مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی‌ام / بهار ۱۳۹۶

رتبه‌بندی آماری مدل‌های مختلف ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار با استفاده از رویکرد مجموعه اطمینان مدل (MCS) برای صنعت بانکداری: با تأکید بر رویکرد ارزش فرین شرطی

علیرضا سارنج[1]
مرضیه نوراحمدی[2]

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۸/۰۱ تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۹/۱۷

چکیده

در این پژوهش به رتبه‌بندی رویکردهای مختلف ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار بر روی داده‌های روزانه شاخص صنعت بانکداری در طی دوره زمانی ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۵ با تأکید بر رویکرد ارزش فرین شرطی می‌پردازیم. در مرحله اول، برای بررسی اعتبار پیش‌بینی مدل‌های مختلف از روش‌های پس‌آزمایی پوشش برنولی و آزمون استقلال تخطی برای VaR و آزمون مک‌نیل‌وفری برای ES استفاده می‌گردد. در مرحله دوم، توابع زیان مدل‌های معتبر باقی‌مانده از مرحله اول وارد تابع MCS شده و رتبه‌بندی آماری صورت می‌گیرد. تابع زیان مورد استفاده در مدل‌های VaR، تابع زیان داو و در مدل‌های ES، اولسن می‌باشد. نتایج نشان داد در هر دو مدل‌های VaR و ES و در سطح اطمینان ۹۹٪ ، رویکردهای ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال، ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده تی‌استیودنت و گارچ با پسماندهای تی‌استیودنت به ترتیب رتبه‌های اول تا سوم را دارند.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض ریسک، ریزش مورد انتظار، مجموعه اطمینان مدل، تئوری ارزش فرین، رویکرد فراتر از آستانه.

۱- استادیار دانشکده مدیریت و حسابداری پردیس فارابی، دانشگاه تهران، قم، ایران (نویسنده مسئول).
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مدیریت و حسابداری پردیس فارابی، دانشگاه تهران، قم، ایران.

۱- مقدمه

امروزه پژوهش‌گران دریافته‌اند که فرض توزیع نرمال برای بازده دارایی‌های مالی، فرضی به دور از واقعیت است و بسیاری از دارایی‌ها مقدار قابل توجهی کشیدگی (حاکی از دنباله پهن توزیع احتمال آن‌ها) دارند. همچنین فرض توزیع‌های مشخص (مثل نرمال، t، GED و ...) برای برآورد آماره‌های مرکزی مناسب هستند، در صورتی که در بحث برآورد VaR و ES بر روی ارزش‌های حدی که معمولاً داده‌های کمی نیز برای آن‌ها وجود دارد تأکید می‌گردد. تئوری ارزش فرین (EVT) بر روی مدل‌سازی رفتار دنباله توزیع زیان با استفاده از فقط ارزش‌های فرین به جای کل نمونه متمرکز شده و برآوردی پارامتریک از توزیع دنباله ارائه می‌نماید. ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار طبق تعریف، ریسک تأثیر اقتصادی رُخدادهای نادر را اندازه‌گیری می‌نمایند. بنابراین EVT که بر اساس قضایای آماری فرین شکل گرفته است با تمرکز بر روی بازده‌های فرین، رویکردی بهتر و قوی‌تر برای اندازه‌گیری ریسک فرین مرتبط با دنباله ارائه می‌کند. نظریه ارزش فرین غیرشرطی برای پیش‌بینی زیان منتظره در طی یک دوره بلندمدت مفید است. اما، گاهی اوقات خواهان کاربرد نظریه ارزش فرین شرطی برای برخی ساختارهای پویا هستیم و این مستلزم تمایز بین متغیر و عوامل تصادفی محرک آن است. استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی یا پویا زمانی مفید است که با دوره-های کوتاه‌مدت سر و کار داشته باشیم و در عین حال، متغیر ساختاری پویا و قابل مدل‌سازی داشته باشد. در واقع، معمولاً خود سری‌های زمانی زیان، دارای توزیع یکسان‌ومستقل (*iid*) نیستند، بنابراین با استفاده از مدل‌سازی نوسانات می‌توان پسماندهای استاندارد شده که *iid* می‌باشند را در تئوری ارزش فرین بکار برد. در این حالت ما به دنبال این هستیم که با استفاده از فرآیند GARCH، تلاطم‌های متغیر تصادفی را تشریح کرده و سپس از نظریه ارزش فرین برای مدل‌سازی خطاهای استانداردشده حاصل از فرآیند GARCH استفاده کنیم.

VaR حداکثر زیان با سطح اطمینان مشخص در میان دوره زمانی معین است در حالی که ریزش مورد انتظار (ES) میانگین زیان به شرطی است که زیان از VaR فراتر رفته باشد. ES نشان می‌دهد که شرایط بد تا چه اندازه می‌تواند بد باشد، در حالی که VaR برای زیان‌های فراتر از خودش حرفی برای گفتن ندارد. به طور کلی قاعده تصمیم‌گیری در مورد ریسک و بازده مورد انتظار، با استفاده از ES نسبت به VaR معتبرتر و مطلوب‌تر است. در این پژوهش، با استفاده از تئوری ارزش فرین به محاسبه روش‌های مختلف پس‌آزمایی VaR و ES پرداخته و عملکرد و دقت آن‌ها را با یکدیگر برای شاخص صنعت بانکداری بررسی خواهیم کرد.

در راستای بررسی فوق، ساختار مقاله حاضر به ترتیب زیر است. در بخش ۲ به پیشینه پژوهش، در بخش ۳ به مبانی نظری و روش‌های مختلف اندازه‌گیری VaR و ES به همراه انواع مختلف روش‌های پس-آزمایی و رویکرد «مجموعه اطمینان مدل[1]» (MCS)، در بخش ۴ به تحلیل داده‌ها و در نهایت در بخش ۵ نتیجه‌گیری می‌نماییم.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

تئوری ارزش فرین مربوط به تعیین حدهای مجانبی است که توزیع فرین‌ها را توصیف می‌نماید (ری، ۲۰۱۰، ص ۳۷). دو رویکرد توزیع ارزش فرین تعمیم‌یافته [۲] (GEV) و رویکرد فراتر از آستانه[۳] (POT) نسخه‌های مختلفی از یک نظریهٔ زیربنایی به‌نام نظریهٔ ارزش فرین هستند. رویکرد اول، پوشش‌دهندهٔ توزیع ارزش‌های فرین است و رویکرد دوم، با توزیع تخطی‌های فراتر از یک آستانهٔ بزرگ سروکار دارد که در ادامه مورد بحث قرار خواهد گرفته و در این تحقیق مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲-۱- رویکرد فراتر از آستانه

همان‌گونه که نظریهٔ تعمیم‌یافتهٔ ارزش فرین راه‌حلی بدیهی برای مدل‌سازی حداکثرها و حداقل‌هاست، رویکرد فراتر از آستانه نیز روشی بدیهی برای مدل‌سازی تخطی‌ها از یک آستانهٔ بزرگ است. به‌عبارتی دیگر ما تنها به‌دنبال مشاهدات حداکثر یا حداقل نیستیم، بلکه تخطی مشاهدات فرین از یک آستانهٔ بزرگ نیز برایمان جالب است. یک راه استخراج ارزش‌های فرین از یک نمونهٔ مشاهدات این است که تخطی‌ها از یک آستانهٔ بزرگ را به‌عنوان ارزش‌های فرین در نظر بگیریم. اگر نمونهٔ مشاهدات را با $X_1, X_2, \dots, X_n$، تابع توزیع آن را با $F(X)$ و مقدار آستانه را با u نشان دهیم، $F(u)$ را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴، ص ۲۹۱):

$$F(u) = Pr\{X_i \le u\} \quad (۱)$$

تخطی زمانی اتفاق می‌افتد که برای هر $i = 1,2,\dots,n$ داشته باشیم:

$$X_i > u \quad (۲)$$

بر این اساس، مقدار اضافی فراتر از آستانه را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$y_i = X_i - u \quad (۳)$$

برای احتمالات $X_i \le y_i + u$ خواهیم داشت (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴، ص ۲۹۱):

$$Pr\{X_i \le y_i + u\} = F(y_i + u) \quad (۴)$$

به این ترتیب، برای توزیع احتمال مقادیر اضافی فراتر از آستانهٔ u خواهیم داشت:

$$F_u(y) = Pr\{X_i - u \le y_i | X_i > u\} \quad (۵)$$

که $F_u(y)$ نمایان‌گر احتمال تخطی X حداکثر به اندازهٔ y از آستانهٔ u است، البته مشروط بر این‌که X از u فراتر رفته باشد. این احتمال مشروط را می‌توان به‌صورت زیر نوشت (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴، ص ۲۹۱):

$$F_u(y) = Pr\{X_i - u \leq y_i | X_i > u\} = \frac{\Pr\{X_i - u \leq y_i, X_i > u\}}{\Pr(X_i > u)} \tag{۶}$$

که در نتیجه خواهیم داشت:

$$F_u(y) = \frac{F(y_i + u) - F(u)}{1 - F(u)} \tag{۷}$$

از آنجا که $F_u(y)$ احتمال مشروط بر تخطی از آستانه است، y_i تنها برای مقادیر بزرگ‌تر از صفر تعریف می‌شود و بدین ترتیب هر زمان که y_i مقدار می‌گیرد، تخطی روی داده است. می‌دانیم که برای هر $X > u$ داریم: $X = y + u$ بنابراین توزیع احتمال متغیر X را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$F(x) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u) \tag{۸}$$

توجه داشته باشید که رابطهٔ فوق تنها برای $X > u$، صادق است (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴، ص ۲۹۱).

بالکما و دی‌هان و نیز پیکاندس طی قضیه‌ای نشان دادند که برای uهایی که به اندازهٔ کافی بزرگ است، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می‌توان با توزیع تعمیم‌یافتهٔ پارتو[۴] (GPD) تقریب زد، زیرا با بزرگ شدن آستانه، توزیع ارزش‌های فراتر از آستانه یعنی $F_u(y)$ به توزیع تعمیم‌یافتهٔ پارتو نزدیک می‌شود. توزیع تعمیم‌یافتهٔ پارتو را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۶، ص ۵۵۱):

$$G_{\xi,\mu,\sigma}(x) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \xi(\frac{x-\mu}{\sigma})\right]^{-1/\xi} & if \;\; \xi \neq 0 \\ 1 - exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] & if \;\; \xi = 0 \end{cases} \tag{۹}$$

با:

$$x \in \begin{cases} [\mu, \infty] & if \;\; \xi \geq 0 \\ [\mu, \mu - \sigma/\xi] & if \;\; \xi < 0 \end{cases}$$

بدیهی است که حد بخش اول رابطهٔ فوق به ازای $\xi \to 0$، برابر با رابطهٔ دوم است. بر این اساس، می‌توان توزیع تعمیم‌یافتهٔ پارتو را تنها با رابطهٔ زیر نمایش داد:

$$G_{\xi,\mu,\sigma}(x) = 1 - \left[1 + \xi(\frac{x-\mu}{\sigma})\right]^{-1/\xi} \tag{۱۰}$$

اهمیت قضیهٔ بالکما، دی‌هان و پیکاندس در این است که می‌توان توزیع ارزش‌های فراتر از آستانه را با انتخاب شاخص دنباله و یک آستانهٔ بزرگ از طریق GPD تخمین زد.
توجه داشته باشید که در روابط (۹) و (۱۰)، x همان ارزش‌های فراتر از آستانه یا «X»های بزرگ‌تر از u است و μ نیز معادل آستانه یا همان u است. بنابراین می‌توان رابطهٔ (۹) را به این صورت بازنویسی کرد:

$$F(x)=\begin{cases}1-\left[1+\xi\left(\frac{x-u}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi} & if \quad \xi\neq 0\\ 1-exp\left[-(\frac{x-u}{\sigma})\right] & if \quad \xi=0\end{cases} \qquad (۱۱)$$

با:

$$x\in\begin{cases}[u,\infty] & if \ \xi\geq 0\\ [u,u-\sigma/\xi] & if \ \xi<0\end{cases}$$

۲-۲- برآورد VaR و ES

محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک مستلزم تخمین چندک‌های توزیع بازدهٔ دارایی است. این کار معادل محاسبهٔ چندک‌های توزیع بازدهٔ مادر است. تا این‌جا، فرآیند تخمین توزیع ارزش‌های فراتر از آستانه ارایه شد. به عبارت دیگر، می‌توان توزیع بازده‌های کوچک‌تر از یک آستانهٔ کوچک و یا زیان‌های بزرگ‌تر از یک آستانهٔ بزرگ را تعیین نمود. حال باید به‌دنبال رابطه‌ای باشیم که نشان‌دهندهٔ نحوهٔ ارتباط توزیع بازده‌های فراتر از آستانه و توزیع بازدهٔ مادر است. این ویژگی را می‌توان در رابطهٔ (۸) یافت.

طبق قضیهٔ بالکما، دی‌هان و پیکاندس، $F_u(y)$ برای «u»هایی که به اندازهٔ کافی بزرگ است، به توزیع تعمیم‌یافتهٔ پارتو نزدیک می‌شود و نیز از آن‌جا که برای هر $X>u$ داریم: $X=u+y$، می‌توان نوشت (داو، ۲۰۰۵، ص ۲۰۲):

$$F(x)=[1-F(u)]G_{\xi,\mu,\sigma}(x-u)+F(u) \qquad (۱۲)$$

بعد از تعیین آستانه، مشاهدات فراتر از آستانه را از نمونهٔ مشاهدات جدا می‌کنیم. اگر تعداد مشاهدات فراتر از آستانه را با n_u و تعداد کل مشاهدات نمونه را با n نمایش دهیم. به‌راحتی می‌توانیم آخرین جملهٔ سمت راست رابطهٔ (۱۲) را با برآوردکنندهٔ تجربی زیر تخمین بزنیم (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۶، ص ۵۵۲):

$$\hat{F}(u)=\frac{n-n_u}{n} \qquad (۱۳)$$

با جای‌گذاری رابطهٔ (۱۳) در (۱۲) می‌توان توزیع احتمال مقادیر x را برآورد کرد (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴، ص ۲۹۲):

$$\hat{F}(x) = \left(1 - \frac{n-n_u}{n}\right) G_{\xi,\mu,\sigma}(x-u) + \frac{n-n_u}{n}$$
$$= \frac{n_u}{n} G_{\xi,\mu,\sigma}(x-u) + \frac{n-n_u}{n} \quad (۱۴)$$
$$= 1 + \frac{n_u}{n}\left[G_{\xi,\mu,\sigma}(x-u) - 1\right]$$

در نهایت، با جای‌گذاری رابطهٔ (۱۰) در (۱۴) خواهیم داشت:

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{n_u}{n}\left[1 + \hat{\xi}\left(\frac{x-u}{\hat{\sigma}}\right)\right]^{\frac{-1}{\hat{\xi}}} \quad (۱۵)$$

می‌توانیم به جای $x - u$ ، معادل آن یعنی مقادیر اضافی فراتر از آستانه را جایگزین کنیم (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴، ص ۲۹۲):

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{n_u}{n}\left[1 + \hat{\xi}\frac{y}{\hat{\sigma}}\right]^{\frac{-1}{\hat{\xi}}} \quad (۱۶)$$

برای یک سطح اطمینان معین مثل $1 - \alpha$، به‌راحتی می‌توان چندک مربوط به توزیع $\hat{F}(x)$ را برآورد نمود. بدیهی است که این کار با معکوس‌کردن توزیع $\hat{F}(x)$ امکان‌پذیر است:

$$\hat{F}^{-1}(1-\alpha) = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left\{\left(\frac{n}{n_u}\alpha\right)^{-\hat{\xi}} - 1\right\} \quad (۱۷)$$

این رابطه در صورتی صحیح است که شرط زیر برآورده گردد:

$$1 - \alpha > F(u) \quad (۱۸)$$

اگر داده‌های مورد بررسی بازدهٔ دارایی باشد، رابطهٔ (۱۷) همان ارزش در معرض ریسک درصدی است. یعنی می‌توان نوشت (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴، ص ۲۹۸):

$$\%VaR = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left\{\left(\frac{n}{n_u}\alpha\right)^{-\hat{\xi}} - 1\right\} \quad (۱۹)$$

ارزش درمعرض ریسک از حاصل ضرب ارزش در معرض‌ریسک درصدی در قیمت جاری دارایی به‌دست می‌آید.
ریزش موردانتظار درصدی نیز برابر است با: (آلن و سینگ، ۲۰۱۳، ص ۳۶۱)

$$\%ES = \frac{\%VaR}{1-\hat{\xi}} + \frac{\hat{\sigma} - \hat{\xi}u}{1-\hat{\xi}} \quad (۲۰)$$

البته، این رابطه مشروط بر $\hat{\xi} < 1$ می‌باشد.

۲-۳- بکارگیری تئوری ارزش فرین شرطی در VaR و ES

در حالی‌که دنباله پهن ممکن است به طور مستقیم توسط EVT مدل‌سازی شود، فقدان بازده (زیان)های *iid* همچنان مشکل‌ساز است. یک رویکرد برای این حل این مشکل به وسیله مک‌نیل و فِری (۲۰۰۰) فراهم شده است. آن‌ها با استفاده از رویکرد دومرحله‌ای، نوسانات شرطی را با استفاده از مدل‌های گارچ در مرحله اول برآورد کردند. مدل گارچ برای فیلتر کردن سری‌های بازدهی مورد استفاده قرار می‌گیرد به طوری‌که پسماندهای مدل گارچ نسبت به سری‌های بازدهی اولیه به *iid* نزدیک‌تر می‌باشند. با وجود مرحله اول همچنان ممکن است پسماندهای گارچ، دنباله‌های متراکم داشته باشند (کارماکار و شوکلا، ۲۰۱۵، ص ۳). بنابراین در مرحله دوم، مک‌نیل و فِری EVT را برای پسماندهای گارچ بکار بردند. به همین ترتیب، ترکیب EVT-GARCH هر دوی نوسانات متغیر در زمان و توزیع دنباله پهن را اصلاح می‌کند. بنابراین رویکرد EVT شرطی به صورت زیر انجام می‌گیرد:

مدل گارچ مناسبی برای داده‌های بازده به وسیله رویکرد حداکثرنمودن شبه‌درست‌نمایی[۵] برازش نمایید. پسماندهای استاندارد شده محاسبه شده در مرحله ۱ که فرآیند نوفه سفید[۶] هستند را مورد توجه قرار دهید و دنباله شوک‌ها را با استفاده از EVT برآورد نمایید. سپس، چندک‌های شوک‌ها را برای ارزش‌های مختلف q محاسبه نمایید (کارماکار و شوکلا، ۲۰۱۵، ص ۴).

فرض می‌کنیم که بازده میانگین شرطی را می‌توان به وسیله مدل $AR(s)$ ارائه نمود:

$$r_t = u_t + \varepsilon_t = u_t + \sqrt{h_t}\, z_t \quad (۲۱)$$

که $u_t = a_0 + \sum_{i=1}^{s} a_i r_{t-i}$، a_0 ثابت، a_i پارامترها، r_{t-i} بازده‌های وقفه‌ای است و ε_t پسماندی است که از توزیع خطای تعمیم‌یافته (GEV)، t و یا .... پیروی می‌نماید، $z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{h_t}}$ یا $z_t = \frac{r_t - u_t}{\sqrt{h_t}}$ پسماند استاندارد شده و h_t واریانس شرطی ε_t است. (کارماکار و شوکلا، ۲۰۱۵، ص ۴). همچنین فرض می‌کنیم که واریانس شرطی h_t از فرآیند گارچ مناسبی پیروی می‌کند.

اگر پسماندهای استاندارد شده *iid*[۷] باشند و مدل برازش شده به‌خوبی تصریح شده باشد، مرحله اول با برآورد میانگین شرطی u_{t+1} و واریانس h_{t+1} برای روز $t+1$ با استفاده از پیش‌بینی‌های استاندارد یک مرحله رو به جلو[۸] به پایان می‌رسد. پیش‌بینی میانگین شرطی یک مرحله رو به جلو عبارت است از:

$$\hat{u}_{t+1} = \hat{a}_0 + \sum_{i=1}^{s} \hat{a}_i\, r_{t-i+1} \quad (۲۲)$$

و پیش‌بینی واریانس شرطی یک مرحله رو به جلو با استفاده از مدل مناسب GARCH(p,q) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i+1}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i+1}^2 \qquad (۲۳)$$

در مرحله دوم، EVT را برای پسماندهای استانداردشده z_t بکار برده و چندک دنباله تعریف شده را برآورد می‌کنیم. برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی برای افق یک روزه به صورت زیر بدست می‌آید:

$$VaR_{1-\alpha}^t = \hat{u}_{t+1} + \sqrt{\hat{h}_{t+1}}\widehat{VaR}\,(z_{1-\alpha}) \qquad (۲۴)$$

که $1-\alpha$ سطح اطمینان و $\widehat{VaR}\,(z_{1-\alpha})$ بوسیله معادله زیر بدست می آید و برای پسماندهای استانداردشده بکار می‌رود. (کارماکار و شوکلا، ۲۰۱۵، ص ۴)

$$\widehat{VaR}\,(z_{1-\alpha}) = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left\{\left(\frac{n}{n_u}\alpha\right)^{-\hat{\xi}} - 1\right\} \qquad (۲۵)$$

و در نهایت ما نتایج به دست آمده از تئوری ارزش فرین شرطی را با دیگر مدل‌های رقیب از قبیل مدل ارزش فرین غیرشرطی، نرمال ایستا (یا روش واریانس–کوواریانس)، نرمال شرطی (یا مدل گارچ) مقایسه می نماییم.

۲-۴- پس‌آزمایی

جهت انجام پس‌آزمایی VaR از آزمون پوششی برنولی و استقلال تخطی و برای پس‌آزمایی ES از آزمون مک‌نیل و فری استفاده می‌نماییم. همچنین برای رتبه‌بندی مدل‌های مختلف VaR و ES رویکرد MCS را بکار می‌گیریم.

۲-۵- رتبه‌بندی بر اساس رویکرد MCS

وجود چندین تصریح مدل مختلف معتبر برای VaR و ES این سؤال را مطرح می‌سازد که بهترین مدل (بهینه) کدام است. رویه آماری بکار رفته برای تعیین این که آیا ارزش میانگین تابع زیان یک مدل ریسک نسبت به مدل دیگر به صورت معنی‌دار آماری بالاتر است یا خیر، رویه مجموعه اطمینان مدل[۹](MCS) پیشنهادی توسط هاسن و همکارانش (۲۰۱۱) می‌باشد. رویه هانسن شامل دنباله‌ای از آزمون‌های آماری

است که در آن‌ها، مدل‌ها به لحاظ معنی‌داری آماری و با استفاده از آزمون‌های آماره *توانایی پیش‌بینی برابر* (EPA)[10] به صورت دو به دو مقایسه شده و در نهایت مجموعه‌ای از مدل‌های برتر که در آن‌ها فرضیه صفر آزمون EPA در سطح اطمینان β رد نشده‌اند، ایجاد می‌گردد. آزمون‌های آماره EPA برای هر تابع زیان اختیاری که شرایط کلی مانایی ضعیف را برآورده سازد قابل محاسبه است. ورودی‌های MCS، توابع زیان مدل‌های مختلف هستند. تابع زیان بکار رفته برای مدل‌های VaR و ES به ترتیب تابع زیان داو[11] و تابع زیان اولسن است. تابع زیان داو عبارت است از:

$$C_t = \begin{cases} L_t & if\ L_t > VaR_t \\ 0 & if\ L_t \le VaR_t \end{cases} \tag{۲۶}$$

این رویکرد نقص‌های مربوط به توابع زیان لوپز ۱، لوپز ۲،بلانکو و ایهیل را ندارد. (داو، ۲۰۰۵، ص ۳۳۸).
همچنین تابع زیان زیر بر این اساس برای مدل‌های مختلف ES محاسبه می‌گردد (نیکولاژ نور اولسن ، ۲۰۱۵، ص ۳۰):

$$\psi_{(ES)t+1} = \begin{cases} 1 + \left(y_{t+1} - Es_{t+1|t}^{(1-p)}\right)^2 & ,if\ y_{t+1} < Es_{t+1|t}^{(1-p)} \\ \left(y_{t+1} - Es_{t+1|t}^{(1-p)}\right)^2 & ,if\ Es_{t+1|t}^{(1-p)} < y_{t+1} < VaR_{t+1|t}^{(1-p)} \\ 0 & ,if\ y_{t+1} \ge VaR_{t+1|t}^{(1-p)} \end{cases} \tag{۲۷}$$

این تابع زیان تضمین می‌نماید که بازده‌هایی که از ES تخطی می‌نماید، $y_{t+1} < Es_{t+1|t}^{(1-p)}$، همیشه سخت‌تر از تخطی‌هایی که کمتر از مورد انتظار هستند جریمه می‌شوند. بنابراین مدل ریسک دقیق باید $\bar{\psi}_{ES} = \tilde{T}^{-1}\sum_{t=0}^{\tilde{T}-1}\psi_{(ES)t+1}$ را مینیمم نماید و برای این که در مقایسه با مدل‌های رقیب مرجح باشند باید تفاوت معنی‌داری بین توابع زیانشان وجود داشته باشد.

در دهه ۹۰ میلادی رویکرد ارزش در معرض ریسک به واسطه پژوهش‌های انجام شده در موسسه جی پی‌مورگان معرفی گردید و محققان بسیاری در این حوزه متمرکز شدند. همچنین در سال‌های اخیر شاخص‌هایی تکامل یافته‌تر از VaR همچون ریزش مورد انتظار مطرح شده است (راکفلر ۲۰۰۲). VaR علی‌رغم سادگی و سهولت اجرا، ویژگی زیرجمع‌پذیری[12] ندارد، به این معنی که VaR پرتفوی ضرورتاً کمتر از VaR مجموع دارایی‌های فردی داخل پرتفوی نیست (در مقابل اصل تنوع‌سازی) (آرتنر، دی‌هان و همکارانش ۱۹۹۹). مورد دیگر و شاید خطرناک‌تر این است که VaR از زیان‌های بالقوه ماورای نقطه چندک مورد نظر چشم‌پوشی می‌نماید در حالی‌که معیار ریزش مورد انتظار معیار ریسک منسجم[13] است (اکربی و تاسچه، ۲۰۰۲). در ادامه سعی شده است چارچوب و نتایج مهمترین پژوهش‌های مرتبط با این مقاله در قالب جدول (۱) ارائه گردد.

جدول (۱) پیشینه پژوهش‌های انجام شده در خارج

پژوهشگر(ان)	عنوان مقاله	روش و نتایج
مک نیل و فری، ۲۰۰۰	پیش‌بینی دنباله مرتبط با اندازه‌گیری ریسک برای سری-های زمانی واریانس ناهمسان: رویکرد ارزش فرین شرطی	✓ روشی برای ارزیابی VaR و معیارهای ریسک مربوطه برای توصیف دنباله شرطی توزیع سری زمانی با واریانس ناهمسان معرفی می‌نماید. ✓ رویکرد شرطی نسبت به رویکرد غیرشرطی برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک مناسب‌تر می‌باشد. ✓ اغلب پسماندها دارای توزیع کشیده می‌باشند و استفاده از روش توزیع پارتو تعمیم‌یافته برای دنباله نامتقارن مناسب‌تر می‌باشد. ✓ رویکرد ریزش مورد انتظار جایگزینی مناسب برای ارزش در معرض ریسک می‌دانند.
موتو و همکارانش ۲۰۱۱	کارایی مدل‌های ارزش در معرض ریسک در بازارهای مرکزی و شرقی بازار سهام اروپا	✓ عملکرد مدل‌های متفاوت ارزش در معرض ریسک را با استفاده از شاخص-های روزانه بازار سهام اروپای مرکزی و شرقی تحلیل نمودند. ✓ آن‌ها مشاهده کردند که تنها مدل‌های پیشرفته VaR از قبیل تئوری ارزش فرین یا مدل‌های گارچ می‌توانند به خوبی ریسک بازار را اندازه‌گیری نمایند.
نادارجا و زهنگ و چان ۲۰۱۴	پیش‌بینی روش‌هایی برای ریزش مورد انتظار	✓ در این پژوهش در شش بخش مختلف و با ذکر ۱۴۰ منبع مختلف، تلاش کرده‌اند تا به پیشرفت‌های اخیر در پیش‌بینی مدل‌های مختلف ریزش مورد انتظار و ارزش در معرض ریسک بپردازند.
ریجی، کرتا ۲۰۱۵	مقایسه مدل‌های پیش‌بینی ریزش مورد انتظار	✓ از مدل‌های رگرسیونی شرطی و غیرشرطی استفاده نمودند و عملکرد مدل-ها را با استفاده از پس‌آزمایی ES سنجیدند. ✓ پیش‌بینی VaR برای پیش‌بینی ریزش مورد انتظار مهم می‌باشد زیرا مدل-هایی که نرخ تخطی نادرستی دارند نیز *pvalue*های پایینی را برای پس آزمایی‌های ES ارائه می‌کنند. ✓ پنجره تخمین کوچک منجر به پیش‌بینی نامناسب ES می‌گردد.
کارماکار، شوکلا ۲۰۱۵	مدیریت ریسک فرین در برخی از بازارهای سهام بزرگ: رویکرد تئوری ارزش فرین	✓ در این مقاله به ارزیابی مدل‌های VaR با استفاده از داده‌های روزانه شاخص سهام برای شش کشور مختلف آسیا، اروپا و ایالات متحده برای مدت ده سال از سال ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۹ پرداخته شده است. ✓ از رویکرد دومرحله‌ای مک نیل و فری (۲۰۰۰) برای ارزیابی ارزش در معرض ریسک استفاده می‌نماید. ✓ بهترین مدل برای کل نمونه مدل EVT شرطی می‌باشد.
نیتو و رویز ۲۰۱۶	حدود پیش‌بینی VaR و پس‌آزمایی	✓ روش‌های مختلف برای پس‌آزمایی VaR را معرفی می‌نماید. ✓ در انتهای نتایج خود این نکته را ذکر می‌کند که اگرچه این مقاله به روش-های مختلف برای پس‌آزمایی VaR پرداخته است اما کمیته بازل روش ES را جدیداً به عنوان روشی برای تخمین ریسک بجای VaRدر نظر می‌گیرد.

۳- نتایج پژوهش

کل دوره زمانی در این پژوهش، ۱۸۲۹ مشاهده روزانه از ۱۳۸۷/۰۹/۲۴ تا ۱۳۹۵/۰۴/۲۲ می‌باشد. دوره زمانی درون نمونه از ۱۳۸۷/۰۹/۲۴ تا ۱۳۹۲/۰۹/۱۱ شامل ۱۲۰۰ روز و دوره زمانی برون نمونه از ۱۳۹۲/۰۹/۱۲ تا ۱۳۹۵/۰۴/۲۲ شامل ۶۲۹ روز است.

برای محاسبه بازده داده‌ها از فرمول بازده لگاریتمی به صورت زیر استفاده می‌نماییم:

$$r_t = ln(P_t/P_{t-1}) \tag{۲۱}$$

جدول (۲) آمار توصیفی داده‌ها

میانگین	انحراف معیار	مینیمم	ماکسیمم	چولگی	کشیدگی
۰،۰۰۱۰	۰،۰۱۰۷	-۰،۰۳۸۰	۰،۰۶۱۴	۰،۵۰۷۸	۵،۴۶۴۴

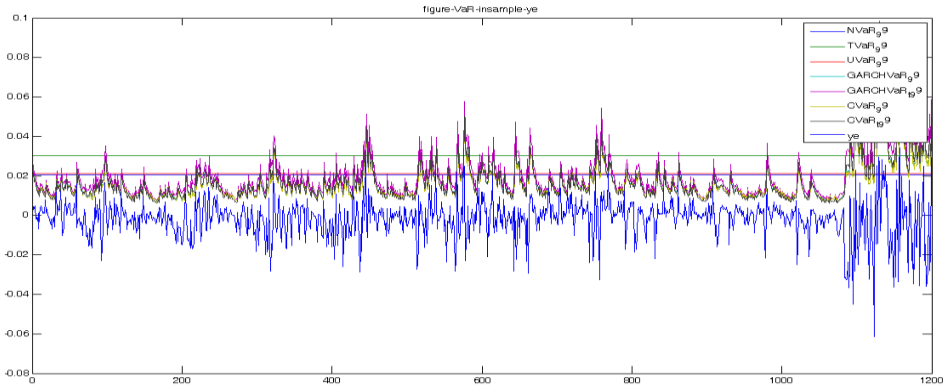
۳-۱- انتخاب مدل آرما - گارچ مناسب

برای تخمین VaR و ES با استفاده از روش گارچ نیز ابتدا با استفاده از تشکیل ماتریس شوارتز مدل بهینه که دارای کمترین معیار اطلاعاتی است را به صورت مدل ARMA(۲،۱)–GARCH(۱،۱) برای توزیع نرمال و تی‌استیودنت انتخاب نمودیم.

۳-۲- محاسبه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار درون نمونه

دوره زمانی درون نمونه از ۱۳۸۷/۰۹/۲۴ تا ۱۳۹۲/۰۹/۱۱ شامل ۱۲۰۰ مشاهده روزانه می‌باشد. در شکل (۱) ارزش در معرض ریسک درون نمونه با مدل‌های مختلف در سطح اطمینان ۹۹٪ قابل مشاهده است.

همانطور که در شکل(۱) نمایان است، از میان روش‌های به کار گرفته شده[۱۴] در این مقاله، سه روش مدل با فرض توزیع نرمال غیرشرطی، مدل با فرض توزیع تی‌استیودنت غیرشرطی و رویکرد ارزش فرین غیرشرطی حساسیت نسبت به تغییر در شرایط بازده ندارند و لذا واقعیت‌های مربوط به ریسک را به خوبی انعکاس نمی‌دهند و لذا نمی‌توانند به عنوان سنجه‌های مناسبی برای اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک باشند.



توضیحات شکل:

۱) مدل با فرض توزیع نرمال غیرشرطی (NVaR_99)

۲) مدل با فرض توزیع تی-استیودنت غیرشرطی (TVaR_99)

۳) رویکرد ارزش فرین غیرشرطی (UVaR_99)

۴) مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای نرمال (GARCHVaR_99)

۵) مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای تی-استیودنت (GARCHVaR_t_99)

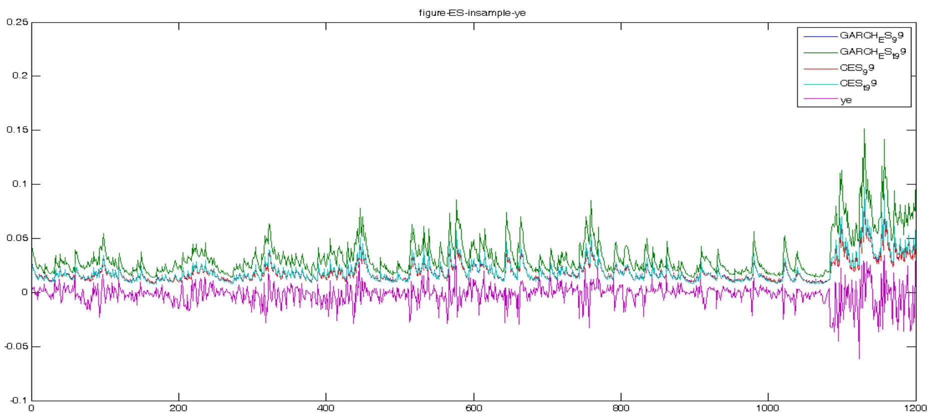
۶) رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال (CVaR_99)

۷) رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده تی-استیودنت (CVaR_t_99)

۸) مشاهدات واقعی منفی بازده شاخص کل (ye)

شکل (۱) نمودار ارزش در معرض ریسک درون نمونه

همچنین شکل (۲) ریزش مورد انتظار درون نمونه با مدل‌های مختلف در سطح اطمینان ۹۹٪ را نشان می-دهد.



توضیحات نمودار:

۱) مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای نرمال (GARCH_ESf)
۲) مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای تی-استیودنت (GARCH_ES_tf)
۳) رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال (CESf)
۴) رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده تی-استیودنت (CES_tf)
۵) مشاهدات واقعی منفی بازده شاخص کل (ye)

شکل (۲) نمودار ریزش مورد انتظار درون نمونه

۳-۳- پس‌آزمایی مدل‌های ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار

در اینجا در ابتدا آزمون‌های پس‌آزمایی VaR و سپس ES می‌پردازیم.

جدول (۳) پس‌آزمایی مدل‌های ارزش در معرض ریسک

	نوع روش پس‌آزمایی در سطح ۹۹ درصد	آزمون پوشش برنولی (*pvalue*)	آزمون استقلال تخطی (*pvalue*)
۱	با فرض توزیع نرمال	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۲
۲	با فرض توزیع تی استیودنت	۰,۰۴۴۸	۰,۹۱۰۰
۳	با فرض GPD	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۵۳
۴	با فرض رویکرد گارچ برای پسماندهای با توزیع نرمال	۰,۰۸۷۹	۰,۵۳۱۱
۵	با فرض رویکرد گارچ برای پسماندهای با توزیع تی‌استیودنت	۰,۵۹۱۹	۰,۷۷۶۹
۶	با فرض ارزش فرین شرطی- پسماندهای استانداردشده نرمال	۰,۰۸۷۹	۰,۵۳۱۱
۷	با فرض ارزش فرین شرطی-پسماندهای استانداردشده تی‌استیودنت	۰,۳۰۷۷	۰,۶۰۸۹

در این جا در صورتی که حداقل یکی از آزمون‌های پوشش برنولی و استقلال تخطی اعلان عدم اعتبار نماید (pvalue کمتر از ۵ درصد)، آن مدل نامعتبر تلقی شده و در مرحله بعد حذف می‌گردد. براساس جدول بالا مدل‌های توزیع نرمال غیرشرطی، مدل با فرض توزیع تی‌استیودنت غیرشرطی و رویکرد ارزش فرین غیرشرطی نامعتبر و مدل‌های گارچ با فرض پسماندهای نرمال، مدل گارچ با فرض پسماندهای با توزیع تی-استیودنت، رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال و رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده تی‌استیودنت معتبر می‌باشند.

حال به پس‌آزمایی مدل‌های ES می‌پردازیم. آزمون‌های مک‌نیل و فری با توجه به جدول ۶ به صورت زیر است:

جدول (۴) پس‌آزمایی مدل‌های ریزش مورد انتظار

نوع روش پس‌آزمایی ۹۹	پس آزمایی مک‌نیل و فری (*pvalue*)
با فرض رویکرد گارچ برای پسماندهای با توزیع نرمال	۰,۰۵۰۲
با فرض رویکرد گارچ برای پسماندهای با توزیع تی‌استیودنت	۰,۹۹۸۵
با فرض ارزش فرین شرطی- پسماندهای استانداردشده نرمال	۰,۱۰۰۱
با فرض ارزش فرین شرطی-پسماندهای استانداردشده تی‌استیودنت	۰,۱۲۱۰

همان طور که از جدول ۴ مشخص است مدل گارچ با فرض پسماندهای نرمال نامعتبر و سایر مدل‌های ES معتبر می‌باشند. بنابراین تنها سه مدل مدل گارچ با فرض پسماندهای با توزیع تی‌استیودنت، رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال و رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده تی‌استیودنت وارد مرحله بعدی رتبه‌بندی از طریق تابع MCS می‌گردد.

در این روش بر اساس احتمال آزمون تصمیم‌گیری می‌نماییم. اگر احتمال بزرگتر از ۵٪ باشد آزمون اعتبار دارد. از آنجایی که در جدول (۴) به جز روش گارچ با فرض توزیع نرمال سایر روش‌ها معتبر می‌باشند، بنابراین روش گارچ با فرض توزیع نرمال را حذف می‌نماییم. با استفاده از روش MSC کلیه روش‌ها را رتبه‌بندی می‌نماییم. نتایج نشان‌دهنده این است که روش ارزش فرین شرطی با فرض توزیع نرمال، روش ارزش فرین شرطی با فرض توزیع تی‌استیودنت، روش گارچ با فرض توزیع تی‌استیودنت به ترتیب بهترین روش می‌باشند.

۳-۴- رتبه‌بندی مدل‌های VaR و ES بر اساس رویکرد MCS

همان طور که ذکر شد تابع زیان داو برای مدل‌های VaR و تابع زیان اولسن برای مدل‌های ES جهت رتبه‌بندی آماری از طریق تابع MCS در سطح خطای ۵٪ بکار می‌روند. نتایج نشان می‌دهد در هر دو مدل‌های VaR و ES، رویکردهای *ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال*، *ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده تی‌استیودنت و گارچ با پسماندهای تی‌استیودنت* به ترتیب رتبه‌های اول تا سوم را دارند.

۴- نتیجه‌گیری و بحث

از جمله روش‌های اندازه‌گیری ریسک بازار، استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار می‌باشد. از آن‌جایی‌که VaR معیار زیرجمع‌پذیری (به این معنی که VaR پرتفوی ضرورتاً کمتر از VaR مجموع دارایی‌های فردی داخل پرتفوی نیست) از اصول موضوعه معیارهای ریسک منسجم (یکنواختی، همگنی مثبت، پایای انتقال و زیرجمع‌پذیری) را رعایت نمی‌کند و همچنین VaR از زیان‌های بالقوه ماورای نقطه چندک مورد نظر چشم‌پوشی می‌نماید در حالی‌که ES منسجم است، بنابراین در این

پژوهش از معیار ES که معیار محافظه‌کارانه‌تری نسبت به معیار VaR می‌باشد به عنوان سنجه اصلی ریسک استفاده شده است. در این پژوهش هفت مدل VaR و چهار مدل ES با محوریت مدل ارزش فرین را بر روی شاخص بانکداری در سطح اطمینان ۹۹ درصد در طول دوره زمانی ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۵ مورد بررسی قرار داده و نمودار روزانه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار را ترسیم نمودیم. از میان روش‌های به کار گرفته شده در این پژوهش و با توجه به نمودار ترسیم شده، سه روش مدل با فرض توزیع نرمال غیرشرطی، مدل با فرض توزیع تی‌استیودنت غیرشرطی و رویکرد ارزش فرین غیرشرطی، حساسیت نسبت به تغییر در شرایط بازده ندارند و لذا واقعیت‌های مربوط به ریسک را به خوبی انعکاس نمی‌دهند و لذا نمی‌توانند به عنوان سنجه‌های مناسبی برای اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار باشند. در مقابل روش‌های رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده تی‌استیودنت، مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای تی‌استیودنت، رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال، مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای نرمال، با توجه به وضعیت اقتصاد و نوسانات موجود در بازده‌ها طی زمان تغییر می‌کند و لذا وضعیت ریسکی موجود در شاخص را بهتر از سایر سنجه‌ها منعکس می‌کند. به‌منظور سنجش دقت و اعتبار مدل‌ها و مقایسه الگوها از روش‌های پس‌آزمایی همچون آزمون استقلال تخطی‌ها، آزمون پوشش برنولی، آزمون مک نیل وفری و آزمون MCS استفاده شده است. یکی از مزیت‌های تابع MCS این است که زیان‌های مدل‌های مختلف را به‌لحاظ معنی‌داری آماری و به صورت دو به دو مقایسه نموده و در نهایت رتبه‌بندی می‌کند در حالی‌که در اکثر تحقیقات گذشته صرفاً از یک معیار میانگین زیان‌ها، برای مقایسه و رتبه‌بندی مدل‌ها استفاده شده است. بنابراین در مرحله اول با استفاده از رویکردهای پس‌آزمایی پوشش برنولی و استقلال تخطی برای مدل‌های VaR و آزمون مک‌نیل وفری برای مدل‌های ES، اعتبار پیش‌بینی آن‌ها را مورد بررسی قرار دادیم. در مرحله دوم مدل‌های معتبر باقی‌مانده از مرحله اول وارد تابع MCS جهت رتبه‌بندی آماری می‌گردند. نتایج پژوهش نشان داد که برای هر دو رویکرد VaR و ES، مدل‌های ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال، ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده تی‌استیودنت و گارچ با پسماندهای تی‌استیودنت به ترتیب حائز رتبه‌های اول تا سوم می‌باشند. همچنین نتایج ما هم‌گام با پیشینه تحقیق مبنی بر عدم کفایت فرض توزیع‌های مشخص (حتی شرطی) در برآورد ارزش‌های حدی، مؤید این است که رویکرد ارزش فرین شرطی در برآورد VaR و ES بر سایر مدل‌ها برتری دارد. بنابراین بهتر است که نهادهای مالی و بانک‌ها از روش EVT برای محاسبه ارزش در معرض ریسک در کنار سایر روش‌ها استفاده نمایند.

فهرست منابع

* Acerbi, C., & Tasche, D. (2002). Expected Shortfall: a natural coherent alternative to Value at Risk. Economic notes, 31(2), 379-388.
* Artzner, P., F. Delbaen, J. Eber, and D. Heath.(1999). Coherent Risk Measures. Mathematical Finance, 9(3), 203-228.
* Dowd, K. (2005). Measuring market risk. John Wiley & Sons.

* Gencay, R., & Selcuk, F. (2004). Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets. International Journal of Forecasting, 20(2), 287-303.
* Gençay, R., & Selçuk, F. (2006). Overnight borrowing, interest rates and extreme value theory. European Economic Review, 50(3), 547-563.
* Hansen, P., A. Lunde and J. Nason (2011). The model confidence set. Econometrica 79 (2), 453–497.
* Karmakar, M., & Shukla, G. K. (2015). Managing extreme risk in some major stock markets: An extreme value approach. International Review of Economics & Finance, 35, 1-25.
* McNeil, A. J., & Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. Journal of empirical finance, 7(3), 271-300.
* Mutu, S., Balogh, P., & Moldovan, D. (2011). The efficiency of value at risk models on central and eastern European stock markets. International Journal of Mathematics and Computers in Simulation, 5(2), 110-117.
* Nadarajah, S., Zhang, B., & Chan, S. (2014). Estimation methods for expected shortfall. Quantitative Finance, 14(2), 271-291.
* Nieto, M. R., & Ruiz, E. (2016). Frontiers in VaR forecasting and backtesting. International Journal of Forecasting, 32(2), 475-501.
* Olsen, N.N. (2015). The Application of Historical Simulation in Expected Shortfall Prediction :An Empirical Analysis of Risk Models' Forecasting Accuracy. Thesis for Master of Science in Finance, School of Business and Social Sciences Aarhus University.
* Ray, C. I. (2010). Extreme risk management: revolutionary approaches to evaluating and measuring risk. McGraw-Hill .
* Righi, M. B., & Ceretta, P. S. (2015). A comparison of Expected Shortfall estimation models. Journal of Economics and Business, 78, 14-47.
* Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. Journal of banking & finance, 26(7), 1443-1471.
* Singh, A. K., Allen, D. E., & Robert, P. J. (2013). Extreme market risk and extreme value theory. Mathematics and computers in simulation, 94, 310-328.

یادداشت‌ها

[1]. Model Confidence Set
[2]. Generalized Extreme Value
[3]. Peaks over Threshold
[4]. Generalized Pareto Distribution
[5]. Quasi-maximum likelihood
[6]. White noise process

[۷] منظور متغیرهایی که به طور یکسان و مستقل توزیع شده‌اند.

[8]. standard 1-step ahead forecasts
[9]. Model Confidence Set
[10]. Equal Predictive Ability
[11]. Dowd
[12]. Subadditivity
[13]. Coherent

[۱۴] هفت مدل شامل توزیع نرمال غیرشرطی، مدل با فرض توزیع تی‌استیودنت غیرشرطی، رویکرد ارزش فرین غیرشرطی، مدل گارچ با فرض پسماندهای نرمال، مدل گارچ با فرض پسماندهای با توزیع تی‌استیودنت، رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال و رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده تی‌استیودنت