مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سیزدهم / زمستان ۱۳۹۱

# انتخاب سبد سهام چند هدفه تحت محدودیت احتمالی در بستر بازار سرمایه ایران

سیدعلی نبوی چاشمی[۱]
احمد داداش‌پور عمرانی[۲]

تاریخ دریافت: ۹۱/۴/۲۰ تاریخ پذیرش: ۹۱/۷/۳۰

## چکیده

یکی از مباحث مهمی که در بازارهای سرمایه مطرح است و باید مورد توجه قرار گیرد بحث انتخاب سبد سرمایه‌گذاری می باشد. در این رابطه، بررسی و مطالعه سرمایه گذاران در جهت انتخاب بهترین سبد سرمایه گذاری با توجه به میزان ریسک وبازده آن انجام می شود. امروزه سرمایه‌گذاران از معیارهای مختلف اندازه‌گیری ریسک به منظور انتخاب سبد سهام مورد نظر استفاده می کنند. بطوریکه این معیارها بسته به رفتار سرمایه گذاران در بازار سرمایه و میزان دانش و تسلط وی بر مسائل مالی انتخاب می شوند. لذا در این مقاله، که در بستر بازار سرمایه ایران انجام شده به ارائه مدل ریاضی چند هدفه بصورت تک زمانه به همراه محدودیت احتمالی، برای اندازه گیری ریسک سبد سهام پرداخته شده است که با ترکیب سنجه بازده با دو سنجه ریسک یعنی نیم واریانس و انحراف مطلق این امکان را فراهم می آورد تا سرمایه گذاران بتوانند با در نظر گرفتن محدودیت های مرتبط با هزینه های معاملاتی، ریسک سبد سهام مورد نظرشان را با دقت اندازه گیری کنند تا به سبد سهامی با بیشترین بازده و کمترین ریسک دست یابند.

**واژه‌های کلیدی:** سبد سهام، محدودیت احتمالی، هزینه معاملاتی، برنامه ریزی چند هدفه، نیم واریانس، انحراف مطلق.

۱- استادیار گروه مدیریت، واحد بابل، دانشگاه آزاد اسلامی، بابل، ایران anabavichashmi 2003@yahoo.com
۲- کارشناسی ارشد مهندسی مالی ،واحد بابل، دانشگاه آزاد اسلامی، بابل، ایران dadashpoor.ie@gmail.com

## ۱- مقدمه

امروزه سرمایه گذاران از معیارهای مختلف اندازه گیری ریسک استفاده های می کنند. بطوریکه این معیارها بسته به رفتار سرمایه گذاران در بازار سرمایه و میزان دانش و تسلط وی بر مسائل مالی انتخاب می شوند. در مبحث بکارگیری ریسک در تجزیه و تحلیل سبد سهام، مطالب زیادی عنوان شده است و همچنین، سرمایه گذاران جدا از اصل ریسک گریزی همواره براین تلاش بوده اند که رابطه میان ریسک و بازده حاصل از فعالیت را بهینه نمایند. اساس ساختار این مقاله بر اساس دو متغیر نرخ بازده و ریسک می باشد. که هر کدام از این دو متغیر کلان در زمره معیار های تصمیم گیری در فرآیند سرمایه گذاری به شمار می آیند. در واقع همواره ریسک در کنار نرخ بازده تعیین کننده محدودیت ها و موثر بر فرآیند تصمیم گیری می باشد.

در این تحقیق در یک مدل چند هدفه بصورت (میانگین _نیم واریانس_انحراف مطلق) همراه با محدودیت احتمالی ارائه می شود که با در نظر گرفتن هزینه های معاملاتی و فرض تک زمانه بودن مورد پیاده سازی برای سنجش و اندازه گیری ریسک قرار می گیرد.

## ۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه

رویکرد در چارچوب سبد سرمایه گذاری در پرتو اندیشه های مارکوویتز و شارب، روند تکاملی پیمود و کاربرد ریاضی دقت سرمایه گذاران را در انتخاب سبد سهام افزایش داد. مدل های مختلفی برای هدایت سرمایه گذاران با کمک برنامه ریزی ریاضی ارائه گردیده اند. مارکوویتز (۱۹۵۹-۱۹۵۲) با پیشنهاد مدل که حداقل کردن واریانس به همراه حداکثر شدن بازده است، آغازگر این راه بود و با پیشنهاد مرز کارا برای سرمایه گذاران با توجه به پذیرش ریسک مختلف را یاری کرد. مدل مارکویتز از دو معیار بازده و ریسک به همراه محدودیت بودجه سرمایه گذاری، در قالب برنامه ریزی درجه دو استفاده کرده است.

بعدها(۱۹۹۱-۱۹۵۹) وی نیم واریانس را جایگزین واریانس نمود. نیم واریانس در واقع ارزش مورد انتظار مجذور انحراف منفی نتایج ممکن از بازده مورد انتظار را نشان می دهد که نشانگر انحراف پایین نرخ بازده مورد انتظار می باشد. بنابراین، واریانس هر انحرافی را از بازده مورد انتظار نشان می دهد، در حالی که نیم واریانس تنها انحراف منفی و پایینی از بازده مورد انتظار را مورد توجه قرار می‌دهد. از اینرو، سرمایه‌گذاران نیم واریانس را نسبت به واریانس بیشتر ترجیح می‌دهند.

کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) انحراف مطلق را برای اندازه گیری ریسک و راه حل ساده ای برای مسئله انتخاب پرتفوی با کمک برنامه ریزی خطی پیشنهاد داد. در واقع، آنها توانستند مدلی قابل حل از طریق برنامه ریزی خطی برای بهینه سازی سبد سرمایه گذاری بر مبنای مقیاس اندازه

گیری ریسک به طور کامل ارائه دهند. این مدل نیازی به کوواریانس نداشت. از اینرو، منجر به کاهش زمان حل مسئله می شود. مطالعات آنها حاکی آن است که انحراف مطلق از میانگین بازده تحت شرایط خاص همانند واریانس، معیاری برای اندازه گیری ریسک می باشد.

اسپرانزا(۱۹۹۵) مدلی از برنامه ریزی مختلط را با خصوصیات واقعی مثل هزینه های معاملات و حداقل واحد های معاملات ارائه داد. وی بعد از طراحی مدل ذکر شده آن را برای بازار سهام میلان ایتالیا به کار گرفت. به علت این که در زمان معقولی قابل حل توسط رایانه نبود، مخصوصا" با افزایش نرخ بازده و تعداد سهام، حل مدل به طور کلی غیرممکن به نظر می رسید. می توان گفت تحقیقات او در حوزه ارزش مطلق میانگین از انحراف منفی بوده است.

پپاریستودولو (۲۰۰۴) با نوشتن مفاله ای بنام(( پرتفوی های بهینه با استفاده از مدل های برنامه ریزی خطی )) به بیان مدل های برنامه ریزی خطی در این زمینه پرداخت و سپس با نمونه های تجربی به مقایسه سبد های سهام بدست آمده از هر مدل پرداخت.

نتایج حاصل از کار وی، این امر را مشخص کرد که یک شخص می تواند، کارهای بیشتری از آنچه فکر می کند، با مدل برنامه ریزی خطی انجام دهد. او با کنار گذاشتن خصوصیات واقعی مدل اسپرانزا، آن را به یک مدل خطی تبدیل و فواید چنین مدلی را عنوان کرد.

کانداسمی (۲۰۰۸) در پایان نامه خود تحت عنوان (( انتخاب پرتفوی تحت سنجه های ریسک گوناگون)) مدل های برنامه ریزی غیرخطی و خطی را برای اندازه گیری ریسک و مسئله انتخاب پرتفوی بیان نمود. وی همچنین، کاربرد برنامه ریزی ریاضی در مسائل تک زمانه و چند زمانه انتخاب پرتفوی بهینه همراه با بازده پرتفوی قطعی و احتمالی را بصورت بسیار هنرمندانه نشان داد.

انتخاب سبد سهام تحت معیار ریسک نامطلوب در سال های اخیر عمومیت و شهرت بسیاری بدست آورده اند. این روش می خواهد این موضوع ساده را بیان کند که سرمایه گذار زمانی از سرمایه گذاری خود راضی است که، یک سود پیش بینی نشده را بدست آورد و نه در زمانی که زیان ببیند.

همچنین، فیرینگ و لی(۱۹۹۶) انتخاب سبد سهام استاندارد با محدودیت احتمالی را بنا کردند. تانگ و همکاران (۲۰۰۱) محدودیت احتمالی مسئله انتخاب سبد سهام را فرموله نمودند و مقدار برابر قطعی آن را تخمین زدند. آنها توانستند روشی جدید برای حل مسئله ارائه دهند و نمونه ای از بازار سرمایه مربوط به مدل را به نمایش بگذارند.

بنابراین سنجه ریسک چند هدفه را با در نظر گرفتن محدودیت احتمالی می‌توان مد نظر قرار داد و یک سرمایه‌گذار بروی بازده سبد سهام خاصی تصمیم می‌گیرد و آنگاه مسئله انتخاب سبد سهام را حل و ریسک سبد سهام مورد نظر خود را حداقل می نماید. سرمایه گذار امید به بازده ای

برابر یا بیشتر از بازده مورد انتظاری که از قبل تعیین کرده است دارد. از اینرو، این مطلب با عدم ثبات روبرو است و احتمال خطا وجود خواهد داشت. در این گونه موارد، مفهوم محدودیت احتمالی بیان می شود ( چارنس و کوپر (۱۹۵۹)).

هدف از انتخاب سبد سهام تحت محدودیت احتمالی، حداقل کردن مقدار ریسک در شرایطی است که احتمال اینکه نرخ بازده سبد بیشتر از نرخ بازده مورد انتظار، کمتر از سطح اطمینان مورد تعیین شده توسط سرمایه گذار نباشد. بنابراین، در اینگونه مدل ها سطح اطمینان و بازده های مورد انتظار مختلف، سرمایه گذار را در تصمیم گیری هدایت می کند.

فرض کنیم که n سهم برای سرمایه گذاری در اختیار داریم و میانگین بازده آنها با متغیر تصادفی £ نشان داده می شود. محدودیت احتمالی با بازده مورد انتظار خاص E0 و سطح اطمینان cα با رابطه احتمالی زیر بیان می شود:

$$\Pr\{X'£ \geq E0\} \geq \alpha c$$

فرض کنیم که میانگین بازده سهام £ دارای توزیع نرمال N(µ,C) باشد. C ماتریس متقارن اکیدا" مثبت است. بنابراین، به راحتی می توان از توزیع نرمال برای تبدیل محدودیت احتمالی به محدودیت غیرخطی استفاده کرد. حال یک متغیر جدید تصادفی بنام U تعریف می کنیم :

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i £_i - E(X)}{\sigma(X)}$$

بنابر این $U \sim N(0, 1)$ دارای توزیع نرمال استاندارد می باشد. با کمک رابطه احتمالی و متغیر تصادفیU می توان محدودیت احتمالی را به راحتی اثبات نمود.

$\Phi(\cdot)$ مقدار نرمال استاندارد است. برای راحتی کار، معادله زیر را مجموعه A می نامیم:

$$\begin{aligned} A = \quad & \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ & -X'\mu + d + \sqrt{X'CX}\,\Phi^{-1}(\alpha_c) \leq 0 \\ & X \geq 0 \end{aligned}$$

باید به این نکته توجه داشت که مجموعه A یک مجموعه محدب است (تانگ و همکاران (۲۰۰۱)). ما باید مرز کارایی برای مسئله سبد سهام استاندارد با محدودیت احتمالی پیدا کنیم. بازده مورد انتظار و واریانس سبد سهام با کمک روابط E=X'µ و V=X'CX بدست خواهد آمد.

### ۳- مدل‌ها، متغیرها و پارامترهای پژوهش

در این تحقیق دو مدل میانگین _نیم واریانس[۱] و میانگین _انحراف مطلق [۲] با هم ترکیب می شوند.این سنجه ها با هم یک مدل چند هدفه بصورت( میانگین _نیم واریانس_انحراف مطلق)[۳] ارائه می دهند که با در نظر گرفتن هزینه های معاملاتی و فرض تک زمانه بودن به همراه محدودیت احتمالی مورد پیاده سازی برای سنجش و اندازه گیری ریسک قرار می گیرد..متغیر ها و پارامتر های به کار رفته در سرتاسر مدل ها بصورت زیر تعریف می گردد:

Ri- بازده مشاهده شده سبد سهام برای سناریوی(ماه) i ام

s - تعداد سناریو های قابل بررسی

n- تعداد سهام مورد بررسی

$r_{ij}$- بازده سهام j ام برای سناریوی(ماه) i ام

$X_j$- درصد سرمایه گذاری متناظر با سهم j ام

$\mu_j$- میانگین بازده سهام j ام

$E_0$- بازده مورد انتظار خاص برای سبد سهام

$E_{min}$- کمترین مقدار ممکن از بازده سبد سهام

$E_{MAX}$- بیشترین مقدار ممکن از بازده سبد سهام

SV- نیم واریانس سبد سهام

yi - بازده مشاهده شده سبدسهام سناریوی i ام – بازده مورد انتظارخاص سبد سهام = (yi) Ri-E0

$a_i$ - بازده مشاهده شده سبد سهام سناریوی i ام – بازده مورد انتظارخاص سبد سهام ( -Ri E0برای انحراف مطلق در مدل چند هدفه

$c_j$- هزینه خرید سهم j ام

$b_j$- هزینه تناسبی معاملاتی سهم j ام

$f_j$ - هزینه ثابت سهم j ام

$L_j$- حد پایین میزان سرمایه گذاری در سهمj ام

$U_j$- حد بالای میزان سرمایه گذاری در سهمj ام

Z'j - متغیری از نوع صفر و یک است که برای هر سهم تعریف می شود

N - میزان سهامی که سرمایه گذار علاقمند است از تعداد سهام موجود، در سبد خود نگهداری نماید

m - حجم سبد سهام

### ۳-۱- مدل میانگین- نیم واریانس

اندازه گیری ریسک به کمک سنجه واریانس برای انتخاب سبد سهام مورد سوال و تردید بسیاری از محققین و پژوهشگران قرار گرفت، چرا که واریانس میزان پاداش و جریمه، نواحی بالا و پایین بازده مورد انتظار را نشان می دهد. اما این واقعیت برای یک سرمایه گذار وجود دارد که ریسک را حالت پایین تر از نرخ بازده مورد انتظار در نظر می گیرد. سنجه های ریسک نامطلوب این نوع تعریف از ریسک را در نظر گرفتند و مقادیر ممکن بازده در پایین بازده مورد انتظار را بیان می کنند.

مارکویتز (۱۹۵۹) سنجه ریسک نامطلوبی بنام *نیم واریانس* را پیشنهاد داد. نیم واریانس ارزش مورد انتظار مجذور انحراف منفی از بازده مورد انتظار را نشان می دهد.

نتیجه تعریف فوق را می توان بصورت زیر نمایش داد:

$$(R-E)^{-}=\begin{cases} R-E & if \quad (R-E)\le 0 \\ 0 & if \quad (R-E)>0 \end{cases}$$

انتخاب سبد سهام با کمک نیم واریانس، سعی در حداقل کردن عملکرد بازده های پایینی ( منفی ) سبد دارد و کاری به عملکرد بازده های بالایی (سود بیش از انتظار) ندارد. در انتخاب سبد سهام به کمک نیم واریانس، نیازی به ماتریس کوواریانس نیست اما باید توزیع بازده سهام را مشخص کرد.

این سنجه ریسک سعی می کند که مقدار پراکندگی بازده سبد از بازده مورد انتظار را نشان دهد، اما فقط زمانی که بازده سبد سهام پایین تر از بازده مورد انتظار قرار گیرد. اگر همه توزیع های بازده متقارن باشد، یا دارای درجه یکسان باشند، آنگاه نیم واریانس و واریانس مجموعه ای یکسان از سبد سهام کارا را ارائه می دهند(مارکویتز(۱۹۵۹)).

با بدست آوردن ماتریس بازده(r) برای رفتارهای آینده سهام، مسئله E-SV می تواند بصورت مدل ریاضی (۱) بیان شود(مارکویتز و همکاران(۱۹۹۳)).

$$\begin{aligned} &Minimize \quad \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s} y_i^2 \\ &Subject\ to \quad y_i \ge \sum_{j=1}^{n}[E_0-(r_{ij}X_j)] : i=1,2,\dots,s \qquad (۱) \\ &y_i \ge 0 : i=1,2,\dots,s \\ &X'\mu = E_0 \\ &\sum_{j=1}^{n} X_j = 1 \end{aligned}$$

### ۳-۲- مدل میانگین- انحراف مطلق

کانو و یامازاکی (۱۹۹۱) یک سنجه جدید به نام انحراف مطلق را معرفی کردند. این سنجه مقدار انحراف از بازده مورد انتظار را با کمک برنامه ریزی خطی محاسبه می کند که منجر به کاهش زمان محاسبات می شود. کانو و یامازاکی (۱۹۹۱) نشان دادند، یک مسئله با بیش از ۲۰۰ سهم را می توان به راحتی با سنجه انحراف مطلق حل کرد. از دیگر ویژگی های این سنجه اینست که، نیازی به محاسبه کوواریانس نیست. همچنین، این نویسندگان نشان دادند، مدل پیشنهادی آنها خیلی کوچک تر و ساده تر از مدل انتخاب سبد سهام استاندارد است. زیرا یک راه حل بهینه انتخاب سبد سهام استاندارد(E-V) ممکن است دارای اجزای غیر صفر زیادی باشد و منجر به بررسی تعداد سهام بسیاری شود. چرا که در مدل استاندارد ما با برنامه ریزی درجه دو مواجه هستیم.

سرمایه گذاران برای آنکه هزینه معاملاتی خود را کاهش دهند باید تعدادی از این سهام را از دستور کار خود خارج کنند. دیگر کلام اینکه، کانو و یامازاکی (۱۹۹۱) نشان دادند، اگر برای انتخاب سبد سهام از روش انحراف مطلق استفاده شود در کل ۲S+۲ حالت خواهیم داشت، S نشانگر این است که سرمایه گذار می تواند اطمینان حاصل کند سرمایه گذاری او در تعداد زیادی از سهام غیر عملی و غیر مفید صورت نمی گیرد و اجباری برای وی برای سرمایه گذاری در این نوع سهام وجود ندارد.

انحراف مطلق، ارزش مورد انتظار انحراف مطلق میان بازده مورد انتظار و بازده مشاهده شده تصادفی است. این امر بصورت زیر نمایش داده می شود:

$$|R-E| = \begin{cases} R-E, & \text{if } R > E \\ E-R, & \text{if } R \le E \end{cases}$$

بنابراین، انحراف مطلق همان ارزش مورد انتظار $|R-E|$ می باشد. مسئله انتخاب سبد سهام با کمک سنجه انحراف مطلق و وارد کردن بازده مورد انتظار توسط مدل برنامه ریزی خطی ۲ حل می شود:

$$\text{Minimize} \quad \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s} y_i$$

$$\text{Subject to} \quad y_i \ge \sum_{j=1}^{n}[(r_{ij}X_j) - E_0)] : i = 1, 2, \dots, s$$

$$y_i \ge \sum_{j=1}^{n}[E_0 - (r_{ij}X_j)] : i = 1, 2, \dots, s$$

$$y_i \geq 0 : i = 1, 2, ..., s$$
$$X'\mu = E_0 \qquad (۲)$$
$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$$
$$X_i \geq 0$$

### ۳-۳- انتخاب سبد سهام چند هدفه بصورت تک زمانه

سرمایه گذاران از مسئله انتخاب سبد سهام استاندارد بطور تک زمانه استفاده می کنند. فرض می کنیم که اطلاعات در مورد رفتار آینده سهم ها بطور منفرد و مجزا در دسترس باشد. بر اساس این اطلاعات سهام، هدف مسئله انتخاب سبد سهام استاندارد، حداکثر کردن نرخ بازده و حداقل کردن ریسک سبد سهام برای یک مدت زمانی مشخص می باشد. فرض مهم در سرمایه گذاری اینست که سرمایه گذار سبد سهام را در یک دوره زمانی مشخص و از پیش تعیین شده تشکیل می دهد، این دوره زمانی می تواند یک روز، یک هفته، یک ماه و غیره باشد. باید توجه داشت که تصمیم گیری بر اساس یک تحلیل از رفتار آینده سهام برای یک مدت معین با معیار های ریسک و بازده صورت می گیرد.

از طرف دیگر، استفاده از یک سنجه ریسک برای اندازه گیری میزان ریسک سبد سهام بهترین راه برای حل مسئله نیست. تصمیم گرفتن در مورد بهترین سنجه برای همه مسئله ها نشدنی است. دلیل مهم این امر آن است که هر سنجه ریسک عملکرد و کاربردهای مخصوص به خود را دارد و دلیل خاص خود را می طلبد. بنابراین، نتایج متفاوتی را منجر خواهد شد.

بسیاری از نویسندگان نشان داده اند که استفاده از بیش از یک سنجه ریسک بطور همزمان به سرمایه گذاران در جهت بدست آوردن نتیجه بهتر کمک خواهد کرد. به عنوان نمونه، یک مدل انتخاب سبد سهام با استفاده از میانگین، واریانس و چولگی توسط کونو و همکاران (۱۹۹۳) نشان داده شد و در آن واریانس و چولگی هر دو معیار اندازه گیری ریسک به شمار می آمدند. در مدل دیگر، واریانس و CVaR را بطور همزمان برای اندازه گیری ریسک بکار بردند و این دو معیار ریسک را مینیمم نمودند ( رومان و همکاران (۲۰۰۷)). در این بخش، نیز از دو معیار ریسک و یک معیار برای اندازه گیری بازده بطور همزمان استفاده می شود. ما یکی از سنجه های اصلی ریسک را نیم واریانس به همراه سنجه ریسک دیگر یعنی انحراف مطلق، به طور همزمان برای انتخاب سبد سهام مطلوب در نظر می گیریم. چرا که نیم واریانس به عنوان سنجه ریسک نامطلوب و شبیه به واریانس است با این تفاوت که تنها انحراف بازده مورد انتظار در ناحیه پایینی بازده مورد انتظار (زیان) را در نظر می گیرد و بسیاری از سرمایه گذاران علاقمند به استفاده از نیم واریانس به عنوان تحلیل گر ریسک نامطلوب هستند.

شکل کلی برنامه ریزی چند هدفه بصورت مدل ریاضی ۳تعریف می شود:

$$\text{Maximize } \{(f1(x); f2(x); : : : ; fT(x))\}$$
$$\text{subject to } x \in A \qquad (۳)$$

باید توجه داشت که، راه حل بهینه مسئله چند هدفه (۳) توسط رابطه اولویت پارتو مشخص می شود. در نتیجه، جواب $x_1$ نسبت به جواب $x_2$ برتری دارد اگر رابطه $f(x_1) \geq f(x_2)$ برای همه مقادیر i و $f(x_1) > f(x_2)$ برای حداقل یک مقدار از i برقرار باشد.

روش های زیادی برای حل مسئله های چند هدفه عمومی وجود دارد. در این تحقیق، از روش محدودیت ۴ε برای حل مسئله استفاده شده است. این روش، روش بسیار مفید و شهودی برای سرمایه گذارانی که دانش زیادی در مورد بهینه سازی مسائل چند هدفه ندارند، می باشد. همچنین، رویه حل و کاربرد آن بسیار ساده است. بدین صورت که، در روش محدودیت ε یکی از تابع هدف ها در تابع هدف می ماند و بقیه تابع هدف ها در محدودیت قرار می گیرند.

## ۴- روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر به روش توصیفی از نوع شبه تجربی اجرا گردید و به دلیل نیاز کاربرد سنجه های گوناگون اندازه گیری ریسک برای انتخاب سبد سهام در بازار سرمایه ایران و نیاز سرمایه گذاران به شناسایی این سنجه ها، مدل ها به بررسی برخی از صنایع پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار برای دوره دوازده ماهه می پردازد.

این مقاله، به بررسی سهام چهارده(۱۴) شرکت که از پر معامله ترین سهام در بورس اوراق بهادار ایران می باشند، برای مدت دوازده(۱۲) ماه منتهی به سال ۱۳۸۸ می پردازد. ضمناً برای آزمون داده‌ها از مدل میانگین- نیم واریانس- انحراف مطلق تحت محدودیت احتمالی استفاده گردید، بطوری که یک سرمایه گذار ممکن است بخواهد محدودیت احتمالی را وارد مدل خود کند تا از حصول بازده مورد انتظار خود اطمینان حاصل نماید. در این بخش، به بررسی مدل میانگین- نیم واریانس- سنجه دیگر ریسک (RM) شامل محدودیت احتمالی می پردازیم. از آنجا که مجموعه A محدب است، فرآیند کلی اولیه را می تواند برای رسیدن به جواب های موثر بکار گرفته شود، اما با دو تفاوت مهم. اول وجود سطح اطمینان $\alpha_c$ می باشد که سرمایه گذار مجبور به تعیین آن است و دیگر اینکه بازده حداکثر برخلاف مدل اولیه متناظر با بیشترین مقدار میانگین بازده نیست و باید آنرا با مدل ۴ بدست آورد:

$$
\begin{aligned}
&Max \quad d_{\max} \\
&Subject\ to \quad -X'\mu + d_{\max} + \sqrt{X'CX}\,\Phi^{-1}(\alpha_c) \le 0 \qquad (۴)\\
&\sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\
&X \ge 0
\end{aligned}
$$

مسئله اصلی که برای مدل میانگین- نیم واریانس- سنجه دیگر ریسک باید حل شود بصورت زیر است:

Minimize [ Semivariance(x),RM(x)]
Subject to   X ε A

ما نیم واریانس را به عنوان سنجه اصلی ریسک در تابع هدف نگه می داریم و سنجه دیگر ریسک طبق روش محدودیت ε در محدودیت قرار می دهیم. مسئله تک هدفه ای که نیاز به حل آن است به قرار زیر می باشد:

Minimize   Semivariance(x)
Subject to:   RM(x) ≤ z
X ε A

بر طبق قضیه ذکر شده، نقطه *X یک جواب بهینه مسئله اصلی مدل است اگر و تنها اگر این نقطه راه حل بهینه مسئله تک هدفه با (*Z=RM(X نیز باشد. ما در این جا از بقیه توضیحات صرفه نظر می کنیم اما آن را در قالب الگوریتم در صفحه بعد بیان می کنیم.

برای مدل های تحت بررسی تابع هدف محدب است. زیرا که مجموعه A یک مجموعه محدب است و با توجه به اینکه محدودیت های دیگر خطی هستند، مجموع محدودیت ها مدل، ترکیبی از دو مجموعه محدب می باشد. از آنجا که ترکیب مجموعه محدب خود محدب است، مجموع محدودیت ها محدب می باشند. بنابراین، همه مسئله های ارائه شده، مسئله محدب با تابع هدف محدب هستند. پس می توان گفت، جواب بهینه مطلق مدل تضمین می شود(کانداسمی(۲۰۰۸)).

سرمایه گذار می تواند با حل مدل ها به جواب های ارائه شده توجه کند و سپس یکی از آنها را متناسب با نیازش برگزینند. سطح اطمینان برای سنجه ریسک $\alpha_{RM}$، ۰,۹۵ و برای محدودیت تصادفی $\alpha_C$ را ۰,۶۰ در نظر گرفته می شود.

در مدل(۵)، cj معرف هزینه خرید سهم jام می باشد و برای حل مدل آن را قیمت سهم j ام در نظر می گیریم. مقدار قیمت هر سهم از سایت رسمی بورس اوراق بهادار تهران استخراج شد، که جزئیات آن در جدول ۱ نشان داده شده است.bj هزینه تناسبی معاملاتی سهم j ام می باشد و در

مدل ٪۵ در نظر گرفته شده است. هزینه تناسبی نسبتی از هزینه خرید سهام است که علاوه بر هزینه خرید سهم توسط خریدار پرداخت می شود مانند هزینه کارگزاری.از آنجا که ما برای بدست آوردن هزینه متغیر معاملاتی به تعداد سهم خریداری شده نیاز داریم متغیر m که بیانگر حجم سبد سهام می باشد، تعریف می شود. برای حل مسئله، فرض براین است که ۱۰۰ =m می باشد. Z'j متغیری از نوع صفر و یک است که برای هر سهم تعریف می شود. اگر Z'j۱ = باشد نشان می دهد سهم j در سبد سهام سرمایه گذاری قرار دارد و تحت بررسی قرار می گیرد و اگر Z'j۰ = باشد قرار نگرفتن سهم j را در سبد نشان می دهد. پارامتر C حداکثر مقدار پولی است که سرمایه گذار می تواند در سبد سهام سرمایه گذاری کند. ما این متغیر را برای حل مدل، ۱۰۰۰۰۰۰۰ ریال در نظر گرفتیم.

از دیگر متغیر هایی که در محدودیت مدل تعریف شده است دو متغیر L و U است که به ترتیب بیانگر حد پایین و بالای میزان سرمایه گذاری در هر سهم هستند. فرض شده است که سرمایه گذار در هر سهم نمی تواند بیشتر از ۵۰ درصد کل سبد سهام ( سرمایه در دسترس سرمایه گذار) سرمایه گذاری نماید، به لحاظ اینکه در تحقیق، یکی از اهداف کاهش ریسک سیستماتیک با استفاده از متنوع نمودن سرمایه گذاری است، تمرکز سرمایه گذاری برروی یک سهم خاص ( بیش از پنجاه درصد) با این هدف در تناقض می باشد. متغیرN میزان سهامی که سرمایه گذار علاقمند است از تعداد سهام موجود، در سبد خود نگهداری نماید را نشان می دهد. فرض می کنیم N۹= باشد. باید توجه داشت که، اضافه شدن چنین قیودی به مدل موجب ایجاد یک فیلتر برای انتخاب سهم های برتر از بین سهام در دسترس می شود. در واقع با وجود برنامه ریزی صفر و یک، دو مرحله از گزینش سهام صورت می گیرد. در مرحله نخست، به جدا کردن سهام برتر می پردازد و در مرحله دوم میزان ریسک سبد سهام را با توجه به ترکیبات مختلف سهام و بازده مورد انتظار اندازه می گیرد.

در زیر الگوریتم حل مدل میانگین_ نیم واریانس_ انحراف مطلق تحت محدودیت احتمالی بطور خلاصه بیان می شود:

۱ ) تعیین مقادیر سطح اطمینان و محدودیت احتمالی
۲ ) بدست آوردن بیشترین مقدار بازده مورد انتظار مدل
۳ ) بدست آوردن کمترین مقدار بازده مورد انتظار برای سنجه های نیم واریانس و RM
٤ ) تعیین کمترین مقدار بازده مورد انتظار مدل
٥ ) مشخص کردن مقادیر مختلف بازده (d) در فاصله کمترین و بیشترین مقدار بازده مورد انتظار

۶ ) بدست آوردن کمترین و بیشترین مقدار سنجه ریسک دیگر (RM) برای هر بازده مشخص شده

۷ ) تعیین اندازه ریسک در فاصله کمترین و بیشترین مقدار سنجه ریسک RM

۸ ) حل مدل چند هدفه با مقادیر مختلف بازده (d*) و ریسک (z*) و تعیین اندازه سنجه نیم واریانس

مدل اصلی برای مدل میانگین- نیم واریانس- انحراف مطلق همراه با محدودیت احتمالی بصورت مدل ۵ زیر بیان می شود:

$$
\begin{aligned}
& Minimize \;\; SV(X) = \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s} y_i^2 \\
& Subject\ to \;\; y_i \geq \sum_{j=1}^{n} [d - (r_{ij} X_j)] : i = 1,2,,...,s \\
& y_i \geq 0 : i = 1,2,,...,s \\
& a_i \geq \sum_{j=1}^{n} [(r_{ij} X_j) - d] : i = 1,2,,...,s \\
& a_i \geq \sum_{j=1}^{n} [d - (r_{ij} X_j)] : i = 1,2,,...,s \\
& a_i \geq 0 : i = 1,2,,...,s \\
& \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s} a_i \leq z \\
& \sum_{j=1}^{n} (1+b_j) mc_j X_j + \sum_{j=1}^{n} f_j Z'_j \leq C \\
& L_j Z'_j \leq X_j \leq U_j Z'_j \\
& \sum_{j=1}^{n} Z'_j \leq N \\
& -X'\mu + d + \sqrt{X'CX}\,\Phi^{-1}(\alpha_c) \leq 0 \\
& \sum_{j=1}^{n} X_j = 1 \\
& X \geq 0 \\
& Z'_j \in \{0,1\}, j = 1,2,...,n
\end{aligned}
\tag{۵}
$$

## ۵- نتایج پژوهش

جدول۱ نام سهام شرکت های مورد بررسی در این تحقیق را نشان میدهد.ورودی بازده سهام این چهارده سهم بصورت دوره های ماهانه مربوط به سال ۱۳۸۸ برای دوازده ماه می باشد که جدول ۲ این موضوع را به تصویر می کشد. در واقع ورودی اصلی ما برای حل مدل ها بازده سهام این چهارده سهم می باشد. مدل های ارائه شده به کمک نرم افزارهای lingo 10 و Matlab حل شده است.

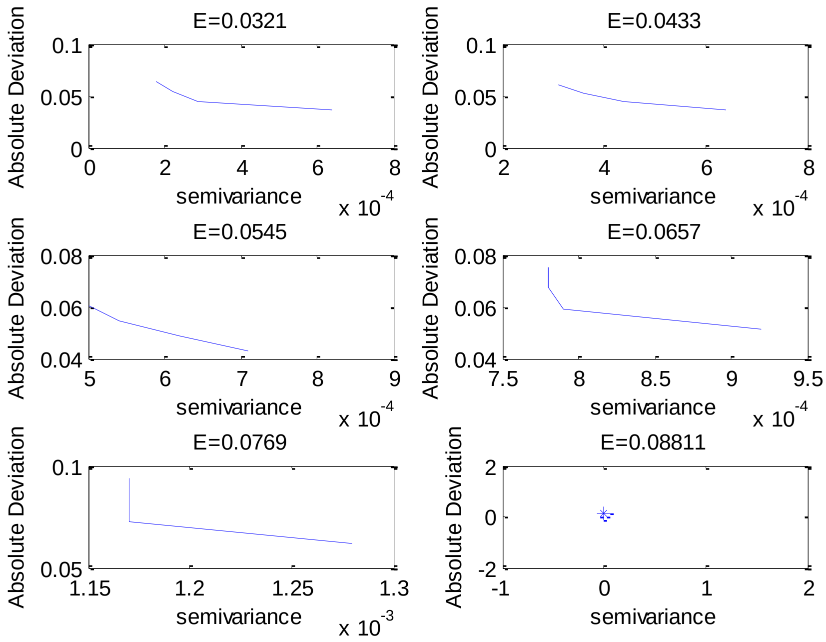
**جدول ۱- سهام شرکت های مورد بررسی در بازار سرمایه ایران**

| نام سهم | نام متغیر مدل | قیمت هر سهم (ریال) |
|---|---|---|
| سایپا | X1 | 1456 |
| سرمایه گذاری غدیر | X2 | 2629 |
| سرمایه گذاری بوعلی | X3 | 720 |
| بانک ملت | X4 | 1307 |
| بانک کارآفرین | X5 | 3534 |
| ایران ترانسفو | X6 | 10159 |
| مپنا | X7 | 2308 |
| توسعه صنایع بهشهر | X8 | 1561 |
| بانک سینا | X9 | 1747 |
| سایپا آذین | X10 | 1164 |
| لیزینگ صنعت و معدن | X11 | 1823 |
| سرمایه گذاری توکا فولاد | X12 | 1661 |
| ماشین سازی اراک | X13 | 1035 |
| سرمایه گذاری پتروشیمی | X14 | 646 |

**جدول۲- بازده سهام شرکت های مورد بررسی**

| تاریخ | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 | X11 | X12 | X13 | X14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1388/01/29 | 0 | 0.0723 | 0.0449 | 0.0377 | 0.2659 | -0.0396 | 0.0112 | 0.0799 | 0.1337 | 0.0086 | 0.0608 | 0.058 | 0.6921 | -0.0577 |
| 1388/02/29 | 0.0055 | 0.3072 | 0.2742 | 0.0745 | 0.0767 | -0.0284 | 0.1901 | 0.149 | 0.2018 | 0.0212 | 0.1284 | 0.2194 | 0.1663 | 0.1443 |
| 1388/03/29 | 0.0006 | 0.0983 | -0.0169 | -0.0296 | -0.0114 | -0.1439 | 0.0424 | 0.0331 | -0.0297 | 0.0473 | -0.0315 | -0.0125 | 0.1997 | 0.513 |
| 1388/04/29 | 0.0783 | -0.0966 | -0.0258 | 0.0427 | 0.0251 | 0.2138 | 0.1322 | -0.0632 | -0.0477 | 0.0206 | -0.0621 | 0.0814 | 0.1664 | -0.2614 |
| 1388/05/29 | -0.051 | 0.1999 | 0.2952 | 0.0192 | 0.0071 | -0.0523 | 0.3234 | 0.0154 | 0.0037 | 0.0366 | 0.0075 | 0.1526 | 0.476 | -0.1422 |
| 1388/06/29 | -0.061 | 0.0669 | 0.085 | 0 | -0.0311 | 0.0598 | 0.0205 | 0.0173 | 0.0919 | -0.0292 | 0.0707 | -0.0084 | 0.1925 | -0.0054 |
| 1388/07/29 | 0.2686 | 0.3439 | 0 | 0.1371 | 0.293 | 0.3935 | 0.1619 | 0.0955 | 0.2128 | 0.2098 | 0.4554 | 0.0399 | -0.0872 | 0.4764 |
| 1388/08/29 | 0.1509 | -0.1281 | 0.1082 | 0.1265 | -0.016 | -0.0623 | -0.0645 | 0.156 | 0.1081 | 0.018 | 0.2381 | 0.0546 | -0.2164 | -0.1153 |
| 1388/09/29 | -0.172 | -0.1204 | -0.1924 | -0.0565 | -0.0393 | -0.0694 | -0.1366 | -0.0335 | -0.0313 | -0.1138 | -0.0444 | 0.0192 | -0.0952 | -0.1775 |
| 1388/10/29 | -0.007 | 0.1574 | -0.0333 | -0.0465 | 0.0169 | 0.0543 | 0.1231 | 0.0963 | 0.0994 | 0.0837 | 0.2685 | 0.0702 | -0.0916 | -0.0658 |
| 1388/11/29 | 0.0725 | 0.0336 | 0.2536 | 0.0455 | -0.0114 | 0.0192 | 0.0174 | 0.2951 | 0.0854 | 0.0527 | 0.1708 | 0.0419 | 0.343 | 0.1173 |
| 1388/12/29 | 0.0866 | 0.0838 | 0.1488 | 0.0791 | 0.0733 | 0.0779 | 0.0844 | 0.0812 | 0.0703 | 0.0142 | -0.0145 | 0.1649 | -0.0725 | 0.1179 |
| میانگین($\mu j$) | 0.0311 | 0.08485 | 0.0785 | 0.0358 | 0.05407 | 0.03522 | 0.0755 | 0.0768 | 0.07487 | 0.0308 | 0.10398 | 0.07343 | 0.1394 | 0.0453 |

فرآیند حل مدل در الگوریتم قسمت قبل بیان شده است . نمودار مرز کارای (۱) و جدول (۳) نتایج بدست آمده از حل مدل (۵) می باشد:




**شکل۱ - نمودار مرز کارای مدل میانگین- نیم واریانس- انحراف مطلق تحت محدودیت احتمالی**

حداقل و حداکثر مقدار بازده مورد انتظار مدل میانگین- نیم واریانس- انحراف مطلق تحت محدودیت احتمالی به ترتیب برابر با ۰,۰۳۲۱ و ۰,۰۸۸۱ است به طوری که از نتایج ارائه شده در شکل ۱ می‌توان مرز کارای بازده بازده مورد انتظار را شناسایی نمود.

## ۶- نتیجه گیری و بحث

ما قید مهمی به نام محدودیت احتمالی را بیان کردیم. محدودیت احتمالی در واقع میزان اطمینان سرمایه گذاران از تحقق بازده مورد انتظار ناشی از تشکیل سبد سهام پیشنهادی را در نظرمی گیرد. با توجه به سهام در دسترس، در مدل چند هدفه با محدودیت احتمالی تقریبا" تمام سهام مخصوصا" در مدل میانگین- نیم واریانس- انحراف مطلق در تشکیل سبد سهام مطلوب

دخالت دارند. با توجه به نکات ذکر شده، بهترین دلیل ارائه مدل های یکپارچه، استفاده از دو سنجه ریسک بطور همزمان و واقعی تر کردن مدل با اضافه نمودن محدودیت هزینه ناشی از معامله در جهت بدست آوردن نتیجه بهتر برای سرمایه گذاران می باشد. و چنانچه از خروجی مدل ها با توجه به مثال تحت بررسی مشاهده می شود، از نظر سرمایه گذار مدل ارائه شده بر مدل های موجود و متداول برتری دارد، چرا که جواب بهتر و چند بعدی نسبت به سایر روش ها بدست آمده است. از طرفی، سرعت بیشتر در مدل های ارائه شده نسبت به سایر مدل ها با توجه به حجم محاسبات و تعداد سنجه های محاسباتی به دلیل استفاده از برنامه ریزی خطی از ویژگی مدل های ارائه شده است که خود می تواند موجب کاهش زمان و هزینه برای تصمیم گیری سرمایه گذار شود. در آخر، می توان این نتیجه را بیان نمود که مدل های چند هدفه، یک بسته اطلاعاتی مناسب و جامعی را در اختیار سرمایه گذاران و مدیران مالی در جهت مدیریت بهتر ریسک، قرار می دهند. از اینرو، ارائه مدل های یکپارچه چند هدفه تحت محدودیت احتمالی در بازار بورس ایران از نوآوری های این تحقیق می باشد. همچنین، نمودار ها و جداول چند بعدی مدل های چند هدفه، بطور منظم و یکپارچه نشان داده شده است.

سرمایه گذار می تواند روی نوع مدل تصمیم گیری کند و با توجه به نتایج بدست آمده از حل مدل منتخب برای خرید سهام اقدام نماید و یا می تواند مدل های بیان شده را برای بازده مورد انتظار یکسان بررسی کند و آنگاه سبدی که ریسک کمتری را نتیجه می دهد انتخاب نماید.

با توجه به تجزیه و تحلیل مدل ها و فرآیند حل آنها، پیشنهاد می گردد:

۱) در فرآیند حل مدل با محدودیت احتمالی ما فرض را بر نرمال بودن بازده های سهام گذاشتیم. این مطلب ممکن است در بستر بازار سرمایه همواره ثابت نباشد یعنی ممکن است بازده سبد سهام از توزیع نرمال پیروی نکند. بنابراین، یکی از پیشنهادات، حل مدل با توزیعی (غیر نرمال) است که بازده سهام منتخب توسط سرمایه گذار از آن پیروی می کند. می دهد، انتخاب نماید.

۲) کاربرد برنامه‌ریزی ریاضی به تصمیمات تصمیم گیرنده نیاز دارد. از این‌رو، وارد کردن محدودیت های جدید ممکن است موجب بدست آمدن نتایج مفید تری شود.

**جدول ۳- بازده مورد انتظار، انحراف مطلق و نیم واریانس همراه با درصد سرمایه گذاری در هر سهم برای مدل میانگین- نیم واریانس- انحراف مطلق تحت محدودیت احتمالی**

| نیم واریانس | انحراف مطلق | بازده مورد انتظار | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 | X11 | X12 | X13 | X14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۰.۰۰۰۶۴ | ۰.۰۳۵۸۱ | ۰.۰۳۲۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۲۰۰۱ | ۰.۰۱۹۵ | ۰.۱۴۱۴ | ۰ | ۰ | ۰.۰۹۴۵ | ۰.۱۱۷۶ | ۰ | ۰.۳۱۰۴ | ۰ | ۰.۱۱۶۱ |
| ۰.۰۰۰۲۹ | ۰.۰۴۴۹۷ | ۰.۰۳۲۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۰۶۳۳ | ۰ | ۰.۰۹۹۶۲ | ۰ | ۰ | ۰.۲۴۱۱ | ۰ | ۰ | ۰.۵ | ۰ | ۰.۰۹۵۹ |
| ۰.۰۰۰۲۲ | ۰.۰۵۴۱۳ | ۰.۰۳۲۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۰۲۷۲ | ۰.۱۰۸۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۲۶۲۷ | ۰ | ۰ | ۰.۵ | ۰.۰۵۱۴ | ۰.۰۵۰۵ |
| ۰.۰۰۰۱۸ | ۰.۰۶۳۳ | ۰.۰۳۲۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۳۴۶۵ | ۰.۰۵۸ | ۰ | ۰ | ۰.۵ | ۰.۰۹۵۳ | ۰ |
| ۰.۰۰۰۶۴ | ۰.۰۳۶۹۸ | ۰.۰۴۳۳ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۱۵۸۶ | ۰.۰۰۳۸ | ۰.۱۳۷۳ | ۰ | ۰ | ۰.۱۵۷۹ | ۰.۰۲۹۴ | ۰ | ۰.۴۳۱۸ | ۰ | ۰.۰۸۰۹ |
| ۰.۰۰۰۴۴ | ۰.۰۴۴۹۲ | ۰.۰۴۳۳ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۱۲۱۹ | ۰ | ۰.۰۴۴۶ | ۰ | ۰ | ۰.۲۰۹۹ | ۰ | ۰ | ۰.۵ | ۰.۰۵۰۵ | ۰.۰۷۲۸ |
| ۰.۰۰۰۳۶ | ۰.۰۵۲۸۶ | ۰.۰۴۳۳ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۰۷۶۷ | ۰.۰۰۰۶ | ۰ | ۰ | ۰.۰۶۰۹ | ۰.۲۱۹۵ | ۰ | ۰ | ۰.۵ | ۰.۱۰۴ | ۰.۰۳۸۲ |
| ۰.۰۰۰۳۱ | ۰.۰۶۰۸۱ | ۰.۰۴۳۳ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۲۹۲۷ | ۰.۰۵۹۱ | ۰ | ۰ | ۰.۵ | ۰.۱۴۸۱ | ۰ |
| ۰.۰۰۰۷۱ | ۰.۰۴۳۰۳ | ۰.۰۵۴۵ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۰۷۸۹ | ۰ | ۰.۰۴۵۲ | ۰ | ۰ | ۰.۲۷۹ | ۰ | ۰ | ۰.۵ | ۰.۰۲۹۲ | ۰.۰۶۷۵ |
| ۰.۰۰۰۶۲ | ۰.۰۴۸۷۹ | ۰.۰۵۴۵ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۰۶۳۵ | ۰ | ۰.۰۱۰۱ | ۰ | ۰.۰۹۴۹ | ۰.۲۲۰۲ | ۰ | ۰ | ۰.۵ | ۰.۰۷۴۳ | ۰.۰۳۶۷ |
| ۰.۰۰۰۵۴ | ۰.۰۵۴۵۵ | ۰.۰۵۴۵ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۰۳۱۹ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۲۲۵۶ | ۰.۱۱۰۳ | ۰ | ۰ | ۰.۵ | ۰.۱۲۱۱ | ۰.۰۱۰۸ |
| ۰.۰۰۰۵ | ۰.۰۶۰۳۲ | ۰.۰۵۴۵ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۲۷۴۳ | ۰.۰۲۴۷ | ۰ | ۰.۰۳۵۹ | ۰.۵ | ۰.۱۶۴۹ | ۰ |
| ۰.۰۰۰۹۲ | ۰.۰۵۱۱۳ | ۰.۰۶۵۷ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۱۱۲۸ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۰۸۷۴ | ۰ | ۰.۱۴۹۱ | ۰.۵ | ۰.۱۱۴۷ | ۰.۰۳۶ |
| ۰.۰۰۰۷۹ | ۰.۰۵۹۲۴ | ۰.۰۶۵۷ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۲۵۱۱ | ۰ | ۰ | ۰.۰۸۱۱ | ۰.۵ | ۰.۱۶۷۷ | ۰ |
| ۰.۰۰۰۷۸ | ۰.۰۶۷۳۵ | ۰.۰۶۵۷ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۲۱۸۴ | ۰ | ۰ | ۰.۱ | ۰.۵ | ۰.۱۸۲۴ | ۰ |
| ۰.۰۰۰۷۸ | ۰.۰۷۵۴۸ | ۰.۰۶۵۷ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۲۱۸۴ | ۰ | ۰ | ۰.۱ | ۰.۵ | ۰.۱۸۲۴ | ۰ |
| ۰.۰۰۱۲۸ | ۰.۰۶۱۷۱ | ۰.۰۷۶۹ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۳۴۴۷ | ۰.۵ | ۰.۱۴۸۹ | ۰.۰۰۶۳ |
| ۰.۰۰۱۱۷ | ۰.۰۷۲۴۴ | ۰.۰۷۶۹ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۰۳۵۴ | ۰ | ۰ | ۰.۲۵۶۱ | ۰.۵ | ۰.۲۰۸۴ | ۰ |
| ۰.۰۰۱۱۷ | ۰.۰۸۳۱۷ | ۰.۰۷۶۹ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۰۳۵۴ | ۰ | ۰ | ۰.۲۵۶۱ | ۰.۵ | ۰.۲۰۸۴ | ۰ |
| ۰.۰۰۱۱۷ | ۰.۰۹۳۹۲ | ۰.۰۷۶۹ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۰۳۵۴ | ۰ | ۰ | ۰.۲۵۶۱ | ۰.۵ | ۰.۲۰۸۴ | ۰ |
| ۰.۰۰۴۱۲ | ۰.۱۲۳۲۴ | ۰.۰۸۸۱۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰.۵ | ۰ | ۰.۵ | ۰ |

## فهرست منابع


1) Charnes, A., Cooper, W. W. (1959). Chance-constrained programming. Management Science, 6(1):73-79.
2) Feiring, B. R., Lee, S. W. (1996). A chance-constrained approach to stock selection in hong kong. International Journal of Systems Science, 27(1):33-41.
3) Kandasamy, Hari, (2008), Portfolio Selection Under Unequal Prioritized Downside Risk, Advisor: Kostreva, Michael M., The Degree Doctor of Philosophy Mathematical Sciences, Department of Mathematical Science, Clemson University.
4) Konno, H.,Yamazaki, H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to tokyo stock market. Management Science, 37(5):519-531.
5) Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. Journal of Finance, 7(1):77-91.
6) Markowitz, H. (1959). Portfolio Allocation: E_cient Diversi_cation of Investments, John Wiley & Sons, Inc., New York. A Cowles Foundation Monograph.
7) Markowitz, H. (1991). Foundations of portfolio theory. Journal of Finance, 46(2):469-477.
8) Papahristodoulou, C, Dotzauer, E. (2004). Optimal portfolios using linear programming problems. Journal of the Operations Research Society, 55(11):1169-1177.
9) Roman, D., Dowman, K. D., Mitra, G. (2007). Mean risk models using two risk measures: A multi-objective approach. Quantitative Finance, 7(4):443 -458.
10) Speranza, M. Grazia. (1995). A Heuristics Algorithm for A Portfolio Optimization Model Applied To the Milan Stock Market, Computer and Ops Res, 5,.433-441.

Tang, W., Han, Q., Li, G. (2001). The portfolio selection problems with chance-constrained. In Systems, Man, and Cybernetics IEEE International Conference on, volume 4, pages 2674-2679


## یادداشت‌ها

[1] Mean-Semivariance
[2] Mean- Absolute Deviation
[3] Mean - Semivariance - Absolute Deviation
[4] ε-Constrained