فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره پنجاه و سه / زمستان ۱۴۰۱
نوع مقاله : علمی پژوهشی
صفحات : ۱۵-۱

ارائه مدل ریاضی دو مرحله ای ارزیابی و انتخاب سبد پروژه

شهاب فروتن‌چهر[۱]
سعید آقاسی[۲]
سیدمحمدرضا داودی[۳]

تاریخ دریافت مقاله : ۱۴۰۰/۰۹/۱۵ تاریخ پذیرش مقاله : ۱۴۰۰/۱۱/۱۷

چکیده

امروزه لزوم انتخاب سبد سهام به عنوان عامل اصلی موفقیت در سودآوری سرمایه‌گذاری آشکار است. ارزیابی و انتخاب سهام از تمامی ابعاد آن نیاز حیاتی در سازمان‌های سرمایه‌گذار است. از این رو در این پژوهش یک مدل ریاضی چند هدفه دو مرحله‌ای ارزیابی و انتخاب سبد پروژه معرفی شد. با توجه به عدم قطعیت‌های موجود در ارزیابی سبد پروژه، تئوری عدم قطعیت استوار برتسیماس و سیم بر روی مدل ریاضی توسعه داده شدند و سپس با توجه به NP-HARD بودن مساله مورد مطالعه، جهت اعتبارسنجی مدل در ابعاد بزرگتر با استفاده از دو الگوریتم فرابتکاری MOPSO و NSGAII به تحلیل یافته‌های مدل پرداخته شد. بر اساس تحلیل‌های جواب های بدست آمده حاصل از دو الگوریتم نشان داده شد که زمان محاسباتی الگوریتم MOPSO بهتر از الگوریتم NSGAII می باشد و میانگین های تابع هدف اول و دوم MOPSO نیز نشان از برتری این الگوریتم در مقایسه با NSGAII داشت. در سایر پارامترهای تحلیلی مانند NPF و MSI و SM نشان داده شد که الگوریتم NSGAII عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم MOPSO دارد. با استفاده از روش TOPSIS نشان داده شد که الگوریتم NSGAII با وزن ۰,۶۹۴۵ مطلوبیت بیشتری در برابر MOPSO داشته است.

کلمات کلیدی

مدل ریاضی چند هدفه دو مرحله ای، الگوریتم فرابتکاری **MOPSO** و **NSGAII**.

۱-گروه مدیریت صنعتی- مالی، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران. s.forootan2025@gmail.com
۲-گروه مدیریت، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران. (نویسنده مسئول) saeedaghasi2025@gmail.com
۳-گروه مدیریت، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران. Smrdavoodi@ut.ac.ir

مقدمه

گسترش فرهنگ سرمایه‌گذاری، علاوه بر افزایش مشارکت عمومی در امر سرمایه‌گذاری، می‌تواند سبب جذب نقدینگی تورم‌زای موجود در سطح جامعه و ایجاد پس‌اندازی مولد برای سرمایه‌گذاران، ایجاد اشتغال، تولید ثروت، افزایش تولید ناخالص داخلی، و به طور کلی سالم سازی اقتصاد شود (لیم و همکاران، ۲۰۱۴). این امر درصورتی رخ می‌دهد که افراد با هر سطح علمی و توانایی بتوانند اطلاعات مورد نیاز جهت سرمایه گذاری را در اختیار داشته باشند، زیرا نداشتن اطلاعات کافی باعث ایجاد حس عدم اطمینان در سرمایه‌گذاران شده و این احساس عدم اطمینان می‌تواند اثرات جدی در عدم رونق بازار سرمایه داشته باشد (جاسیمانی و همکاران، ۲۰۱۸). به طورکلی، دو روش یا دیدگاه برای سرمایه‌گذاری در پروژه وجود دارد. روش اول بر مبنای تکیه بر اخبار و شایعات است و بدیهی است که تصمیم مبتنی بر خبر و شایعه با تغییر خبرو شایعه تغییر می‌کند. در نتیجه برای یک سهم صف خرید تشکیل می‌شود و فردا همان سهم دارای صف فروش است. ریسک سرمایه‌گذاری با این روش بسیار بالاست و از این رو سرمایه‌گذاری در سهام بر مبنای تکیه صرف بر اخبار و تحلیل‌های مبتنی بر اخبار، راهبردی معقول و قابل اطمینان نیست (وو و همکاران،۲۰۱۸).

تحقیقات و مطالعات بسیاری در حوزۀ تعیین اولویت معیارهای انتخاب سهم و تشکیل پرتفوی بهینه با توجه به معیارهای مختلف و استفاده از مدل‌های مدرن در تعامل با یکدیگر انجام گرفته است. با این وجود مدل‌های کمی همزمان رویکردهای بنیادی و تکنیکال را برای ساخت پرتفوی درنظر می‌گیرند (سفاری و همکاران، ۲۰۱۴).

با توجه به پژوهش‌های انجام شده در یافتیم که انتخاب سبد سهام یکی از دشوارترین و خطیرترین تصمیم مالی هر فرد جهت دستیابی به سود بیشتر می‌باشد و از طرفی دیگر، روش‌های مناسبی جهت ارزیابی انتخاب برترین سبد سهام نیز معرفی شده است که البته ناکار آمد می‌باشند چرا که استفاده از روش‌های تصمیم‌گیری که بسیار وابسته به نظرات شخص تحلیل کننده هستند و اکثر این روش‌ها با شکست انتخابی روبرو می‌شود از سوی دیگر در پژوهش‌های گوناگونی روش ارزیابی و انتخاب سبد سهام با روش‌های تحلیل پوششی داده‌ها استفاده شده است که بر اساس اظهار ورودی‌ها و خروجی‌ها بر اساس DMU ها می‌باشد که منجر به تصمیم‌گیری درستی نمی شود. نواوری در نظر گرفته شده در این پژوهش عبارت‌اند از:

– توسعه یک مدل ریاضی دو مرحله‌ای ارزیابی و انتخاب پروژه‌ها بر اساس ریسک و ارزش کسب شده

– توسعه مدل چند هدفه جهت ارزیابی کلیه اهداف سرمایه‌گذار جهت انتخاب سبد بهینه سرمایه‌گذاری
– در نظرگرفتن عدم قطعیت برتسیماس و سیم جهت‌ارزیابی ریسک‌های‌پروژه و سهام برای سرمایه‌گذاری
– استفاده از الگوریتم فراابتکاری MOPSO و NSGAII برای ارزیابی و حل مدل ریاضی و ارزیابی جبهه پارتوی جواب های بهینه.

پیشینه پژوهش

محققان در پژوهش خود از مدل آنتروپی‌های مینکوفسکی، شانون، یاگر، بهره برده شده تا بهترین آنتروپی از لحاظ تنوع بخشی در مرز مارکوویتز انتخاب شود نتایج حاصل از پژوهش نشان داد استفاده از آنتروپی به عنوان یکی از اهداف برای تنوع بخشی سبد سهام مفید است. همچنین گشتاورهای مرتبه بالا برای جهت دهی مقادیر بازدهی بیشتر می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد (آزاد و همکاران، ۱۳۹۸). فرید و همکاران (۱۳۹۸) در پژوهش خود تلاش می‌کند ترکیب بهینه‌ای از سرمایه‌گذاری در سهام و دارایی‌های مالی را به نحوی مشخص کند که بازده سرمایه‌گذاری بیشینه و ریسک سرمایه‌گذاری کمینه شود. تحقیقات زیادی در این زمینه انجام شده است و مدل ریاضی واریانس مارکویتز به عنوان یکی از اصلی‌ترین کارهای این حوزه شناخته می‌شود. مقالات نزدیک به این پژوهش نیز مقالات مربوط به رحمانی(۲۰۱۹) و جن (۲۰۱۷) این که نسبت به مقاله رحمانی استفاده از ویژگی‌های ریسک در انتخاب و جین در حل مدل عدم قطعیت به روش استوار سازی برتسیماس و سیم می‌باشد که در رویکرد فراابتکاری MOPSO و NSGAII بهره‌گیری شده است. شینزاتو (۲۰۱۸) در پژوهش خود در گام اول به بررسی ویژگی‌های یک زیرمجموعه پرتفوی محتمل مشخص شده توسط محدودیت های ریسک و بودجه پرداختند. از این رو حداکثر و حداقل تمرکز سرمایه‌گذاری را با استفاده از تجزیه و تحلیل CVR ارزیابی نمودند[۱۳]. از این رو یک رویکرد تحلیلی از آماره‌های آزمون آماری اعمال گردید. بکیروس (۲۰۱۵) در پژوهش خود یک چارچوب یکپارچه را برای مدلسازی و تخمین معیارهای وابستگی نسبتا بزرگ با استفاده از پورتفولیوی بهینه ریسک مینیموم و کاپیولای تاک جفت (pair vine copula) در رابطه با پنج معیار ریسک در چارچوب بحران مالی جهانی مطرح نموده است. اثبات شده است که کاپیولای تاک جفت ابزارهایی قدرتمند برای مدلسازی تغییر ریسک وابستگی تحت سه سناریوی مختلف دوره ای در کنار بهینه‌سازی پورتفولیوهایی هستند که دارای الگوهای پیچیده وابستگی است. نتایج بهینه‌سازی پورتفولیو، به طور متوسط، در برخی از سهام‌ها همگرا می‌شوند. چانگ (۲۰۱۲) به ایجاد سبد بهینه با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها پرداخت. در این راستا متغیرهای اصلی به کمک تحلیل عاملی تعیین گردید و پس از رتبه‌بندی سهام، از طریق تحلیل پوششی داده‌ها، شرکت‌هایی که نمره کارایی بالای ۰,۹ داشتند در سبد

سهام انتخابی قرار می‌گرفتند. جرارد (۲۰۱۵) در پژوهش خود بیان داشتند که مدل‌های انتخاب سهام غالبا داده‌های اساسی، تکانه، و انتظارات تحلیلگران را استفاده می‌کند. با استفاده از منابع داده‌های سهام جهانی در طول مدت سال‌های ۱۹۹۷-۲۰۱۱ مدل‌سازی ترکیبی را پشتیبانی نمودند. شواهدی را نیز به منظور حمایت کاربرد مدل‌های چندعاملی SunGard APT و Axioma برای ایجاد پرتفوی و کنترل ریسک ارائه نمودند. سه سطح ارزیابی مدل‌های ایجاد پرتفوی و انتخاب سهام توسعه می‌یابند و برآورد می‌شوند.

روش تحقیق

چون دراین تحقیق روابط بین متغیرها در قالب تابع هدف، با استفاده از تکنیک‌های مدل‌سازی ریاضی بیان می‌گردد و متغیرها مشاهده و اندازه‌گیری و توصیف می‌شوند لذا نوع روش تحقیق، توصیفی- تحلیلی ریاضی می‌باشد.

گام‌های اجرایی تحقیق به شرح ذیل است:

۱. مطالعه کتابخانه‌ای حیطه موضوع ارزیابی و انتخاب سهام

۲. طراحی مدل دومرحله‌ای ارزیابی و انتخاب (یک مدل دو مرحله‌ای داریم که در مرحله اول ارزیابی انجام میدهد و در مرحله دوم انتخاب می‌کند یعنی مرحله اول یه غربالگری انجام می‌دهد و حداقل سطح انتظار را از سهام ارزیابی می‌کند و در مرحله دوم بر اساس سیاست‌های انتخاب برترین سهام رو مشخص می‌کند که همه در یک مدل ریاضی قرار داده می‌شود).

۳. ایجاد عدم قطعیت استوار سازی برتسیماس و سیم بر روی مدل ریاضی قطعی طراحی شده

۴. حل مدل ریاضی بر اساس رویکرد اپسیلون محدودیت (بخاطر چند هدفه بودن مدل ریاضی) و تحلیل جبهه پارتوی جواب‌های بهینه

۵. توسعه الگوریتم آزادسازی لاگرانژ برای ازادسازی و ریلکس‌کردن مدل ریاضی و حل دقیق مدل بر اساس آزادسازی لاگرانژ تحلیل حساسیت پارامترهای موثر مدل ریاضی

روش گردآوری اطلاعات

با توجه به مبانی پژوهشی معرفی شده در این پژوهش، اطلاعات مورد نیاز بصورت کتابخانه‌ای و میدانی جمع‌آوری گردید.

در این پژوهش با استفاده از روش کتابخانه‌ای به بررسی مبانی نظری پیشینه پژوهش در خصوص ارزیابی و انتخاب پروژه / سهام پرداخته شد و در نهایت با استفاده از فیش‌برداری و مشاهده اطلاعات در شرکت‌های بورس مورد نیاز روش مدل‌سازی استخراج گردید.

روش تجزیه و تحلیل داده‌ها

پس از جمع‌آوری اطلاعات شرکت‌ها، به حل مدل ریاضی تدوین شده در نرم افزار GAMS و MATLAB اقدام کردیم.

فرضیات مساله

با توجه به عدم استفاده از آزمون‌های فرض، این پژوهش فاقد فرضیه بوده و سوال محور است لیکن مفروضات پژوهش به شرح زیر است:

۱) جامعه سهام مورد برر سی در این پژوهش شامل کلیه شرکت‌های پذیرفته شده در بورس تهران در سال های ۹۵ الی ۹۸ می‌باشد.

۲) سهام مورد ارزیابی برای انتخاب‌گر دارای ارزش مشخصی می‌باشد.

۳) حداقل ارزش مورد انتظار سرمایه گذار از انتخاب سهام مشخص می باشد.

۴) ارزیابی و انتخاب سهام م ستقل از هم بوده و انتخاب سهام به مو ضوع سلیقه فردی و اثرات دولتی وابسته نیستند.

۵) ریسک‌های حاصل از انتخاب سهام در مدل ریاضی بصورت عدم قطعیت در نظر گرفته می‌شوند.

۶) هر سهم می‌تواند برای چند سبد سهام استفاده شود.

۷) سطح قابل قبول برای پذیرش اولیه سهام توسط سرمایه‌گذار مشخص است.

۸) سایر پارامترهای مدل ریاضی بجز پارامتر ریسک سرمایه‌گذاری بصورت قطعی می‌باشند[۳].

جدول ۱: اندیس‌ها و مجموعه‌ها

i: اندیس سبد سهام	$i = 1,2,\ldots, n$
j: اندیس سهم	$j = 1,2,\ldots, m$
k: ویژگی اقتصادی kام هر سهم	$k = 1,2,\ldots, Kj$
r: ویژگی نرخ بازگشت سرمایه پیش‌بینی شده rام هر سهم	$r = 1,2,\ldots, R$

جدول۲ : پارامترهای مدل ریاضی دومرحله‌ای

aijk	ارزش k امین ویژگی از سهم jام سبد سهام i
bij	برابر با ۱ است در صورتی‌که سبد سهام i سهم j را در بر بگیرد در غیر اینصورت صفر است
Ri	ریسک سرمایه‌گذاری بر روی سبد سهام i
aj	حداقل سود مورد انتظار سرمایه‌گذار از مجموع ویژگی‌های سهم j
Ci	هزینه سرمایه‌گذاری بر روی سبد سهام i
TCi	هزینه اولیه خرید سهم i
qir	ارزش rامین ویژگی سهم i

استوارسازی مدل ریاضی

در این بخش عدم قطعیت در ریسک سرمایه‌گذاری به کمک برنامه‌ریزی استوار و رویکرد برتسیماس و سیم به مدل اضافه خواهد شد. لذا با تغییرات ایجاد شده در مدل ریاضی، مدل پیشنهادی یک مدل خطی خواهد بود. بررسی‌ها در این پژوهش نشان می‌دهد که پارامتر ریسک سرمایه‌گذاری از جمله پارامترهای مهم بوده که مقادیر آن ممکن است از مقادیر اسمی فراتر رود. از این رو در نظر گرفتن این پارامتر در شرایط غیر قطعی می‌تواند مدل پیشنهادی را به واقعیت مسئله نزدیک‌تر کند. روش بهینه سازی استوار به دنبال جواب‌های بهینه یا نزدیک به بهینه‌ای است که با احتمال بالایی موجه باشند. رویکرد برتسیماس و سیم یکی از چهار رویکرد اصلی برای در نظر گرفتن عدم قطعیت در برنامه‌ریزی استوار است. در این قسمت اشاره مختصری به این رویکرد ارائه خواهد شد. برای این منظور مدل برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$Min \sum_j c_j x_j \qquad (۱۰)$$
$$s.t$$
$$Ax \le b$$

در این مدل فرض می‌کنیم که فقط ضرایب سمت راست در محدودیت‌ها یعنی ماتریس A دارای مقادیر غیرقطعی است و درایه‌های این ماتریس یعنی a_{ij} ها در بازه $[\tilde{a}_{ij} - \hat{a}_{ij}, \tilde{a}_{ij} + \hat{a}_{ij}]$ نوسان می‌کنند که $\tilde{a}_{ij}$ و $\hat{a}_{ij}$ به ترتیب مقادیر اسمی و حداکثر انحراف پارامتر a_{ij} می‌باشند. مدل استوار پیشنهادی برتسیماس و سیم به شکل زیر است.

$$
\begin{aligned}
&Min \sum_j c_j x_j \\
&s.t. \ \sum_j \tilde{a}_{ij} x_j + z_i \Gamma_i + \sum_{j \in j_i} \mu_{ij} \le b_i \qquad \forall i \qquad (11)\\
&\qquad z_i + \mu_{ij} \ge \hat{a}_{ij} x_{ij} \qquad \forall i,j \\
&\qquad z_i , \mu_{ij} \ge 0 \qquad \forall i,j
\end{aligned}
$$

در این روابط z_i و μ_{ij} متغیرهای کمکی دوگان هستند و پارامتر Γ_i که بودجه عدم‌قطعیت نامیده می‌شود، سطح محافظه‌کاری را نشان می‌دهد که با توجه به میزان اهمیت محدودیت و نیز ریسک‌پذیری تصمیم‌گیرنده انتخاب می‌شود[۳].

حل مدل ریاضی به روش اپسیلون محدودیت

در این مرحله با توجه به چند هدفه بودن مدل ریاضی، با استفاده از روش اپسیلون محدودیت مدل ریاضی را بصورت تک هدفه تبدیل نموده و مدل را حل می‌نمائیم. روش محدودیت اپسیلون تقویت شده جواب‌های بهینه کارآمد پارتو را ارائه می‌کند. در روش محدودیت اپسیلون یکی از توابع هدف به عنوان تابع‌هدف اصلی درنظر گرفته‌می شود تا بهینه سازی شود درحالی‌که تابع هدف دیگر به عنوان محدودیت در مدل قرار می‌گیرد. مدل محدودیت اپسیلون تقویت شده را می‌توان مطابق رابطه زیر نمایش داد:

$$
\begin{aligned}
&Min/Max(f_1(x) + \vartheta * \left(\frac{s_2}{r_2} + \frac{s_3}{r_3} + \cdots + \frac{s_i}{r_i} \ldots + \frac{s_n}{r_n}\right)) \\
&\text{St :} \\
&f_2(x) - s_2 = \varepsilon_2 \\
&f_3(x) - s_3 = \varepsilon_3 \qquad (12)\\
&\ldots. \\
&i \in [2,n] \\
&s_i \in R^+
\end{aligned}
$$

طبق رابطه فوق راه‌حل‌های بهینه پارتو بدست می‌آیند. که در آن r_i دامنه تابع هدف i ام ، ϑ یک عدد کوچک بین ۰۰۱. تا ۰۰۰۰۰۰۱. و Si یک متغیر اضافی غیر منفی هستند. ابتدا مقدار NIS_{fi} (بدترین مقدار) و PIS_{fi} (بهترین مقدار) برای هر تابع هدف بدست آورده می‌شوند، سپس مقدار دامنه تابع هدف iام طبق رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود:

$$r_i = PIS_{fi} - NIS_{fi} \qquad (13)$$

بعدازآن r_i به بازه‌های برابر l_i تقسیم‌می‌شود. سپس l_i+1 نقطه بدست‌آورده‌می‌شوندکه طبق‌رابطه زیر مقدار اپسیلون‌ها بر اساس این نقاط(Grid point) بدست آورده می‌شود. در این روش به ازای تمام

اپسیلون‌های بدست‌آمده مدل بایدحل‌شودکه‌طبق‌رابطه، η شماره‌نقاط(Grid point)بدست آمده است.

$$\varepsilon_i^{\eta} = NIS_{fi} + \frac{r_i}{l_i} * \eta \qquad (۱۴)$$

حال پس از کدنویسی در گمز ابتدا نتایج بدست آمده به صورت زیر ارائه می‌شود:

درنهایت مقادیر زیر برای هریک از متغیرها بدست آمده است: در مدل ریاضی ارائه شده، تابع هدف سوم بعنوان هدف اصلی و سایر اهداف بصورت پیرو در نظر گرفته شده است که به شرح زیر پارامترهای اپسیلون مربوطه بدست آمده است.

جدول ۳ : مقادیر پارامترهای روش محدودیت اپسیلون

R2	۰,۵	R1	۷,۲۱۸
Li	۱۰	Li	۱۰
NIS2	۱,۵۰۵	NIS1	۳,۸۵۳
PISF2	۲	PISF1	۱۱,۰۷۱
ϑ	۰,۰۰۰۱	ϑ	۰,۰۰۰۱

سپس با استفاده از رابطه (۱۵)

$$\varepsilon_i^{\eta} = NIS_{fi} + \frac{r_i}{l_i} * \eta \qquad (۱۵)$$

مقدار اپسیلون‌ها را بدست آوردیم.

جدول ۴ : مقادیر اپسیلون

ε تابع هدف اول	ε تابع هدف دوم
۴,۵۷	۱,۵۵
۵,۳۰	۱,۶۰
۶,۰۱	۱,۶۵
۶,۷۳	۱,۷۰
۷,۴۶	۱,۷۵
۸,۱۸	۱,۸۰
۸,۹۰	۱,۸۵
۹,۶۲	۱,۹۰
۱۰,۳۴	۱,۹۵
۱۱,۰۷۱	۲

در نهایت مدل اپسیلون تقویت شده را با استفاده از نرم‌افزار گمز برای هر یک از اپسیلون‌ها بدست آمده حل شده است. مجموعه جواب‌های بهینه پارتو بدست آمده مطابق جدول زیر است[۳]:

جدول ۵ : مقادیر بدست امده هر تابع هدف

میزان تابع هدف سوم	میزان تابع هدف دوم	میزان تابع هدف اول	ε تابع هدف اول	ε تابع هدف سوم
۳۰۷۵,۰۹۱	۱,۵۰۵	۳,۸۵۳	۴,۵۷	۱,۵۵
۳۰۷۵,۱۹۱	۱,۵۰۵	۳,۸۵۳	۵,۳۰	۱,۶۰
۳۰۷۵,۲۹۱	۱,۵۰۵	۵,۸۴۵	۶,۰۱	۱,۶۵
۳۰۷۵,۳۹۱	۱,۵۰۵	۵,۸۴۲	۶,۷۳	۱,۷۰
۳۰۷۵,۴۹۱	۱,۵۰۵	۷,۶۱۵	۷,۴۶	۱,۷۵
۳۰۷۵,۵۹۱	۱,۵۰۵	۷,۷۳۷	۸,۱۸	۱,۸۰
۳۰۷۵,۶۹۱	۱,۵۰۵	۸,۸۶۱	۸,۹۰	۱,۸۵
۳۰۷۵,۷۹۱	۱,۵۰۵	۹,۵۱۹	۹,۶۲	۱,۹۰
۳۰۷۵,۸۹۱	۱,۵۰۵	۹,۵۱۹	۱۰,۳۴	۱,۹۵
۳۰۷۵,۹۹۱	۱,۵۰۵	۱۱,۰۷۱	۱۱,۰۷۱	۲

صحه‌گذاری مدل ریاضی

با توجه به مدل ریاضی ارائه شده ، به ارزیابی و صحه‌گذاری مدل در سه سطح کوچک، متوسط و بزرگ خواهیم پرداخت از این رو ابعاد در نظر گرفته شده به شرح جدول (۶) می‌باشد.

جدول ۶ : سطوح بررسی مدل ریاضی

سطح	اندازه سبد سهام	اندیس سهم	ویژگی اقتصادی هر سبد	نرخ بازگشت سرمایه هفتگی
کوچک	۱۰	۵	۳	۴
متوسط	۱۵	۱۰	۶	۵
بزرگ	۳۰	۲۰	۹	۹

با توجه به تعریف سطوح بررسی مدل ریاضی، به ارزیابی پاسخ‌های مدل در ابعاد مختلف پرداخته می‌شود. شایان ذکر است با توجه به حفظ اعتبار سبد سهام بازار بورس سعی شده است تا از نمادهای دیگر برای تحلیل استفاده شود[۳].

تنظیم پارامتر الگوریتم‌های فراابتکاری

برای تنظیم پارامتر از متغیر پاسخ استفاده شده است. این متغیر پاسخ ترکیبی از ۵ معیار ارائه‌شده

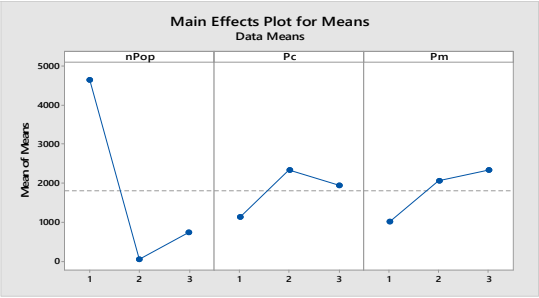
می‌باشد و مقدار آن با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌شود. با توجه به اینکه معیارها دارای اهمیت یکسانی نیستند، ضرایب وزنی به‌کاررفته برای آن‌ها تعیین می‌شود.

$$R_i = \frac{\overline{NPF_1} + \overline{MSI_2} + \overline{SM_3} + \overline{CPU - time}}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4} \quad (۱۶)$$

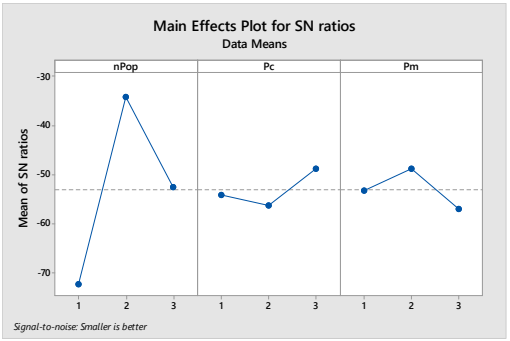
ازآنجایی‌که مقدار R_i در هر مسئله متفاوت بوده و به‌طور مستقیم قابل‌استفاده نمی‌باشد از درصد انحراف نسبی (RPD) برای هر مسئله استفاده می‌شود.

$$\mathrm{RPD} = \frac{\mathrm{Alg_{sol}} - \mathrm{Min_{sol}}}{\mathrm{Min_{sol}}} \times 100 \quad (۱۷)$$

در رابطه‌ی بالا $\mathrm{Alg_{sol}}$ و $\mathrm{Min_{sol}}$ به ترتیب مقادیر R_i برای هر تکرار از آزمایش و بهترین حل به‌دست‌آمده می‌باشند. بعد از تبدیل مقدار R_i به RPD، طبق ساختار طراحی پارامتر تاگوچی نسبت S/N بر اساس RPD محاسبه می‌شود. سپس میانگین نسبت S/N آزمایشات برای هر سطح پارامتر محاسبه می‌شود. بهترین مقدار هر پارامتر کمترین مقدار میانگین میانگین‌ها را دارد، درواقع سطوح عامل‌هایی بهینه هستند که حداقل نسبت میانگین موردنظر را نتیجه می‌دهند. پس از اجرای آزمایش تاگوچی، نتایج، میانگین میانگین‌ها و متوسط نسبت S/N برای هر سطح از فاکتورها در الگوریتم NSGA-II برای مدل ارائه‌شده در شکل‌های ۱ و ۲ نشان داده‌شده است[۳].



شکل ۱ : نمودار میانگین میانگین‌ها برای الگوریتم NSGA II



شکل ۲ : نمودار متوسط نسبت S/N برای الگوریتم NSGA II

با توجه به نمودارهای به‌دست‌آمده، سطح بهینه فاکتورهای الگوریتم NSGA-II برابر است با:

جدول ۷ : سطوح بهینه عامل استفاده‌شده برای

الگوریتم NSGA-II

پارامترها	سطوح عامل‌ها			سطح عامل بهینه
	۱	۲	۳	
nPop	۵۰	۷۰	۱۰۰	۷۰
Pc	۰/۲	۰/۵	۰/۸	۰/۲
Pm	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۲

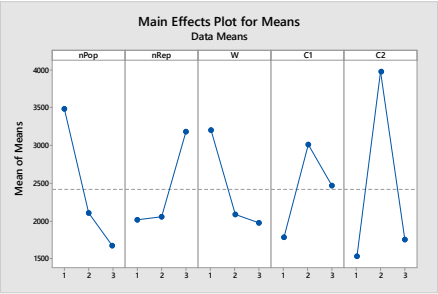
عوامل و سطوح مربوط به الگوریتم MOPSO

همانند الگوریتم NSGA II، عوامل و سطح عامل به‌کاررفته برای الگوریتم MOPSO مطابق جدول (۸) تعریف شده‌اند.

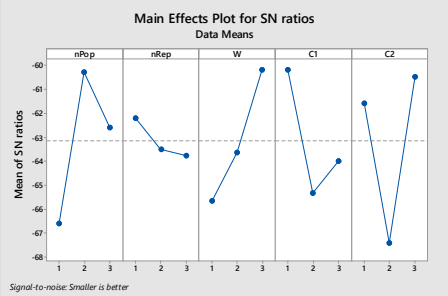
جدول ۸ : سطوح عامل استفاده‌شده برای الگوریتم MOPSO

پارامترها	سطوح عامل‌ها		
	۱	۲	۳
NPop	۵۰	۷۵	۱۰۰
NRep	۷۰	۱۰۰	۱۵۰
W	۰/۵	۰/۶	۰/۷
C1	۱	۱/۲۵	۱/۵
C2	۱	۱/۲۵	۱/۵

پس از اجرای آزمایش تاگوچی، نتایج میانگین میانگین‌ها و متوسط نسبت S/N برای هر سطح از فاکتورها در الگوریتم MOPSO برای مدل ارائه‌شده در شکل‌های ۳ و ۴، نشان داده‌شده است.



شکل ۳ : نمودار میانگین میانگین‌ها برای الگوریتم MOPSO



شکل ۴ : نمودار متوسط نسبت S/N برای الگوریتم MOPSO

با توجه به نمودارهای فوق، سطح بهینه فاکتورها به شرح جدول (۹) به‌دست‌آمده است:

جدول ۹ : سطوح عامل استفاده‌شده برای الگوریتم MOPSO

پارامترها	سطوح عامل‌ها			سطح بهینه
	۱	۲	۳	فاکتورها
nPop	۵۰	۷۵	۱۰۰	۱۰۰
nRep	۷۰	۱۰۰	۱۵۰	۷۰
W	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۷
C1	۱	۱/۲۵	۱/۵	۱
C2	۱	۱/۲۵	۱/۵	۱

انتخاب کاراترین الگوریتم با روش TOPSIS

در مبحث قبل مقایسات معناداری به‌منظور تعیین اختلاف معناداری بین میانگین‌های شاخص

محاسباتی به‌دست‌آمده از حل مسائل نمونه با الگوریتم‌های NSGA II و MOPSO انجام شد و نتایج نشان داد که تنها بین میانگین‌های تابع هدف اول اختلاف معناداری وجود دارد. در این بخش به‌منظور انتخاب کاراترین الگوریتم از روش تصمیم‌گیری چندمعیاره TOPSIS استفاده شده است. لذا جدول (۱۰) میانگین‌های کلی کسب شده از ۱۵ مسئله نمونه را نشان می‌دهد.

جدول ۱۰ : میانگین‌های شاخص‌های به‌دست‌آمده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری

الگوریتم	توابع هدف اول	توابع هدف دوم	تعداد جواب کارا	شاخص بیشترین گسترش	شاخص فاصله گذاری	زمان محاسباتی
NSGA II	۴۵۲۶۰۷۲	۴۵۲۴۰	۲۰,۲۷	۲۴۷۸۴۱۷	۰,۶۲۳	۸۴۴
MOPSO	۴۴۹۷۲۰۸	۴۵۴۱۸	۱۷,۲۷	۲۲۶۰۶۶۷	۰,۵۵۷	۱۰۴۱
وزن	۰,۴	۰,۴	۰,۰۵	۰,۰۵	۰,۰۵	۰,۰۵

پس از بی مقیاس سازی نتایج جدول (۸) اطلاعات در نرم‌افزار MCDMengine وارد شده و نتیجه خروجی نشـــان از کارایی الگوریتم NSGA II با کســـب وزن مطلوبیت ۰,۶۹۴۵ نســـبت به الگوریتم MOPSO با وزن ۰,۳۰۵۵ بوده است. لذا در کل با توجه به همه شاخص‌ها و نتایج استفاده از الگوریتم NSGA II توصیه می‌شود[۳].

نتیجه‌گیری

امروزه لزوم انتخاب سبد سهام به عنوان عامل اصلی موفقیت در سود اوری سرمایه‌گذاری آشکار است. در این پژوهش یک مدل ریاضی دو مرحله ای چند هدفه ارزیابی و انتخاب سبد سهام بر اساس اهداف کمینه‌سازی هزینه و سرمایه اولیه و بیشینه‌سازی سود حاصله و کمینه‌سازی ریسک‌های سرمایه‌گذاری معرفی شد. سپس جهت اعتبارسنجی مدل در ابعاد بزرگتر با استفاده از دو الگوریتم فراابتکاری MOPSO و NSGAII به تحلیل یافته های مدل پرداخته شد. بر اساس تحلیل‌های جواب‌های بدست آمده حاصل از دو الگوریتم نشان داده‌شد که زمان محاسباتی الگوریتم MOPSO بهتر از الگوریتم NSGAII می‌باشد و میانگین‌های تابع هدف اول و دوم MOPSO نیز نشان از برتری این الگوریتم در مقایسه با NSGAII داشت. در سایر پارامترهای تحلیلی مانند NPF و MSI و SM نشان داده شد که الگوریتم NSGAII عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم MOPSO دارد. در نهایت با استفاده از روش TOPSIS نشان داده شد که الگوریتم NSGAII با وزن ۰,۶۹۴۵ مطلوبیت بیشتری در برابر MOPSO داشت است. در نهایت پیشنهاد می‌گردد در راستای بهبود ارزیابی مدل ریاضی ارائه شده محدودیت‌های سطح سرمایه‌گذاری و نرخ بازگشت سرمایه به محدودیت‌های پژوهش افزوده شده و همچنین هدف کمینه‌سازی ارزش کل سهام نیز در مطالعه مورد بررسی مورد تحلیل قرار گیرد.

منابع

۱) آزاد بیات، پوررفیعی مهدی و صباغیان زهره. ارائه یک مدل سبد سهام چند هدفه با در نظر گرفتن آنتروپی و گشتاورهای مرتبه بالا در شرایط عدم اطمینان، چهارمین کنفرانس ملی در مدیریت،حسابداری و اقتصاد با تاکید بر بازاریابی منطقه ای و جهانی، تهران - دانشگاه شهید بهشتی، دبیرخانه دائمی کنفرانس، ۱۳۹۸.

۲) فرید داریوش، دهقانی فیروزآبادی ابوالفضل و میرزایی حمیدرضا. کاربرد رویکرد برنامه ریزی ترجیحات فازی لگاریتمی در انتخاب سبد سهام، چهارمین کنفرانس بین المللی مدیریت صنعتی، یزد، دانشگاه یزد - انجمن علمی مدیریت صنعتی ایران. ۱۳۹۸.

۳) فروتن‌چهر شهاب و آقاسی سعید. ارائه مدل ریاضی دو مرحله‌ای ارزیابی و انتخاب سبد سهام. دانشگاه دهاقان. ۱۴۰۰.

4) Bekiros, S., Hernandez, J. A., Hammoudeh, S., & Nguyen, D. K. (2015). Multivariate dependence risk and portfolio optimization: an application to mining stock portfolios. *Resources Policy*, *46*, 1-11.

5) Chang, P. T., & Lee, J. H. (2012). A fuzzy DEA and knapsack formulation integrated model for project selection. *Computers & Operations Research*, *39*(1), 112-125.

6) Chen, C. H., & Yu, C. H. (2017). A Series-based group stock portfolio optimization approach using the grouping genetic algorithm with symbolic aggregate Approximations. *Knowledge-Based Systems*, *125*, 146-163.

7) Guerard Jr, J. B., Markowitz, H., & Xu, G. (2015). Earnings forecasting in a global stock selection model and efficient portfolio construction and management. International Journal of Forecasting, 31(2), 550-560.

8) Jin, X., Chen, N., & Yuan, Y. (2019). Multi-period and tri-objective uncertain portfolio selection model: A behavioral approach. *The North American Journal of Economics and Finance*, *47*, 492-504.

9) Jothimani, D., Shankar, R., & Yadav, S. S. (2018). Portfolio Selection in Indian Stock Market Using Relative Performance Indicator Approach. In *Flexibility in Resource Management* (pp. 185-201). Springer, Singapore.

10) Lim, S., Oh, K. W., & Zhu, J. (2014). Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market. *European Journal of Operational Research*, *236*(1), 361-368.

11) Rahmani, D. (2019). A two-stage robust model for portfolio selection by using goal programming. Journal of Industrial and Systems Engineering, 12(1), 1-17.

12) Sefair, J. A., Méndez, C. Y., Babat, O., Medaglia, A. L., & Zuluaga, L. F. (2017). Linear solution schemes for Mean-SemiVariance Project portfolio selection problems: An application in the oil and gas industry. *Omega*, *68*, 39-48.

13) Shinzato, T. (2018). Maximizing and minimizing investment concentration with constraints of budget and investment risk. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *490*, 986-993.

14) Wu, Y., Xu, C., Ke, Y., Chen, K., & Sun, X. (2018). An intuitionistic fuzzy multi-criteria framework for large-scale rooftop PV project portfolio selection: Case study in Zhejiang, China. *Energy*, *143*, 295-309.