و حداقل میزان ثروت نیز از پرتفوی تصادفی بیشتر است. میانگین ثروت نهایی از میانگین ثروت در پرتفوهای تصادفی بیشتر و انحراف استاندارد(SD) کمتر از پرتفوهای تصادفی می‌باشد.

از منظر ریسک نیز که یک هدف مینیمم سازی می‌باشد حداکثر AVaR پرتفوهای بهینه از

حداکثر AVaR پرتفوهای تصادفی کمتر و حداقل آن از حداقل پرتفوهای تصادفی کمتر مـی‌باشـد، میانگین و انحراف استاندارد AVaR در پرتفوهای بهینه از میانگین و انحـراف اسـتاندارد پرتفوهـای تصادفی کمتر می‌باشد که نشان دهنده وضعیت مطلوب پرتفوهای بهینه به دست آمده است.

جدول ۴- مقایسه پرتفوهای بهینه و تصادفی

	پرتفوی پارتو بهینه	پرتفوی تصادفی
MAX W	12050	1190۰
MIN W	11580	11070
MEAN W	11860	11470
SD W	120	144
MAX AVaR	0.06159	0.09519
MIN AVaR	0.02276	0.0276
MEAN AVaR	0.04198	0.0582
SD AVaR	0.01038	0.01104

همچنین به‌منظور ارزیابی میزان ثروت نهایی در صورت تغییر در مقدار درجه تنوع‌بخشی پرتفوی (e) ، سه مقدار برای درجه تنوع‌بخشی پرتفوی در نظر گرفته شد و در هر سه حالت مقایسه گردید. نتایج آن در جدول شماره (۵) آورده شده است.

با افزایش درجه تنوع‌بخشی از ۱,۵ به ۱,۹ معیارهای حداکثر ثروت،حداقل، میـانگین و انحـراف استاندارد ثروت نهایی پرتفوهای پارتو بدست آمده در وضعیتی نامطلوب‌تر قـرار دارنـد. همچنـین بـا افزایش درجه تنوع‌بخشی از ۱,۹ به ۲,۳ نیز نتایج حاصل از افـزایش درجـه تنـوع‌بخشـی در مرحلـه قبل تکرار شد. لازم به ذکر است به‌طورکلی نتایج نشان می‌دهد با افزایش درجه تنوع‌بخشی پرتفوی میزان ثروت نهایی کاهش پیدا می‌کند.

جدول ۵- مقایسه پرتفوهای بهینه با میزان درجه تنوع‌بخشی مختلف

	ثروت	پرتفوی پارتو بهینه
e=۱,۵	MAX W	۱۲۰۵۰
	MIN W	۱۱۵۸۰
	MEAN W	۱۱۸۶۰
	SD W	۱۲۰
e=۱,۹	MAX W	۱۱۹۵۰
	MIN W	۱۱۶۲۰
	MEAN W	۱۱۷۳۰

پرتفوی پارتو بهینه	ثروت	
۱۷۰	SD W	
۱۱۸۹۰	MAX W	e=۲,۳
۱۱۵۷۰	MIN W	
۱۱۶۴۰	MEAN W	
۱۸۷	SD W	

۶- بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک مدل بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای را ارائه نمودیم. معیار ریسک مورد استفاده ارزش در معرض خطر میانگین به‌عنوان یک معیار ریسک منسجم می‌باشد. مدل ارائه‌شده به گونه طراحی شد که علاوه بر در نظر گرفتن هزینه معاملات که در مدل‌های چند دوره‌ای به واسطه تخصیص مجدد ثروت در ابتدای هر دوره تأثیر مهمی در ثروت نهایی دارد، بخشی از ثروت نیز به دارایی بدون ریسک تخصیص داده شود تا از میزان ریسک سرمایه‌گذار کاسته شود. همچنین از "آنتروپی نسبت"[۲۵] به‌عنوان شاخص اندازه‌گیری درجه تنوع‌بخشی پرتفوی استفاده نمودیم. ازآنجایی‌که تنوع‌بخشی برای کاهش ریسک ازنظر سرمایه‌گذار اصلی مهم در نظر گرفته می‌شود حداکثر و حداقل میزان سرمایه‌گذاری در یک سهم و همچنین حداکثر و حداقل تعداد سهامی که می‌تواند در پرتفوی با توجه به درجه تنوع‌بخشی موردنظر وجود داشته باشد به‌عنوان دو محدودیت دیگر به مدل اضافه کردیم. نتایج حاصله با استفاده از الگوریتم MOPSO ،ضمن ایجاد جواب‌های پارتو بهینه، نشان‌دهنده مطلوبیت بالاتر پرتفوهای بهینه به‌دست‌آمده از پرتفوهای تصادفی ایجاد شده می‌باشد. همچنین تأثیر تغییر درجه تنوع‌بخشی پرتفوی بر میزان ثروت نهایی نشان داد با افزایش میزان درجه تنوع‌بخشی ثروت نهایی کاهش پیدا می‌کند. ازآنجایی‌که با افزایش درجه تنوع‌بخشی تعداد بیشتری سهم در پرتفوی وارد می‌شوند، بنابراین هزینه معاملات افزایش پیداکرده و باعث کاهش ثروت نهایی خواهد شد.

در مقایسه با پژوهش‌های قبلی صورت گرفته در زمینه بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای، مدل ارائه‌شده در این پژوهش برخلاف مدل‌های توسعه داده‌شده توسط مهلاوات(۲۰۱۶) ، جیو و همکاران(۲۰۱۶)، دیمیگوئل و همکاران(۲۰۱۶)، کونگ و استرلی(۲۰۱۶)، ورچر و برمودز(۲۰۱۵)، لیو و همکاران(۲۰۱۶)لیو و ژانگ(۲۰۱۵)، ژان و همکاران(۲۰۱۴) و لیو و همکاران (۲۰۱۲،۲۰۱۳) از معیار ارزش در معرض خطر میانگین به عنوان معیار ریسک استفاده شد. در جدول زیر مقایسه‌ای بین پژوهش‌های قبلی با پژوهش حاضر ازنظر در نظر گرفتن هزینه معاملات، تخصیص بخشی از

ثروت به دارایی بدون ریسک و حداقل درجه تنوع‌بخشی موردنظر سرمایه‌گذار در مدل‌های ارائه‌شده برای مقایسه فهرست شده است:

محقق (محققین)	در نظر گرفتن هزینه معاملات	تخصیص بخشی از سرمایه در دارایی بدون ریسک	محدودیت حداقل درجه تنوع‌بخشی
مهلاوات(۲۰۱۶)	√	×	×
جیو و همکاران(۲۰۱۶)	√	√	×
دیمیگوئل و همکاران (۲۰۱۶)	√	×	×
کونگ و اوسترلی (۲۰۱۶)	×	√	×
لیو و همکاران (۲۰۱۶)	√	×	×
لیو و ژانگ (۲۰۱۵)	√	×	√
ژانگ و ژانگ(۲۰۱۴)	√	√	×
لیو و همکاران(۲۰۱۳)	√	×	√
لیو و همکاران(۲۰۱۲)	√	×	×
پژوهش حاضر	√	√	√

به‌منظور پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌گردد از تجزیه‌وتحلیل فاصله‌ای، رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی فازی و سایر الگوریتم‌های بهینه‌سازی چندهدفه استفاده گردد. همچنین سایر معیارهای ریسک نیز می‌تواند در پژوهش‌های بعدی مدنظر قرار گیرد.

فهرست منابع

* بهزادی، عادل؛ بختیاری، مصطفی.(۱۳۹۳)، ارائه مدلی بر مبنای میانگین-آنتروپی- چولگی برای بهینه‌سازی سبد سهام در محیط فازی، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، تابستان ۱۳۹۳، شماره ۱۹، صص ۵۶-۳۹.
* دیده خانی, حسین, حجتی استانی, سعید. (۱۳۹۶). ارائه مدل برنامه ریزی چندهدفه جهت انتخاب سهام با در نظرگرفتن ارزش در معرض خطر فازی: رویکرد تئوری اعتبار فازی. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*, ۸(۳۲), ۲۳۹-۲۶۸.
* رستمی، محمدرضا؛ کلانتری بنجار، محمود و بهزادی، عادل. (۱۳۹۴)، گشتاورهای مراتب بالاتر در بهینه سازی سبد سهام در محیط فازی، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار ، شماره ۲۴ ، ۶۱-۴۱.
* محمدی، محمد؛ براتی، محمد علی و نادری، بهمن. (۱۳۹۴)، انتخاب سبد سرمایه گذاری چند دوره ای فازی با استفاده از روش فراابتکاری، پایان نامه کارشناسی ارشد دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی.
* موشخیان، سیامک؛ نجفی، امیرعباس. (۱۳۹۴)" بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با استفاده از الگوریتم چندهدفه ازدحام ذرات برای مدل احتمالی چند دوره ای میانگین-نیم واریانس- چولگی"، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار ، شمارۀ ۲۳، تابستان، صص ۱۴۷-۱۳۳.
* Alexander, G. J., & Baptista, A. M. (2004). A comparison of VaR and CVaR constraints on portfolio selection with the mean-variance model. Management science, 50(9), 1261-1273.
* Andersson, F., Mausser, H., Rosen, D., & Uryasev, S. (2001). Credit risk optimization with conditional value-at-risk criterion. Mathematical Programming, 89(2), 273-291.
* Arditti, F. D., & Levy, H. (1975). Portfolio efficiency analysis in three moments: the multiperiod case. The Journal of Finance, 30(3), 797-809.
* Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. Mathematical finance, 9(3), 203-228.
* Ben-Tal, A., & Nemirovski, A. (1998). Robust convex optimization. Mathematics of operations research, 23(4), 769-805.
* Ben-Tal, A., & Nemirovski, A. (2002). Robust optimization–methodology and applications. Mathematical Programming, 92(3), 453-480.
* Brodt, A. I. (1983). Min-mad life: A multi-period optimization model for life insurance company investment decisions. Insurance: mathematics and Economics, 2(2), 91-102.
* Chen, Y., Liu, Y. K., & Chen, J. (2006). Fuzzy portfolio selection problems based on credibility theory. Advances in Machine Learning and Cybernetics, 377-386.

* Chunhachinda, P., Dandapani, K., Hamid, S., & Prakash, A. J. (1997). Portfolio selection and skewness: Evidence from international stock markets. Journal of Banking & Finance, 21(2), 143-167.
* Coello, C. A. C., Lamont, G. B., & Van Veldhuizen, D. A. (2007). Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems (Vol. 5). New York: Springer.
* Cong, F., & Oosterlee, C. W. (2016). Multi-period mean–variance portfolio optimization based on Monte-Carlo simulation. Journal of Economic Dynamics and Control, 64, 23-38.
* Consigli, G. (2002). Tail estimation and mean–VaR portfolio selection in markets subject to financial instability. Journal of Banking & Finance, 26(7), 1355-1382.
* DeMiguel, V., Mei, X., & Nogales, F. J. (2016). Multiperiod Portfolio Optimization with Multiple Risky Assets and General Transaction Costs. Journal of Banking & Finance.
* Feinstein, C. D., & Thapa, M. N. (1993). A Reformulation of a Mean-absolute Deviation Portfolio Optimization Model. Management Science, 39(12).
* Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1974). On the optimality of some multiperiod portfolio selection criteria. The Journal of Business, 47(2), 231-243.
* Goldfarb, D., & Iyengar, G. (2003). Robust portfolio selection problems. Mathematics of operations research, 28(1), 1-38.
* Grootveld, H., & Hallerbach, W. (1999). Variance vs downside risk: Is there really that much difference?. European Journal of operational research, 114(2), 304-319.
* Guo, S., Yu, L., Li, X., & Kar, S. (2016). Fuzzy multi-period portfolio selection with different investment horizons. European Journal of Operational Research.
* Hakansson, N. H. (1971). Multi-period mean-variance analysis: toward a general theory of portfolio choice. The Journal of Finance, 26(4), 857-884.
* Huang, X. (2006). Fuzzy chance-constrained portfolio selection. Applied mathematics and computation, 177(2), 500-507.
* Huang, X. (2008). Mean-variance model for fuzzy capital budgeting. Computers & Industrial Engineering, 55(1), 34-47.
* Huang, X. (2008). Risk curve and fuzzy portfolio selection. Computers & Mathematics with Applications, 55(6), 1102-1112.
* Huang, X. (2008). Mean-entropy models for fuzzy portfolio selection. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 16(4), 1096-1101.
* Katagiri, H., & Ishii, H. (1999). Fuzzy portfolio selection problem. In Systems, Man, and Cybernetics, 1999. IEEE SMC'99 Conference Proceedings. 1999 IEEE International Conference on (Vol. 3, pp. 973-978). IEEE.
* Konno, H., & Yamazaki, H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. Management science, 37(5), 519.
* León, T., Liern, V., & Vercher, E. (2002). Viability of infeasible portfolio selection problems: A fuzzy approach. European Journal of Operational Research, 139(1), 178-189.
* Liesiö, J., Mild, P., & Salo, A. (2008). Robust portfolio modeling with incomplete cost information and project interdependencies. European Journal of Operational Research, 190(3), 679-695.

* Lin, C. C., & Liu, Y. T. (2008).Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots. European Journal of Operational Research, 185(1), 393-404.
* Liu, B., & Liu, Y. K. (2002). Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models. Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, 10(4), 445-450.
* Liu, Y. J., & Zhang, W. G. (2015). A multi-period fuzzy portfolio optimization model with minimum transaction lots. European Journal of Operational Research, 242(3), 933-941.
* Liu, Y. J., Zhang, W. G., & Xu, W. J. (2012). Fuzzy multi-period portfolio selection optimization models using multiple criteria. Automatica, 48(12), 3042-3053.
* Liu, Y. J., Zhang, W. G., & Zhang, Q. (2016). Credibilistic multi-period portfolio optimization model with bankruptcy control and affine recourse. Applied Soft Computing, 38, 890-906.
* Liu, Y.-J., Zhang, W.-G., & Zhang, P. (2013). A multi-period portfolio selection optimization model by using interval analysis. Economic Modelling, 33, 113-119.
* Liu, Y.-J., Zhang, W.-G., & Zhang, Q. (2016). Credibilistic multi-period portfolio optimization model with bankruptcy control and affine recourse. Applied Soft Computing, 38, 890-906.
* Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. The journal of finance, 7(1), 77-91.
* Markowitz, H., & Selection, P. (1959). Efficient diversification of investments. John Wiley and Sons, 12, 26-31.
* Mehlawat, M. K. (2016). Credibilistic mean-entropy models for multi-period portfolio selection with multi-choice aspiration levels. Information Sciences, 345, 9-26.
* Mossin, J. (1968). Optimal multiperiod portfolio policies. The Journal of Business, 41(2), 215-229.
* Peng, J. (2011). Credibilistic value and average value at risk in fuzzy risk analysis. Fuzzy Information and Engineering, 3(1), 69-79.
* Peng, J., & Tse, W. M. (2005, August). Credibility programming approach to fuzzy portfolio selection problems. In Machine Learning and Cybernetics, 2005. Proceedings of 2005 International Conference on (Vol. 4, pp. 2523-2528). IEEE.
* Quaranta, A. G., & Zaffaroni, A. (2008). Robust optimization of conditional value at risk and portfolio selection. Journal of Banking & Finance, 32(10), 2046-2056.
* Rachev, S. T., Stoyanov, S. V., & Fabozzi, F. J. (2008). Advanced stochastic models, risk assessment, and portfolio optimization: The ideal risk, uncertainty, and performance measures (Vol. 149). John Wiley & Sons.
* Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. Journal of risk, 2, 21-42.
* Rockafellar, R. T., Uryasev, S., & Zabarankin, M. (2006). Generalized deviations in risk analysis. Finance and Stochastics, 10(1), 51-74.
* Speranza, M. G. (1993). Linear programming models for portfolio optimization. J. Finance 14 ; 107–123.

* Uryasev, S. (2000). Conditional value-at-risk: Optimization algorithms and applications. In Computational Intelligence for Financial Engineering, 2000.(CIFEr) Proceedings of the IEEE/IAFE/INFORMS 2000 Conference on (pp. 49-57). IEEE.
* Watada, J. (1997). Fuzzy portfolio selection and its applications to decision making. Tatra Mountains Mathematical Publication, 13(4), 219-248.
* Xia, Y., Liu, B., Wang, S., & Lai, K. K. (2000). A model for portfolio selection with order of expected returns. Computers & Operations Research, 27(5), 409-422.
* Yoshimoto, A. (1996). The mean-variance approach to portfolio optimization subject to transaction costs. Journal of the Operations Research Society of Japan, 39(1), 99-117.
* Zhang, W. G., Liu, Y. J., & Xu, W. J. (2014). A new fuzzy programming approach for multi-period portfolio optimization with return demand and risk control. Fuzzy Sets and Systems, 246, 107-126.
* Zhang, W. G., & Xiao, W. L. (2009). On weighted lower and upper possibilistic means and variances of fuzzy numbers and its application in decision. Knowledge and information systems, 18(3), 311-330.
* Zhang, W. G., Liu, Y. J., & Xu, W. J. (2012). A possibilistic mean-semivariance-entropy model for multi-period portfolio selection with transaction costs. European Journal of Operational Research, 222(2), 341-349.

یادداشت‌ها

[1]. Semi variance
[2] absolute deviation
[3] average absolute deviation
[4] skewness
[5] semi-absolute deviation
[6] value at risk
[7] entropy
[8]Risk curve
[9] chance
[10] Average value at Risk
[11] Subadditive
[12] Monotonicity
[13] homogeneity Positive
[14] Translation Invariance
[15]Positive shift
[16] Positive homogeneity
[17] Positivity
[18]Subadditivity
[19] Translation invariance
[20] Coherent Risk Measures
[21] Monotonicity Property
[22] Conditional value-at-risk
[23] Fuzzy Expected value
[24] Fuzzy Average value at Risk
[25] proportion entropy